

文章编号: 1002-0268 (2009) 01-0077-06

# 采用折减刚度系数法计算简支 体系地震中动态二阶效应

樊启武, 钱永久, 邵长江

(西南交通大学 土木工程学院, 四川 成都 610031)

**摘要:** 根据简支体系的受力特点, 提出采用刚度折减法快速计算非线性动力分析中二阶效应的方法, 通过解析法推导出考虑  $P-\delta$  效应的 Euler-Bernoulli 梁刚度修正系数, 且给出了 Timoshenko 梁的  $P-\delta$  效应刚度修正系数。编制相应计算程序, 将所得修正系数引入结构 Pushover 计算和直接积分的非线性动力时程计算, 并将该法应用在实际桥梁抗震计算中。各种计算结果与采用增量迭代法的高精度实体单元结果进行了对比分析, 结果表明, 采折减刚度系数法能够有效、准确地计算结构动态二阶效应; Timoshenko 理论中的二阶效应计算要比 Euler-Bemoulli 理论的更为准确; 在地震作用下梁结构中二阶效应会被放大, 必须考虑其对结构的影响。

**关键词:** 桥梁工程; 二阶效应; 刚度修正系数; Pushover; 非线性时程分析

中图分类号: U442.5<sup>+</sup>5

文献标识码: A

## Analysis of Dynamic Second-order Effect in Simply Supported Bridge System with Stiffness Correction Coefficient

FAN Qiwu, QIAN Yongjiu, SHAO Changjiang

(School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu Sichuan 610031, China)

**Abstract:** Based on mechanical characters of the simply supported bridges, the method with stiffness correction coefficient for quick calculating the  $P-\delta$  effect in nonlinear seismic analysis was presented. The stiffness correction coefficient which fits to Euler-Bernoulli beam theory considering the  $P-\delta$  effect was derived in analytic method. On this basis the stiffness correction coefficient for Timoshenko beam theory was also derived. The stiffness correction coefficient was introduced to the Pushover analysis and the direct integration method of nonlinear dynamic time-history calculation with the compiled program, and the method was applied to the calculation of the bridge seismic resistance. Compared with results using the high precision solid element analysis with increment iteration, it is concluded that (1) the method with tangent stiffness correction coefficient is a simple, effective method to solve the problem with second-order effect; (2) the results in Timoshenko beam theory is more accurate than results in Euler-Bernoulli beam theory; (3) during earthquake, second-order effect of the structure can be magnified, its role should not be neglected.

**Key words:** bridge engineering; effect; stiffness correction coefficient; Pushover; nonlinear time history analysis

### 0 前言

由于二阶效应的存在, 梁结构弹性荷载——变形

行为变成了非线性过程<sup>[1]</sup>。二阶效应对结构水平侧向推倒能力有着明显影响。当构件受力进入材料塑性后, 二阶效应对结构产生负刚度, 此刚度明显影响结

收稿日期: 2007-09-07

基金项目: 四川省交通建设重点科技项目 (2006A24-584)

作者简介: 樊启武 (1981—), 男, 江西南昌人, 博士研究生, 从事桥梁工程研究. (fanqiwu@y.ahoo.com.cn)

构的侧向推倒能力, 加速结构的倒塌。在地震作用下, 由于竖向作用力被地震作用放大, 且水平地震作用力较大, 结构处于高速反复加速运动, 二阶效应作用较静力时更加明显, 甚至直接导致结构动力失稳、倒塌<sup>[2]</sup>。梁的计算理论分为: Euler-Bernoulli 梁理论和 Timoshenko 梁理论<sup>[3]</sup>。2 种计算理论中二阶效应产生的影响有所差别。通常, 二阶效应非线性问题求解主要采用增量有限元法, 对于一般结构, 采用增量有限元法计算量较大, 非线性迭代过程也相当麻烦。

实际计算时, 单垮筒支桥梁的动力计算模型可以简化为类似于单摆结构体系的具有集中质量的悬臂梁结构。上部结构质量和盖梁的质量作为集中质量加在墩顶, 墩底部固接, 支座只考虑剪切刚度, 可用弹簧连接, 见图 1。本文以简支体系的等效力学模型为基础, 根据结构平衡方程和变形方程, 采用简化解析法推导出 Euler-Bernoulli 梁的二阶效应刚度修正系数; 在 Euler-Bernoulli 梁结果的基础上, 又推导了 Timoshenko 梁的二阶效应刚度修正系数。将 2 种不同梁结构计算理论的刚度修正系数进行了比较, 然后将 2 种梁理论的刚度修正系数引入结构 Pushover 计算和直接积分的非线性时程计算, 得出结构的动态  $P-\delta$  效应以及结构动力刚度折减的计算方法。分别编写了采用刚度折减法考虑  $P-\delta$  效应 Euler-Bernoulli 梁和 Timoshenko 梁的非线性动力计算程序, 与采用增量有限元法的大型有限元软件中高精度实体单元结果进行了对比, 并将其用在实际桥梁计算中。

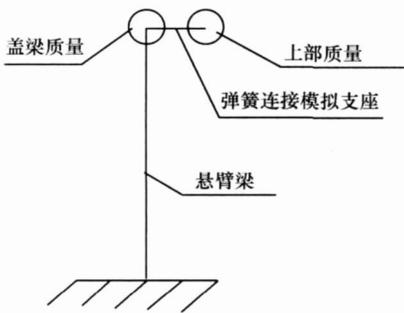


图 1 简化计算模型

Fig 1 Simplified calculation model

## 1 简支体系计算模型二阶效应公式推导

Euler-Bernoulli 理论是以平截面假定为基础的, 不考虑剪切变形的影响, 梁的挠度由弯矩控制。而 Timoshenko 理论则考虑了剪切变形的影响, 在 Euler-Bernoulli 理论中垂直于中性轴的平面不再垂直于中性轴, 此平面的转角是由中性轴切线的转角和剪切变形

引起的转角叠加而成, 梁总挠度由弯矩产生位移和剪力作用产生位移耦合而得。由于 2 种梁理论计算挠度方程有所差别, 所以  $P-\delta$  效应对梁结构的作用也有差异。

### 1.1 考虑二阶效应 Euler-Bernoulli 梁计算理论

等截面悬臂梁受轴压力  $N$  和侧向力  $F$  作用, 如图 2 所示,  $EI$  为截面的抗弯刚度, 结构平衡方程:

$$N(\Delta-y) + F(L-x) = EIy'' = -M, \quad (1)$$

记  $a^2 = \frac{N}{EI}$ , 可得

$$y'' + a^2 y = a^2 \Delta + \frac{F}{N} a^2 (L-x) = a^2 \left[ \frac{FL}{N} + \Delta - \frac{F}{N} x \right], \quad (2)$$

此方程的解为:

$$y = C_1 \cos ax + C_2 \sin ax - \frac{F}{N} x + \frac{FL}{N} + \Delta. \quad (3)$$

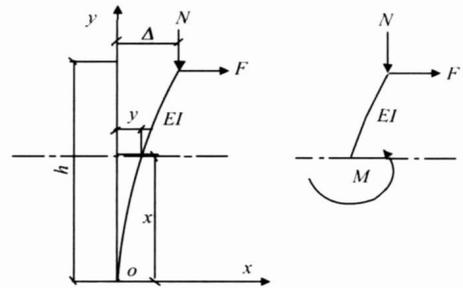


图 2 等截面悬臂墩  $P-\delta$  效应分析

Fig 2 Analysis of the  $p$ -delta effect in the cantilever with uniform section

根据边界条件:  $x=0, y=0$ ;  $x=0, y'=0$ ;  $x=L, y=\Delta$  可以解出:

$$C_1 = -\frac{F}{Na} \tan aL, \quad C_2 = \frac{F}{Na}.$$

再将  $\Delta = \frac{F}{Na} (\tan aL - aL)$  按泰勒级数展开, 从而可得

$$\Delta \approx \frac{F}{Na} \left[ \frac{(aL)^3}{3} + \frac{2(aL)^5}{15} \right] = \frac{FL^3}{3EI} \left[ 1 + \frac{2NL^2}{5EI} \right]. \quad (4)$$

在结构计算中, 可以认为考虑  $P-\delta$  效应相当于对体系的抗弯刚度进行一定的折减, 可引入二阶效应对结构侧向抗弯刚度修正后得出。对于 Euler-Bernoulli 计算梁理论, 考虑  $P-\delta$  效应的侧向抗弯刚度为:

$$k_e = \frac{F}{\Delta} = \frac{3EI}{L^3 \left( 1 + \frac{2NL^2}{5EI} \right)} = k_M \beta_e, \quad (5)$$

式中,  $k_M$  为结构不考虑抗弯  $P-\delta$  效应时候的抗弯刚度;  $\beta_e = \frac{1}{1 + \frac{2NL^2}{5EI}}$  为 Euler-Bernoulli 梁结构考虑  $P-\delta$  效

应后对抗弯刚度的折减系数。

## 1.2 考虑二阶效应 Timoshenko 梁计算理论

Timoshenko 梁在 Euler-Bernoulli 梁的基础上考虑了剪切变形产生的附加挠度。由于剪应力沿梁高变化, 横截面将变为曲面, 且仅由剪切作用所引起的梁挠曲线的斜率近似地等于中性轴处的剪应变, 若用  $v$  表示仅由剪切作用所引起的挠度, 可以得到  $\frac{dW_s}{dx} = \gamma_0 = \frac{\alpha_s W}{GA}$ , 其中  $W/A$  为剪力除以梁的横截面面积所得的平均剪应力;  $\alpha_s$  为剪切系数;  $G$  为剪切模量;  $W = W_b + W_s$  为梁的总挠度,  $W_b$  是弯矩产生的挠度,  $W_s$  为由剪力产生的挠度。

根据 Euler-Bernoulli 梁理论基本公式, 若长为  $L$  的矩形梁, 面积为  $A$ , 惯性矩为  $I$ , 弹性模量为  $E$ , 剪切模量为  $G$ , 则有:

$$M_e = -EI \frac{d\theta_e}{dx} = -EI \frac{d^2 W_b}{dx^2}; V_e = \frac{dM}{dx} = -EI \frac{d^3 W_b}{dx^3};$$

$$q_e = -\frac{dV_e}{dx} = -\frac{d^2 M}{dx^2} = EI \frac{d^4 W_b}{dx^4},$$

式中,  $M_e$  为 Euler-Bernoulli 梁的弯矩;  $V_e$  为 Euler-Bernoulli 梁的剪力;  $EI$  为抗弯刚度;  $x$  为沿梁的轴向坐标;  $\theta$  为梁中截面的转角; 对于 Euler-Bernoulli 梁单元  $W_b = W$ 。

按 Timoshenko 梁理论计算可得:

$$M_t = -EI \frac{d\theta_t}{dx}; V_t = \frac{dM_t}{dx} = -GA\alpha_s \left( \theta_t - \frac{dW_t}{dx} \right);$$

$$q_t = -\frac{dV_t}{dx} = -\frac{d^2 M_t}{dx^2} = EI \frac{d^3 \theta_t}{dx^3},$$

式中,  $M_t$  为 Timoshenko 梁的弯矩;  $V_t$  为 Timoshenko 梁的剪力。

因为  $q_t = q_e$ , 积分后可以得出

$$\theta_t = \frac{dW_b}{dx} + C_1 \frac{x^2}{2} + C_2 x + C_3. \quad (6)$$

对于图 1 中等截面悬臂梁的固定端上, 当  $x=0$  时, 如果在中性轴处微段的侧边保持竖直, 并且梁端自由翘曲则  $W_b = W_t = 0, \frac{dW_b}{dx} = \theta_e = 0$ ; 当  $x=L$  时,  $M_e = M_t = 0, V_t = V_e = 0$ , 计算可得

$$W_t(L) = \Delta = -\frac{P}{Na} \tan aL \cos aL + \frac{P}{Na} \sin aL - \frac{P}{N} L + \frac{P}{Na} \tan aL + \frac{PL + N\Delta}{GA\alpha_s}, \quad (7)$$

按泰勒级数展开后,

$$\Delta \approx \left[ \frac{PL^3}{3EI} \left( 1 + \frac{2NL^2}{5EI} \right) + \frac{PL}{GA\alpha_s} \right] \frac{GA\alpha_s}{GA\alpha_s - N} \quad (8)$$

与 Euler-Bernoulli 梁类似, 考虑  $P-\delta$  效应的 Timoshenko 梁侧向抗弯刚度为

$$k_t = \frac{P}{\Delta} = \frac{1 - \frac{N}{GA\alpha_s}}{\frac{L^3}{3EI} \left( 1 + \frac{2NL^2}{5EI} \right) + \frac{L}{GA\alpha_s}} = \frac{1 - \frac{N}{c}}{1 + \frac{2NL^2}{5EI} + \frac{3EI}{L^2 c}} \times \frac{3EI}{L^3}, \quad (9)$$

式中,  $c = GA\alpha_s$ ;  $\beta_t = \frac{1 - \frac{N}{c}}{1 + \frac{2NL^2}{5EI} + \frac{3EI}{L^2 c}}$  为考虑  $P-\Delta$  效应后

对抗弯刚度的折减系数。

引入修正系数  $\gamma$  可将 Timoshenko 梁侧向抗弯折减系数对于 Euler-Bernoulli 梁结构侧向折剪系数进行修正, 公式如下

$$\gamma = \beta_t / \beta_e = \left( 1 - \frac{N}{c} \right) \left[ 1 - \frac{3EI(L^2 c)}{1 + \frac{2NL^2}{5EI} + \frac{3EI}{L^2 c}} \right]. \quad (10)$$

显而易见  $\gamma < 1$ , 这说明  $P-\delta$  效应对 Timoshenko 梁理论比 Euler-Bernoulli 梁理论侧向抗弯刚度折减要多, 且  $\gamma$  是与轴力、截面抗弯刚度、构件长度以及截面剪切刚度相关的。

## 2 考虑 $P-\delta$ 效应的动力计算

### 2.1 考虑 $P-\delta$ 效应 Pushover 计算

Pushover 法是预测结构在地震中全过程反应的一种简单有效的方法, 主要是通过结构侧向力增量分析求出结构推倒能力。Pushover 的计算主要采用力控制法和位移控制法。力控制法是计算结构上一定的增量位移所要生成的侧向力, 然后通过力的迭代计算结构侧向变形能力, 力控制法比较通用。位移控制法是指定最大目标变形后, 将其分成许多步加载至结构上, 由于结构变形形状是未知的且最大目标位移难确定, 所以位移控制法较难实施。

对于力控制法, 其每步迭代过程为

$$K_T \{\Delta U\} = \{\Delta F\} + C \{\Delta F_{err}\}, \quad (11)$$

式中,  $K_T$  为结构侧向抗推刚度;  $\{\Delta U\}$  为侧向荷载增量产生的位移;  $\{\Delta F\}$  为侧向荷载增量;  $C$  为荷载修正系数, 取 1;  $\{\Delta F_{err}\}$  为不平衡力。

计算中  $P-\delta$  效应是通过在构件竖向上轴力与计算几何刚度矩阵形成结构的侧向刚度折减矩阵, 将其增加到结构侧向抗推刚度  $K_T$  中, 得到等效侧向刚度  $\bar{K}_T$  再将其替代  $K_T$  进行迭代计算。刚度修正过程如下:

$$K_T = \beta K_T, \quad (12)$$

式中,  $\beta$  为根据每步竖向力加载求出的侧向刚度修正系数矩阵, 可按本文 1.1 中方法计算求出。

### 2.2 考虑 $P-\delta$ 效应非线性时程计算

对于非线性时程问题, 主要采用直接积分法进行计算。结构动力荷载增量方程为

$$M\{\Delta\ddot{u}\} + C\{\Delta\dot{u}\} + K\{\Delta u\} = \{\Delta F\}, \quad (13)$$

式中,  $M$  为质量矩阵;  $C$  为阻尼矩阵;  $\Delta\ddot{u}$ 、 $\Delta\dot{u}$  和  $\Delta u$  分别为  $\Delta t$  时间增量内加速度、速度和位移增量。

采用 Newmark-Beta 积分法非线性时程问题时, 考虑  $P-\delta$  效应的增量方程可表达为:

$$M\{\Delta\ddot{u}\} + C\{\Delta\dot{u}\} + \bar{K}_T\{\Delta u\} = \{\Delta F\} + C\{\Delta F_{err}\}, \quad (14)$$

式中,  $\bar{K}_T$  为修正切线刚度矩阵;  $C$  为荷载修正系数, 一般取 1.0;  $\{\Delta F_{err}\}$  为计算中结构不平衡力增量。考虑  $P-\delta$  效应后修正结构刚度方程可采用修正 Newmark-Beta 积分法(Chopra, 2001)求解, 可取  $\beta=1/6$ ,  $\gamma=1/2$ 。

### 3 算例分析

基于以上理论, 编制 EUDY 和 TIMDY 程序分别计算 Euler-Bernoulli 梁和 Timoshenko 梁的 Pushover 和非线性时程问题。为了验证程序, 以及比较不同计算模式之间的差异, 采用大型通用有限元软件 ABAQUS 中高精度 20 节点实体单元 C3D20 模拟结构, 将增量有限元法计算的结果与程序结果进行对比验证。

### 3.1 2 种梁单元与实体单元 Pushover 计算比较

Pushover 计算模型见图 3, 计算高度  $h$  分别为 3.0、5.0、10.0 m, 不考虑重力影响, 竖向压力为 5 kN。计算模型中采用理想弹塑性模型:  $f_{sy}=335$  MPa,  $E_s=2.0 \times 10^5$  MPa,  $\epsilon_{sy}=0.0017$ ,  $\epsilon_{sb}=0.12$ , 见图 4。Pushover 侧推模式采用单自由的集中力推倒形式, 每种计算工况的竖向集中力的大小为  $1/2$  弹性压杆稳定临界荷载, 见表 1。

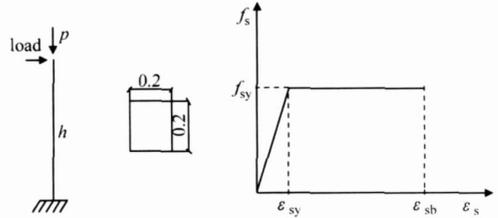


图 3 Pushover 计算模型 图 4 理想弹塑性本构模型

Fig 3 Puchover model Fig 4 The perfect elastic-plastic material model

表 1 各模型杆件柔度和竖向集中力

Tab 1 Flexibilities of modal bars and their forces in vertical direction

高度 $h/m$	截面惯性半径 $/m$	柔度	弹性稳定临界荷载 $/N$	计算加载荷载 $/N$
3.00	0.0577	51.96	456462.96	228231.48
5.00	0.0577	86.60	164326.67	82163.33
10.00	0.0577	173.21	41081.67	20540.83

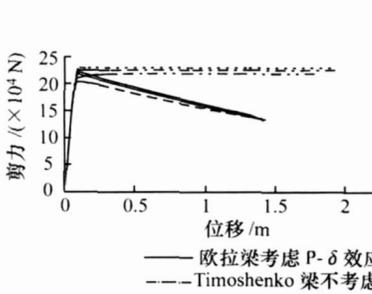


图 5  $h=3$  m 结构计算结果

Fig 5 Calculation results of 3 m high structure

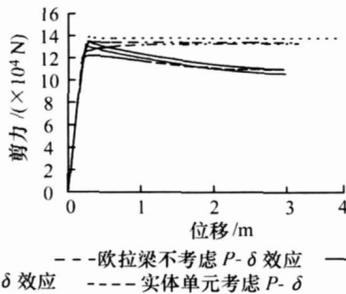


图 6  $h=5$  m 结构计算结果

Fig 6 Calculation results of 5 m high structure

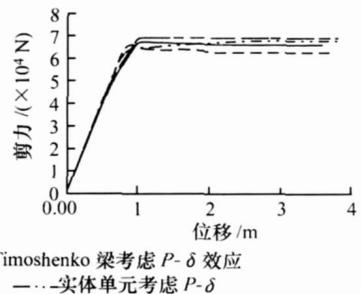


图 7  $h=10$  m 结构计算结果

Fig 7 Calculation results of 10 m high structure

图 5~图 7 为不同单元和考虑以及不考虑  $P-\delta$  效应底部剪力与顶端侧向水平位移结果曲线, 其中实体单元侧向位移结果为顶部 8 节点以及截面形心处位移的平均值。

效应结构屈服点明显要低于未考虑模型。在结构材料达到屈服进入塑性后, 二阶效应对结构产生负刚度, 导致结构刚度下降, 加速结构破坏。不考虑二阶效应的结构进入塑性后, 其刚度保持常数不变, 不出现刚度降低的现象, 与实际受力情况差异很大。

(1) 结构 Pushover 计算结果曲线主要分为 2 个阶段: 材料弹性阶段和材料塑性阶段。材料屈服前结构处于弹性阶段, 考虑了  $P-\delta$  效应的结构存在几何非线性, 其影响了材料屈服点出现的先后, 即考虑  $P-\delta$

(2) 图 5 与图 6 中, 结构处于塑性阶段时,  $P-\delta$  效应产生负刚度较为明显, 而图 7 中刚度变化较小, 主要是因为 3 种高度计算模型中竖向作用力是与高

度的二次方成反比的, 因此比较几条不同高度结构 Pushover 曲线, 竖向作用力变化比高度变化对结构二阶效应要明显。

(3) 将 3 种高度计算模型中每种单元考虑  $P-\delta$  效应模型与不考虑  $P-\delta$  效应的 Pushover 曲线上屈服点剪力进行比较, 见表 2。

表 2 屈服剪力对比

Tab. 2 Comparison of shearing forces on the yield point

模型高度 /m	Euler-Bemoulli 梁剪力 /kN		Timoshenko 梁剪力 /kN		实体单元剪力 /kN	
	考虑二阶效应	不考虑二阶效应	考虑二阶效应	不考虑二阶效应	考虑二阶效应	不考虑二阶效应
3	221 601	229 881	217 845	225 594	211 489	218 935
5	133 546	137 929	129 300	133 822	125 998	130 248
10	66 850	68 964	66 650	68 964	65 239	67 360

假设在材料达到屈服之前, 结构刚度不发生变化, 可将每种单元考虑二阶效应与不考虑二阶效应的屈服剪力差异换算成二阶效应对结构刚度折减的影响, 将其与按式 (6)、式 (10) 计算结果进行比较见表 3。

表 3 屈服点换算刚度对比

Tab 3 Comparison of stiffnesses on the yield point

模型高度 /m	Euler-Bemoulli 梁		Timoshenko 梁		实体单元 计算结果 /%
	式(6)	对比 /%	式(6)	对比 /%	
3	97.01	96.40	96.59	96.57	96.60
5	97.01	96.82	96.86	96.72	96.79
10	97.01	96.93	96.95	96.88	96.87

无论是屈服点剪力还是考虑二阶效应的折减刚度, 实体单元计算结果都与 Timoshenko 梁结果较为接近; Timoshenko 梁按公式换算刚度与计算结果的差异比 Euler-Bemoulli 梁计算差异要小; 按式 (6) 和式 (10) 计算所得梁结构换算刚度与实体单元计算结果的误差都不到 1%。可以认为在计算柔度范围内, Timoshenko 梁弹性阶段二阶效应折减刚度比 Euler-Bemoulli 梁理论更为精确。

结构进入材料塑性后, 把不同高度模型相同位移处的剪力结果换算成由于二阶效应产生的负刚度进行比较, 见表 4。

表 4 塑性阶段二阶效应引起负刚度比较

Tab 4 Comparison of negative stiffnesses in plastic stage caused by second-order effect

模型高度 /m	负刚度比较 /%		
	Euler-Bemoulli 梁单元	Timoshenko 梁单元	实体单元
3	28.61	28.62	29.03
5	14.23	14.41	14.62
10	1.05	2.25	4.31

由表 4 可以得出, Timoshenko 梁单元由于二阶效应引起的负刚度与实体单元结果接近。实体单元计算出的负刚度比 2 种梁单元计算出的结果都要大, 这是因为实体单元结果是采用增量有限元法经过多次迭代计算所得, 梁单元结果只采用了二阶泰勒级数展开近似, 而且实体单元的形函数精度比梁单元要高。

### 3.2 2 种梁单元与实体单元非线性时程计算比较

算例全部采用修正 Newmark-Beta 积分法求解非线性时程问题, 考虑重力作用, 计算模型见图 8, 计算高度为 5 m, 集中质量大小为 6000 kg。采用 El Centro 波, 考虑水平向输入和竖向输入, 竖向加速度为水平向的 1/2。表 5 为不同计算单元的最大地震反应结果。

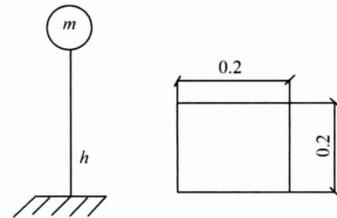


图 8 非线性时程计算模型 (单位: m)

Fig 8 Nonlinear time history calculation model (unit: m)

表 5 结构最大地震反应结果

Tab 5 Ultimate results in seismic computation

地震反应	Euler-Bemoulli 梁单元		Timoshenko 梁单元		实体单元	
	考虑 $P-\delta$	不考虑 $P-\delta$	考虑 $P-\delta$	不考虑 $P-\delta$	考虑 $P-\delta$	不考虑 $P-\delta$
最大顶部位移 /m	0.2418	0.2340	0.2454	0.2364	0.2450	0.2320
最大底部剪力 /kN	22058.1	21264.1	21543.0	20671.8	21332.1	20046.0
按位移计算刚度折减 /%	3.33		3.80		5.60	
按剪力计算刚度折减 /%	3.73		4.21		6.41	

对比表 5 结果, 得出以下结论:

(1) 表 5 每种单元结果中, 按剪力计算的折减刚度相比按位移的折减刚度要大, 说明竖向地震作用时, 结构上轴力被动态竖向加速度放大, 影响结构的二阶效应。

(2) 对比 3 种单元计算结果中折减刚度可以发现: 实体单元二次效应刚度折减最大, 其次是 Timoshenko 梁单元, 且 2 种梁单元计算结果较接近。这是因为实体单元采用的多次迭代增量法可以充分考虑二阶效应的动态放大对结构的影响, 而 2 种梁单元都是采用的简化折减刚度法, 计算所得动态二阶效应比静

态二阶效应要大,但不如实体单元结果明显。

(3) 在地震作用时,由于竖向地震作用增加了轴向作用力的影响,且水平地震作用力较大,结构处于高速反复加速运动,计算中刚度多次迭代累积修正刚度要小于 Pushover 中修正刚度。因此非线性时程法中二阶效应产生的刚度折减要比相应的 Pushover 中计算结果要大,这一点在表 5 中 3 种计算单元结果上都有所体现。

### 3.3 采用刚度折减系数考虑二阶效应的简支体系桥梁抗震计算

某跨径为 40 m 的 2 跨简支钢筋混凝土 T 梁桥,见图 9。桥墩为空心薄壁墩,桥墩高为 40 m,壁厚为 60 cm,采用的是 JZ 350 m×450 m×57mm 普通橡胶支座,该桥结构计算体系与图 1 简化模型相同。使用折减刚度法考虑二阶效应,分别采用 EUDY 和 TIMDY 程序对其进行非线性时程分析。时程计算采用 3 条适合该场地上的人工合成地震波。

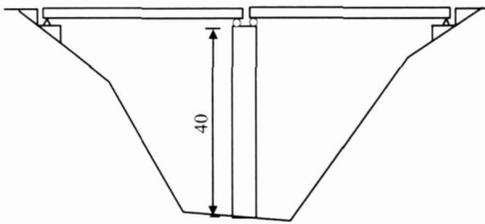


图 9 简支梁桥示意图

Fig 9 Simply supported bridge model

采用刚度修正系数计算结构二阶效应,使用 2 种梁结构单元进行非线性时程分析,墩的内力分析计算结果汇总于表 6。

表 6 算例计算结果

Tab 6 Example calculation results

人工合成波	Euler-Bernoulli 梁			Timoshenko 梁		
	最大墩底剪力/kN	最大墩底弯距/(kN·m)	最大墩顶位移/m	最大墩底剪力/kN	最大墩底弯距/(kN·m)	最大墩顶位移/m
第 1 条波	2 239	41 351	0 023 8	2 212 1	41 078	0.024 4
第 2 条波	2 445.7	46 090.8	0 026 3	2 431	45 806	0.027 1
第 3 条波	2 353.2	41 780.5	0 024 1	2 415 3	42 871	0.025 1

## 4 结论

本文针对简支体系的受力特点,根据解析法推导出适用于 Euler-Bernoulli 梁理论和 Timoshenko 梁理论的二阶效应的折减刚度系数,并将其引入结构 Pushover 分析和直接积分的非线性时程计算中,与采用增量迭代法的高精度实体单元结果进行对比、分析。结

果表明:采折减刚度系数法能够有效、准确地计算结构二阶效应;Timoshenko 理论中的二阶效应计算要比 Euler-Bernoulli 理论的更为准确;在地震作用下梁结构中二阶效应会被放大,必须考虑其对结构的影响。

### 参考文献:

#### References.

- [1] CHAN S L, ZHOU Zhihua. Pointwise Equilibrating Polynomial Element for Nonlinear Analysis of Frames [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1994, 120 (6): 1703—1717.
- [2] PRIESTLEY M. Seismic Design and Retrofit of Bridge Structures [M]. New York: Wiley, 1996.
- [3] TIMOSHENKO S. 材料力学 [M]. 天津: 天津科学技术出版社, 1990.  
TIMOSHENKO S. Mechanics of Materials [M]. Tianjin: Tianjin Science and Technology Press, 1990.
- [4] 侯爽, 欧进萍. 结构 pushover 分析的侧向力分布及高阶振型影响 [J]. 地震工程与工程振动, 2004, 24 (3): 47—53.  
HOU Shuang, OU Jinping. A Study of Load Pattern Selection of Pushover Analysis and Influence of Higher Modes [J]. Earthquake Engineering and Engineering-Vibration, 2004, 24 (3): 47—53.
- [5] 范立础. 桥梁抗震 [M]. 上海: 同济大学出版社, 1997.  
FAN Lichu. Bridge Earthquake Resistance [M]. Shanghai: Tongji University Press, 1997.
- [6] GUPTA A, KRAWINKLER H. Dynamic P-delta Effects for Flexible in Elastic Steel Structures [J]. Journal of Structural Engineering, 2000, 126 (1): 145—154.
- [7] MIRANDA E, BERTERO V V. Evaluation of Strength Reduction Factors for Earthquake-Resistant Design [J]. Earthquake Spectra, 1997, 10 (2): 357—379.
- [8] KOWALSKY M J. Deformation Limit States for Circular Reinforced Concrete Bridge Columns [J]. Journal of Structural Engineering, 2000, 126 (8): 869—878.
- [9] CLOUGH R W, PENZIEN J. 结构动力学 [M]. 王光远, 译. 北京: 科学出版社, 1985.  
CLOUGH R W, PENZIEN J. Structure Dynamics [M]. WANG Guangyuan, Translated Beijing: Science Press, 1985.
- [10] 华孝良, 徐光辉. 桥梁结构的非线性分析 [M]. 北京: 人民交通出版社, 1997.  
HUA Xiaoliang, XU Guanghui. Nonlinear Analysis for Bridge Structure [M]. Beijing: China Communications Press, 1997.

- [J]. 土木工程学报, 1983, 16 (1): 1—13.
- GUO Jinqiong, FANG Zhenzheng, LUO Xiaodeng Analysis of Shear Lag Effect in Box Girder Bridges [J]. Journal of Civil Engineering, 1983, 16 (1): 1—13.
- [3] LUO Qizhi, LI Q S, TANG J Shear Lag in Box Girder Bridges [J]. Journal of Bridge Engineering, ASCE, 2002, 7 (5): 308—313.
- [4] 郑艳, 车树汶. 连续刚构箱梁桥的剪力滞效应分析 [J]. 公路交通科技, 2007, 24 (3): 72—76.
- ZHENG Yan, CHE Shuwen Shear-lag Effect Analysis of Continuous Rigid-frame Box Girder Bridge [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2007, 24 (3): 72—76.
- [5] WU Yaping, LAI Yuanming, ZHANG Xuefu, et al A Finite Beam Element for Analyzing Shear Lag and Shear Deformation Effects in Composite-laminated Box Girders [J]. Computers and Structures, 2004, 82 (9): 763—771.
- [6] 韦成龙, 曾庆元, 刘小燕. 薄壁曲线箱梁考虑翘曲、畸变和剪滞效应的空间分析 [J]. 土木工程学报, 2000, 33 (6): 81—87.
- WEI Chenglong, ZENG Qingyuan, LIU Xiaoyan A New Element for Thin-walled Curved Girder Analysis Including Warping Distortion and Shear Lag Effects [J]. Journal of Civil Engineering, 2000, 33 (6): 81—87.
- [7] 祝明桥, 方志, 余志武. 混凝土薄壁箱梁翼缘等效计算宽度 [J]. 公路交通科技, 2007, 24 (11): 66—70.
- ZHU Mingqiao, FANG Zhi, YU Zhiwu Equivalent Calculated Flange Width of Concrete thin-walled Box Girder [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2007, 24 (11): 66—70.
- [8] 周坚, 涂令康. 再论槽型宽梁的剪力滞 [J]. 工程力学, 1994, 11 (2): 65—75.
- ZHOU Jian, TU Lingang Restudy on the Shear Lag in the Wide-channel Beams [J]. Engineering Mechanics, 1994, 11 (2): 65—75.
- [9] 田仲初, 颜东煌. 轴向力偏心距对  $\Pi$  型宽翼梁剪滞效应的影响 [J]. 长沙交通学院学报, 1998, 14 (1): 54—58.
- TIAN Zhongchu, YAN Donghuang The Effect of the Distance of Bias of Axis Forces on the Shear Lag of a Wide-flange Beam [J]. Journal of Changsha Communications University, 1998, 14 (1): 54—58.
- [10] 倪元增. 槽形宽梁的剪力滞问题 [J]. 土木工程学报, 1986, 19 (4): 32—41.
- NI Yuanzeng Shear Lag Question of the Wide-flange Beam [J]. Journal of Civil Engineering, 1986, 19 (4): 32—41.
- [11] 蔡松柏, 程翔云, 邵旭东.  $\Pi$  形梁剪力滞效应的解析解 [J]. 工程力学, 2003, 20 (5): 82—86.
- CAI Songbai, CHENG Xiangyun, SHAO Xudong An Analytical Solution for Shear Lag Effects of Flat-Arch-Shaped Beam Bridge [J]. Engineering Mechanics, 2003, 20 (5): 82—86.
- [12] 邵爱军, 吴代华. 基于能量法的槽型梁剪滞效应分析 [J]. 武汉理工大学学报, 2003, 25 (3): 52—55.
- SHAO Aijun, WU Daihua Analysis of U-Shaped Beam's Shear Lag Effect Based on the Principle of Energy [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2003, 25 (3): 52—55.

(上接第 82 页)

- [11] 李国豪. 桥梁结构稳定与振动 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 1992.
- LI Guohao Stability and Vibration of Bridge Structure [M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1992.
- [12] 邵长江, 钱永久. 非一致地震激励下大跨斜拉桥非线性响应计算 [J]. 公路交通科技, 2007, 24 (3): 64—67.
- SHAO Changjiang, QIAN Yongjiu Analysis on Nonlinear Seismic Response of Long-span Cable-stayed Bridge Subjected to Asynchronous Excitation [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2007, 24 (3): 64—67.