

DOI: 10.16078/j.tribology.2018.01.013

对基于恢复时间的剪稀流变模型的进一步探讨 及其对squalane油品流变特性的模拟

杨萍*, 崔金磊, 刘晓玲, 杨沛然

(青岛理工大学 机械工程学院, 山东 青岛 266520)

摘要: 本文作者前期基于球-杆变形后恢复到原状态的时间, 建立了新的形式较简单的流变模型, 并模拟了黏度较高的聚合油PAO 650的摩擦系数曲线. 本文中将该模型的应用范围进行了推广, 模拟了黏度较低的squalane油品的流变特性. 把该流变公式应用到点接触热流变弹流润滑的数学模型中, 通过与试验测得的摩擦系数的比较确定了使用该模型时squalane油品的待定参数值, 进而得到了点接触热流变弹流润滑的完全数值解. 结果表明: 解得的压力、膜厚和温度的变化规律均符合预期, 且摩擦系数曲线与试验结果整体吻合性较好. 新流变模型对高、低黏度的油品均能得到合理的流变特性曲线, 说明作者的基于恢复时间的流变模型具有一定的正确性和可应用性. 另外, 由新模型计算得到的squalane油品的剪应力曲线呈现出一近似水平段, 这也在一定程度上解释了流变试验文献中多次提到的极限剪应力现象.

关键词: 恢复时间; 流变; 剪稀; 摩擦系数; 极限剪应力; 热弹流润滑

中图分类号: TH117.2

文献标志码: A

文章编号: 1004-0595(2018)01-0101-07

A Further Investigation on the Shear Thinning Rheology Model Based on the Time of Recovery and a Simulation of the Rheological Behavior of Squalane

YANG Ping*, CUI Jinlei, LIU Xiaoling, YANG Peiran

(School of Mechanical Engineering, Qingdao Technological University, Shandong Qingdao 266520, China)

Abstract: The authors of this paper have proposed recently a new rheological model based on the recovery time of the rod-ball deformation. The new model had a relatively simple form, however, could predict the friction coefficient curves of the high viscosity lubricant PAO 650 quite accurately. In this study, the application of this model was extended to predict the rheological features of a low viscosity lubricant, that is, squalane. Using the formula of this model to the point contact thermal elastohydrodynamic lubrication, full numerical solutions of squalane were obtained to determine the rheological parameters from the comparison between the numerical and experimental data of the friction coefficients. Results indicate that the solved pressure, film thickness and temperature were reasonable as expected, and the curves of the friction coefficients obtained theoretically and experimentally were in good agreement. The new rheological model, therefore, was demonstrated to be accurate enough for both high viscosity and low viscosity oils, that is, the correctness and applicability of the model based on the time of recovery were validated. In addition, there was an approximately horizontal segment in the curves of the shear stress obtained from the new model for squalane, which explained

Received 18 May 2017, revised 4 August 2017, accepted 7 September 2017, available online 28 January 2018.

*Corresponding author. E-mail: yp_qingdao@163.com, Tel: +86-532-85071283.

The project was supported by the National Natural Science Foundation of China (51305220, 51475250) and Shandong Provincial Natural Science Foundation (ZR2014JL037).

国家自然科学基金项目(51305220, 51475250)和山东省自然科学基金项目(ZR2014JL037)资助.

theoretically, to some extent, the limiting shear stress phenomenon reported in the experimental results of the rheological study in the literature.

Key words: recovery time; rheology; shear thinning; friction coefficient; limiting shear stress; thermal elastohydrodynamic lubrication

黏度是润滑理论研究中非常重要的参数,无论是基于Reynolds方程还是基于Navier-Stokes方程的润滑理论分析都离不开黏度. 对于牛顿流体而言,剪应力 τ 与剪应变率 $\dot{\gamma}$ 满足线性关系,其本构方程为 $\tau = \eta \dot{\gamma}$ (即牛顿黏性定律),这里 η 为牛顿黏度,它是压力和温度的函数. 而生产实践和试验研究表明,在不同的温度下,由剪应力确定的摩擦系数均会随着滑滚比 ζ 的增加而非线性变化. 因此,润滑油并非牛顿流体,它不满足牛顿黏性定律. 此种流体称为广义牛顿流体,其本构方程为 $\tau = \eta^* \dot{\gamma}$,而 η^* 叫做广义牛顿黏度,简称广义黏度(文献中有时也称之为有效黏度或当量黏度),它不仅是压力和温度的函数,同时也是剪应变率的函数. 广义牛顿流体流变行为的研究早已成为润滑理论中不容忽视的问题,国内外诸多学者已提出了多种假设和模型来描述油品的广义黏度.

文献[1]基于恢复时间的假设,提出了一个新的剪稀流变模型,并模拟了黏度较高的聚合油PAO 650的摩擦系数曲线. 本文作为文献[1]的后续研究,其目的是将新流变模型的应用范围加以推广,以模拟黏度较低油品的流变特性曲线,从而检验文献[1]提出的流变模型对低黏度润滑油是否也能成立.

1 基于恢复时间的剪稀流变模型

文献[1]用球-杆比拟流体层上分子的行为,通过分析两流体层上球-杆的接触、通过和恢复的过程,基于球-杆恢复到未剪切状态的时间,提出了一个新剪稀流变模型,即

$$\eta^* = \frac{\eta}{1 + A \ln(1 + \eta \dot{\gamma} / \tau_s)} \tag{1}$$

式中: A 和 τ_s 为流变参数. 由文献[1]中的分析可知,该剪稀模型形式较简单,参数的物理意义也较明确,且润滑油在小滑滚比条件下能回归为牛顿流体,而在大滑滚比条件下可体现润滑油的剪稀特性. 另外,文献[1]在点接触流变热弹流润滑的数学模型中使用上述流变公式,得到了诸多工况下PAO 650油品的摩擦系数曲线,并与该油品在文献中的试验曲线进行了对比. 结果表明,式(1)可以数值模拟较大黏度聚合油PAO 650的流变特性曲线.

有必要说明,近几年颇受关注的流变模型还有

Eyring模型和Carreau模型.这两个模型不仅是诸多流变模型^[2-4]的基础,而且还引发了关于流变模型哪个更合理的激烈的国际争论^[5-6].

早在1936年,Eyring^[7]根据流体黏性流动的热激活理论,假设油层的分子间有很多空穴,空穴前后的分子都具有能量势垒,而认为剪应力就是分子突破能量势垒所需的力. Eyring导出的润滑油本构方程为

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau_0}{\eta} \sinh\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right) \tag{2}$$

式中: τ_0 在现在的文献中常叫做Eyring剪应力. 1964年,Bell等^[8]首次将该方程应用到弹性流体动力润滑的流变问题中. 由于该方程仅有一个流变参数,即 τ_0 ,且对于低黏度矿物油能够较准确地描述其剪稀流变特性,因此在弹流润滑数值分析中得到了广泛的应用. Eyring模型虽然是关于 $\dot{\gamma}$ 和 τ 的双曲正弦函数,但也可以将其本构方程改写为 η^* 与 $\eta \dot{\gamma} / \tau_0$ 的函数关系^[9],即

$$\eta^* = \eta \cdot \frac{\ln\left[\eta \dot{\gamma} / \tau_0 + \sqrt{(\eta \dot{\gamma} / \tau_0)^2 + 1}\right]}{\eta \dot{\gamma} / \tau_0} \tag{3}$$

但是,该方程的提出似乎并不是针对润滑油的流变性,而是针对其触变性,这与流变性是完全不同的概念,而且,正是由于Eyring模型仅有一个流变参数,对于较高黏度的润滑油,它不能给出正确的摩擦系数曲线^[1,6].

与双曲正弦相比,Spencer^[10]通过试验指出,有时幂函数能与广义牛顿流体的流变特性吻合得更好. 文献中常用的幂函数流变模型是Carreau模型^[11-12],该模型认为润滑油的剪稀是分子链的断裂及恢复的过程. 对于高黏度的聚合油,该模型能够较准确地描述剪稀现象. 几经修改后,现在该模型为

$$\eta^* = \frac{\eta}{[1 + (\eta \dot{\gamma} / \tau_c)^m]^{\frac{n-1}{m}}} \tag{4}$$

式中:常数 τ_c 具有剪应力的量纲,而常数 m 和 n 均无量纲. 式(4)中 η^* 的计算需要三个流变参数,即 τ_c 、 m 和 n ,且该式不能体现流体的极限剪应力,而试验说明极限剪应力对某些油品应该是存在的. 这些问题使得Carreau模型的应用受到了限制.

比较上面三个流变模型的广义黏度方程,首先不

难发现, 式(1)、(3)和(4)均是 η^* 关于 $\eta\dot{\gamma}/\tau_N$ (N 分别为s、0或c)的函数, 说明这些流变模型的数学表达式具有统一性. 其次, 三种模型虽然基于三种假设, 但是无论润滑油剪切时是油分子的形状、位置、方向发生了变化, 还是空穴的能量势垒导致流体变稀, 当润滑油不再受剪时流体总是会恢复到牛顿流体的状态. 一个合理的流变模型不该因为油的黏度高低而受到限制, 而应该对高黏度和低黏度润滑油均有效^[13]. 故本文中的研究是在文献[1]的基础上, 把式(1)的适用范围推广到黏度很低的squalane油品, 数值模拟该油品点接触热流变润滑的摩擦系数曲线, 并与试验曲线对比.

2 通过数值分析确定新模型的流变参数

2.1 热弹流数学模型

对于不同油品, 流变模型(1)中的流变参数 τ_s 和 A 之值也不相同, 取值需要诉诸于热弹流数值分析. 本文将用新模型得到的摩擦系数与试验得到的摩擦系数相比较, 从而最终确定squalane油品的 τ_s 和 A 在环境温度 $25\text{ }^\circ\text{C}$ 之值.

选择点接触广义牛顿热弹流润滑数值解来得到新流变模型的摩擦系数. 本文中使用的热弹流数学模型与文献[1]中相同, 其中广义Reynolds方程、润滑副的膜厚方程、载荷平衡方程和润滑油以及固体的能量方程参见文献[1], 黏度方程和密度方程仍选Doolittle自由体积黏度公式和Tait的自由体积修正公式. 注意squalane油品黏度和密度方程中诸多参数均与PAO 650油品不同.

Doolittle自由体积黏度公式原本是黏度与体积的关系式, 为了便于计算, 将其更改为黏度与密度的关系式^[14], 即

$$\eta = \eta_0 \exp \left\{ B \left[\frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_{\text{occ}} - \bar{\rho}} - \frac{1}{\bar{\rho}_{\text{occ}} - 1} \right] \right\} \tag{5}$$

式中: η_0 为环境黏度, 当环境温度为 $T_0=298\text{ K}=25\text{ }^\circ\text{C}$ 时, 根据试验^[15]取 $\eta_0=0.027\text{ 6 Pa}\cdot\text{s}$. $\bar{\rho}$ 和 $\bar{\rho}_{\text{occ}}$ 分别为润滑油的无量纲密度和无量纲占有密度, 分别定义为 $\bar{\rho}=\rho/\rho_0=V_0/V$ 和 $\bar{\rho}_{\text{occ}}=V_0/V_{\text{occ}}$, 这里 ρ_0 为环境密度, V_0 为流体质点的环境体积, V 为体积, 而 V_{occ} 为占有体积. 无量纲常数 B 和无量纲占有密度分别取值^[15]为 $B=5.258$ 和 $\bar{\rho}_{\text{occ}}=1.508$.

润滑油的密度由Tait的自由体积公式乘以一个热修正函数而得到, 即

$$\rho = \rho_0 \left\{ 1 - \frac{1}{K'_0 + 1} \ln \left[1 + \frac{p}{K'_0} (K'_0 + 1) \right] \right\}^{-1} [1 - \varepsilon(T - T_0)] \tag{6}$$

式中: p 为流体压力, ρ 为润滑油的密度, T 为绝对温度, 而 $[1 - \varepsilon(T - T_0)]$ 即热修正函数. 常数 K_0 和 K'_0 之值^[15]为 $K_0=1.312\text{ GPa}$, $K'_0=11.74$, 而热膨胀系数则取值为 $\varepsilon=0.000\text{ 8 K}^{-1}$.

需经由反复迭代以从离散的数学模型得到满足精度要求的数值解. 与文献[1]相同, 压力使用多重网格法求解, 膜厚中的弹性变形使用多重网格积分法来计算, 而温度用逐列松弛求解的方法来得到. 收敛判据为压力、载荷和温度的相对误差均小于万分之一.

2.2 数值试验结果

与试验装置对应, 本文中只研究钢制圆盘端面与钢球构成的热弹流润滑副. 数值试验使用的共同参数列于表1中.

表 1 Squalane油品和接触副相关参数	
Table 1 Parameters of squalane and contact pair	
Parameter	Value
Effective modulus of steel-steel contact, E^*/GPa	230.8
Specific heat of steel, $c_1, c_2/[\text{J}(\text{kg}\cdot\text{K})^{-1}]$	470
Specific heat of lubricant, $c/[\text{J}(\text{kg}\cdot\text{K})^{-1}]$	2 000
Density of steel, $\rho_1, \rho_2/[\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}]$	7 850
Ambient density of lubricant, $\rho_0/[\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}]$	875
Thermal conductivity of steel, $k_1, k_2/[\text{W}\cdot(\text{m}\cdot\text{K})^{-1}]$	46
Thermal conductivity of lubricant, $k/[\text{W}\cdot(\text{m}\cdot\text{K})^{-1}]$	0.14
Radius of steel ball, R/mm	9.525

由大量数值试验结果, 得到了可以合理重现全部试验结果的squalane油品的流变参数之值, 即 $\tau_s=3\text{ GPa}$, $A=72$. 本节的全部结果均使用这组流变参数.

当卷吸速度 $u_e=1\text{ m/s}$, 最大Hertz接触压力 $P_H=0.8\text{ GPa}$, 滑滚比 $\zeta=(u_1-u_2)/u_e=0.3$ 时, 得到了如图1所示的数值解. 图1(a)、(b)、(c)分别为接触区压力 p 、膜厚 h 和油膜中层温度 T_{mid} 的分布曲面, 它们具有典型的弹流特征, 如第二压力峰、出口颈缩等. 图2给出了 $u_e=1\text{ m/s}$, $p_H=0.8\text{ GPa}$ 工况下摩擦系数 μ 、中心油膜厚度 h_{cen} 和最高油膜温度 T_{max} 随滑滚比 ζ 的变化曲线, 其变化规律均合理.

2.3 理论与试验结果比较

捷克布尔诺理工大学(Brno University of Technology)的摩擦学研究团队拥有先进的试验装置及在弹流摩擦系数试验测量方面丰富的经验. 本文中全部的试验数据均由该团队使用一台微型摩擦力仪而得到. 通过对仪器的调节可以实现钢对钢点接触不同Hertz压力、卷吸速度和滑滚比条件下摩擦系数的测量, 试验环境温度为 $25.5\text{ }^\circ\text{C}$.

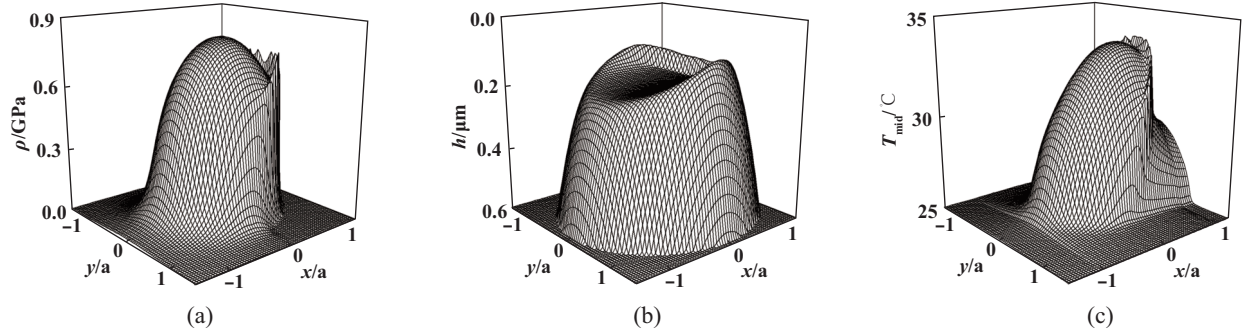


Fig. 1 Distribution surfaces of p , h and T_{mid} predicted by the solution of thermal elastohydrodynamic lubrication a point contact for $p_{\text{H}}=0.8\text{ GPa}$, $u_{\text{e}}=1\text{ m/s}$ and $\zeta=0.3$

图 1 点接触热流变润滑 p 、 h 和 T_{mid} 的分布曲面 ($p_{\text{H}}=0.8\text{ GPa}$, $u_{\text{e}}=1\text{ m/s}$, $\zeta=0.3$)

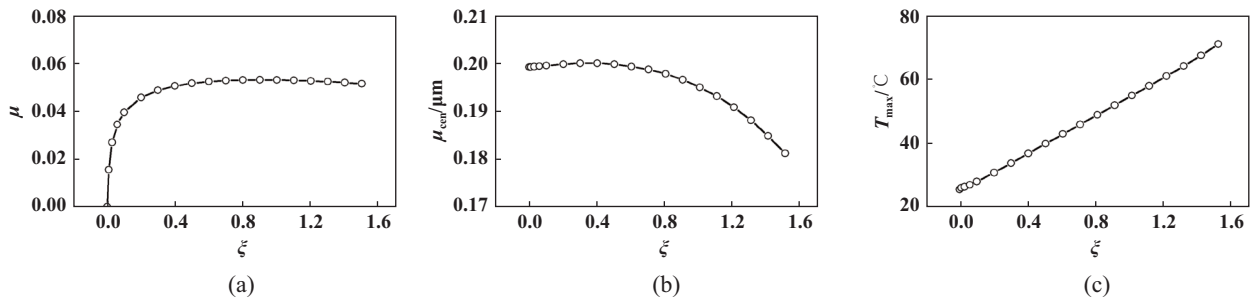


Fig. 2 Variations in μ , h_{cen} and T_{max} vs ζ predicted by the solution of thermal elastohydrodynamic lubrication point contacts for $p_{\text{H}}=0.8\text{ GPa}$ and $u_{\text{e}}=1\text{ m/s}$

图 2 点接触热流变润滑 μ 、 h_{cen} 和 T_{max} 随 ζ 的变化曲线 ($p_{\text{H}}=0.8\text{ GPa}$, $u_{\text{e}}=1\text{ m/s}$)

图3和图4分别是不同Hertz压力和卷吸速度下, 摩擦系数随滑滚比的变化曲线, 其中虚线为布尔诺理工大学测得的试验曲线, 实线为本文作者的数值分析结果. 需要说明, 虽然试验的环境温度是 $25.5\pm0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$, 但文献[15]仅有环境温度为 $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时squalane油品的Doolittle黏度和Tait密度的相关参数, 故本文数值模拟曲线的环境温度取为 $T_0=25\text{ }^{\circ}\text{C}$, 这与试验条件微有差别.

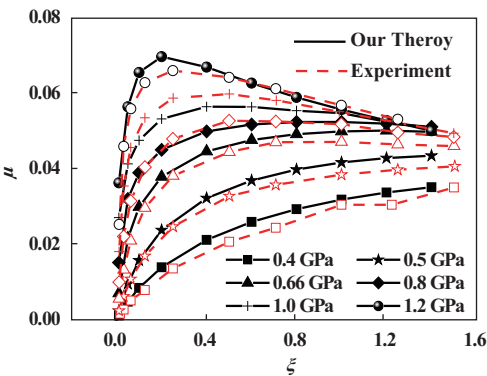


Fig. 3 Curves of the friction coefficients obtained theoretically and experimentally for $u_{\text{e}}=1\text{ m/s}$ while with different values of p_{H}

图 3 $u_{\text{e}}=1\text{ m/s}$ 时不同 p_{H} 下的理论和试验摩擦系数曲线

从图中可以看出, 理论与试验结果的整体吻合性令人满意. 图3中, $p_{\text{H}}=0.8\text{ GPa}$ 的工况下理论与试验结果吻合得最好, 各点的相对误差均小于3.2%, 具体数值见表2(表中 μ_{exp} 为试验值, 下同); 当 $p_{\text{H}}=1.2\text{ GPa}$, $\zeta=0.13$ 时, 相对误差达8.1%, 但仍在可以接受的范围内. 同样地, 在图4中, 低速工况下新流变模型与试验结果的相对误差较大, 最大误差约为8.5%, 具体数值见表3. 随着卷吸速度的增加, 误差减小, 理论曲线与试验曲线吻合得较好; 但是当 $u_{\text{e}}=3\text{ m/s}$, $\zeta=0.18$ 时, 相对误差达9.6%左右. 这些定量的比较说明了新流变模型的正确性.

3 关于流变模型的讨论

3.1 流变参数 τ_s 和 A

为进一步了解新流变模型中两个流变参数对解的影响, 保持 $p_{\text{H}}=0.8\text{ GPa}$ 和 $u_{\text{e}}=1\text{ m/s}$ 不变, 对不同的 τ_s 和 A 进行了试算, 图5给出了试算得到的摩擦系数 μ 随滑滚比 ζ 的变化曲线, 表4和表5则列出了各条摩擦系数曲线最高点处所对应的滑滚比和摩擦系数之值. 如图5所示, 随着 τ_s 的增加, 摩擦系数增加, 曲线的驻点位置左移; 相反, 随着 A 的增加, 摩擦系数减小, 摩擦系数曲线的驻点位置右移. 虽然两个参数的变化均对摩擦

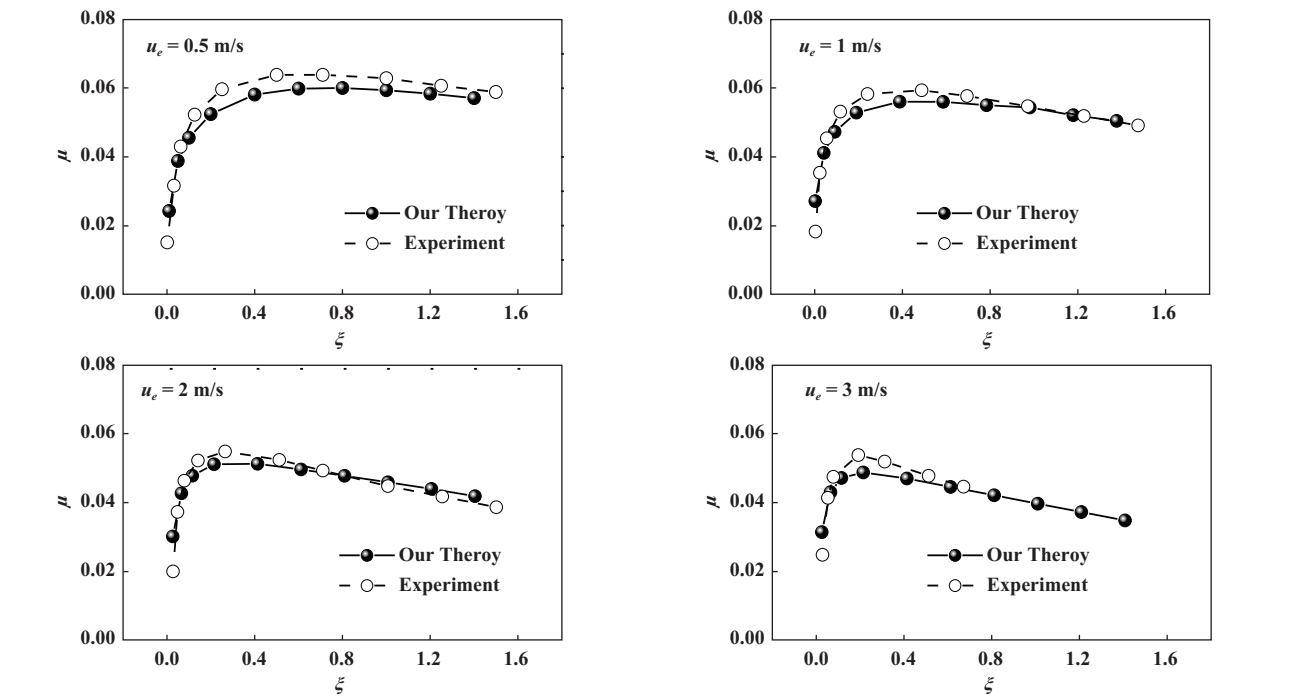


Fig. 4 Curves of the friction coefficients obtained theoretically and experimentally for $p_H=1$ GPa while with different values of u_e

图 4 $p_H=1$ GPa时不同 u_e 下的理论和试验摩擦系数曲线

表 2 不同 p_H 下理论与试验摩擦系数比较

Table 2 Comparisons of the friction coefficients obtained theoretically and experimentally with different values of p_H

Parameter	Value									
	$p_H=0.8$ GPa, $u_e=1$ m/s					$p_H=1.2$ GPa, $u_e=1$ m/s				
ξ	0.13	0.25	0.5	0.7	1	0.13	0.25	0.5	0.7	1
μ_{exp}	0.040 5	0.048 0	0.052 8	0.052 6	0.051 9	0.062 9	0.066 1	0.064 3	0.061 3	0.056 9
μ	0.041 1	0.046 9	0.051 1	0.052 3	0.052 5	0.068 0	0.069 6	0.064 9	0.060 8	0.055 8
Error	1.5%	2.4%	3.2%	0.6%	1.1%	8.1%	5.3%	0.9%	0.8%	2.0%

表 3 不同 u_e 下理论与试验摩擦系数比较

Table 3 Comparisons of the friction coefficients obtained theoretically and experimentally with different values of u_e

Parameter	Value									
	$u_e=0.5$ m/s, $p_H=1$ GPa					$u_e=2$ m/s, $p_H=1$ GPa				
ξ	0.13	0.25	0.5	0.7	1	0.13	0.25	0.5	0.7	1
μ_{exp}	0.052 3	0.059 7	0.063 9	0.063 9	0.062 9	0.052 7	0.055 4	0.052 9	0.049 7	0.045 1
μ	0.047 9	0.054 6	0.059 4	0.060 1	0.059 4	0.049 6	0.052 1	0.050 9	0.049 1	0.046 3
Error	8.4%	8.5%	7.1%	5.9%	5.5%	5.9%	6%	3.7%	1.2%	2.6%

系数曲线的高低和驻点位置有影响,但两个参数缺一不可.

3.2 η^* 和 τ 的变化曲线

图6给出了温度 $T=298$ K时不同压力下广义黏度 η^* 和剪应力 τ 随剪应变率 $\dot{\gamma}$ 的变化曲线,图7则给出了压力 $p=1.2$ GPa时不同温度下 η^* 和 τ 随 $\dot{\gamma}$ 的变化曲线.需要指出,图6和7的结果并没有使用前述点接触热弹流润滑的模型,而是直接使用式(1)、(5)、(6)和 $\tau=\eta^*\dot{\gamma}$ 计算得到的.如这两幅图所示,使用新流变模型得到的

广义黏度随着剪应变率的增加而表现出明显的剪稀特性.值得注意的是,剪应力随剪应变率的变化曲线表现出一种奇特的变化规律,即,每一条剪应力曲线上均存在一个数值变化缓慢的近似水平段,而这一现象在Eyring模型和Carreau模型中均不存在.在关于弹流润滑流变问题的多篇文献中曾报道过润滑油的极限剪应力^[16-17],而常用的Eyring模型和Carreau模型均不能体现剪应力的极限.然而,本文图6(b)和图7(b)中细实线以下的剪应力曲线与文献[17]中经高压黏度计

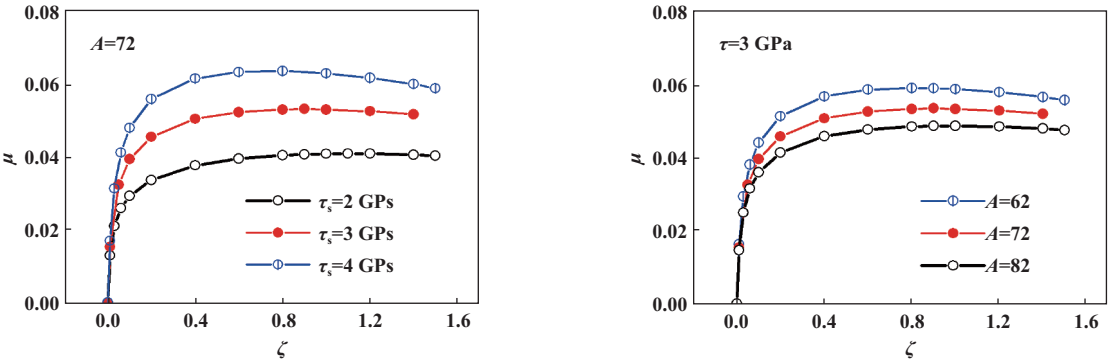


Fig. 5 Variations of friction coefficients vs slide-roll ratio for $p_H=0.8$ GPa and $u_e=1$ m/s

图 5 不同 τ_s 和 A 时, 摩擦系数随滑滚比的变化曲线($p_H=0.8$ GPa, $u_e=1$ m/s)

表 4 不同 τ_s 时的最大摩擦系数($A=72$)
Table 4 The maximum friction coefficients with various τ_s ($A=72$)

τ_s/GPa	ζ	μ
2	1.1	0.040 5
3	0.9	0.052 7
4	0.8	0.063 0

表 5 不同 A 时的最大摩擦系数($\tau_s=3$ GPa)
Table 5 The maximum friction coefficients with various A ($\tau_s=3$ GPa)

A	ζ	μ
62	0.8	0.058 2
72	0.9	0.052 7
82	1.0	0.047 9

测出的被认为是能体现极限剪应力的试验曲线形状相同, 随压力和温度变化的规律也相同. 因为试验中

剪应变率的变化范围较小($\dot{\gamma}$ 不超过 10^6 s^{-1}), 所以有理由认为, 图6(b)和图7(b)中剪应力曲线的近似水平段

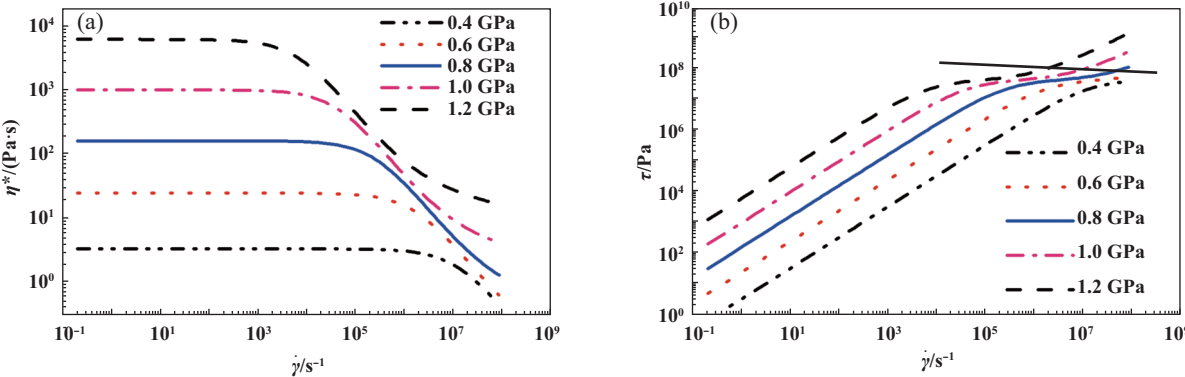


Fig. 6 Variations in the generalized viscosity η^* and shear stress τ at temperature $T=298$ K while with various pressures

图 6 温度 $T=298$ K时不同压力下广义黏度 η^* 和剪应力 τ 的变化曲线

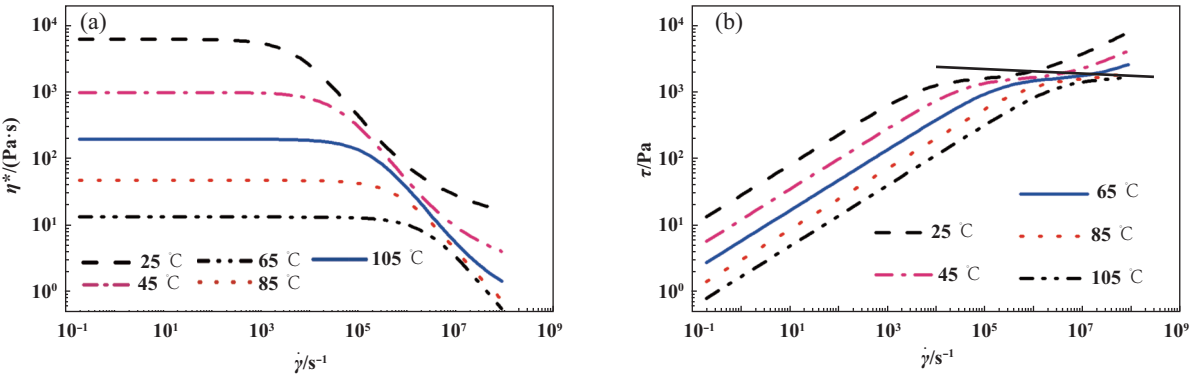


Fig. 7 Variations in the generalized viscosity η^* and shear stress τ at pressure $p=1.2$ GPa while with various temperatures

图 7 压力 $p=1.2$ GPa时不同温度下广义黏度 η^* 和剪应力 τ 的变化曲线

对应的剪应力应该就是文献所述试验观测到的极限剪应力。

4 结论

a. 基于恢复时间建立的剪稀流变模型,不仅可以模拟黏度很高的聚合油的流变特性曲线,而且对黏度很低的squalane油品也适用。

b. 使用新流变公式数值模拟黏度较低的squalane油品的热弹流摩擦系数曲线与试验曲线吻合较好,表明本文的流变模型具有合理性和可应用性。

c. 基于恢复时间的流变公式不仅可以体现润滑油的剪稀特性,对低黏度油品还可以给出Eyring和Carreau剪稀流变模型均不能体现,而众多文献中多次报道过的极限剪应力。

参考文献

- [1] Yang Ping, Cui Jinlei, Liu Xiaoling, et al. A new rheology model based on the time of recovery and a simulation of the rheological behavior of PAO 650[J]. Tribology, 2017, 37(2): 240–247 (in Chinese) [杨萍, 崔金磊, 刘晓玲, 等. 一个基于恢复时间的新剪稀模型及其对聚合油PAO 650流变特性的模拟[J]. 摩擦学学报, 2017, 37(2): 240–247]. doi: [10.16078/j.tribology.2017.02.014](https://doi.org/10.16078/j.tribology.2017.02.014).
- [2] Wang Yanshuang, Deng Sier, Yang Boyuan, et al. Investigation on a new five-parameter rheological model of lubricating oil[J]. Tribology, 2007, 27: 461–466 (in Chinese) [王燕霜, 邓四二, 杨伯原, 等. 润滑油五参数流变模型的研究[J]. 摩擦学学报, 2007, 27: 461–466]. doi: [10.3321/j.issn:1004-0595.2007.05.013](https://doi.org/10.3321/j.issn:1004-0595.2007.05.013).
- [3] Wang Jiugen, Tan Jianrong. Distribution and diagram of stress in three-dimensional non Newtonian EHL contacts[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1998, 34: 27–33 (in Chinese) [汪久根, 谭建荣. 三维非牛顿体椭圆接触弹流润滑应力分布及其图示[J]. 机械工程学报, 1998, 34: 27–33]. doi: [10.3321/j.issn:0577-6686.1998.01.005](https://doi.org/10.3321/j.issn:0577-6686.1998.01.005).
- [4] Zou Yujing, Chang Degong. Mixed thermoelastohydrodynamic analysis of helical gears based on load sharing concept[J]. Tribology, 2015, 35(4): 495–504 (in Chinese) [邹玉静, 常德功. 基于载荷分担理论的渐开线斜齿轮热混合弹流润滑分析[J]. 摩擦学学报, 2015, 35(4): 495–504]. doi: [10.16078/j.tribology.2015.04.019](https://doi.org/10.16078/j.tribology.2015.04.019).
- [5] Spikes H, Zhang J. History origins and prediction of elastohydrodynamic friction[J]. Tribology Letters, 2014, 56: 1–25. doi: [10.1007/s11249-014-0396-y](https://doi.org/10.1007/s11249-014-0396-y).
- [6] Bair S, Vergne P, Kumar P, et al. Comment on “History, origins and prediction of elastohydrodynamic friction” by Spikes and Jie[J]. Tribology Letters, 2015, 58(1): 161–168.
- [7] Eyring H. Viscosity, plasticity and diffusion as examples of absolute reaction rates[J]. Journal of Chemical Physics, 1936, 4(4): 283–291. doi: [10.1063/1.1749836](https://doi.org/10.1063/1.1749836).
- [8] Bell I F. Elasto-hydrodynamic effects in lubrication[D]. Manchester: University of Manchester, 1961.
- [9] Cui Jinlei, Yang Ping, Liu Xiaoling, et al. A further investigation on the viscosity-density relation of lubricant and a quantitative numerical analysis for the generalized newtonian thermal EHL problem[J]. Tribology, 2016, 36(6): 679–686 (in Chinese) [崔金磊, 杨萍, 刘晓玲, 等. 润滑油密度与黏度关系的进一步探讨及定量广义牛顿热弹流数值分析[J]. 摩擦学学报, 2016, 36(6): 679–686]. doi: [10.16078/j.tribology.2016.06.003](https://doi.org/10.16078/j.tribology.2016.06.003).
- [10] Spencer R S. Flow of linear amorphous polymers[J]. Journal of Polymer Science, 1950, 5(5): 591–608. doi: [10.1002/pol.1950.120050507](https://doi.org/10.1002/pol.1950.120050507).
- [11] Carreau P J. Rheological equations from molecular network theories[J]. Journal of Rheology, 1972, 16(1): 99–127. doi: [10.1122/1.549276](https://doi.org/10.1122/1.549276).
- [12] Yasuda K, Armstrong R C, Cohen R E. Shear flow properties of concentrated solutions of linear and star branched polystyrenes[J]. Rheologica Acta, 1981, 20(2): 163–178. doi: [10.1007/BF01513059](https://doi.org/10.1007/BF01513059).
- [13] Wen Shizhu. Study on lubrication theory-progress and thinking-over[J]. Tribology, 2007, 27(6): 497–503 (in Chinese) [温诗铸. 润滑理论研究的进展与思考[J]. 摩擦学学报, 2007, 27(6): 497–503]. doi: [10.3321/j.issn:1004-0595.2007.06.001](https://doi.org/10.3321/j.issn:1004-0595.2007.06.001).
- [14] Cui Jinlei, Yang Ping, Liu Xiaoling, et al. A new viscosity-pressure formula for calculating viscosity from density of lubricating oils[J]. Tribology, 2016, 36(1): 13–19 (in Chinese) [崔金磊, 杨萍, 刘晓玲, 等. 由润滑油密度求黏度的新黏压关系式探讨[J]. 摩擦学学报, 2016, 36(1): 13–19]. doi: [10.16078/j.tribology.2016.01.003](https://doi.org/10.16078/j.tribology.2016.01.003).
- [15] Liu Y, Wang Q J, Wang W, et al. EHL simulation using the free-volume viscosity model[J]. Tribology Letters, 2006, 23: 27–37. doi: [10.1007/s11249-006-9101-0](https://doi.org/10.1007/s11249-006-9101-0).
- [16] Evans C R, Johnson K L. Regimes of traction in EHL[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C, 1986, 200: 210–221.
- [17] Bair S, Winer W O. A new high-pressure, high-shear stress viscometer and results for lubricants[J]. A S L E Transactions, 1993, 36: 721–725. doi: [10.1080/10402009308983216](https://doi.org/10.1080/10402009308983216).