

引用格式: 王少博, 张英俊, 胡鑫. 考虑船位预测不确定性的船舶碰撞危险度计算方法 [J]. 中国舰船研究, 2021, 16(1): 114–120.
WANG S B, ZHANG Y J, HU X. Ship collision risk calculation method considering uncertainty of ship position prediction[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2021, 16(1): 114–120.

考虑船位预测不确定性的船舶碰撞危险度计算方法



王少博, 张英俊*, 胡鑫
大连海事大学 航海学院, 辽宁 大连 116026

摘 要: [目的] 船舶碰撞是威胁智能船舶航行安全的主要因素。船舶碰撞危险度计算模型应及时发现船舶航行中潜在的碰撞风险, 为智能船舶的自主避让决策提供依据。[方法] 首先, 根据船舶领域侵入程度与侵入时间等参数, 分析基于领域的碰撞危险参数计算模型, 将航行场景划分为单船会遇局面和本船与船舶群组的会遇局面, 给出一种新的多船会遇情况下的碰撞危险参数计算模型; 其次, 基于维纳过程对船位预测不确定性进行建模, 根据卡方分布获取船位预测不确定性椭圆; 最后, 给出考虑船位预测不确定性的碰撞危险参数计算方法。[结果] 该计算模型能够考虑船位预测不确定性对船舶碰撞危险的影响。[结论] 可以进一步保障智能船舶的海上航行安全。
关键词: 智能船舶; 碰撞危险; 不确定性; 维纳过程
中图分类号: U676.1 **文献标志码:** A **DOI:** 10.19693/j.issn.1673-3185.01914

Ship collision risk calculation method considering uncertainty of ship position prediction

WANG Shaobo, ZHANG Yingjun*, HU Xin
Navigation College, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China

Abstract: [Objectives] Ship collision is one of the main factors threatening the navigation safety of intelligent ships. A calculation model of ship collision risk should identify potential collision risks in time and provide the basic information for the intelligent ship's autonomous collision avoidance decision-making. [Methods] This paper first analyzes the domain-based collision risk parameter calculation model according to the degree of domain violation and other parameters. The navigation scene is divided into a single-ship encounter situation and an encounter between a ship and target ship group, and a new collision risk parameter calculation model for multi-ship encounters is given. Second, based on the Wiener process, the uncertainty of ship position prediction is modeled and obtained according to the Chi-squared distribution. Finally, a calculation method for collision risk parameters which considers the uncertainty of ship position prediction is given. [Results] On this basis, the influence of ship position prediction uncertainty on ship collision risk is considered. [Conclusions] This method can further guarantee the safety of intelligent ships at sea.
Key words: intelligent ships; collision risk; uncertainty; Wiener process

0 引 言

船舶在海上航行过程中, 首先需要收集当前所处的航行场景信息; 然后判断本船与他船之间是否存在碰撞危险, 如果存在, 则分析两船间的会遇智能船舶的核心功能之一是自主航行能力。

收稿日期: 2020-03-31 修回日期: 2020-12-27 网络首发时间: 2021-02-05 13:52
基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2018YFB1601502); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目项目(3132019313)
作者简介: 王少博, 男, 1994 年生, 博士生。研究方向: 海上智能运输系统。E-mail: wangshaobo1@163.com
张英俊, 男, 1965 年生, 博士, 教授。研究方向: 海上智能运输系统。E-mail: zhangyj@dlmu.edu.cn
胡鑫, 男, 1995 年生, 硕士生。研究方向: 海上智能运输系统。E-mail: cq_huxin@163.com
*通信作者: 张英俊

态势并制定避让决策^[1-2]。由此可见,船舶碰撞危险度的计算占有重要地位,它作为中间环节,直接决定了两船间由自由航行局面转变为会遇局面的时机。传统航海中,一般采用自动雷达标绘仪(automatic radar plotting aid, ARPA)实现对碰撞危险的预警,即通过设定最近会遇时间(time to the closest point of approach, TCPA)与最近会遇距离(distance of the closest point of approach, DCPA)的安全阈值来实现对潜在碰撞危险的探测。但是,阈值的设定并没有统一标准,如果设定值过大,则会造成频繁的碰撞预警;如果设定值过小,则会影响船舶航行安全^[3]。

多年来,国内外学者对船舶碰撞危险度计算模型进行了许多研究,根据研究思路的不同,大致分为2类:一是指标因素法,二是船舶领域法。指标因素法就是采用多种典型的航海指标对船舶潜在的碰撞危险进行评判。Hilgert等^[4]基于两船间的最近会遇距离将两船之间的碰撞危险划分为4个等级;吴兆麟等^[5]和郑中义等^[6]提出了时间与空间船舶碰撞危险度计算模型;严庆新^[7]应用模糊数学综合评判理论,把目标船的距离、相对方位、最近会遇距离、至最近点的时间、船速比、碰角等6个基本参数作为碰撞危险度的判断参数;刘茹茹等^[8]在DCPA和TCPA的基础上加入了船舶安全距离圈和最晚施舵时间等主观因素;Bukhari等^[9]为了减轻船舶交通管理(VTS)值班员的工作负担,提出了一种综合考虑罗经方位变化、DCPA和TCPA的船舶碰撞危险度计算模型;文元桥等^[10]选取船舶会遇方式、风速和能见度作为控制变量,运用序次Probit模型拟合出航道船舶碰撞危险度的状态方程;汤国瑞等^[11]针对复杂水域船舶碰撞风险较高的问题,分别选取航速、航向、距离、能见度、风、浪、流等要素,设计了碰撞危险度的计算方法。而在船舶领域法方面,Fujii等^[12]首先提出了船舶领域的定义,它指的是绝大多数后继船舶驾驶员避免进入前一艘在航船舶周围的领域;Goodwin^[13]和Coldwell^[14]分别根据来船方位和会遇局面构造了不同的船舶领域模型;Szlapczynski等^[15]在船舶领域的基础上提出了计算碰撞危险的2个参数,即领域侵入程度(degree of domain violation, DDV)和领域侵入前剩余时间(time to domain violation, TDV);Im等^[16]提出了基于领域的潜在风险等级划分模型;周丹等^[17]使用主成分回归算法和粗糙集算法分析了影响船舶领域因素的重要性。

通过对上述船舶碰撞危险度研究现状的分析发现,指标因素法使用的多种指标会共同影响船

舶碰撞危险计算的结果,各指标权重的确定受人为主观因素影响较大,计算过程不如船舶领域法直观;而在船舶领域,大部分研究仍集中在如何进一步完善船舶领域模型,对船舶领域在计算碰撞危险度中的具体应用描述较少。考虑到智能船舶在海上航行过程中需要更加可靠且稳定的碰撞危险度计算模型,因此,本文将基于Szlapczynski等^[15]提出的DDV和TDV的概念,分析基于船舶领域的碰撞危险参数计算方法,对船位预测不确定性进行建模,提出考虑船位预测不确定性的碰撞危险度计算模型。

1 基于船舶领域的碰撞危险参数计算模型

1.1 参数定义

学者们构造了多种形状的船舶领域,其中大部分为多边形和椭圆形的船舶领域^[18]。本文采用藤井模型^[12],即以本船位置为中心的椭圆形领域,其中椭圆的长半轴 a 等于4倍船长,短半轴 b 等于1.6倍船长,如图1所示。

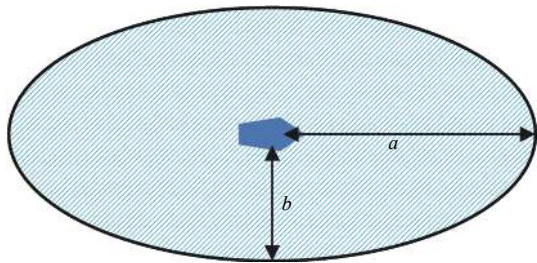


图1 椭圆船舶领域

Fig. 1 Elliptical ship domain

根据Szlapczynski等^[15]提出的DDV和TDV概念,TDV被定义为本船侵入他船领域之前剩余的时间,如果TDV有合理值,则表示DDV存在。本文用 K 表示DDV,用 T 表示TDV。当本船侵入他船领域之后,原椭圆领域长短轴乘以缩放因子 r ,使得缩小后的领域边界刚好经过本船,在本船侵入到离开他船领域期间,取最小缩放因子 $r_{\min}$,则 K 可以表示为

$$K = 1 - r_{\min} \quad (1)$$

定义 R 为离开目标船领域的时间,则领域侵入时间 δ 为

$$\delta = R - T \quad (2)$$

以上参数的定义如图2所示。图中,OS为本船,TS为他船,两船处于对遇状态,OS从 t_0 时刻起沿相对运动速度矢量方向运动,在 t_1 时刻到达TS椭圆领域的边界,并在 t_2 时刻达到椭圆的最小

缩放因子 $r_{\min}$, 在 t_3 时刻离开椭圆领域, 其中 t_0 到 t_1 时间为 T , t_0 到 t_3 时间为 R , t_1 到 t_3 为领域侵入时间 δ 。

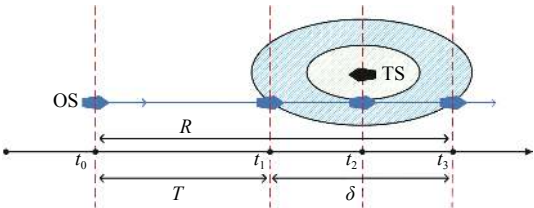


图 2 参数示意图
Fig. 2 Schematic diagram of parameters

根据以上参数的定义, 可以得到参数变化对碰撞危险的影响(表 1)。

表 1 参数变化影响
Table 1 Influence of parameters variation

参数	变化	碰撞危险变化
K	增大	增大
T	减小	增大
δ	增大	增大

1.2 场景分割模型

以上 3 个参数的计算都是面向单船领域, 考虑船舶在海上航行的真实场景: 在开阔水域, 船舶分布比较分散, 一般只考虑本船与他船两船之间的碰撞危险; 而在狭窄水域或繁忙水域, 经常会出现部分船舶分布较为密集的情况。由于这些船舶距离较近, 互相之间存在一定的干扰。因此, 本文尝试将分布密集的船舶作为一个船舶群组, 从整体角度考虑本船相对于此船舶群组的碰撞危险。

根据当前海面所有他船的位置关系, 首先采用层次聚类法^[19]对船舶进行聚类。根据层次聚类法的基本原理, 通过设定距离阈值, 可以得到当前场景下的船舶层次聚类结果如图 3(a) 所示, 聚类过程如图 3(b) 所示, 其中蓝色表示本船, 黑色表示他船。

根据层次聚类法的聚类结果, 按照船舶之间的距离, 将当前海面场景下的他船分割为单船和多船组合。其中, 对于多船组合, 由于组合内不同船舶的航向与航速不同, 可能会导致当前时刻的多船组合在下一时刻会解散为多个单船, 因此对于按照船间距离聚类得到的多船组合, 还需要判断船群内航向与航速的极差是否满足要求。设 U_s 是一个多船组合, 本文通过设置虚拟船的方式来构造其组合船舶领域。设 U_s 中每一艘船舶的位置坐标为 $X_i(x_i, y_i)$, U_s 中共有 n 艘他船, 则领域组合后的虚拟船中心 $O(O_x, O_y)$ 的坐标公式为式 (3),

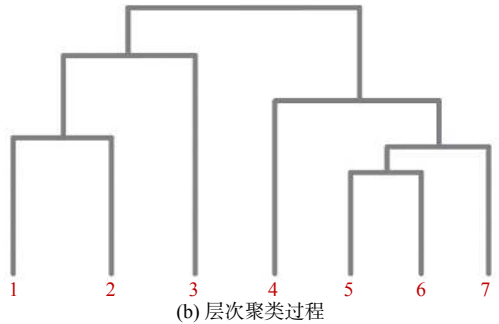
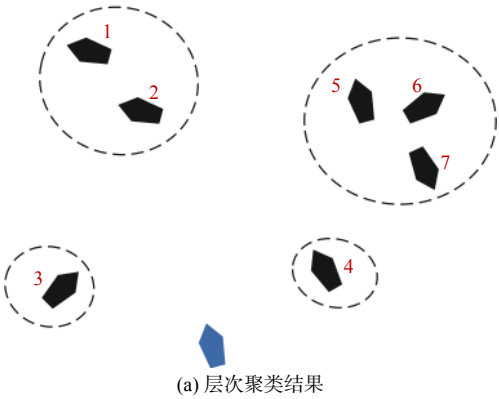


图 3 层次聚类结果图
Fig. 3 Hierarchical clustering results

虚拟船的航向为船舶组合 U_s 中所有船舶的速度矢量和方向。

$$O_x = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, O_y = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \tag{3}$$

得到虚拟船中心坐标之后, 获取 U_s 中所有船舶领域组合构成的最大横向长度 L_{lat} 和最大纵向长度 L_{long} , 并以此构造外围矩形, 则此矩形的内切椭圆存在且唯一, 之后构造与此内切椭圆具有相同离心率的矩形外接椭圆 E , 则此外接椭圆的方程存在且唯一, 表达式为

$$\frac{x^2}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}L_{lat}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}L_{long}\right)^2} = 1 \tag{4}$$

该椭圆即为以虚拟船中心 $O(O_x, O_y)$ 构建的新椭圆领域。新椭圆领域的构建过程如图 4 所示。图 4 中 3 艘船舶构成一个船舶群组, 每一艘船的领域范围用黄色椭圆表示, 虚拟船位置用红色十字星表示, 航向用红色箭头表示, 根据式 (4) 可得组合后的新椭圆领域为图中右侧的黑色实线椭圆。

至此, 将本船当前航行场景分成了本船与他船之间的单船会遇局面以及本船与他船群组的会遇局面。无论哪一种情况, 每一艘船舶或者每一船舶群组都会有围绕自己的领域。假定所有船舶均保向保速航行, 如果以未来是否侵入对方领域

作为判断碰撞危险出现的指标,则可分为 4 种场景^[18],如图 5 所示,其中蓝色表示本船,黑色代表目标船或目标船群组。

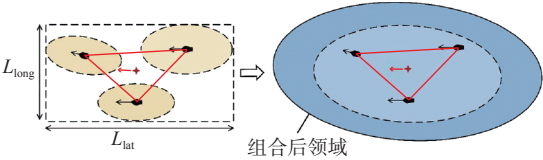


图 4 新组合领域构建过程
Fig. 4 Construction process of new ship domain

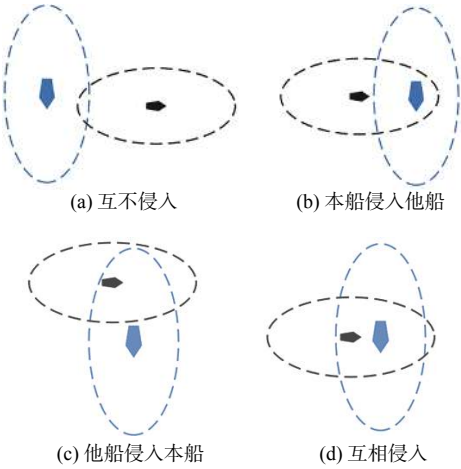


图 5 领域侵入的 4 种场景
Fig. 5 Four scenarios of ship domain invasion

4 种场景分别描述如下:

- 1) 本船与他船均未侵入对方领域;
- 2) 本船侵入他船领域,他船未侵入本船领域;
- 3) 他船侵入本船领域,本船未侵入他船领域;
- 4) 本船与他船互相侵入对方领域。

设定当本船侵入他船领域时的各参数用下标 α 表示,当他船侵入本船领域时的各参数用下标 β 表示,可以分别得到 4 种场景下他船相对于本船的碰撞风险参数表达式。对于场景 1),由于双方均未侵入对方领域,因此 $K_1=0$, T_1 没有合理值, $\delta_1=0$; 对于场景 2),可以按照参数定义得到 $K_2=K_\alpha$, $T_2=T_\alpha$, $\delta_2=\delta_\alpha$; 对于场景 3),尽管本船并未侵入他船领域,但是对于他船而言,认为与本船之间存在碰撞危险,设定本船椭圆领域的长轴为 l_{OS} ,他船或他船群组的椭圆领域长轴为 l_{TS} ,各参数定义如下:

$$\begin{cases} K_3 = \frac{l_{TS}}{l_{OS}} \times K_\beta, & l_{OS} \geq l_{TS} \\ K_3 = \frac{l_{OS}}{l_{TS}} \times K_\beta, & l_{OS} < l_{TS} \\ T_3 = T_\beta \\ \delta_3 = \delta_\beta \end{cases} \quad (5)$$

对于情形 4),本船与他船互相侵入对方领域,各参数表达式为:

$$\begin{cases} K_4 = K_\alpha + \frac{K_\alpha - K_\beta}{K_\alpha + K_\beta} \times K_\beta, & K_\alpha \geq K_\beta \\ K_4 = K_\beta + \frac{K_\beta - K_\alpha}{K_\alpha + K_\beta} \times K_\alpha, & K_\alpha < K_\beta \\ T_4 = \min(T_\alpha, T_\beta) \\ \delta_4 = \max(\delta_\alpha, \delta_\beta) \end{cases} \quad (6)$$

2 船位预测不确定性模型

上文中给出的描述船舶碰撞危险的 3 个参数 K, T 和 δ 都是基于本船和他船当前的运动参数计算得到,它们均假定当前海上场景下的所有目标在未来一段时间内的运动状态保持不变。但在实际航行中,尽管本船与他船保向、保速航行,但由于受到海上若干不确定性因素的影响,比如海面气象水文条件、船舶的操纵性能等,实际船位并非完全等于预测船位,总是存在一定的偏差。因此,定义初始船位为 $X_0(x_0, y_0)$,理论预测船位为 $X_t(x_t, y_t)$,实际船位为 $X_r(x_r, y_r)$,则位置偏差为

$$\Delta D = X_r - X_t \quad (7)$$

如图 6 所示,将实际的船位偏差量沿船舶椭圆领域的横纵向进行分解,偏差量的最终结果,可以看作船舶在航行过程中,沿椭圆领域横纵向航行时,速度矢量随时间累积的误差值。

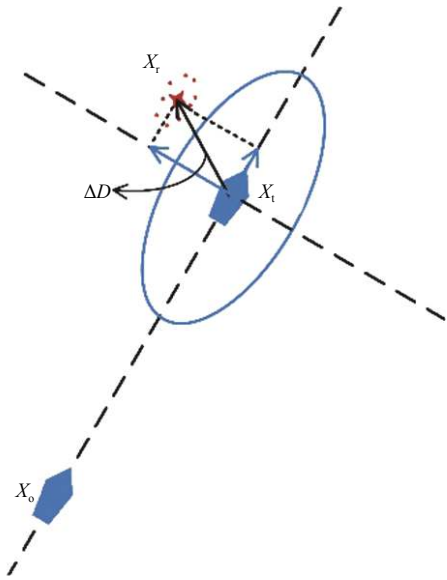


图 6 船位预测偏差
Fig. 6 Deviation of ship position prediction

由此,分析得到关于实际船位偏移量 ΔD 的 2 点性质:

- 1) 船位偏移量的大小与船舶沿椭圆领域长短轴向的速度分量直接相关;
- 2) 船位偏移量的大小与累积时间成正比,偏移增量仅与某一时间段的区间长度有关,而与初始时刻无关。

考虑到上述船位偏移量的 2 点性质,用随机过程中经典的维纳过程^[20]来对船位预测的不确定性进行近似建模。维纳过程 $\{W(j), j \geq 0\}$ 属于典型的独立增量过程,对于 $\forall j > s \geq 0$,有增量:

$$\begin{aligned} W(j)-W(s) &\sim N(0, \boldsymbol{M}) \\ W(0) &= 0 \end{aligned} \tag{8}$$

式中: j 和 s 代表 2 个不同时间点; $\boldsymbol{M}$ 为船位误差的协方差矩阵。维纳过程是一个马尔科夫过程,对未来船位的预测所需的信息就是该过程当前的数据值。维纳过程在任何有限时间上的变化服从正态分布。其中 $N(0, \boldsymbol{M})$ 是由椭圆长短轴 2 个方向组成的二维正态分布,其均值和协方差矩阵分别为:

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1=0 \\ \mu_2=0 \end{bmatrix}^T, \boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \tag{9}$$

式中, (μ_1, σ_1) 和 (μ_2, σ_2) 分别为沿椭圆长、短轴方向的船位偏移量的均值和标准差。 $k[x,y]$ 表示沿椭圆长、短轴方向船位偏移量组成的二维随机变量。由此,可以得到维纳过程遵循的二维正态分布概率密度函数:

$$f(k, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{M}) = \frac{1}{(2\pi)|\boldsymbol{M}|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2}(k-\boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{M}^{-1}(k-\boldsymbol{\mu})\right) \tag{10}$$

该函数图像示意图如图 7(a) 所示,将图像投影到 XOY 平面上可以得到一个概率椭圆,如图 7(b) 所示。其中,椭圆的中心坐标为 (μ_1, μ_2) ,椭圆方程可表示为:

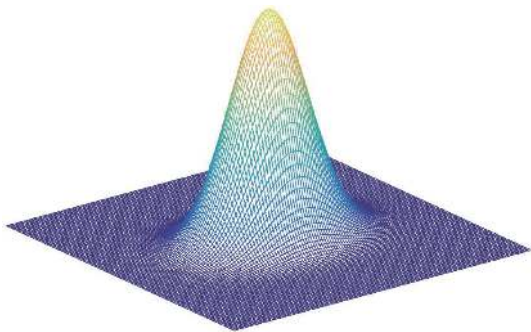
$$\frac{x^2}{\sigma_1^2} + \frac{y^2}{\sigma_2^2} = \varepsilon \tag{11}$$

式中, ε 为概率椭圆的规模, ε 的选择代表所选取的置信水平。由于船位偏移量在椭圆领域长、短轴方向上的分布均为零均值的正态分布,且互相关系数为零,因此式 (11) 等号左侧实际上代表了 2 个独立正态分布的随机变量的平方和,其分布规律服从卡方分布 (Chi-Square)^[21]。根据二自由度卡方分布数据表,选取 6 个置信等级,可以得到置信度与椭圆长短轴长度的对应关系(表 2)。

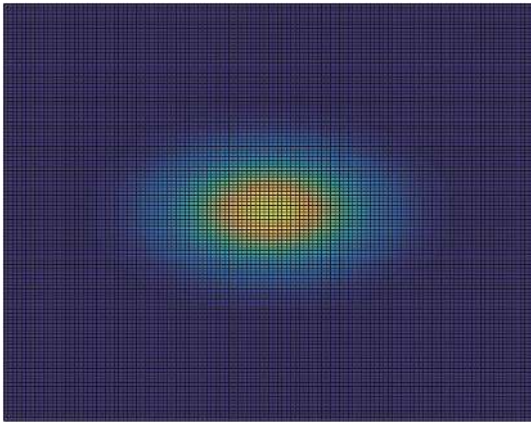
将椭圆船舶领域与表示船位预测不确定性的置信椭圆进行叠加,即将原椭圆领域的长短半轴分别与置信椭圆的长短半轴相加,可以得到融合船位不确定性置信度的新椭圆领域。如图 8 所示,其中 l 表示船长。

3 考虑船位预测不确定性的碰撞危险参数计算方法

船位预测不确定性椭圆的大小与预测时长成正比,令 $\sigma_1(t)$ 与 $\sigma_2(t)$ 分别为沿椭圆领域长、短轴



(a) 二维正态分布函数图像示意图



(b) XOY 平面投影示意图

图 7 概率密度函数图

Fig. 7 Image of the probability density function

表 2 置信度与椭圆长短轴的对应关系表

Table 2 Table of correspondence between confidence level and ellipse's major-minor axis

置信系数 $\gamma/\%$	ε	长半轴	短半轴
99	9.21	$3.03\sigma_1$	$3.03\sigma_2$
90	4.60	$2.14\sigma_1$	$2.14\sigma_2$
70	2.41	$1.55\sigma_1$	$1.55\sigma_2$
50	1.39	$1.18\sigma_1$	$1.18\sigma_2$
30	0.71	$0.84\sigma_1$	$0.84\sigma_2$
10	0.21	$0.46\sigma_1$	$0.46\sigma_2$

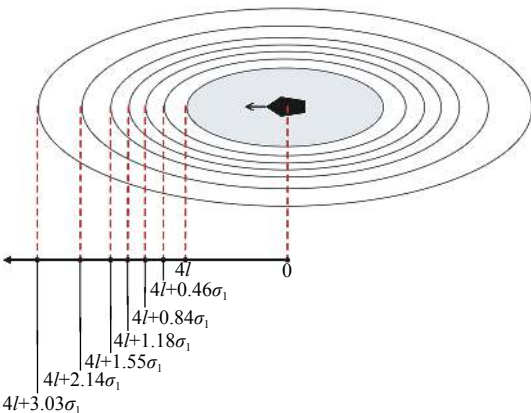


图 8 叠加领域模型

Fig. 8 Superposition ship domain model

方向船位偏移量的标准差关于预测时间 t 的函数,可以得到融合船位不确定性置信度的新椭圆领域:

$$\frac{x^2}{(a+\omega\sigma_1(t))^2}+\frac{y^2}{(b+\omega\sigma_2(t))^2}=1 \tag{12}$$

式中: a 和 b 分别为椭圆领域的长、短半轴长度; ω 为对置信系数下不确定椭圆长、短半轴的乘积因子,如在表 2 中,当 γ 为 10% 时, $\omega=0.46$ 。

根据上文中建立的船位预测不确定性模型,给出碰撞危险参数 K,T,δ 的计算方法。参数计算示意图如图 9 所示。图中, OS 在 原点处, $P(P_x,P_y)$ 为目标船相对于本船的初始位置, 中间黑色粗虚线为目标船相对于本船的相对运动线, 其中 V_x 和 V_y 分别为相对运动速度矢量在 X,Y 轴上的分量, 坐标系 XOY 按逆时针方向旋转 θ 角度得到坐标系 UOV , 其中 U 轴方向与目标船航向一致, P' 为本船刚侵入他船领域时他船的位置, P'' 为本船到达 DDV 时他船的位置, P''' 为本船离开他船领域时他船的位置。

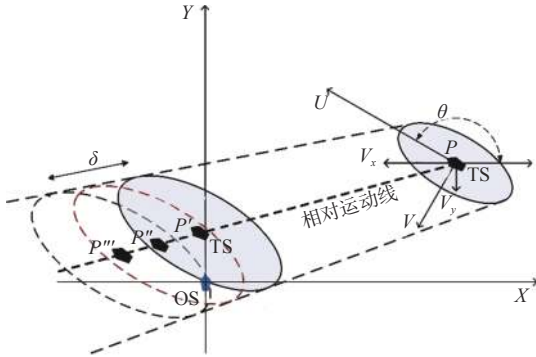


图 9 参数计算示意图
Fig. 9 Schematic diagram of parameter calculation

根据旋转平移变换可得到目标船在初始位置 P 时的椭圆领域方程为:

$$\frac{[(x-P_x)\cos\theta+(y-P_y)\sin\theta]^2}{a^2}+\frac{[(x-P_x)\sin\theta-(y-P_y)\cos\theta]^2}{b^2}=1 \tag{13}$$

该椭圆中心沿相对运动线移动, 则目标船的位置方程为:

$$\begin{cases} P_x(t)=P_x+V_x t \\ P_y(t)=P_y+V_y t \end{cases} \tag{14}$$

当达到 T 时, 本船刚好过目标船椭圆领域边界, 由于本船位于坐标原点 $(0,0)$ 点, 结合式 (12) 可得 T 的解为式 (15) 中 t 的计算结果:

$$\frac{[P_x(t)\cos\theta+P_y(t)\sin\theta]^2}{(a+\omega\sigma_1(t))^2}+\frac{[P_y(t)\cos\theta-P_x(t)\sin\theta]^2}{(b+\omega\sigma_2(t))^2}=1 \tag{15}$$

式 (15) 的计算结果如果存在正实数根, 则说明 T 有合理值, 即本船侵入了他船领域, 如果存在 2 个不同正实数根 t_1 和 t_2 , 且 $t_1 > t_2$, 则 t_1 为 R , t_2 为 T , 由式 (2) 可得领域侵入时间 δ 为:

$$\delta=t_1-t_2 \tag{16}$$

椭圆领域的缩放因子 r 是关于时间 t 的方程 $r(t)$, 其中 $t \in (t_2,t_1)$, 满足式 (17):

$$\frac{[P_x(t)\cos\theta+P_y(t)\sin\theta]^2}{r(t)^2(a+\omega\sigma_1(t))^2}+\frac{[P_y(t)\cos\theta-P_x(t)\sin\theta]^2}{r(t)^2(b+\omega\sigma_2(t))^2}=1 \tag{17}$$

整理后可得 $r(t)$ 表达式为:

$$r(t)=\sqrt{\frac{[P_x(t)\cos\theta+P_y(t)\sin\theta]^2}{[a+\omega\sigma_1(t)]^2}+\frac{[P_y(t)\cos\theta-P_x(t)\sin\theta]^2}{[b+\omega\sigma_2(t)]^2}} \tag{18}$$

为了计算最小缩放因子 $r_{\min}$, 当满足 $\frac{r(t)}{dt}=0$ 时, $r(t)=r_{\min}$, 则 $K=1-r_{\min}$ 。至此, 分别得到了考虑船位预测不确定性的 3 个碰撞危险参数 K,T,δ 的计算方法。

4 结 语

本文首先将海上会遇局面分为单船会遇以及本船与船舶群组会遇的局面, 并根据条件“是否侵入对方领域”将会遇局面分为 4 种场景, 提出了基于船舶领域侵入程度、剩余侵入时间以及领域侵入时间的船舶碰撞危险参数计算模型; 同时, 根据维纳过程对船位预测不确定性进行建模; 最后给出了考虑船位预测不确定性的碰撞危险参数的计算方法。本文考虑了船位预测不确定性给船舶碰撞危险带来的影响, 提出的模型能够为智能船舶碰撞危险分析等相关领域的研究提供参考。

参考文献:

[1] 欧阳子路, 王鸿东, 王检耀, 等. 基于改进 Bi-RRT 的无人水面艇自动避碰算法 [J]. 中国舰船研究, 2019, 14(6): 8-14.
 OUYANG Z L, WANG H D, WANG J Y, et al. Automatic collision avoidance algorithm for unmanned surface vessel based on improved Bi-RRT algorithm[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2019, 14(6): 8-14 (in Chinese).
 [2] 王程博, 张新宇, 张加伟, 等. 未知环境中无人驾驶船舶智能避碰决策方法 [J]. 中国舰船研究, 2018, 13(6): 72-77.
 WANG C B, ZHANG X Y, ZHANG J W, et al. Method for intelligent obstacle avoidance decision-making of

- unmanned vessel in unknown waters[J]. *Chinese Journal of Ship Research*, 2018, 13(6): 72–77 (in Chinese).
- [3] 苏鹏. 港口水域船舶碰撞危险预警模型及应用 [D]. 厦门: 集美大学, 2015.
- SU P. The application of collision risk early warning model in port area[D]. Xiamen: JiMei University, 2015 (in Chinese).
- [4] HILGERT H, BALDAUF M. A common risk model for the assessment of encounter situations on board ships[J]. *Deutsche Hydrografische Zeitschrift*, 1997, 49(4): 531–542.
- [5] 吴兆麟, 郑中义. 时间碰撞危险度及模型 [J]. *大连海事大学学报*, 2001, 27(2): 1–5.
- WU Z L, ZHENG Z Y. Time collision risk and its model[J]. *Journal of Dalian Maritime University*, 2001, 27(2): 1–5 (in Chinese).
- [6] 郑中义, 吴兆麟. 船舶空间碰撞危险度的概念及其模型 [J]. *大连海事大学学报*, 2001, 27(4): 1–4, 10.
- ZHENG Z Y, WU Z L. Space collision risk and its model[J]. *Journal of Dalian Maritime University*, 2001, 27(4): 1–4, 10 (in Chinese).
- [7] 严庆新. 船舶碰撞危险度评判模型 [J]. *武汉理工大学学报(交通科学与工程版)*, 2002, 26(2): 220–222.
- YAN Q X. A model for estimating the risk degrees of collisions[J]. *Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering)*, 2002, 26(2): 220–222 (in Chinese).
- [8] 刘茹茹, 胡勤友. 一种主观的船舶碰撞危险度评价模型 [J]. *上海海事大学学报*, 2012, 33(1): 41–44.
- LIU R R, HU Q Y. Subjective evaluation model of ships' collision risk[J]. *Journal of Shanghai Maritime University*, 2012, 33(1): 41–44 (in Chinese).
- [9] BUKHARI A C, TUSSEYEVA I, LEE B G, et al. An intelligent real-time multi-vessel collision risk assessment system from VTS view point based on fuzzy inference system[J]. *Expert Systems with Applications*, 2013, 40(4): 1220–1230.
- [10] 文元桥, 张恒, 万品. 基于序次 Probit 模型的航道船舶碰撞危险度研究 [J]. *中国安全科学学报*, 2012, 22(2): 134–139.
- WEN Y Q, ZHANG H, WAN P. Risk degree analysis of ship collision risk in channel based on ordered Probit model[J]. *China Safety Science Journal*, 2012, 22(2): 134–139 (in Chinese).
- [11] 汤国瑞, 谢新连, 潘伟. 复杂水域船舶智能避碰专家系统设计 [J]. *船海工程*, 2019, 48(3): 160–165.
- TANG G R, XIE X L, PAN W. Design of intelligent collision avoidance expert system for ships in complex waters[J]. *Ship & Ocean Engineering*, 2019, 48(3): 160–165 (in Chinese).
- [12] FUJII Y, TANAKA K. Traffic capacity[J]. *The Journal of Navigation*, 1971, 24(4): 543–552.
- [13] GOODWIN E M. A statistical study of ship domains[J]. *The Journal of Navigation*, 1975, 28(3): 328–344.
- [14] COLDWELL T G. Marine traffic behaviour in restricted waters[J]. *The Journal of Navigation*, 1983, 36(3): 430–444.
- [15] SZLAPCZYNSKI R, SZLAPCZYNSKA J. An analysis of domain-based ship collision risk parameters[J]. *Ocean Engineering*, 2016, 126: 47–56.
- [16] IM N, LUONG T N. Potential risk ship domain as a danger criterion for real-time ship collision risk evaluation[J]. *Ocean Engineering*, 2019, 194: 106610.
- [17] 周丹, 郑中义. 能见度良好时影响船舶领域的因素的重要性分析 [J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2017, 38(1): 20–24.
- ZHOU D, ZHENG Z Y. Importance analysis of the effect factors in ship domain of good visibility[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2017, 38(1): 20–24 (in Chinese).
- [18] SZLAPCZYNSKI R, SZLAPCZYNSKA J. Review of ship safety domains: models and applications[J]. *Ocean Engineering*, 2017, 145: 277–289.
- [19] 陈德军, 刘冬, 郭南彬, 等. 基于层次聚类自动巡航的港区船舶碰撞危险识别方法研究 [J]. *武汉理工大学学报(交通科学与工程版)*, 2017, 41(1): 12–16.
- CHEN D J, LIU D, GUO N B, et al. Research on ship collision risk identification in port area based on AGNES automatic patrol[J]. *Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering)*, 2017, 41(1): 12–16 (in Chinese).
- [20] 陆大经, 张颖. 随机过程及其应用 [M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2012: 67–74.
- LU D S, ZHANG H. Stochastic process and its application[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2012: 67–74 (in Chinese).
- [21] 茆诗松, 程依明, 濮晓龙. 概率论与数理统计教程 [M]. 2 版. 北京: 中国统计出版社, 2004: 283–290.
- MAO S S, CHENG Y M, PU X L. Probability theory and mathematical statistics[M]. 2nd ed. Beijing: China Statistics Press, 2004: 283–290 (in Chinese).