

文章编号:1009-3087(2016)01-0194-06

DOI:10.15961/j.jsuese.2016.01.029

# 稀薄效应对空气静压止推轴承性能影响

陈东菊,周帅,杨智,范晋伟

(北京工业大学 机械工程及应用电子技术学院,北京 100124)

**摘要:**针对微小间隙下空气静压轴承内部气体的稀薄效应问题,通过将体现稀薄效应的流量因子引入雷诺方程中,推导出体现可压缩气体稀薄效应的雷诺方程,运用有限差分法离散方程,通过 MATLAB 软件分析稀薄效应下轴承内部压强分布,并对轴承承载力和刚度变化进行研究,最后通过试验对得出的结论进行间接验证。结果表明,在气膜间隙  $8 \sim 10 \mu\text{m}$  之间,考虑稀薄效应中流量因子的情况下得到的轴承刚度值与试验测量值比较接近,在量值上相差大约为 20% 左右,这为微尺度下轴承性能的研究提供一定的理论依据。

**关键词:**空气静压轴承;稀薄效应;流量因子;有限差分法

中图分类号:TH16

文献标志码:A

## Influence of Flow Factor in Gas Rarefied Effects to Aerostatic Thrust Bearing Performance

CHEN Dongju, ZHOU Shuai\*, YANG Zhi, FAN Jinwei

(College of Mechanical Eng. & Applied Electronics Technol., Beijing Univ. of Technol., Beijing 100124, China)

**Abstract:** For the problem of gas rarefied effect inside the aerostatic bearing in condition of micro clearance, the Reynolds equation suitable for compressible gas in the rarefied effect was deduced through introducing flow factor of the rarefied effect to the Reynolds equation. The Reynolds equation was dissociated by using the finite element method, pressure distribution in the bearing under the rarefied effect were analyzed by the software MATLAB, the influence rule of rarefied effect to the bearing performance capacity and stiffness was studied, which was verified by experiment indirectly. The results showed that the stiffness of bearing in condition of considering the flow factor was close to the stiffness tested by experiment when the gas clearance was  $8 \sim 10 \mu\text{m}$ . The value of analysis was 20% less than the experiment, which provided a theoretical basis to the research of the performance of bearings in micro-scale.

**Key words:** aerostatic bearing; rarefied effect; flow factor; finite difference method

空气静压轴承具有摩擦功耗小、精度高、无污染等优点,是目前超精密加工、超精密测量的主要支撑单元之一<sup>[1]</sup>。空气压缩机作为气源来给主轴系统提供气体,气体在轴承间隙内形成一定的压力来支撑重物,轴承内部间隙为微米量级,空气膜会出现微尺度范围内的特性,因此在宏观层面对轴承内部气膜流动研究并不能较好地阐释气膜流动的特性。关于微尺度下流动的研究方法大多来源于由 Bird<sup>[2]</sup>提出的直接蒙特卡洛法。微尺度下的气膜流态往往会出现速度滑移、温度阶跃等常温常压下不会出现的现

象,使得其特性与宏观尺度下产生了一定的差别,这主要是由于气体的稀薄效应所引起的<sup>[3-4]</sup>。Burgdorfer<sup>[5]</sup>对于稀薄气体的研究中基于 1 阶滑移速度边界的润滑 Reynolds 方程,这是首次涉及稀薄气体对轴承性能的影响。Morini 等<sup>[6]</sup>研究稀薄效应对微通道内气体摩擦因子的影响,提出稀薄效应引起努森数和横截面摩擦因子的减小。

Rovenskaya 等<sup>[7]</sup>通过 graphics processing units 对平行板之间的稀薄气体进行了数值研究,与蒙特卡洛直接模拟方法得出的结果相符。Zuppardi

收稿日期:2015-05-28

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51105005,51475010);北京市自然科学基金资助项目(3142005)

作者简介:陈东菊(1980—),女,副教授。研究方向:精密超精密加工。E-mail:djchen@bjut.edu.cn

等<sup>[8]</sup>从空气动力学特性的角度对气体稀薄效应的影响进行了研究。Shamshiri 等<sup>[9]</sup>研究了滑移区的努森数对于流体速度的影响。Tang 等<sup>[10]</sup>通过试验研究了稀薄效应对微通道内流体的影响。Croce 等<sup>[11]</sup>数值分析了微通道稀薄效应对管内压强下降的影响。陈志等<sup>[12]</sup>基于流体的纳维-斯托克斯方程,采用压力偶联方程组半隐式方法对方程离散求解,模拟干气密封内的气体流动。王卫东等<sup>[13]</sup>在稀薄气体动力学理论基础上建立 3 个可调参数的 2 阶滑流速度边界的数学模型。黄海等<sup>[14]</sup>引入 1 阶、2 阶速度滑移边界条件,对于不同轴承数、不同偏心率下轴承的性能进行了研究。以上文献主要是涉及稀薄效应中的速度滑移边界影响或者微通道内的流动特性,但对于稀薄效应中的流量因子在空气静压主轴性能方面的影响没有详细研究。因此,微小间隙下气体稀薄效应中的流量因子会对轴承性能产生怎样的影响,还需更深入的研究。

作者兼顾气体稀薄效应中的流量因子以及微小间隙下气体可压缩性,通过建立稀薄效应中流量因子影响条件下可压缩气膜流态的数学模型,推导出气膜压力分布,进而得出微尺度下空气静压轴承气膜承载力及其刚度。最后通过试验与仿真结果进行对比验证,对主轴加工精度的提高起了一定的指导作用。

## 1 轴承气膜流态数学模型

空气静压主轴系统通过外部气体压缩机提供气源,气体通过轴承节流孔流向外界,通过轴承间隙内形成的气膜承担一定的承载力。空气静压轴承结构示意图见图 1,轴承外径  $d_1 = 110$  mm,供气孔分布圆直径  $d_2 = 82.5$  mm,供气孔直径  $d_3 = 0.35$  mm,轴承内径  $d_4 = 50$  mm。轴承节流形式为环面节流,节流面为气孔出口圆周与气膜间隙形成的圆柱面,节流面积  $A = \pi d_3 h$ 。

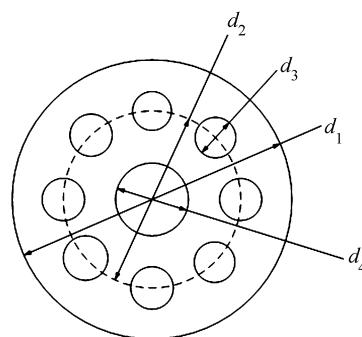


图 1 轴承结构示意图

Fig. 1 Bearing structure diagram

考虑到空气膜的实际流动特点和计算方便,对流体的物理模型进行简化:

1) 整个研究过程气膜内部没有热量的交换,为恒温状态。

2) 气膜为牛顿流体。

3) 忽略惯性力对流体的影响(与阻尼力、重力相比,惯性力为小量)。

4) 令坐标轴的  $y$  轴方向与气膜厚度方向一致,  $x, z$  轴组成的平面与展开成平面的气体润滑表面重合。沿  $x, y$  和  $z$  轴的空气流速分量分别为  $u, v$  和  $w$ , 其中,  $u$  和  $w$  的值比  $v$  要小很多。其他速度梯度同  $\partial u / \partial y$  和  $\partial w / \partial y$  这 2 个速度梯度相比都可以忽略不计。

5) 压强在气膜厚度方向的变化量为零,因此  $\partial p / \partial y = 0$ 。

简化条件后的方程为:

$x$  方向的动量方程:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

式中,  $\mu$  为气体的动力黏度。

$z$  方向的动量方程:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

$y$  方向的动量方程:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (3)$$

气体状态方程:

$$P = \rho \cdot R \cdot T \quad (4)$$

式中,  $\rho$  为气体密度,  $R$  为气体常数,  $T$  为气体热力学温。

连续性方程:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho)}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

由式(1)~(5)得出可压缩气体的雷诺方程:

$$\frac{\partial}{\partial x}(ph^3 \frac{\partial p}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z}(ph^3 \frac{\partial p}{\partial z}) = 6\mu U \frac{\partial(ph)}{\partial x} + \frac{\partial(ph)}{\partial t} \quad (6)$$

式中,  $U$  为主轴旋转速度,  $h$  为气膜厚度。

式(6)左边 2 项代表气膜压力沿  $x, z$  方向的分布,右边第 1 项为润滑表面旋转速度,第 2 项为气体的挤压膜效应。

在流体润滑中普遍将努森数<sup>[5]</sup>作为描述流体的参数,即  $K_n = \lambda/h$ ,其中,  $\lambda$  为气体分子平均自由程,  $h$  为流体特征长度。空气膜的  $\lambda = 6.5 \times 10^{-8}$  m, 初始气膜厚度  $h_0 = 10 \mu\text{m}$ , 此时 Knudsen 数处在  $[10^{-3}, 10^{-1}]$ , 根据文献[15]中提到的流体介质划

分区域,此情况下气体的连续介质假设不再成立,将稀薄效应中流量因子  $Q$  引入来研究稀薄效应对轴承性能的影响。根据 LFR<sup>[16]</sup> (linearized flow rate) 模型引入流量因子公式:

$$Q = 0.99786 + \frac{0.29624}{h} \quad (7)$$

引入流量因子后的雷诺方程为:

$$\frac{\partial}{\partial x}(ph^3 Q \frac{\partial p}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z}(ph^3 Q \frac{\partial p}{\partial z}) = 6\mu U \frac{\partial(ph)}{\partial x} + \frac{\partial(ph)}{\partial t} \quad (8)$$

考虑气体稀薄效应流量因子,式(8)左边的压力项主要体现稀薄效应对压强项的影响。

## 2 轴承性能研究

### 2.1 轴承边界条件的确定

边界条件是理论建立的数学模型与实际工况的结合点,因此在进行模型求解时需要确定其边界条件,气体边界模型见图 2。基于所研究对象的对称性和计算简便,取结构模型的 1/8 进行分析。

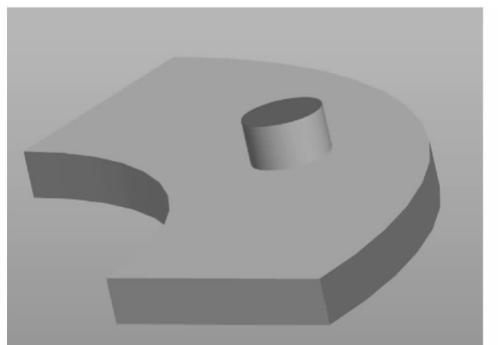


图 2 气体边界模型

Fig.2 Gas boundary model

进口压力为 0.5 MPa,出口压力为 0.1 MPa,气体密度为  $1.205 \text{ kg/m}^3$ ,空气的动力学黏度为  $1.82 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{S/m}^2$ ,整个过程忽略热量的传递和化学变化。

### 2.2 有限差分求解模型

合理划分单元网格,能使场量的分布和梯度的变化准确地被计算捕捉,进而取得理想的计算结果。模型以  $\theta$  代表周向方向,  $r$  代表径向方向,周向边界为  $0 \sim \pi/4$ ,径向边界为轴承的内径到外径。

采用差分法对考虑稀薄效应流量因子下的雷诺方程进行离散:

$$\begin{aligned} h^3 Q \frac{P_{i+1,j}^2 - 2P_{i,j}^2 + P_{i-1,j}^2}{(\Delta r)^2} + h^3 Q \frac{P_{i+1,j}^2 - P_{i-1,j}^2}{2r_{i,j}\Delta r} + \\ h^3 Q \frac{P_{i,j+1}^2 - 2P_{i,j}^2 + P_{i,j-1}^2}{(r_{i,j}\Delta\theta)^2} = 12\omega h \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{\Delta\theta} \end{aligned} \quad (9)$$

其中,  $P_{i,j}$  为轴承中的气膜压力值,  $i$  代表节点在周向方向的行数,  $j$  代表节点在径向方向的列数。离散后的方程即可代入设定好的程序中进行计算分析。

在进行有限差分的过程中,采用超松弛迭代法进行方程的迭代求解,同时兼顾压力和流量收敛准则来校核计算结果。压力收敛准则体现在相邻 2 次迭代的压力值之差,即检验精度  $\delta_1$  是否满足精度要求。流量收敛标准为进出口流量之间的误差,即检验精度  $\delta_2$  是否满足精度要求。

图 3 为计算承载力和刚度的过程,当流量和压力都收敛时,计算终止,输出结果。图 3 中的流量收敛准则体现为流量守恒定律,流入节流器的流量为:

$$q_{in} = \alpha \frac{\pi d_3^2}{4} \sqrt{\frac{2(p_s - p_r)}{\rho}} \quad (10)$$

式中,  $p_s$  为供气压强,  $q_{in}$  为通过节流器流入气腔的流量,  $\alpha$  为流量系数,  $P_r$  为气膜入口压强,  $d_3$  为供气孔直径。

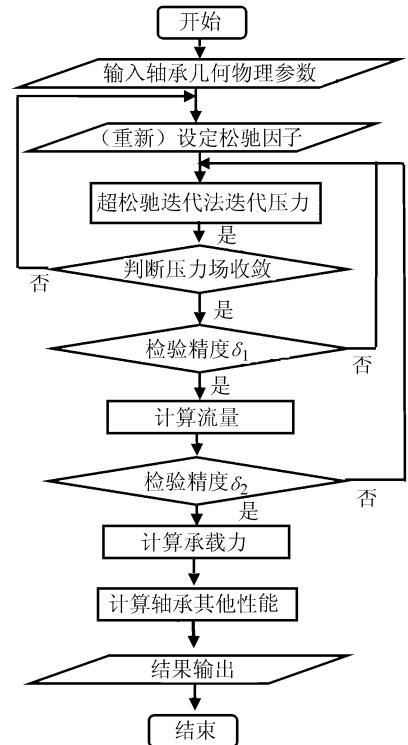


图 3 Matlab 分析轴承性能框图

Fig.3 Matlab analysis diagram of the bearing performance

空气流经节流器,最后流出气腔,为了方便计算,将模型进行简化,采取模型的 1/8 进行计算,因此模型在周向的边界为  $\pi/4$ ,流出气腔的流量为:

$$q_{out} = - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial r} r d\theta \quad (11)$$

式中,  $q_{\text{out}}$  为流出气腔的流量,  $r = \frac{d_1 - d_4}{2}$  为轴承内径到外径之间的径向距离。

### 2.3 流量因子对轴承性能影响

根据有限差分法,由图 3 得出微尺度下考虑稀薄效应流量因子和未考虑时的气膜压强分布图如图 4、5 所示。

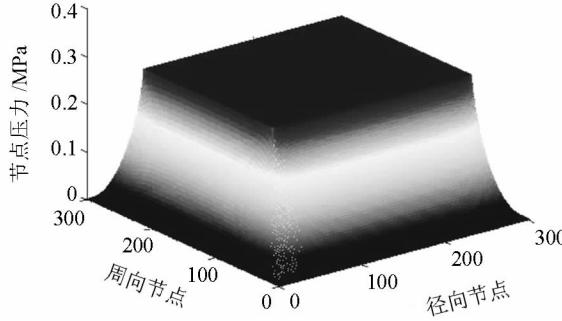


图 4 流量因子  $Q$  存在时的气膜压强分布图

Fig. 4 Gas film pressure distribution with the existence of flow factor  $Q$

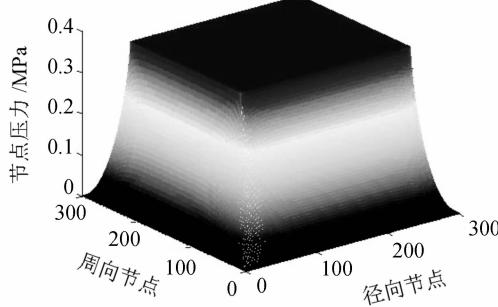


图 5 流量因子  $Q$  不存在时的气膜压强分布图

Fig. 5 Gas film pressure distribution without the existence of flow factor  $Q$

由图 4 和 5 可以发现,气膜压强从气膜入口处沿径向逐渐减小,最后变为边界大气压。在考虑稀薄效应流量因子时气膜入口的压强比未考虑时的压强较小。出现此情况的原因是:由于考虑稀薄效应的流量因子时,气体稀薄程度比较明显,气体本身的可压缩性导致其密度变小,最终体现为压强值的下降。

根据得出的压力分布图,由承载力和刚度公式,推导出考虑稀薄效应流量因子和未考虑时的承载力和刚度曲线。

气膜间隙对于轴承静承载力的影响如图 6 所示,在稀薄效应流量因子存在的情况下轴承承载力比不存在时要小,特别是在气膜间隙较小的时候。稀薄效应的影响随着气膜间隙的增加逐渐减弱,在气膜间隙增大到一定程度时,2 种分析下的承载力将趋于稳定。出现这种情况的原因是:由于轴承间隙处在微米

量级,气体流动处在滑流区,根据式(7)可知,间隙越小时流量因子越大,气体的稀薄程度越明显,气体的压强会有所下降,从而使承载力的下降,气体的稀薄效应随着气膜间隙的增大而逐渐减弱,进而导致对于压强的影响衰退,因此使得稀薄效应流量因子存在时的承载力与不存在时的差距不会太明显。

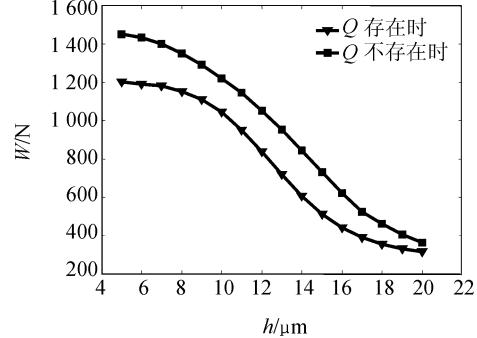


图 6 承载力与气膜间隙关系图

Fig. 6 Relation between bearing capacity and the gas film clearance

气膜间隙对于轴承静刚度的影响见图 7,气体稀薄效应流量因子存在时,轴承的最大刚度比未考虑稀薄效应时要大,并且最大刚度出现时对应的气膜间隙值比未考虑时要小。此现象出现的原因是:由于处在滑流区的气体稀薄效应现象比较显著,导致可压缩性比较显著,更直观地展现在承载力上的变化为承载力的变化速率大于气膜间隙的变化速率,承载力的变化速率进而体现了刚度的大小,因此气体稀薄效应流量因子存在时的轴承刚度较不存在时有所下降。

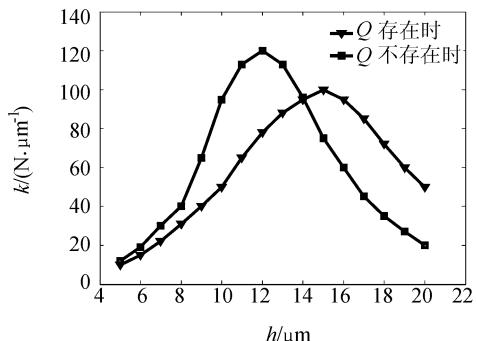


图 7 刚度与气膜间隙关系图

Fig. 7 Relation between bearing stiffness and the gas film clearance

图 8 比较不同的供气压强下,考虑稀薄效应中的流量因子与不考虑时承载力随气膜间隙变化规律,可以看出承载力随着供气压强的增大逐渐增大。

图 9 比较不同供气压强下,考虑稀薄效应中的流量因子与未考虑时刚度随气膜间隙变化规律,可以看出刚度值随着供气压强的增大而增大。

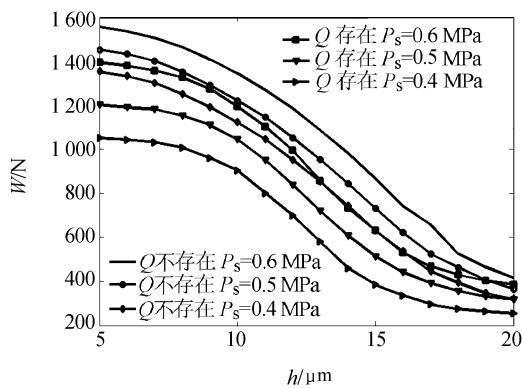


图 8 流量因子是否存在时承载力与气膜间隙的关系  
Fig. 8 Relation between bearing capacity and the gas film clearance if the flow factor exists

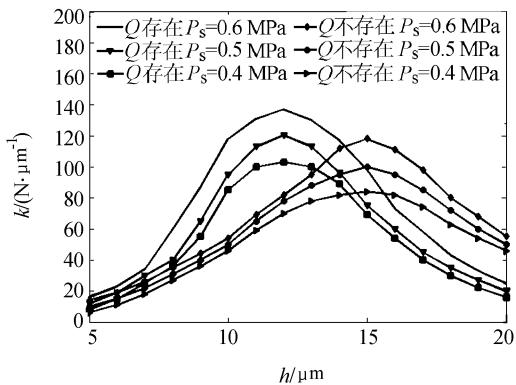


图 9 流量因子是否存在时刚度与气膜间隙的关系  
Fig. 9 Relation between bearing stiffness and the gas film clearance if the flow factor exists

图 10 为不同供气压强下气膜内部的压强波动情况,随着供气压强的增大,气膜内部的压强波动也随之增大。

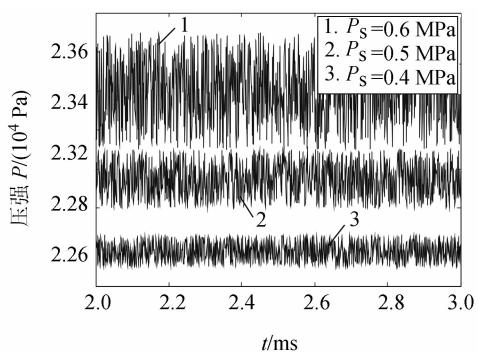


图 10 不同供气压强下的气膜内压强波动  
Fig. 10 Gas film pressure fluctuation with different supply pressures

综合分析图 8~10 可知,轴承达到最优性能时供气压强为 0.5 MPa,因此下一步的试验时选择此值作为供气压强。

### 3 主轴刚度检测

采用对主轴系统进行加载的方式,使工作台会

出现垂直方向的位移变化,使用电感测微仪检测这种微小的变化,图 11 为进行主轴刚度检测的试验台装置,该试验采用的是 TESA 的 GT21-I 电感测头,采集到的位移变化传输到测微仪显示屏中,根据刚度公式  $K = \frac{\Delta W}{\Delta h}$  得出刚度值。



图 11 刚度试验测量示意图

Fig. 11 Stiffness measurement equipment

主轴通过外部压缩机供气,供气压强为 0.5 MPa,对测微仪进行调零设置,设定主轴空载时产生的位移为零,然后进行加载,初始加载为 50 N,测得位移变化值为 0.42 μm,试验采用逐步加载多次测量主轴位移变化值的方法,并且在同一载荷下,多组数据取平均值,更加保证了测量数据的可靠性,逐步加载后依次得到图 12 中的试验测量数据点。

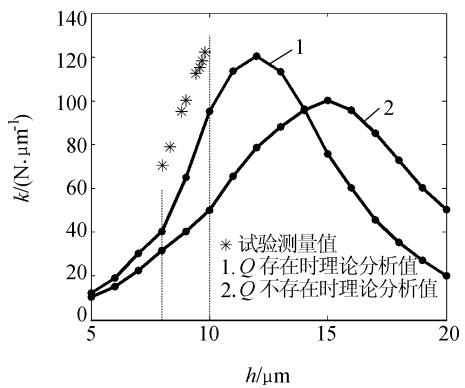


图 12 试验检测刚度与气膜间隙关系  
Fig. 12 Relation between test bearing stiffness and the gas film clearance

图 12 为试验测得不同气膜间隙下的轴承刚度值和流量因子存在与不存在时的刚度值,初始气膜厚度为 10 μm,试验测得的气膜厚度变化值在 8~10 μm 之间,因此得出的试验数据点在固定的区间内。从图 12 可以看出,在考虑流量因子时的刚度值与试验测量值比较吻合,这验证了在微小间隙下的轴承性能的研究需要将稀薄效应考虑在内,考虑流量因子时仿真分析所得的刚度值较试验测量值在量值上大约相差 20% 左右。

## 4 结 论

通过将微尺度下稀薄效应中的流量因子引入雷诺方程中,离散求解方程得出稀薄效应下的压强分布,进而推出承载力和刚度。试验通过检测不同加载情况下位移的变化得出轴承的刚度,试验值和仿真值吻合,这为研究主轴的性能及主轴加工精度提供详实可行的指导。

1)分析研究空气静压主轴气膜压强,在考虑稀薄效应下的流量因子时,气膜入口压强会有所下降。

2)对承载力和刚度进行研究,在考虑稀薄效应中的流量因子时,气膜压强会减小,从而使得轴承承载力会有一定程度的下降。由于承载力的变化速率相比于气膜间隙的变化速率较快而使得刚度值会有所增加。

3)轴承的承载力和刚度会随着供气压强的增大而增大,在供气压强的过大时气膜内压强的波动也比较剧烈,因此需要合理选择供气压强才能达到最优的轴承性能。

### 参考文献:

- [1] 刘瞰,刘育华,陈世杰. 静压气体润滑 [M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1990.
- [2] Bird G A. Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows [M]. New York:Oxford University Press, 1994.
- [3] Wang Moran. Analyses of gas flows in micro and nanochannels [J]. Science Direct, 2008, 51(13):3630–3641.
- [4] GadelHak M. The fluid mechanics of microdevices: The Free-man scholar lecture [J]. Journal of Flows Engineering, 1999, 121(1):5–33.
- [5] Burgdorfer A. The influence of the molecular mean free path on the performance of hydrodynamic gas lubricated bearings [J]. ASME Journal of Basic Engineering, 1999, 81(1):94–100.
- [6] Morini G L, Spiga M, Tartarini P. The rarefaction effect on the friction factor of gasflow in microchannels [J]. Superlattices and Microstructures, 2004, 35 (3/4/5/6): 587–599.
- [7] Rovenskaya O, Croce G. Numerical investigation of the effect of boundary conditions for a highly rarefied gas flow using the GPU accelerated Boltzmann solver [J]. Computer & Fluids, 2013, 110(30):77–87.
- [8] Zuppardi G, Morsa L, Savino R, et al. Rarefied aerodynamic characteristics of aero-space-planes: A comparative study of two gas-surface interaction models [J]. European Journal of Mechanics-B/Fluids, 2015, 53:37–47.
- [9] Shamshiri M, Ashrafae M, Shirani E. Investigation of flow and heat transfer characteristics of rarefied gaseous slip flow in nonplanar micro-couette configuration [J]. International Journal of Thermal Sciences, 2012, 54(4):262–275.
- [10] Tang G H, Zhuo Li, He Y L, et al. Experimental study of compressibility, roughness and rarefaction influences on microchannel flow [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2007, 50(11):2282–2295.
- [11] Croce G, D'Agaro P, Filippo A. Compressibility and Rarefaction effects on pressure drop in rough microchannels [J]. Heat Transfer Engineering, 2007, 28 (8/9): 688–695.
- [12] Chen Zhi, Li Jianming. Mathematical simulation of flow in gas face seals [J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2005, 37(3):133–137. [陈志,李建明. 干气密封的流动数值模拟 [J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2005, 37(3):133–137.]
- [13] Wang Weidong, Jia Jianyuan. A modified Reynolds equation for ultra-thin gas film lubrication [J]. China Mechanical Engineering, 2006, 17(5):533–535. [王卫东,贾建援. 超薄气膜润滑的雷诺方程修正 [J]. 中国机械工程, 2006, 17(5):533–535.]
- [14] Huang Hai, Meng Guang, Zhao Sanxing. The effects of second-order slip-flow on the steady performance of micro gas bearing [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2006, 38(5):668–673. [黄海,孟光,赵三星. 二阶滑移边界对微型气浮轴承稳态性能的影响 [J]. 力学学报, 2006, 38(5):668–673.]
- [15] Chaudhuri A, Hadjadj A, Guha C, et al. Numerical simulations of micro-scale gas flows: Continuum approach [J]. Recent Advances in Technologies, 2009(9):121–146.
- [16] Shi Baojun, Yang Tingyi. Simplified model of Reynolds equation with linearized flow rate for ultra-thin gas film lubrication in hard disk drives [J]. Microsystem Technology, 2010, 16(10):1727–1734.