2004年3月

# 双轴自同步平动椭圆振动筛研究\*

侯勇俊! 张明洪! 吴华? 王仕水? 严仁俊?

(1.西南石油学院机电工程学院 2.四川石油管理局)

侯勇俊等. 双轴自同步平动椭圆振动筛研究. 天然气工业,2004;24(3):84~87

摘 要 双轴自同步平动椭圆振动筛比强迫同步的平动椭圆筛结构简单、噪音小、维护保养方便,且处理量比自同步直线振动筛大。它是继强迫同步的平动椭圆筛和自同步直线振动筛之后的钻井振动筛的又一主流筛型。建立了双轴自同步平动椭圆振动筛的运动方程.从激振轴的转矩方程出发,得到了其自同步条件;利用振动筛的稳定性扰动方程得到了同步稳定运转条件。建立了双轴自同步平动椭圆振动筛的力心理论和利用力心理论设计的方法。结果表明:双电机驱动的椭圆振动筛能够实现自同步稳定运转,且两电机的驱动力矩之差、摩擦力矩之差及参振质量对质心的转动惯量越小、同步性越好;大激振轴回转中心和筛箱质心运动的椭圆长轴方向间的距离与筛箱质心和该激振轴回转中心到质心椭圆长轴方向的垂线间的距离之差越小,振动筛的运动稳定性越好,当激振力的力心与参振质量的质心重合时,就能实现平动椭圆运动。

主题词 振动筛 平动椭圆运动 双轴自同步激振 自同步条件 稳定运动条件 力心理论

平动椭圆振动筛是 80 年代发展起来的被称为"第四种运动轨迹""的新型振动筛,集圆筛和直线筛的优点于一体,对钻井液的处理能力比直线筛提高 25%左右<sup>(2)</sup>。 80 年代后期国内开始研究平动椭圆振动筛在钻井液处理中的应用。西南石油学院在研究中提出了一套平动椭圆振动筛的"力心理论""<sup>(3)</sup>",并成功地应用于生产实践中。但目前为止,平动椭圆振动筛中激振器的两激振轴基本上采用强迫同步方式,激振器的结构复杂,轴承的润滑、维护保养不方便,采用齿轮传动的激振器噪声很大。本文在对自同步平动椭圆振动筛自同步理论的研究基础上,提出了双轴自同步平动椭圆振动筛的"力心理论",设计出的自同步平动椭圆振动筛已应用于生产实践,取得了很好的效果。

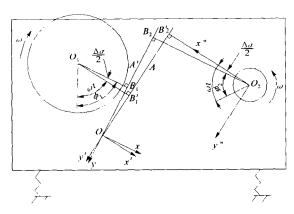


图 1 双轴平动椭圆振动筛的力学模型

## 双轴平动椭圆振动筛的自同步理论

#### 1. 双轴平动椭圆振动筛自同步条件

以参振质量的总质心 O 为坐标原点,两激振质量的回转中心连线上的任一点 A 与质心 O 的连线 OA 为 Y 轴建立图 1 所示的坐标系。对于惯性振动筛,弹性力与阻尼力均较小,为使分析简化,略去二者的影响,则振动筛的运动方程为:

$$\begin{cases} (m + m_1 + m_2)\ddot{x} = A\cos(\omega t + \beta_1) \\ (m + m_1 + m_2)\ddot{y} = B\sin(\omega t + \beta_2) \\ (J + J_{v_1} + J_{v_2})\ddot{\phi} = C\sin(\omega t + \beta_3) \end{cases}$$
 (1)

<sup>\*</sup> 本文系国家"九五"重大技术装备项目(97-317-03-05)。

作者简介:侯勇俊,1967年生,副教授:1990年毕业于西南石油学院,1998年获硕士学位,2002年获博士学位;现为西南石油学院机电工程学院院长助理,主要研究方向为系统动力学及仿真、CAD、钻井固控及设备。地址:(610500)四川省成都市新都区。电话:(028)83032740。E-mail;hyj2643446@sohu.com

其中:

$$A = \omega^{2} \left[ (m_{1}e_{1})^{2} + (m_{2}e_{2})^{2} - 2m_{1}e_{1}m_{2}e_{2}\cos\Delta\alpha \right]^{\frac{1}{2}};$$

$$B = \omega^{2} \left[ (m_{1}e_{1})^{2} + (m_{2}e_{2})^{2} + 2m_{1}e_{1}m_{2}e_{2}\cos\Delta\alpha \right]^{\frac{1}{2}};$$

$$C = \omega^{2} \left\{ (m_{1}e_{1})^{2} (l_{1}^{2} + l_{2}^{2}) + (m_{2}e_{2})^{2} (l_{2}^{2} + l_{4}^{2}) - 2m_{1}e_{1}m_{2}e_{2} \left[ (l_{1}l_{2} + l_{3}l_{4})\cos\Delta\alpha - (l_{1}l_{4} - l_{2}l_{3})\sin\Delta\alpha \right] \right\}^{\frac{1}{2}};$$

$$\beta_{1} = \tan^{-1} \frac{m_{1}e_{1} + m_{2}e_{2}}{m_{1}e_{1} - m_{2}e_{2}} \tan\frac{1}{2}\Delta\alpha;$$

$$\beta_{2} = \tan^{-1} \frac{m_{1}e_{1} - m_{2}e_{2}}{m_{1}e_{1} + m_{2}e_{2}} \tan\frac{1}{2}\Delta\alpha;$$

$$\beta_{3} = \tan^{-1} \frac{(m_{2}e_{2}l_{4} - m_{1}e_{1}l_{3})\cos\frac{1}{2}\Delta\alpha + (m_{1}e_{1}l_{1} + m_{2}e_{2}l_{2})\sin\frac{1}{2}\Delta\alpha}{(m_{1}e_{1}l_{3} + m_{2}e_{2}l_{4})\sin\frac{1}{2}\Delta\alpha + (m_{1}e_{1}l_{1} - m_{2}e_{2}l_{2})\cos\frac{1}{2}\Delta\alpha};$$

方程(1)的稳态解为:

$$\begin{cases} x = \lambda_x \cos(\omega t + \beta_1) \\ y = \lambda_y \sin(\omega t + \beta_2) \\ \phi = \lambda_\phi \sin(\omega t + \beta_3) \end{cases}$$
 (2)

式中: λ,、λ。λ,分别为参振质量的总质心在x、y方向上的振幅和筛箱绕质心仰俯振动的角振幅,且

$$\lambda_{x} = -\frac{A}{\omega^{2}(m+m_{1}+m_{2})}; \qquad \lambda_{y} = -\frac{B}{\omega^{2}(m+m_{1}+m_{2})}; \qquad \lambda_{\phi} = -\frac{C}{\omega^{2}(J+J_{01}+J_{02})}$$

两激振轴的转矩差方程为:

$$\Delta M_{u} = \Delta M_{v} - \Delta M_{t} - \Delta M_{z} \tag{3}$$

式中:  $\Delta M_a$  为两激振轴上的驱动力矩之差, $\Delta M_f$  为两激振轴上的摩擦力矩之差, $\Delta M_a$  为两激振轴上的平均振动阻力矩之差,且  $\Delta M_a = M_{a1} - M_{a2}$ , $\Delta M_g = M_{g1} - M_{g2}$ , $\Delta M_f = M_{f2} - M_{f2}$ , $\Delta M_e = M_{e1} - M_{e2}$ , $M_{a1}$ , $M_{a2}$  分别为轴 1、轴 2 上的惯性转矩; $M_{g1}$ , $M_{g2}$  分别为轴 1、轴 2 上的驱动力矩; $M_{f1}$ , $M_{f2}$  分别为轴 1、轴 2 上的摩擦阻力矩; $M_{e1}(t)$ , $M_{e2}(t)$  分别为轴 1、轴 2 上的振动阻力矩,且:

$$\begin{cases} M_{z1}(t) = m_1 e_1 \left[ \ddot{y} \cos\left(\omega t + \frac{1}{2}\Delta\alpha\right) - \ddot{x} \sin\left(\omega t + \frac{1}{2}\Delta\alpha\right) + \dot{\phi} l_{01} \cos\left(\omega t + \frac{1}{2}\Delta\alpha - \delta_1\right) \right] \\ M_{z2}(t) = m_2 e_2 \left[ \ddot{y} \cos\left(\omega t - \frac{1}{2}\Delta\alpha\right) + \ddot{x} \sin\left(\omega t - \frac{1}{2}\Delta\alpha\right) - \dot{\phi} l_{02} \cos\left(\omega t - \frac{1}{2}\Delta\alpha - \delta_2\right) \right] \end{cases}$$

$$(4)$$

将式(2)代入式(4),并用积分法求得平均振动阻力矩,将  $\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $\beta_3$  代入可得两激振轴的平均振动阻力矩之差为:

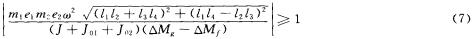
$$\Delta M_z = \frac{m_1 e_1 m_2 e_2 \omega^2}{(I + I_{01} + I_{02})} \sqrt{(l_1 l_2 + l_3 l_4)^2 + (l_1 l_4 - l_2 l_3)^2} \sin(\Delta \alpha + \mu)$$
 (5)

式中: $\mu = \tan^{-1} \frac{l_1 l_1 - l_2 l_3}{l_1 l_2 + l_3 l_4}$ 

振动筛两激振轴等速同步回转时,惯性转矩差  $\Delta M_a = 0$ ,由式(3)、(5)两式可解得:

$$\sin(\Delta\alpha + \mu) = \frac{(J + J_{01} + J_{02})(\Delta M_g - \Delta M_f)}{m_1 e_1 m_2 e_2 \omega^2 \sqrt{(l_1 l_2 + l_3 l_4)^2 + (l_1 l_4 - l_2 l_3)^2}}$$
(6)

由上式可知,要使  $\Delta \alpha$  有解,其右端表达式的绝对值必小于等于 1,由此可得振动筛实现自同步的条件为:



#### 2. 双轴平动椭圆振动筛的稳定性条件

设振动筛在  $\Delta \alpha_a = \Delta \alpha_o$  的附近有微增量  $\Delta \alpha_s$  两激振轴的转矩方程<sup>(8)</sup> 又可写为:

$$\begin{cases} J_{1}\ddot{\varphi}_{1} = c_{1}(\dot{\varphi}_{0} - \dot{\varphi}_{1}) - \left(M_{01} + f_{1}\dot{\varphi}_{1} + m_{1}e_{1}\dot{\varphi}_{1}^{2}f_{d1}\frac{d_{1}}{2}\right) - M_{z1}(t) \\ J_{2}\ddot{\varphi}_{2} = c_{2}(\dot{\varphi}_{0} - \dot{\varphi}_{2}) - \left(M_{02} + f_{2}\dot{\varphi}_{2} + m_{2}e_{2}\dot{\varphi}_{2}^{2}f_{d2}\frac{d_{2}}{2}\right) - M_{z2}(t) \end{cases}$$

$$(8)$$

式中: $J_1$  为偏心质量 1 对其回转中心的转动惯量; $J_2$  为偏心质量 2 对其回转中心的转动惯量; $c_1$  为电机 1 的驱动力矩系数; $c_2$  为电机 2 的驱动力矩系数; $f_1$  为激振轴 1 中的阻尼系数; $f_2$  为激振轴 2 中的阻尼系数; $f_3$  为轴 1 上轴承的摩擦系数; $f_{42}$  为轴 2 上轴承的摩擦系数; $d_1$  为轴 1 上轴承的内径; $d_2$  为轴 2 上轴承的内径; $\varphi_0$  为电机的角速度折算到激振轴上的角速度; $\varphi_1$  为轴 1 的角速度; $\varphi_2$  为轴 2 的角速度; $M_{01}$  为轴 1 上的静阻力矩; $M_{02}$  为轴 2 上的静阻力矩。且:

$$\varphi_1 = \omega t + \frac{1}{2}(\Delta \alpha_0 + \Delta \alpha_a); \qquad \varphi_2 = \omega t - \frac{1}{2}(\Delta \alpha_0 + \Delta \alpha_a)$$

用式(8)中第一式减第二式,并将上式代入,略去二阶微量得:

$$(J_{1} + J_{2})\Delta \ddot{\alpha}_{a} = [c_{1}(\dot{\varphi}_{0} - \omega t) - c_{2}(\dot{\varphi}_{v} - \omega t)] - [(M_{01} - M_{02}) + (f_{1} - f_{2})\omega + \frac{m_{1}e_{1}f_{d1}d_{1} - m_{2}e_{2}f_{d2}d_{2}}{2}\omega^{2}] - b\Delta \dot{\alpha}_{a} - \Delta M_{z}(t)$$
(9)

上式中右侧第一个中括号为两电机的驱动力矩差  $\Delta M_{g}$ ,第二个中括号为两轴上的阻力矩差  $\Delta M_{f}$ 、 $\Delta M_{g}$ 。(t)为两激振轴的振动阻力矩之差,式中:

$$b = \frac{1}{2} \left[ (c_1 + c_2) + (f_1 + f_2) + (m_1 e_1 \omega f_{d1} d_1 + m_2 e_2 \omega f_{d2} d_2) \right]$$
 (10)

因为  $\Delta \alpha_a$  为微增量,所以  $\sin[(\Delta \alpha_0 + \mu) + \Delta \alpha_a] \approx \sin(\Delta \alpha_0 + \mu) + \Delta \alpha_a \cos(\Delta \alpha_0 + \mu)$ 

由振动筛的同步性可得同步运转时振动筛的稳定性扰动方程为:

$$(J_1 + J_2) \Delta \ddot{\alpha}_a + b \Delta \dot{\alpha}_a + \left[ \frac{m_1 e_1 m_2 e_2 \omega^2}{(J + J_{01} + J_{02})} \sqrt{(l_1 l_2 + l_3 l_4)^2 + (l_1 l_4 - l_2 l_3)^2} \cos(\Delta \alpha_0 + \mu) \right] \Delta \alpha_a = 0$$
 (11)

该扰动方程的解为:  $\Delta \alpha_a = \lambda e^n$ 

其中 r 为方程(11)的特征方程的根,且:

$$r = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - \frac{4(J_1 + J_2)m_1e \, m_2e_2\omega^2 \, \sqrt{(l_1l_2 + l_3l_4)^2 + (l_1l_4 - l_2l_3)^2}}{J + J_{01} + J_{02}} \cos(\Delta\alpha_0 + \mu)}{2(J_1 + J_2)}$$

r 为正时  $\Delta \alpha_a$  扩散,同步系统运转不稳定,r 为负时  $\Delta \alpha_a$  衰减,同步系统运转稳定,由式(10)知 b 为正,

且: 
$$\frac{4(J_1+J_2)m_1e\,m_2e_2\omega^2\,\sqrt{(l_1l_2+l_3l_4)^2+(l_1l_4-l_2l_3)^2}}{J+J_{01}+J_{02}}$$
为正,所以只  $\cos(\Delta\alpha_0+\mu)>0$ 有时, $r$ 才全为负,

则双轴自同步椭圆振动筛同步运转的稳定性条件为:

$$\cos(\Delta \alpha + \mu) > 0 \tag{12}$$

## 双轴自同步平动椭圆振动筛的力心理论

强迫同步的双轴平动椭圆振动筛的力心理论认为,两激振质量等速同步回转时,无论两者间的相位角差为多少,所产生的离心惯性力的合力必通过一固定点,且这一点是唯一确定的,这一点称为力心。采用双电机驱动的双轴椭圆振动筛两激振质量能以一定的相位角差等速同步运转,其也存在唯一确定的力心。当力心与参振质量的质心重合时,双轴自同步椭圆筛就是平动椭圆振动筛。

为了便于计算力心,将坐标系 X'OY'的坐标原点平移到  $O_2$  点,建立新坐标系  $X''O_2Y''$ (如图 1 所示), $l_1'=O_1B_1'$ , $l_2'=O_2B_2'$ , $l_3'=OB_1'$ , $l_4'=OB_2'$ 。在该坐标系中,参振质量质心的坐标为  $C(l_2',l_4')$ ,设力心为 L

 $(x_{\iota}'',y_{\iota}''),则有:$ 

$$x_{L}'' = (l_{1}' + l_{2}')m_{1}e_{1}/(m_{1}e_{1} + m_{2}e_{2})$$

$$y_{L}'' = (l_{4}' - l_{3}')m_{1}e_{1}/(m_{1}e_{1} - m_{2}e_{2})$$
(13)

要实现平动椭圆运动时,必满足:

$$\begin{cases} x_L'' = l_2' \\ y_L'' = l_4' \end{cases}$$
 (14)

将式(14)代入式(13)中整理可得:

$$\frac{l_2'}{l_1'} = \frac{l_1'}{l_3'} = \frac{m_1 e_1}{m_2 e_2} \tag{15}$$

上式就是双轴自同步平动椭圆振动筛必须满足的几何条件。

### 双轴自同步平动椭圆振动筛的设计

从前面的分析可看出,双轴自同步平动椭圆振动筛的筛箱上任一点的轨迹均为相同的椭圆,其长半轴为  $\frac{m_1e_1+m_2e_2}{m+m_1+m_2}$ ,且与 y' 轴平行,短半轴为  $\frac{m_1e_1-m_2e_2}{m+m_1+m_2}$ ,且与 x' 轴平行。设计时可按设计者所选择的椭圆长轴 倾角来确定 y' 的方向,再计算力心的位置,通过调整激振器在筛箱上的相对位置,使力心和质心重合,以达 到实现平动所需的条件。

## 结 论

- (1)双电机驱动具有不同质径积的双轴椭圆振动筛能够实现自同步稳定运转,两电机的驱动力矩之差、摩擦力矩之差及参振质量对筛箱质心的转动惯量越小,同步性也越好。
- (2)从稳定性条件可以看出,大激振轴回转中心到筛箱质心振动的椭圆长轴方向的距离越小,以及质心和该激振轴回转中心到质心椭圆长轴方向的垂线间的距离之差越小,振动筛的运动稳定性越好。
- (3) 力心理论在双轴自同步椭圆振动筛中同样适用,当激振力心与参振质量的质心重合时,双轴自同步椭圆振动筛就能实现平动椭圆运动。

#### 参考文献

- 1 柳君.大力开发第四种运动轨迹振动筛.石油机械,2000;28(7):65
- 2 M Lal. Hoberock L L. Solids conveyance dynamics and shale shaker performance. SPE14389,1985;1~11
- 3 张明洪. 马天宝. 钻井液平动椭圆振动筛原理. 天然气工业,1990;10(4):40~47
- 4 张明洪,陈应华,张万福等,双轴惯性振动筛力心与质心的计算方法,石油矿场机械,1991;20(6);7~11
- 5 张明洪等. 双轴平动椭圆振动筛设计中的有关问题. 西南石油学院学报,1990;12(4):60~65
- 6 侯勇俊.朱维兵,游思坤等.双轴平动椭圆振动筛设计中的两个问题.矿山机械,2000;28(10):46~47
- 7 赵国珍,张明洪,李君裕,钻井振动筛的工作理论与测试技术,北京;石油工业出版社,1996;12;22~40
- 8 闻邦椿.刘凤翘.振动机械的理论与应用.北京:机械工业出版社.1982:218~227

(收稿日期 2003-09-26 编辑 钟水清)