

文章编号:1009-3087(2013)06-0162-08

## 基于图像的2维板件排样方案评价方法研究

罗立宏<sup>1,2</sup>,冯开平<sup>2</sup>,叶家玮<sup>1</sup>

(1. 华南理工大学 交通学院,广东 广州 510641;2. 广东工业大学 数字媒体系,广东 广州 510006)

**摘要:**对于2维不规则件排样的重叠、出界检测和方案评价,传统方法都是使用图形学的方法计算,计算量大。提出一种基于图像和颜色统计的新方法。先基于面积和直方图的方法进行研究,再提出基于边的方法,然后又提出2种改进方法:动态尺度评价和局部重绘整体评价。对每一种方法都进行了时间性能测试和复杂度分析。结果表明:基于面积的方法对于小尺寸图像性能尚可,但大尺寸图像时间耗费大,时间为图像尺寸的平方级;基于边的方法时间性能有很大改善,时间耗费为图像尺寸的线性级别;动态尺度评价能基本克服离散方法中尺寸(或精度)与时间(或速度)的矛盾,时间耗费随尺寸的增长低于线性级;局部重绘整体评价则对于大规模排样的时间有大幅改善。最后以3个实例证明了这些方法的有效性。

**关键词:**排样;不规则件;评价;重叠检测;图像

**中图分类号:**TP391.9

**文献标志码:**A

### Research of Layout Estimating Method of 2-D Parts Packing Based on Image

LUO Li-hong<sup>1,2</sup>, FENG Kai-ping<sup>2</sup>, YE Jia-wei<sup>1</sup>

(1. School of Transportation, South China Univ. of Technol., Guangzhou 510641, China;

2. Dept. of Digital Media, Guangdong Univ. of Technol., Guangzhou 510006, China)

**Abstract:** The traditional methods have used graphics to treat the problem of the overlap or outside testing and layout estimating of 2-D irregular nesting. In the present work, new methods based on image and color statistics were proposed, which included a method based on area and histogram, and a method based on edge. Time performance test and complexity analysis were carried for all these methods. The results showed that in small image the performance of the method based area is barely OK, but in large image the consuming time is long, being square level of the image dimension. The method based on edge has better performance, especially in large image, which time being linear level of image dimension.

**Key words:** nesting; irregular polygons; estimate; overlap testing; image

板材排样下料是制造行业中非常重要的问题,排样方案的好坏(板材的利用效率)与生产成本直接相关,直接影响企业的经济效益。利用计算机来进行辅助排样是一种可行的方法。

对于排样问题,国外研究起步较早,1939年Kantorovich最先提出了1维排样优化问题<sup>[1]</sup>,并尝试使用整数规划的方法来解决问题。20世纪70年代到今,众多学者提出了很多算法和解决方案<sup>[2]</sup>。但由于问题的复杂性,至今也没有标准的求解方法。

直到20世纪末,排样问题研究主要针对矩形

件。进入21世纪后,不少学者的研究对象转向不规则件。不规则件与规则件比较,计算复杂度不在一个级别。若按重叠检测(零件判交)方法对不规则件排样进行分类,则学者们的研究可分为矩形包络策略、临界多边形方法、离散策略等。学者们最初研究不规则件排样时,没有多边形重叠检测的好办法,因此只能把不规则件的排样转化成矩形问题来处理,这就是矩形包络策略<sup>[4]</sup>。矩形包络法避免了复杂的不规则件判交计算,因此速度比较快,但这也使得零件之间的空白区域难以充分利用。如果能有不规则多边形重叠检测的有效方法,就可以不使用包络矩形而直接对零件进行重叠检测。临界多边形(not-fit-polygon)<sup>[3]</sup>就是这样一种方法。利用临界多边形可以方便准确地定位入排零件的靠接位置。但是,临界多边形本身的计算十分耗时,因为要计算的

收稿日期:2013-03-09

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50575046)

作者简介:罗立宏(1975—),男,博士生,副教授。计算机辅助设计;计算机图形学。E-mail:luo\_lihong98@163.com

临界多边形实在太多。因此临界多边形难以应用于大规模的排样问题。后来,有学者提出了离散的方法。有离散成扫描线的<sup>[5]</sup>,有离散成网格的<sup>[6]</sup>。离散之后,零件重叠判断的复杂性降低,计算量锐减,因此重叠判断速度快。但离散方法也有缺点,就是精度与时间(速度)存在矛盾。网格尺度大,网格少,排样速度当然就快,但这样精度就差;反过来,如果网格细密,精度当然就高,但海量网格会拖慢排样速度,离散算法的优势就丧失了。

作者使用基于图像的策略,探寻一种快速有效的零件重叠检测和评价的新方法。

1 基于面积的评价方法

1.1 重叠、出界检测

要研究板件排样,首先需要方法识别零件是否有重叠,或是否排出了板材外部。作者使用图像的方法来进行重叠和出界的检测。前文论述过,有学者使用离散的方法来解决零件重叠判交问题。而实际上,计算机图像是一个天然的离散工具,像素就是被细分的网格。而且计算机图像中的颜色是可以叠加运算的,所以可以考虑以一定的颜色来表示零件,如果两个零件重叠,那么他们重叠部分的颜色就会叠加成另一种颜色,通过统计图像中的各颜色像素的数量,就可知道2个零件是否重叠,重叠的程度严不严重。

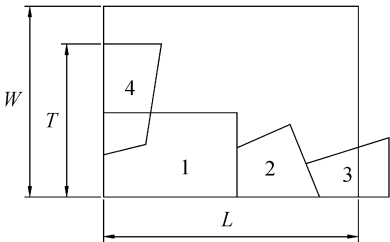
具体来说,用 RGB(0, 0, dB) 表示一个零件内区域,dB可取1(也可取其他值);用 RGB(0, 0, 0) 表示板材外部的区域;RGB(0, 0, 128)表示板材内区域。零件放入板材中以及零件重叠时颜色可以叠加。基于此原理,考察图1(a)的零件排布例子。

如图1所示,有4个零件(或认为是4个考虑了加工余量由零件多边形外扩得到的带余量多边形)排布在一张矩形板材上,其中零件3排出界了,零件4和零件1重叠了。按上述零件和板材的表示方法绘制试排图像,可得图1(b)(为了方便读者观察,图像放大了色差)。图中可见,板材内部颜色本为(0, 0, 128),每个零件原来的内部颜色本为(0, 0, 1),零件放在板材上面后,板材内零件不重叠的区域的颜色就变成

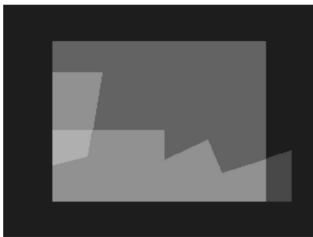
$(0,0,128) + (0,0,1) = (0,0,129)$ ,  
而零件3超出板材部分颜色仍为(0,0,1)。零件1与零件4重叠的部分则为:

$(0,0,128) + 2 \times (0,0,1) = (0,0,130)$ 。

同理,如果有m个零件在板材内叠加在一起时,则重叠的颜色Cc为:



(a) 排样布局



(b) 排样布局的图像(实际图像为蓝色,非黑白。下同)

图1 一个排样布局的示例

Fig. 1 A layout example

$Cc = (0,0,128) + m \times (0,0,1) = (0,0,128 + m), m \geq 1$   
(1)

如果有n个零件在板材外叠加在一起,则重叠的颜色为:

$Co = (0,0,n), n \geq 1$   
(2)

因此,只要统计出颜色Cc的像素总数与Co的像素总数,就可以知道该次试排的重叠和出界情况。显然,如果Cc与Co的数量越大,则重叠和出界的情况越严重。

对于统计像素颜色,颜色直方图是个好方法。许多计算机图像开发库,如OpenCV、C++Image、MatLab都提供了为图像创建、绘制、查阅直方图的函数接口。根据直方可得到图1(b)中各颜色的统计数据见表1。

表1 试排图像中的各颜色的像素统计

Tab. 1 Pixel statistic of different colors in the image

| 颜色        | 含义   | 像素数目            |
|-----------|------|-----------------|
| (0,0,0)   | 背景色  | $S_b = 52\ 792$ |
| (0,0,1)   | 零件出界 | $S_o = 355$     |
| (0,0,128) | 板材空白 | $S_e = 5\ 584$  |
| (0,0,129) | 零件占据 | $S_t = 4\ 078$  |
| (0,0,130) | 零件重叠 | $S_c = 338$     |

1.2 评价方法

因为排样的目标是追求排样零件最终在板材上的占用高度最小,即图1(a)中的T最小。而零件重叠面积和零件超出面积则对评价产生负面影响。为此,可采用式(3)评价试排布局:

$$E = \frac{W}{T} \frac{S_t}{S_a} - a \times \frac{S_c}{S_a} - b \times c \times \frac{S_o}{S_a} \tag{3}$$

式中,  $W$  为板材宽度(见图 1(a)),  $T$  为布局占用板材的高度(见图 1(a)),  $S_t$  为板材上被零件占据但不重叠的像素总数,  $S_c$  为零件重叠但不出界的像素总数,  $S_o$  为零件超出板材的像素总数,  $S_a$  为所有零件各自的面积之和。 $S_a$  与  $S_t$ 、 $S_c$ 、 $S_o$  存在关系:  $S_a = S_t + S_c + S_o$ 。 $a$  和  $b$  都为放大系数, 作用分别为让重叠和出界的负面作用在评价时充分反映出来, 经实验测试, 发现都取 100 效果会比较好。 $c$  为零件超出板材远离系数, 零件离板材越远,  $c$  值应越大; 当零件所有零件都在板材内部时,  $c$  值应为 1。 $c$  值不应小于 1, 那样会使出界的负面效果变小, 跟系数  $b$  就矛盾了。考虑上述原因, 系数  $c$  这样计算:

$$c = 1 + \frac{\max(OverL, OverR, OverT, OverB)}{W} \quad (4)$$

其中,  $W$  为板材宽,  $OverL$ 、 $OverR$ 、 $OverT$ 、 $OverB$  的含义为各零件超出板材左、右、上、下边界的最大距离。对于图 1, 零件 3 右端超出了板材, 在图 1(b) 中实测可知超出了 14 像素, 故  $OverR = 14$ 。而其他 3 个方向零件未超出板材, 因此  $OverL = OverT = OverB = 0$ 。按式(4)得:  $c = 1 + 14/150 = 1.0933$ 。再根据表 1 数据, 得评价值算:

$$E_1 = \frac{150}{120} \times \frac{4\,078}{4\,771} - 100 \times \frac{338}{4\,771} - 100 \times 1.0933 \times \frac{355}{4\,771} = -14.15。$$

其中,  $T$  从图像中量得为 120,  $S_a$  则由关系  $S_a = S_t + S_c + S_o$  算得。

图 1 是一个比较糟糕的排布, 既有重叠又有出界。图 2 的排布要合理一点。

类似表 1, 可根据直方图来统计出图 2 中各种颜色的像素数目(篇幅所限不再列表, 具体数据请见算式, 下同), 可得评价值:

$$E_2 = \frac{150}{112} \times \frac{4\,771}{4\,771} - 100 \times \frac{0}{4\,771} - 100 \times 1 \times \frac{0}{4\,771} = 1.34,$$

从评价值看, 图 2 的排布比图 1 的排布要好很多, 这与人眼观察的感觉一致。

对于传统的方法, 最常用是直接使用占用高度  $T$  作为评价方法,  $T$  越小表示方案越好。而传统使用图形的方法由于难以实时计算出零件重合和出界的面积, 因此对不合理的排布, 只有想办法剔除。这会造成排布解空间的不连续, 从而会产生一些问题, 例如 BL 算法中不能穿越至孔洞的缺陷。当然也可以把可行解的不连续集合区域全部计算出来(或计算出可行解集合的边界), 但这会耗费极大的计算时间, NFP 法其实就是做这个事情。而式(3)的做法是把所有排布方

案, 包括不合理(即有重叠或出界)的方案一并考虑, 但是设法让不合理的评价值很低, 式(3)的第 2 项就是对重叠因素的扣分, 第 3 项是对出界面积的扣分。第 1 项为正面得分, 正面得分与占用高度  $T$  成反比, 即占用高度越小方案越好。式(3)适用的排布解空间是连续的, 不合理方案得分低, 合理方案得分高, 最佳方案得分最高。因此排布过程就可以在进化搜索过程中自然进化。在此过程中, 避免了解空间不连续引起的问题, 如孔洞问题和可行解的边界问题。

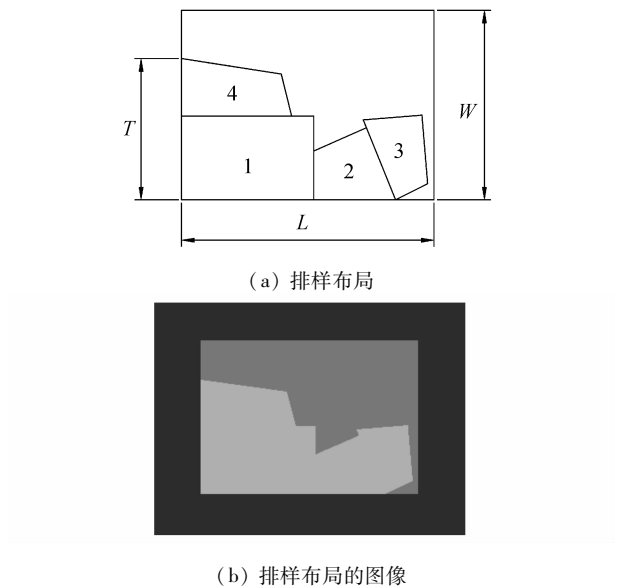


图 2 另一个排样布局的示例

Fig. 2 Another layout

为了检验以上方法的可行性与性能, 对其进行测试: 用 C++、OpenCV, 对多组板材和零件进行随机排布和评价, 观察其所用时间。在一台 CPU 3.0 G、内存 2 G、显卡 512 M 的计算机(下同)上得到的结果见表 2。

表 2 基于面积的评价方法的时间

| Tab. 2 Time of estimating method based on area |               |      |                  |        |            |                 |
|------------------------------------------------|---------------|------|------------------|--------|------------|-----------------|
| 序号                                             | 板材尺寸          | 零件数目 | 零件平均尺寸<br>(外接矩形) | 试排次数   | 总计<br>用时/s | 单次评价<br>平均用时/ms |
| 1                                              | 200 × 150     | 4    | 96 × 67          | 10 000 | 16         | 1.6             |
| 2                                              | 200 × 150     | 40   | 96 × 67          | 10 000 | 38         | 3.8             |
| 3                                              | 2 000 × 1 500 | 4    | 960 × 670        | 1 000  | 140        | 140             |
| 4                                              | 2 000 × 1 500 | 40   | 960 × 670        | 1 000  | 360        | 360             |

由表中可看到, 对于小尺寸板材, 基于面积的评价方法时间花费尚可, 而在大尺寸板材时花费时间则太长。这也是前文所述离散方法精度与时间这个矛盾的直接表现。所以, 基于面积的评价方法可以用来做实验试算, 但对于工业级应用则较勉强。因此, 要再想法改进。

分析基于面积的评价方法, 其时间消耗大的原

因主要在于像素统计。在 2 维图像上进行像素统计,时间复杂度是图像尺寸的面积级:

$$Complex_{\text{area}} = O(L \times W) \quad (5)$$

式中,  $L$  为试排图像长度,  $W$  为宽度。面积级可以认为是图像尺寸的平方级。

## 2 基于边的评价方法

### 2.1 基于边的改进方法

对于图 1, 如果能把图像变为如图 3 所示, 则评价时可以用边上的颜色像素数目代替原来整个图像的颜色像素数目来进行评价。使用画线的方法绘制零件, 并且一边画一边统计式 (3) 中  $S_a$ 、 $S_c$ 、 $S_o$  等参数, 这样就不用基于面积去遍历图像了。

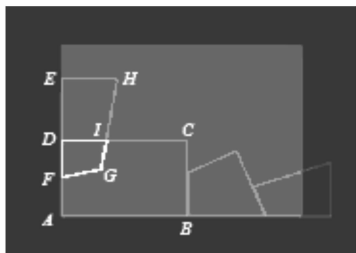


图3 采用边风格的试排画法

**Fig.3 Nest testing drawing method using edge style**

要实现这个想法,需要解决 2 个关键的问题。一是如何知道什么时候该切换颜色,如图中画  $ED$  段是用颜色  $(0,0,129)$  的,依靠什么知道到了  $D$  点就要改用颜色  $(0,0,130)$  呢?二是零件绘制是有顺序的,先画的零件(如零件 1)如何知道某些边段(如件 1 的  $ID$  段)应该用重叠颜色  $(0,0,130)$  呢?

为了解决以上问题,可采取这样的办法:首先,为试排图像加一个“信息板”以记录试排图像中每个像素被哪个零件哪条边哪个点占据。“信息板”是一个结构体数组,试排图像的每一像素对应一个结构体元素,该结构体记录这个像素被哪个零件哪条边第几个点占据了。当绘制零件边准备为某个像素上色时,查看该像素对应的结构体元素,若该像素未被占据,则为其作一次上色,即把其颜色从(0, 0, 128)改为(0, 0, 129)。若发现该像素已被 $m$ 个零件占据(即重叠了),则需把该像素颜色改为(0, 0,  $129 + m$ )。在板材外部绘制边时也类似,只不过所用颜色为(0, 0,  $m$ )。其次,为零件建立一个链表集数据结构,每条边对应一个链表。零件边在图像中占据的每个像素,都对应链表中的一个元素。以方便查找每个零件占据像素的情况。这样,画在前面的零件就知道从哪一点回溯上色。例如,在图3中画零件的顺序为1-2-3-4,画件1时因未发现重叠零件,因此

件1的边全部暂时用颜色(0, 0, 129)来画。而画件4时,从E点开始画,向下为EF边占据的像素加色。画到D时,查信息板发现D点已经被零件1占据,于是从D开始使用(0, 0, 130),一直画到F;从F点向G画刚离开F时,先判断一下该点是否在件1内部(可用水平射线法),一查发现在内部,于是就一直用(0, 0, 130),一直用该颜色画到G,再到I。到I时,查信息板中发现这是个被占据点,于是在下一个像素(即刚离开I时),再判断一下是否在件1内部,一查发现在外部,于是就恢复用颜色(0, 0, 129)。画完件4之后,再从信息板中查到刚才遇到的交点像素(即F和I点)是属于件1,于是零件1的链表集中找出这两点分别是第3条边的第68个像素点和第4条边第33个像素点,然后依靠链表集把这两点之间的所有点回溯加色。在这些过程中,每为一个像素加色或变色,都立即更新式(3)各评价参数统计值 $S_a$ 、 $S_l$ 、 $S_c$ 和 $S_o$ 。

## 2.2 评价方法

基于边的评价方法仍然使用式(3)。但统计数据的方法不用直方图而用信息板和零件链表集。取得各参数统计数据后可计算图1的评价值,如下:

$$E_1 = \frac{W}{T} \frac{S_t}{S_a} - a \times \frac{S_c}{S_a} - b \times c \times \frac{S_o}{S_a} =$$

$$\frac{150}{120} \times \frac{240}{332} - 100 \times \frac{42}{332} - 100 \times 1.0933 \times \frac{50}{332} =$$

$$-28.22_{\circ}$$

同理,可把图 2 也改为用边风格来绘制试排图像,通过信息板和零件链表集统计并算得:

$$E_2 = \frac{150}{112} \times \frac{332}{332} - 100 \times \frac{0}{332} - 100 \times 1 \times \frac{0}{332} = 1.34。$$

与 1.2 节得出的  $E_1$  和  $E_2$  相比,可看出,当零件没有重叠和出界时,基于边的方法和基于面积的方法评价价值是一样的。而当零件有重叠或出界时,边方法的评价价值差距被拉得更大,这对于排样选优问题是更好的事情。为了检验以上方法的可行性与性能,对其进行测试(方法同上)。结果见表 3。

表 3 基于边的评价方法的时间

**Tab.3 Time of estimating method based on edge**

| 序号 | 板材<br>尺寸      | 零件<br>数目 | 零件平均尺寸<br>(外接矩形) | 试排<br>次数 | 总计<br>用时/s | 单次评价<br>平均用时/ms |
|----|---------------|----------|------------------|----------|------------|-----------------|
| 1  | 200 × 150     | 4        | 96 × 67          | 10 000   | 6          | 0.6             |
| 2  | 200 × 150     | 40       | 96 × 67          | 10 000   | 37         | 3.7             |
| 3  | 2 000 × 1 500 | 4        | 960 × 670        | 1 000    | 6          | 6               |
| 4  | 2 000 × 1 500 | 40       | 960 × 670        | 1 000    | 42         | 42              |

对照表 2 可知:边方法比面积方法性能有所提高,特别是板材尺寸大时。边方法的性能改善的原因是因为其算法复杂度不再是板材尺寸的平方级,而是零件的周长级(线性级):

$$Complex_{edge} = O(cl) \quad (6)$$

式中,  $l$  为所有零件的总周长。  $c$  为重叠增算系数, 因为由于重叠, 许多零件的边需要回溯处理。一般情况下试排零件会比较分散, 零件即使回头处理, 也不至于全部像素重新处理, 因此一般重叠系数  $1 < c < 2$ 。

另一方面, 对比表 3 中前 2 组和后 2 组数据, 发现离散策略的精度和时间矛盾虽得到缓和, 但仍明显存在。因此还需继续改进。

### 3 动态尺度评价

#### 3.1 评价方法

仔细观察, 可注意到一个事实: 在小尺寸实例的图像, 其实相当于在大尺寸实例中以多个像素为间隔取点组成。例如, 在图 1 案例的小尺寸图像 ( $200 \times 150$ ), 实际上等同于在其大尺寸图像 ( $2\,000 \times 1\,500$ ) 中以 10 像素为间隔取点组成。因此可以通过间隔像素来绘图和评价, 使排样时间节约。例如, 以间隔尺度  $D$  来绘制一个零件的方法如下:

1) 假设有个  $D \times D$  的网格铺在原大图像中。

2) 以如下方法零件的边: 零件的每个顶点与下一顶点之间沿网格连线, 保证网格点之间 4 联通。如图 4 为以间隔尺度  $D$  绘制图 1 中零件 3 的方法示意图。

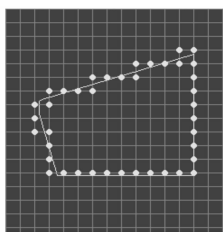


图 4 按网格点画零件

Fig. 4 Draw part by grid points

画零件边时, 先由其两端点, 即  $(x_j, y_j)$  与  $(x_{j+1}, y_{j+1})$  算出斜率  $k$ , 再以  $D$  为步长沿斜率方向扫描过去, 再用尺度  $D$  进行圆整。例如第  $m$  步扫描到点  $(x_w, y_w)$  式(7):

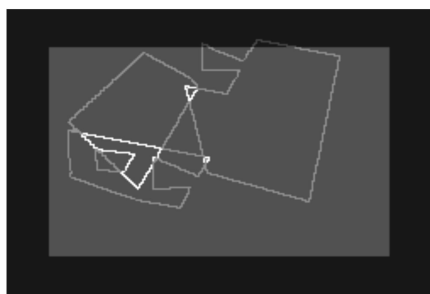
$$\begin{cases} x_w = \text{int}\left(\frac{x_j + \frac{mD(x_{j+1} - x_j)}{\sqrt{(x_{j+1} - x_j)^2 + (y_{j+1} - y_j)^2}}}{D} + 0.5\right) \times D, \\ y_w = \text{int}\left(\frac{y_j + \frac{mD(y_{j+1} - y_j)}{\sqrt{(x_{j+1} - x_j)^2 + (y_{j+1} - y_j)^2}}}{D} + 0.5\right) \times D \end{cases} \quad (7)$$

该点像素加色, 并记录进信息板和零件链表集。

3) 以上述方法在试排图像中画出所有零件。如图 5(a) 就是实验中的一个截图。图中间隔尺度  $D = 18$  像素。



(a) 间隔尺度评价图像截图



(b) 实际排布

图 5 动态尺度评价图像

Fig. 5 Image of dynamic dimension estimate

图 5(a) 中零件的形状人眼难以看明白, 实际上是图 5(b) 的排布。图 5(a) 仍然可以用公式(3)进行评价, 评价的结果是  $E = 470/500 \times 22/39 - 100 \times 12/39 - 100 \times 5/39 = -43.1$ 。

#### 3.2 动态尺度评价

显然, 评价尺度越大, 相当于把图像缩小得越厉害, 排样速度就越快。但评价尺度并非可以任意大。如果太大, 会由于精度太差导致零件形状信息损失太多, 导致搜索无法寻找到优化解。可以使用如下方法进行分级控制, 可分为以下 3 级:

1) 第 1 级反映零件大小。可比较每个零件的外接矩形长  $L_i$  和宽  $W_i$ , 取最小的那个, 再乘以一个调整系数:

$$D_1 = c_1 \times \min\{\min(L_i, W_i)\}, i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

其中,  $c_1$  为调整系数, 它的目的是使得不同的边不至于画在同一行像素上, 一般可取 0.5 或以下的值。式(8)能保证每个零件在图像中都能反映出大小信息, 用此尺度进行初排, 可以初步让各零件分开但又不至于分得太开。

2) 第 2 级反映零件外轮廓的形状细节。如图 6

的零件,它右边外轮廓有个细节,有一个凹槽。第2级尺度需能把这个细节画清楚。因为很可能其他零件正好有一个“突起”能伸进这个凹槽,从而很好地利用了板材空间。

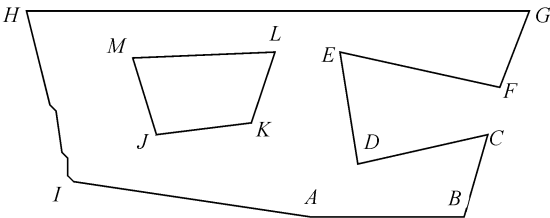


图6 零件的轮廓细节

Fig. 6 Detail contour of a part

仔细观察该零件,零件外轮廓的是按照A-B-C-D-E-F-G-H-I-A绘制的。其中画ABCD段时是逆时针,而画CDEF则变成顺时针。再观察更多的零件和多边形,可确定这个规律:当画图的时针方向发生变化时,一个形状细节就画完了。而第2级的邻域尺度可以这样选取:对每个零件每个形状细节的局部外接矩形长和宽进行比较,取最小的那个尺寸,再用系数调整一下。如下:

$$D_2 = c_1 \times \min \{ \min (L_{ij}, W_{ij}) \}, i = 1, 2, \cdots, n$$

(9)

式中, $L_{ij}$ 、 $W_{ij}$ 分别为零件*i*的第*j*个细节的外接矩形长度和宽度。

3)第3级评价尺度为最小尺度,用来最后消除零件边的靠接误差,即取1个像素:

$$D_3 = 1$$

(10)

因此对于排样,开始时可按式(8)初始化评价尺度,然后在合适的时候变为式(9),再在另一合适时候再变为式(10)。至于何时是合适时候,则需要结合具体的排样算法。例如模拟退火方法,可在温度降低到某值时,把评价尺度切换为下一级。用动态尺度算法对前述案例从新测试,结果见表4。

表4 动态尺度评价方法的时间

Tab. 4 Time of dynamic dimension estimating

| 序号 | 板材<br>尺寸      | 零件<br>数目 | 零件平均尺寸<br>(外接矩形) | 试排<br>次数 | 总计<br>用时/s | 单次评价<br>平均用时/ms |
|----|---------------|----------|------------------|----------|------------|-----------------|
| 1  | 200 × 150     | 4        | 96 × 67          | 10 000   | 4          | 0.4             |
| 2  | 200 × 150     | 40       | 96 × 67          | 10 000   | 24         | 2.4             |
| 3  | 2 000 × 1 500 | 4        | 960 × 670        | 10 000   | 13         | 1.3             |
| 4  | 2 000 × 1 500 | 40       | 960 × 670        | 10 000   | 80         | 8               |

从以上结果可看出图像尺寸增大后,耗费时间的增长进一步变慢,比线性增长还要慢得多。因此可以说,动态尺度评价方法已使前述的离散方法中

精度与时间的矛盾基本被克服。

分析可得动态尺度评价的复杂度为:

$$Complex_{\text{DynDim}} = O\left(\sum_{i=1}^m c_i \frac{cl}{D_i^2}\right)$$

(11)

式中, $c$ 和 $l$ 含义同式(6)。 $D_i$ 为第*i*级间隔尺度,共有*m*级尺度。按上文设计的方法, $m = 3$ 。 $c_i$ 为每级尺度的权重系数,各级邻域尺度的权重系数总和应为1。对比式(6)可知,动态尺度评价之所以速度变快,是因为间隔尺度*D*的平方做了除数。假设3级尺度的平均值为10像素,则总体排样求解时间大约可以缩短100倍。可见动态尺度操作对时间性能的提升作用。但另一方面,随着零件规模的增大,耗费时间增大的幅度还是比较大。因此还需探索针对零件规模的改进。

4 局部重绘整体评价

目前板件排样问题最常用的策略是基于零件入排序列的策略:事先用某种方式定下一个零件入排顺序(即入排序列),然后按顺序把零件一个个放入板材。入排零件位置的确定选用某种构造或解码算法(BL算法、最低水平线法、NFP最低重心法等)<sup>[3-4]</sup>。基于序列的排样过程有这样的特点:对于一个既定序列,零件完成入排之后,以后的位置就不再发生变化。每个零件入排完成后,程序可以记住它所产生的各种像素( $Sa_i$ 、 $Sc_i$ 、 $So_i$ )的数目。这样,可以每一次评价时,就可只检测当前入排零件所在区域的像素变化,即只对入排零件以及它与它相交的零件进行重绘,而不必每次都扫描整个试排图像。统计入排零件引起的变化像素,并累加所有已排零件的 $Sa_i$ 、 $Sc_i$ 、 $So_i$ ,就可计算出评价所需的总的 $Sa$ 、 $Sc$ 、 $So$ ,然后就可计算出整体的评价值。这种局部重绘整体评价的方法将使评价速度得到大幅提高。

需要注意的问题是,如果当前入排零件和其他零件重叠,则重叠的零件也要参与重画,重叠的影响才能评价准确。而重叠不重叠,是在画完图像之后才能准确知道的,未画之前不知道。因此,可采取一个折中而简单的措施:外接矩形干涉的零件,就参与重画和评价,不干涉的则不参与。

不难得出局部重绘整体评价方法的复杂度为:

$$Complex_{PToW} = \frac{c_p}{n} Complex_{\text{Edge}} = O\left(\frac{c_p}{n} \sum_{i=1}^m cl\right)$$

(12)

式中, $c_p$ 为区域重叠影响系数,实验测算得 $1 < c_p < 2$ 。由式可知,零件数*n*越大,评价时间节约的效果就

越大,即在大规模排样下局部重绘评价方法将能使评价时间得到大幅度的节约。使用局部重绘整体评价的方法,对前述案例重新测试,结果见表 5。

表 5 局部重绘整体评价方法的时间

| Tab. 2 Time of partially-redraw-all-estimate method |               |      |                  |        |            |                 |
|-----------------------------------------------------|---------------|------|------------------|--------|------------|-----------------|
| 序号                                                  | 板材尺寸          | 零件数目 | 零件平均尺寸<br>(外接矩形) | 试排次数   | 总计<br>用时/s | 单次评价<br>平均用时/ms |
| 1                                                   | 200 × 150     | 4    | 96 × 67          | 10 000 | 1.7        | 0.17            |
| 2                                                   | 200 × 150     | 40   | 96 × 67          | 10 000 | 2          | 0.2             |
| 3                                                   | 2 000 × 1 500 | 4    | 960 × 670        | 10 000 | 16         | 1.6             |
| 4                                                   | 2 000 × 1 500 | 40   | 960 × 670        | 10 000 | 30         | 3               |

5 应用实例

以上的评价方法可以灵活应用到不同策略的排样程序中。图 7~9 是使用不同排样策略编制的程序得到的排样结果。

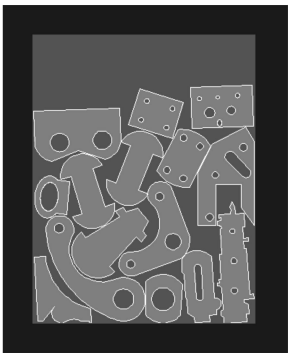


图 7 Jia 排样效果  
Fig. 7 Layout of Jia

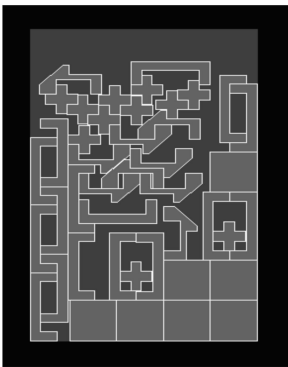


图 8 Shape0 排样效果  
Fig. 8 Layout of Shape0

其中机械零件案例 Jia 使用这样的排样策略:模拟沙砾碎石放入玻璃瓶中,不断摇晃玻璃瓶,开始快并越来越慢,最后得到紧密排布。使用模拟退火算法实现该策略。使用基于边的动态尺度评价方法。退火温度从 5 000 ℃ 开始。开始时评价尺度为第 1 级(按式(8)),温度下降至 500 ℃ 时评价尺度

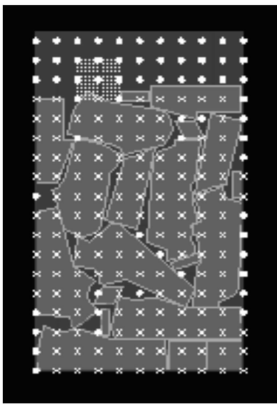


图 9 Mao 排样效果  
Fig. 9 Layout of Mao

变为第 2 级(按式(9)),温度再降至 50 ℃ 时变为第 3 级(按式(10))。利用这样的方法,得到排样的最高利用率为 66.50%,对应排样时间为 1 338 s,排样结果如图 7。多次排样的平均利用率(取 100 次测量,每次都是随机初始排布)为 63.31%,平均时间为 1 286 s。案例 Jia 也是文献[7]的案例,文献[7]中得出了材料利用率为 61.8% 的结果,得到利用率值(见图中)高于此值。

案例 Shape0 使用基于序列的策略和遗传算法。其中解码方法为:记录好所有已排零件的边(侧面已无空隙的剔除掉),按低端端点由低到高排列。这个边的数组称为轮廓边数组。零件入排时,在轮廓边数组中按顺序一条条取边作这样的尝试:对零件每一个顶点,在轮廓边空隙最大处接触,然后通过旋转和平移得到该零件顶点和轮廓边接触条件下的最大评价值方案。若此评价值大于 1(即可行解),则入排零件成功,准备入排下一零件。此案例中使用基于边和局部重绘整体评价方法。利用这样的方法,得到的最高利用率为 69.35%,对应的排样时间为 2 564 s。而平均利用率(100 次,随机初始排布)为 66.91%,平均排样时间为 2 068 s。此案例为 ES-ICUP(欧洲排样研究组织)的基准算例。文献[8]提到了该案例在现有论文中材料利用率的最高值是 68.4%。本文得到的利用率值超过了该值,时间与文献[8]提到的几种排样方法相比则处于中游水平。

案例 Mao 也使用基于序列的策略和遗传算法。但解码使用这样的方法:把入排零件的入排尝试位置限定在图 9 中的白色“·”点上。“·”点是有效排样点,“×”点是由于已在已排零件内部因而无效的排样点。零件入排时,由下至上、左至右寻找有效排样点,让零件的参考点放在此位置,并以不同的入

排角度尝试。若试遍角度都未发现可行解,则转下个排样点。若发现可行解,则该排样点左下、右下、左上、右上4个方向出现更细密的2级排样点(如图中上起第3行4列处);按同样方法查找2级排样点继续尝试;同理2级排样点找到可行解再出现更细密的3级排样点。直至使用3级排样点确定了入排件位置,则完成该零件入排,然后准备入排下一个零件。该案例使用了基于边的动态尺度并且局部重绘整体评价的方法。每次只对入排件(和干涉到的零件)重绘,而1级排样点时使用1级尺度评价,2级排样点使用2级尺度,3级排样点使用3级尺度。使用此方法,该算例得到的最高利用率为84.78%,对应的排样时间为642 s,平均利用率(100次,随机初始排布)为82.87%,平均时间为615 s。该案例也是ESICUP基准算例。文献[8]提到了该案例在现有论文中材料利用率最高值是85.15%,平均值为82.57%。得到的平均利用率比文献[8]的利用率平均值高。时间方面,对比文献[8]列出的4种排样方法,本文方法对Mao的时间处于上游,仅比最快的2DNest方法600 s稍慢一点。

## 6 结 论

针对2维不规则件排样中的零件重叠、出界和评价问题,提出一套基于图像的方法。其中基于面积和直方图的方法易于理解,但速度较慢。基于边的方法速度有很大提高,但仍未克服离散方法中固有的精度和时间的矛盾。在边方法的基础上,再以动态尺度评价和局部重绘整体评价的方法进行改进,最终能克服精度和时间的矛盾,并在大规模排样问题中大幅提高速度,从而使基于图像的方法能适合于工程应用。

### 参考文献:

- [1] Kantorovich L V. Mathematical methods of organizing and planning production[J]. Management Science, 1960(6): 363-422.
- [2] Jia Zhixin. State-of-the-art and future trends of cutting and

packing studies[J]. Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics[J]. 2004,16(7):890-897. [贾志欣. 排样问题的研究现状与趋势[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2004,16(7):890-897.]

- [3] Gomes A M, Oliveira J F. A 2-exchange heuristic for nesting problems[J]. European Journal of Operational Research, 2002,141(2):359-370.
- [4] Jia Zhixin, Yin Guofu, Luo Yang. Two-D imensional irregular parts packing with genetic algorithm[J]. European Journal of Operational Research, 2002,14(5):467-470. [贾志欣,殷国富,罗阳. 2维不规则零件排样问题的遗传算法求解[J]. 计算机辅助设计及图形学学报,2002,14(5):467-470.]
- [5] Chen Yong, Tang Min, Tong Ruofeng, et al. Packing of polygons using genetic simulated annealing algorithm[J]. European Journal of Operational Research, 2003,15(5):598-609. [陈勇,唐敏,童若锋,等. 基于遗传模拟退火算法的不规则多边形排样[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2003,15(5):598-609.]
- [6] Babu A R, Babu N R. Ageneric approach for nesting of 2-D parts in 2-D sheets using genetic and heuristic algorithms [J]. Computer-Aided Design, 2001,33:879-891.
- [7] Jia Zhixin, Yin Guofu, Luo Yang, et al. Research and development of optimal nesting system for irregular shapes[J]. Computer Engineering, 2002,28(12):218-220. [贾志欣,殷国富,罗阳,等. 异型件排样系统的研究与开发[J]. 计算机工程,2002,28(12):218-220.]
- [8] Leung S C H, Lin Yangbin, Zhang Defu. Extended local search algorithm based on nonlinear programming for two-dimensional irregular strip packing problem[J]. Computers & Operations Research, 2012,39(3):678-686.

(编辑 黄小川)