

文章编号:1009-3087(2013)06-0157-05

一种基于参考平面的直线距离测量方法

樊庆文¹,王骁鹏^{1*},王德麾¹,王之魁²

(1. 四川大学 空天科学与工程学院,四川 成都 610065;2. 四川大学 制造科学与工程学院,四川 成都 610065)

摘 要:根据射影几何中的灭点原理提出了一种基于参考平面的直线距离测量方法。在已知标定相机内部参数的前提下,利用放置在参考平面(如地平面)上,已知尺寸的平面矩形作为标定物,建立相机与参考平面间的空间关系。在相机位置和焦距不变的情况下,拍摄一张数字图像,可以利用基于参考平面的直线距离测量方法计算参考平面中任意两个特征点间的直线距离。提出的测量原理和方法具有定标物和测量步骤简单、测量精度高的特点,在工程测量领域具有广泛的应用价值。

关键词:数字图像;参考平面;定标物;灭点

中图分类号:X703

文献标志码:A

A Method for Linear Distance Measurement Based on Reference Plane

FAN Qing-wen¹, WANG Xiao-peng^{1*}, WANG De-hui¹, WANG Zhi-kui²

(1. School of Aeronautics Sci. and Eng., Sichuan Univ., Chengdu 610065, China;

2. School of Manufacturing Sci. and Eng., Sichuan Univ., Chengdu 610065, China)

Abstract: A method for linear distance measurement based on reference plane was proposed according to the vanishing point principle. The spatial relationship between camera and reference plane was established with the known dimension rectangular calibration objects on the premise of the known camera internal parameters. Keeping the camera position and focal length unchanged and shooting a digital image, the linear distance between two feature points in reference plane was calculated. This method has the characteristics of calibration and high precision.

Key words: digital image; reference plane; calibration objects; vanishing point

目前常用的测距方法主要有非接触测距和接触测距两大类,其中非接触测量方法具有测量速度快、无需与被测物接触的特点,在实际工作中得到越来越广泛的应用。常用的非接触式测距方法包括三坐标测量机测距、工具显微镜测距、激光测距、水准仪测距、经纬仪测距、卫星定位测距和基于数字图像的测距等。三坐标机测距和工具显微镜测距测量精度高,但测距范围有限;激光测距具有较高的测量精度,但由于该系统对微小时间间隔的测量存在局限性;水准仪和经纬仪测距测量成本低,但操作复杂、自动化程度低;卫星定位自动化程度高,但必须在被测物体上设置信号接收装置,且测量精度受到限制,在使用上受到较大的局限。近年来,随着计算机视

觉技术的发展,基于数字图像的测距原理和方法成为非接触式测距的研究热点。基于数字图像的测距首先要获得相机的内部参数,然后利用特定的定标物确定相机外部参数,建立相机与被测对象的空间关系,根据射影几何学的原理计算被测对象的尺寸^[1-2]。

根据灭点原理,利用已知尺寸的矩形平面,在无需标定相机外部参数的情况下,直接建立参考平面与相机之间的空间关系,进而计算参考平面上任何2个特征点间的直线距离^[3-5]。使用该方法测量直线距离具有定标物和测量步骤简单的特点,建立的数学模型为线性方程组,收敛性好,计算精度高,克服了现有测距方法的不足,在一定程度上可以替代现在的测量方法,可广泛应用于工程测量领域。

收稿日期:2013-07-17

基金项目:成都市科技计划资助项目(10GGYB484GX-23)

作者简介:樊庆文(1966—),男,研究员,研究方向:人机工程。

* 通讯联系人 E-mail:awangxp@163.com

1 基于参考平面的直线距离测量原理

图1所示,坐标系(o_c, x_c, y_c, z_c)为相机坐标系,

z_c 轴是光轴。空间坐标系 (o_w, x_w, y_w, z_w) 与相机坐标系重合。由于空间坐标系与相机坐标系重合, 相机的外部参数矩阵 $[R \ T]$ 是已知的, 其中, 旋转矩阵 R 和平移矩阵 T 分别为:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$T = [0 \ 0 \ 0]^T \quad (2)$$

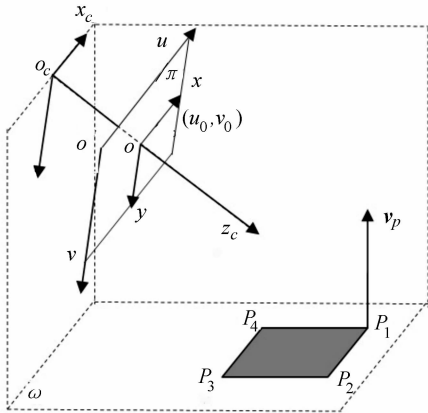


图 1 基于参考平面的测距原理图

Fig. 1 Schematic diagram of the distance measurement based on reference plane

π 是成像平面关于光心的对称平面 (简称图像平面), 光轴 z_c 与 π 平面的交点为 o , $o_c o = f$ (f 为相机焦距)。图像坐标系 (o, x, y) 的坐标原点位于图像中心, o 点在像素坐标系 (o_π, u, v) 的坐标值为 (u_0, v_0) 。像素坐标系与图像坐标系的关系为:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{dx} & 0 & u_0 \\ 0 & \frac{1}{dy} & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中, u_0, v_0 为相机的内部参数, dx, dy 为图像中单个像素在图像坐标系中 x, y 轴上对应的物理尺寸。相机确定后, u_0, v_0, dx 和 dy 都是固定值^[6]。

设 ω 为参考平面 (地平面), 已知尺寸的矩形 $P_1 P_2 P_3 P_4$ 位于参考平面上, 且在相机视野中。 v_p 为平面 ω 的法线向量。

设参考平面 ω 上的点 P 在相机坐标系 (空间坐标系) 中的坐标为 (x_c, y_c, z_c) , 在图像坐标系中的坐标为 $P'(x, y)$ 。两者仅在 z_c 轴上相差焦距 f , 其对应关系为:

$$z_c \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

由式 (3)、(4) 可推导出像素坐标系中的点 $P'(u, v)$ 和相机坐标系中的点 $P(x_c, y_c, z_c)$ 之间的关系, 如式 (5) 所示:

$$z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中, K 为相机内部参数矩阵, $K = \begin{bmatrix} a_x & 0 & u_0 \\ 0 & a_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,

$$a_x = \frac{f}{dx}, a_y = \frac{f}{dy}.$$

设矩形定标物 $P_1 P_2 P_3 P_4$ 在图像平面对应的像为 $P_1' P_2' P_3' P_4'$, 如图 2 所示。 $P_1' P_2'$ 和 $P_3' P_4'$ 的延长线相交于 P_5' , P_5' 是参考平面上矩形 2 个平行边 $P_1 P_2$ 和 $P_3 P_4$ 的灭点在图像平面上的像。根据灭点原理, 在线性相机模型中, 灭点和相机光心的连线与形成该灭点的空间平行线平行^[7], 即在相机坐标系中 $o_c P_5'$ 平行于 $P_1 P_2$ 。同理, $o_c P_6'$ 平行于 $P_1 P_4$ 。

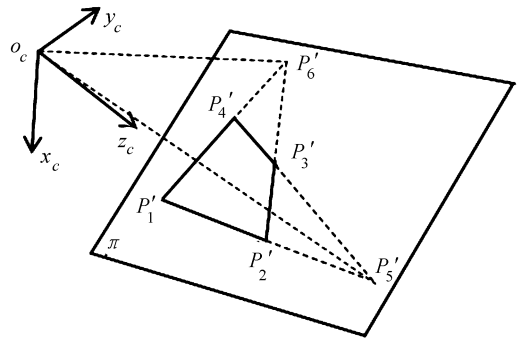


图 2 确定参考平面在相机坐标系中的平面方程

Fig. 2 Determine the equation of reference plane in the camera coordinate system

设 P_1', P_2', P_3' 和 P_4' 在像素坐标系的坐标分别为 (u_i, v_i) ($i = 1, 2, 3, 4$), 可以计算 2 个灭点 P_5' 和 P_6' 在像素坐标系中的坐标 (u_{v1}, v_{v1}) 和 (u_{v2}, v_{v2}) , 设灭点在相机坐标系内的坐标 (x_{vi}, y_{vi}, z_{vi}) ($i = 1, 2$), 利用式 (5) 可以计算出灭点在相机坐标系中的坐标值, 如 (6) 式所示:

$$\begin{bmatrix} x_{vi} \\ y_{vi} \\ z_{vi} \end{bmatrix} = z_{vi} K^{-1} \begin{bmatrix} u_{vi} \\ v_{vi} \\ 1 \end{bmatrix}, i = 1, 2 \quad (6)$$

利用灭点在相机坐标系中的坐标值, 通过归一化处理, 可以计算出 2 个灭点对应的 $o_c P_5'$ 和 $o_c P_6'$ 在相机坐标系中的单位方向向量 $V_i = [v_{xi} \ v_{yi} \ v_{zi}]$ ($i = 1, 2$)。由于相机坐标系中 $o_c P_5'$

平行于 P_1P_2 , o_cP_6' 平行于 P_1P_4 , 所以上述 2 个方向向量也是矩形的 2 个相邻边在相机坐标系中的方向向量, 据此可以计算参考平面在相机坐标系中的单位法线向量 $\mathbf{v}_p$, 如式(7) 所示。需要说明的是, 在归一化过程中相机的焦距 f 可以约掉, 不需要求出具体的值。

$$\mathbf{v}_p = \mathbf{V}_1 \times \mathbf{V}_2 \quad (7)$$

设矩形定标物 $P_1P_2P_3P_4$ 的长和宽分别为 L 和 H , 可以利用点 P_1 在相机坐标系中的坐标 (x_1, y_1, z_1) 表示矩形其余 3 个顶点的坐标值 (x_i, y_i, z_i) ($i = 2, 3, 4$), 如式(8) ~ (10) 所示:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} + H \begin{bmatrix} v_{x2} \\ v_{y2} \\ v_{z2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} + H \begin{bmatrix} v_{x2} \\ v_{y2} \\ v_{z2} \end{bmatrix} + L \begin{bmatrix} v_{x1} \\ v_{y1} \\ v_{z1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} + L \begin{bmatrix} v_{x1} \\ v_{y1} \\ v_{z1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

将点 P_1, P_2, P_3 和 P_4 的坐标值带入式(5) 可得矩形的 4 个顶点在相机坐标系和像素坐标系之间的关系, 如式(11) 所示:

$$z_i \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (11)$$

式(11) 可以表达为包含 x_1, y_1, z_1 3 个未知数的 8 个方程组成的方程组。用最小二乘法原理即可精确求解出 P_1 点在相机坐标系中的坐标值 (x_1, y_1, z_1) , 进而可以得出 P_2, P_3 和 P_4 点在相机坐标系的坐标。

上面已经计算出参考平面上其中一点 P_1 在相机坐标系中的坐标, 以及参考平面在相机坐标系中的单位法线向量。因此, 可以确定参考平面在相机坐标系中的平面方程, 如式(12) 所示:

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (12)$$

其中, $[A \ B \ C \ D]$ 为平面方程的特征系数。

图 3 中, 设 P_{i1}, P_{i2} 为参考平面 ω 上任意两点, 在相机坐标系中的坐标值为 (x_{pi}, y_{pi}, z_{pi}) ($i = 1, 2$), P_{i1}, P_{i2} 在图像平面中的像分别为 $P_{i1}', P_{i2}', P_{i1}', P_{i2}'$ 在像素坐标系中的坐标为 (u_{pi}, v_{pi}) ($i = 1, 2$)。将式(6) 整理为式(13), 式(13) 即为直线 o_cP_{ii} ($i = 1, 2$) 在相机坐标系中的直线方程(即相机坐标系中点

P_{i1}, P_{i2} 对应的极线方程)^[4]:

$$\begin{cases} \frac{x_{pi}}{z_{pi}} = \frac{u_{pi} - u_0}{ax} \\ \frac{y_{pi}}{z_{pi}} = \frac{v_{pi} - v_0}{ay} \end{cases} \quad (13)$$

式中, $i = 1, 2$ 。

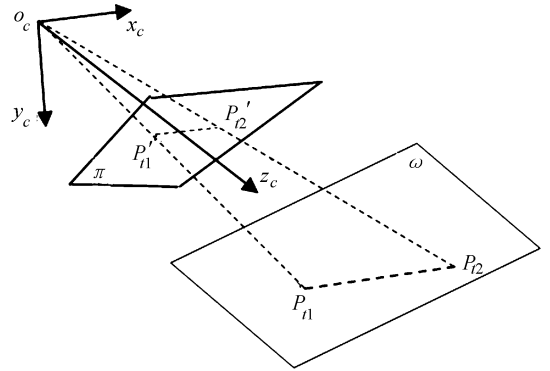


图 3 计算参考平面上两点间的直线距离

Fig. 3 Calculate straight-line distance between the two points on the reference plane

将 o_cP_{ii} ($i = 1, 2$) 的直线方程式(13) 与参考平面的平面方程式(12) 联立求解, 可以计算出参考平面上 P_{ii} ($i = 1, 2$) 点在相机坐标系中的坐标值 (x_{pi}, y_{pi}, z_{pi}) ($i = 1, 2$)。进而计算出参考平面上点 P_{i1}, P_{i2} 间的距离, 如式(14) 所示:

$$|P_{i1}P_{i2}| = \sqrt{(x_{p2} - x_{p1})^2 + (y_{p2} - y_{p1})^2 + (z_{p2} - z_{p1})^2} \quad (14)$$

2 基于参考平面的直线距离测量的实验验证

实验用相机的型号为 Canon IXUS500, 试验时选取相机的图像分辨率为 $4\ 000 \times 3\ 000$, 其内部参数 $\mathbf{K}$ 为:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 3\ 168.79 & 0 & 2\ 052.81 \\ 0 & 3\ 181.46 & 1\ 541.47 \\ 0 & 0 & 1.00 \end{bmatrix}。$$

将矩形定标物(长宽尺寸分别为 $L = 2\ 000.0$ mm, $H = 1\ 000.0$ mm)布置在相机视野范围内的平面(参考平面)内, 调整相机焦距获得定标物的数字图像, 如图 4 所示。首先利用数字图像处理方法提取矩形平面, 并将矩形平面图像转换为二值图像(如图 5 所示)^[8]。利用 hough 变换原理计算矩形边界在图像坐标系中的直线方程(如图 6 所示)。进而可以计算出矩形的 4 个顶点的像在像素坐标系中的坐标值: $P_1' = (774.3, 1\ 286.8)$, $P_2' = (1\ 608.3, 1\ 397.6)$, $P_3' = (2\ 624.7, 2\ 567.7)$, $P_4' = (1\ 439.2, 2\ 713.0)$ 。同时可以计算出灭点 P_5', P_6' 在像素坐标系中的

坐标值 $(u_{v1}, v_{v1}) = (6\ 676.9, 2\ 071.0)$, $(u_{i2}, v_{i2}) = (-80.321\ 3, -546.402\ 1)$, 如图 7 所示。



图 4 利用矩形定标物建立相机与参考平面的空间关系

Fig. 4 Establish the spatial relationship between camera and reference plane by using a rectangular calibrator



图 5 矩形面的二值图像

Fig. 5 Binary image of the rectangular plane

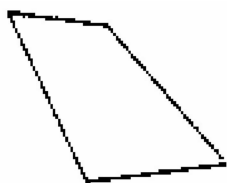


图 6 利用 Hough 变换提取矩形边界

Fig. 6 Extract the rectangular boundary by Hough transforms

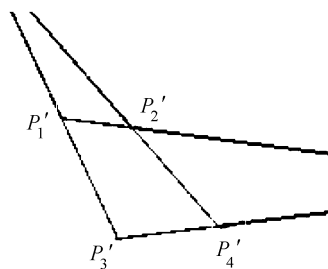


图 7 计算灭点坐标

Fig. 7 Calculate the vanishing point coordinates

然后通过式(6)、(7)可以计算出参考平面在相机坐标系中的单位法线向量 $\mathbf{v}_p = (0.337\ 3, -0.874\ 4, -0.346\ 7)$ 。

利用 P_1 点在相机坐标系中的坐标和参考平面在相机坐标系中的单位法线向量可以计算出参考平面在相机坐标系内的平面方程:

$$0.337\ 3x - 0.874\ 4y - 0.346\ 7z + 1\ 389.1 = 0.$$

保持相机的位置,焦距不变,在相机的视角范围

内随意地摆放被测对象目标物 1 和目标物 2,如图 8 所示。测量被测对象特征点间的距离。被测对象目标物 1 的特征点 P_{i1} 、 P_{i2} 在图像中对应的像为 P_{i1}' 、 P_{i2}' 。 P_{i1}' 、 P_{i2}' 在像素坐标系中的坐标值为 $(1\ 169.8, 2\ 335.2)$ 和 $(1\ 598.4, 2\ 390.7)$ 。利用式(13)可以求出直线 $o_c P_{ii}$ ($i = 1, 2$) 在相机坐标系中的直线方程分别为:

$$\begin{cases} x_{p1} = -0.278\ 7z_{p1}, \\ y_{p1} = 0.249\ 5z_{p1}; \\ x_{p2} = -0.143\ 4z_{p2}, \\ y_{p2} = 0.266\ 9z_{p2}. \end{cases}$$

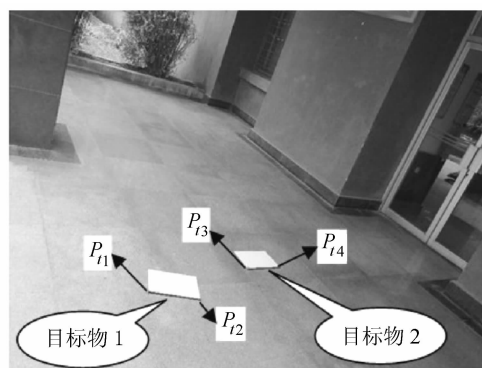


图 8 测量参考平面上的直线距离

Fig. 8 Measure the straight-line distance on the reference plane

将直线方程分别和平面方程联立求解,可以计算特征点 P_{i1} 和 P_{i2} 在相机坐标系中的坐标值分别为 $(-587.477\ 1, 525.950\ 8, 2\ 108.3)$ 和 $(-316.943\ 2, 589.945\ 9, 2\ 210.1)$,利用式(14)可以计算出参考平面上 P_{i1} 、 P_{i2} 间的距离为 $296.060\ 6\ \text{mm}$ 。被测对象的理论距离为 $297.1\ \text{mm}$,相对测量误差为 0.35% 。同理,可以计算出被测对象目标物 2 中特征点 P_{i3} 、 P_{i4} 间的距离为 $296.528\ 9\ \text{mm}$ 。被测对象的理论距离为 $297.1\ \text{mm}$,相对测量误差为 0.19% 。用同样的方法可以计算相机视野中任何两点间的直线距离。经多次反复试验验证,在试验采用的硬件条件下,相对测量误差可控制在 0.4% 以内。

3 结 论

在已知相机内部参数的前提下,首先利用已知尺寸的矩形定标物的像计算出矩形两组平行边对应的 2 个灭点,根据射影几何学原理,通过归一化处理,计算参考平面(地平面)在相机坐标系中的法向量 $\mathbf{v}_p = \mathbf{V}_1 \times \mathbf{V}_2$;然后计算矩形的 4 个顶点在相机坐标系中的坐标,根据参考平面上点的坐标和法线向量可以确定参考平面在相机坐标系中的平面方程

$Ax + By + Cz + D = 0$ 。通过求解极线与参考平面的交点,得到特征点(被测点)在相机坐标系中的坐标,进而计算参考平面上两点之间的直线距离。通过实验验证,该方法的测量精度可以达到0.4%,满足工程测量的精度要求。该方法测量步骤简单,数学模型为线性模型,计算精度高,不需要标定相机的外部参数,也不需要计算相机的焦距,仅需对被测对象一次拍照就可以计算参考平面上2个特征点间的直线距离,可以广泛地应用于工程测量领域。

参考文献:

- [1] Hartley R. Self-calibration of station cameras[J]. International Journal of Computer Vision, 1996, 22(1): 5-23.
- [2] Zhang Zhengyou. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [3] 马颂德, 张正友. 计算机视觉——计算理论与算法基础[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [4] Fan Qingwen. The research of the dimension survey theory based on digital image[D]. Chengdu: Sichuan University, 2008. [樊庆文. 基于数字图像的空间大尺寸测量原理和

方法研究[D]. 成都: 四川大学, 2008.]

- [5] Fan Qingwen, Wang Dehui, Yuan Zhongfan. New way of distance measuring based on digital image[J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2010, 42(3): 228-232. [樊庆文, 王德麾, 袁中凡. 一种基于数字图像的空间测距方法[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2010, 42(3): 228-232.]
- [6] Delphenich D H. Projective geometry and special relativity[M]. Weinheim, Germany: Wiley-VCH Verlag, 2006: 216-246.
- [7] Tsai R Y. An efficient and accurate camera calibration technique for 3D machinevision[C]//Proceedings of IEEE Conference of Computer Vision and Pattern Recognition. 1986: 364-374.
- [8] Nixon M. Feature extraction & image processing for computer vision[M]. New York: Academic Press, 2012: 355-380.

(编辑 黄小川)

(上接第152页)

- [7] Yokoyama T, Kishida K. A novel impact three-point bend test method for determining dynamic fracture-initiation toughness[J]. Experimental Mechanics, 1989, 29(2): 188-194.
- [8] Chen Huayan, Zeng Xiangguo, Qian Xiaojun, et al. Numerical study in the effect of the incident bar shape in Hopkinson pressure bar on dynamic fracture parameters[J]. Journal of Mechanical Strength, 2011, 33(1): 120-125. [陈华燕, 曾祥国, 钱晓军, 等. Hopkinson 压杆入射杆形状对动态断裂参量影响的数值方法研究[J]. 机械强度, 2011, 33(1): 120-125.]
- [9] Yokoyama T. Determination of dynamic fracture-initiation toughness using a novel impact bend test procedure[J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 1993, 115(4): 389.
- [10] Rubio L, Fernández-Sáez J, Navarro C. Determination of dy-

namc fracture-initiation toughness using three-point bending tests in a modified Hopkinson pressure bar[J]. Experimental Mechanics, 2003, 43(4): 379-386.

- [11] Jiang F, Rohatgi A, Vecchio K S, et al. Analysis of the dynamic responses for a pre-cracked three-point bend specimen[J]. International Journal of Fracture, 2004, 127(2): 147-165.
- [12] Liu Ruitang, Guo Chunhuan, Wang Yongdong, et al. Discussion on contact situation of specimen with supports in Hopkinson bar three-point bending test[J]. Journal of Mechanical Strength, 2009, 31(2): 215-220. [刘瑞堂, 果春焕, 王永东, 等. Hopkinson 杆三点弯曲试验中试样与支座接触状态分析[J]. 机械强度, 2009, 31(2): 215-220.]

(编辑 黄小川)