范德瓦耳斯力对低维纳尺度结构振动特性的影响

张义青¹, 王立峰^{1*}, 刘汝盟¹, 蒋经农²

1. 南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室, 南京 210016;

2. 西南大学数学与统计学院, 重庆 400715

* 联系人, E-mail: walf@nuaa.edu.cn

2020-04-17 收稿, 2020-06-02 修回, 2020-06-02 接受, 2020-06-03 网络版发表

国家杰出青年科学基金(11925205)、国家自然科学基金(51921003, 11632003)、江苏省自然科学基金(BK20171411)和江苏省研究生科研与实践创新计划(KYCX18_0245)资助

摘要 范德瓦耳斯力对纳米材料的物理、化学、电学和力学等特性有着非常重要的影响, 甚至是决定性因素. 范德瓦耳斯力是影响纳尺度结构本构关系、边界条件的重要因素, 进而影响其线性振动的固有频率和非线性动力学行为. 本文主要介绍范德瓦耳斯力对纳尺度结构的力学行为的影响, 尤其关注范德瓦耳斯力对纳尺度结构振动特性影响的最新研究进展; 并对由于范德瓦耳斯力的存在, 纳尺度结构动力学所面临的问题及其发展趋势做了初步展望.

关键词 纳尺度结构, 振动特性, 范德瓦耳斯力, 固有频率, 非线性动力学行为

纳尺度结构由于尺寸非常小, 对实验设备的要求非常高. 实验设备的进步促进了纳米科技的发展. 自从1931年Ruska和Knoll^[1]研制了第一台透射电子显微镜以来, 电子显微镜得到了飞速的发展. 20世纪60年代, 科学家便可以通过电子显微镜观测到纳尺度结构的形貌特征. 1982年, Binnig和Rohrer^[2]利用扫描隧道显微镜获得了第一张单原子台阶像, 显微镜的空间分辨能力达到原子级. 1986年, Binnig等人^[3]发明了第一台原子力显微镜. 之后, 纳米科技获得了蓬勃的发展.

纳米力学是纳米科技的重要组成部分, 主要讨论由成千上万个原子组成的凝聚态物质所涌现的带有整体特征的力学行为. 纳米力学主要关注尺寸在1~100 nm范围内结构的力学问题. 杨卫等人^[4,5]对纳米力学及其范畴给予了界定, 介绍了纳米力学方法, 包括纳米计算力学的方法和纳米实验力学的方法, 同时还阐述了纳米力学新的研究领域以及研究进展. Qian等人^[6]概述了碳纳米管力学特性的理论预测与计

算机模拟方法. Guo等人^[7]系统论述了多物理场作用下低维纳米材料的强度、塑性等力学特性以及相变. Xu和Zheng^[8]详细论述了国内微纳米力学的最新研究进展.

近年来, 由于纳米功能器件在纳米驱动、传感以及检测方面的应用日趋广泛, 纳米尺度的科学和工程问题呈现出新机遇与挑战^[9,10]. 微纳尺度材料结构在微纳机电系统中如微纳米谐振器、微纳米传感器等方面也有巨大的应用前景^[11~14]. 图1所示为微纳米谐振器的应用. 碳纳米管、石墨烯、黑磷、二硫化钼等都是典型的纳尺度结构材料, 碳纳米结构可被应用于材料增强、能源存储器, 而黑磷与二硫化钼在半导体技术方面有很大的应用前景. 这几种二维材料均可通过范德瓦耳斯力形成多层材料, 称为多层范德瓦耳斯材料, 具有良好的电学、化学与力学特性^[15~17]. 多层范德瓦耳斯材料平面外的变形包括屈曲、褶皱、滑动、折叠等, 引起了广泛关注. 图2所示为多壁碳纳米管、多层石墨

引用格式: 张义青, 王立峰, 刘汝盟, 等. 范德瓦耳斯力对低维纳尺度结构振动特性的影响. 科学通报, 2020, 65: 2371–2383

Zhang Y Q, Wang L F, Liu R M, et al. The effect of van der Waals force on the vibrational properties of low-dimensional nanostructure (in Chinese). Chin Sci Bull, 2020, 65: 2371–2383, doi: 10.1360/TB-2020-0425

图1 (网络版彩色)微纳共振器的应用。(a) 质量传感^[11]; (b) 光学传感^[12]; (c) 信号处理^[13]; (d) 化学传感^[14]
Figure 1 (Color online) Application of micro/nano-resonator. (a) Mass sensing^[11]; (b) optical sensing^[12]; (c) signal-processing^[13]; (d) chemical sensing^[14]

图2 (网络版彩色)纳尺度结构的分子结构模型。(a) 多壁碳纳米管; (b) 多层黑磷; (c) 多层石墨烯; (d) 多层二硫化钼
Figure 2 (Color online) Molecular model of nanostructures. (a) Multi-walled carbon nanotube; (b) multi-layered black phosphorus; (c) multi-layered graphene sheets; (d) multi-layered MoS₂

烯、多层黑磷与多层二硫化钼的原子结构模型。

1 范德瓦耳斯力

与宏观尺度不同,当空间尺度达到纳米尺度,分子间的相互作用力显得异常重要。范德瓦耳斯力是分子间长程相互作用的一种重要表现形式,它有三个主要来源:其一,极性分子的永久偶极矩之间的相互作用;其二,一个极性分子使另一个分子极化,产生诱导偶极矩并相互吸引;其三,分子中电子的运动产生瞬时偶极矩,它使临近分子瞬时极化,后者又反过来增强原来分子的瞬时偶极矩。通常情况下,采用Lennard-Jones(LJ)势函数来表现不同原子之间的范德瓦耳斯相互作用^[18],其主要表现形式为

$$U = 4\varepsilon \left(\frac{\sigma^{12}}{r^{12}} - \frac{\sigma^6}{r^6} \right), \quad (1)$$

其中, ε 和 σ 分别为LJ势能的势阱和平衡位置, r 为相互

作用原子间的距离。

近百年来,很多学者致力于对范德瓦耳斯力的研究。1931年,Slater和Kirkwood^[19]采用基于扰动波函数的方法计算了不同气体分子之间的范德瓦耳斯力。1939年,Marginau^[20]研究了极性分子之间、非极性分子之间以及受激分子之间的范德瓦耳斯力,同时计算了不同分子的范德瓦耳斯力参数。1948年,Casimir和Polder^[21]采用基于量子电动力学的方法,研究了两个中立原子之间的范德瓦耳斯力势能的滞后效应,后来被称为Casimir力。1961年,Dzyaloshinskii等人^[22]研究了液体薄膜中的范德瓦耳斯力,得到了液体薄膜的化学势函数的表达式,且化学势的大小取决于液体薄膜的厚度。1968年,Tabor和Winterton^[23]实验测量了不同云母片之间正常的和滞后的范德瓦耳斯力。研究发现,当云母片间的距离小于10 nm时,正常范德瓦耳斯力占主导;当云母片间的距离大于20 nm时,滞后的范德瓦耳斯力占主导。1978年, van Blokland和Overbeek^[24]研究了

覆盖铬层的物体间的范德瓦耳斯力,发现当铬的介电常数采用自由电子气模型时,基于Lifshitz理论计算得到的范德瓦耳斯力与实验结果吻合得很好. 1991年, Hartmann^[25]测量了锋利的探针与平坦样品表面之间的范德瓦耳斯力,结果显示,范德瓦耳斯力的大小取决于探针、样品以及周围介质的介电常数. 2001年, Lee和Sigmund^[26]实验探测了二氧化硅和氧化铝之间的范德瓦耳斯力,发现实验探测的结果与理论计算的结果吻合得很好. 2011年, Santra等人^[27]研究了在高压作用下冰中的范德瓦耳斯力,发现当压强升高时,范德瓦耳斯力贡献的晶格能增加. 2015年, Aykol等人^[28]采用基于密度泛函理论的量子力学方法,研究了层状锂钴氧化物中的范德瓦耳斯力.

纳尺度结构中存在着不可忽略的范德瓦耳斯力. 因此,研究范德瓦耳斯力对纳尺度结构力学特性的影响,特别是对纳尺度结构振动特性的影响成为了纳米力学的一个热点问题. 随着纳米技术的发展,越来越多的纳米尺度器件被制造出来. 纳米谐振器有着高品质因子、尺寸小、高稳定性等优点,其在信息存储与操控方面有着重要的潜在应用. 由于纳米谐振器需要有很高的精度,范德瓦耳斯力对纳米谐振器振动特性的影响显得尤为重要.

范德瓦耳斯力是一种较弱的长程相互作用力. 对于纳尺度结构,其普遍存在于不同的结构之间,如多层结构的层间相互作用或者多壁结构的层间相互作用. 范德瓦耳斯力不仅对多层结构的力学行为(如屈曲特性、振动特性等)有着非常大的影响,还对多层结构的热传导特性、电子特性等有一定的影响. 所以,范德瓦耳斯力对纳尺度结构力学特性影响的研究,特别是对振动特性影响的研究具有重要的意义.

2 范德瓦耳斯力对纳尺度材料力学行为的影响

关于范德瓦耳斯力对纳尺度结构力学特性的影响,国内外学者做了很多有意义的工作. 1993年, Hertel等人^[29]用原子力显微镜、连续介质力学以及分子力学模拟的方法研究了范德瓦耳斯力对碳纳米管变形的影响,发现随着管径和层数的增加,碳纳米管与基底之间的范德瓦耳斯相互作用会产生较高的结合能. 2003年, Li和Chou^[30]研究了范德瓦耳斯力对多壁碳纳米管弹性模量的影响,发现管径、管的手性以及管的层数都会影响多壁碳纳米管的弹性模量. 2004年,王立峰等人^[31]采

用分子动力学(molecular dynamics, MD)方法研究了范德瓦耳斯力对多壁碳纳米管力学性质的影响,发现碳纳米管的层间范德瓦耳斯力对其屈曲特性的影响非常明显. 2006年, Yao和Han^[32]研究了范德瓦耳斯力对扭转和温度载荷下多壁碳纳米管屈曲特性的影响. 之后, Chang和Hou^[33]采用分子动力学方法研究了范德瓦耳斯力对弯曲载荷下多壁碳纳米管屈曲特性的影响,发现在线性范围内,范德瓦耳斯力对弯曲特性几乎没有影响. Sears和Batra^[34]采用分子动力学方法研究了轴向压缩载荷下多壁碳纳米管的屈曲特性,发现当多壁碳纳米管的长径比很大时, Euler屈曲理论可以合理预测轴向变形时的屈曲. 2007年, Liew等人^[35]研究了范德瓦耳斯力对反常多壁碳纳米管屈曲特性的影响,发现范德瓦耳斯力对反常多壁碳纳米管屈曲特性的影响比对正常多壁碳纳米管的影响更明显. 2009年, Hsu等人^[36]建立Timoshenko梁模型,分析了温度变化导致的双壁碳纳米管的屈曲,发现范德瓦耳斯力对扶手椅型双壁碳纳米管的临界屈曲温度影响非常显著. 2014年, Jiang和Park^[37]采用分子动力学方法研究了二硫化钼与石墨烯异质结构在单轴拉伸下的力学特性,发现异质结构的杨氏模量远大于二硫化钼的杨氏模量. 2016年, Yang等人^[38]的研究表明,基底上石墨烯的临界屈曲和石墨烯与基底间的范德瓦耳斯力有关. 2018年, Mallick和Elder^[39]研究了氮化硼与石墨烯异质结构的力学特性和断裂特性,发现层状异质结构在不考虑堆叠顺序的情况下仍然保持其力学稳定性.

范德瓦耳斯力在抵抗层间剪切或者滑动方面较弱^[40]. 二维材料的层间剪切刚度远低于其面内杨氏模量^[41],这种力学性能的各向异性使得二维多层材料容易产生滑动. Wang等人^[42]采用实验方法探测了范德瓦耳斯力与双层石墨烯层间剪切模量的关系,并进一步研究了少层石墨烯、氮化硼和二硫化钼的弯曲刚度^[43]. 实验表明,由于层间剪切以及滑动变形的影响,二维多层材料弯曲刚度远低于经典薄板理论预测的结果. 随着材料尺寸进一步减小到纳米尺度,传统连续介质力学框架下的相关理论已无法完全精确描述二维多层材料的弯曲刚度和弹性模量之间的关系. 由于层状材料非常薄,其主要的变形形式是弯曲. 弯曲引起的层状材料的分层在普通物体上也很常见. 在纳米尺度,最近的研究工作直接证明弯曲引起了石墨烯和氮化硼纳米带的分层^[44]. 多层系统通常被看作单一片状结构,而忽略了层间变形^[45,46]. 事实上,对于大多数二维材料,

层间范德瓦耳斯力在力学上是非常微弱的,具有原子级光滑表面的单一层状结构高度光滑^[47].

3 范德瓦耳斯力对纳尺度结构振动的影响

与宏观结构不同,范德瓦耳斯力对纳尺度结构的振动特性具有非常明显的影响.所以,需要深入研究范德瓦耳斯力对纳尺度结构振动特性的影响,进而建立范德瓦耳斯力对纳尺度结构振动特性影响的动力学模型.

3.1 纳尺度结构的振动

振动是纳尺度结构重要的力学特性.在研究纳尺度结构的振动特性时,通常采用实验方法、分子动力学方法、连续介质力学方法^[48].在纳机电系统中,热噪声广泛存在,使得热对纳尺度结构振动特性的影响也受到了广泛的关注.与宏观尺度不同,温度对纳尺度结构振动振幅的影响很大,所以需要深入研究热对纳尺度结构振动特性的影响.建立纳尺度结构热振动的动力学模型是非常具有挑战的工作.

1996年,Treacy等人^[49]利用透射电子显微镜测量了碳纳米管固有热振动的均方根振幅,得到了碳纳米管的杨氏模量.Babić等人^[50]利用扫描隧道显微镜观测了单壁碳纳米管的固有热振动特性,同时把观测到的振幅与线性连续介质力学模型得到的结果作比较.Bunch等人^[51]通过光学干涉方法探测了石墨烯谐振器的振动特性,发现其振动频率可以达到吉赫兹量级.Wang等人^[52]实验研究了黑磷的振动特性,发现黑磷的振动频率可以达到100 MHz.

21世纪以来,越来越多的研究者利用分子动力学方法研究纳尺度结构的物理、化学、生物等特性.在纳尺度结构力学特性研究方面,分子动力学起到了巨大的推动作用.除了传统的分子动力学方法之外,基于量子力学的分子动力学方法也被广泛应用于研究纳尺度结构的物理以及化学特性.但是受限于当前计算机的计算能力,在纳尺度结构振动特性的研究方面,基于量子力学的分子动力学方法尚未取得实质性的突破.

尽管电子显微镜的发展使得纳尺度结构动力学的实验研究变得可能,但是实验成本仍然相对较高.同时,分子动力学计算是可以验证相关新理论是否可靠的一种新工具,而且原子与分子运动相关的问题一般都可以采用分子动力学计算来解决.但是,分子动力学计算会花费大量的时间和计算资源,因此分子动力学计算也会受限于计算的规模与计算模拟的时间,通常时间

尺度在纳秒量级.连续介质力学在计算成本上明显小于实验方法与分子动力学方法,同时可以计算的规模相当大,而且它计算的结果可以与分子动力学和实验结果吻合得很好.Wang等人^[53]采用分子动力学模拟研究了应变对黑磷纳米谐振器品质因子的影响.Wang等人^[54,55]建立了考虑应变梯度的非局部Timoshenko梁模型和非局部壳模型,准确预测了碳纳米管中弯曲波与纵波的频散规律.Wang等人^[56]采用分子动力学与连续介质力学方法研究了碳纳米管的热振动特性,发现Euler梁模型可以很好地预测碳纳米管的热振动特性.Wang^[57]采用微分求积法研究了微米输流管道的动力学特性.Wang和Hu^[58,59]用连续介质的矩形薄板与圆形薄板模型研究了考虑量子效应的石墨烯的热振动特性,发现在更高阶模态、更小尺寸以及低温时,量子效应对热振动的影响更明显.Liu等人^[60,61]利用分子动力学与连续介质力学方法研究了考虑量子效应的碳纳米管与石墨烯的热振动特性.Rahman和Foster^[62]采用分子动力学方法研究了不同边界条件下石墨烯的热振动特性.Zhang等人^[63,64]系统地论述了微尺度和纳尺度机械谐振器的振动与控制问题,同时还论述了微纳机械谐振器能量耗散机理研究的最新进展.Zhang等人^[65]利用连续的、正交各向异性的板模型得到了单层黑磷的均方根振幅,如图3所示,其结果与分子动力学方法得到的结果相吻合,表明正交各向异性板模型可以很好地预测单层黑磷的热振动问题.

当纳尺度结构发生微幅振动时,可以用线性振动模型描述;当纳尺度结构发生大幅振动时,非线性就必须考虑.对于纳尺度结构的振动问题,非线性特性显得尤为重要.造成非线性的原因有很多种,例如几何非线性^[66]、材料非线性^[67]以及边界条件的非线性^[68]等.在纳尺度结构非线性研究方面,Liu和Wang^[69]利用分子动力学方法和非平面非线性的梁模型研究了碳纳米管的非平面非线性热振动,发现碳纳米管的振幅会随着温度升高而增大,同时还伴随着涡动现象.Hu等人^[70]基于非局部连续介质理论研究了嵌入式碳纳米管的非线性振动特性.Wang和Hu^[71]研究了热应力作用下单壁碳纳米管的非线性随机振动特性.Ning等人^[72]实验研究了松弛对基于单壁碳纳米管的纳米谐振器非线性振动特性的影响.Zhang和Wang^[73]研究了四边固支的黑磷在温度作用下的非线性热振动特性.温度升高使得黑磷结构的应力增加,当温度达到一定程度时,黑磷会发生屈曲,此时黑磷会做大振幅的非线性振动.如图4

图3 正交各向异性板模型与分子动力学方法得到的单层黑磷的均方根振幅^[65]. (a) 中间位置沿x方向; (b) 中间位置沿y方向
Figure 3 Root-mean-square amplitude of single-layered black phosphorus obtained by molecular dynamics and orthotropic plate model^[65]. (a) The middle section along x direction; (b) the middle section along y direction

图4 不同温度下单层黑磷的速度与位移的联合概率密度^[73]. (a) 100 K; (b) 200 K; (c) 275 K; (d) 350 K
Figure 4 Stationary probability densities of velocity and displacement for single-layered black phosphorus at different temperatures^[73]. (a) 100 K; (b) 200 K; (c) 275 K; (d) 350 K

所示, 随着温度的升高, 黑磷通过平衡位置的概率越来越低. 当温度为100 K时, 只有一个峰值; 当温度升高到200 K时, 出现了两个峰值, 表明黑磷已经发生了屈曲现象; 当温度继续升高时, 两个峰值之间的距离会增加.

3.2 范德瓦耳斯力对多壁一维结构振动特性的影响

对于类似多壁碳纳米管等多壁的一维结构, 每层碳纳米管之间的相互作用主要为范德瓦耳斯力, 所以范德瓦耳斯力对多壁碳纳米管的振动特性起到了非常重要的作用. Ru^[74]给出了多壁碳纳米管管间的范德瓦耳斯力系数, 之后He等人^[75]采用解析方法给出了多壁碳纳米管管间的范德瓦耳斯力系数, 他们的研究成果都为研究范德瓦耳斯力对多壁碳纳米管振动行为的影

响提供了重要支撑. Yoon等人^[76,77]采用考虑范德瓦耳斯力的复合Euler梁模型和复合Timoshenko梁模型, 研究了多壁碳纳米管的振动特性. Wang等人^[78]建立Timoshenko梁模型, 分析了考虑范德瓦耳斯力作用的多壁碳纳米管的振动特性, 发现长径比较小和振动模态较高时, Timoshenko梁模型比Euler梁模型可以更好地预测多壁碳纳米管的振动频率. Wang等人^[79]采用光滑有限元方法研究了双壁碳纳米管的振动特性. Wang和Hu^[80]利用考虑范德瓦耳斯力的双Euler梁模型和分子动力学方法研究了双壁碳纳米管的热振动特性, 研究发现, 双壁碳纳米管出现了反向振动模态; 出现反向振动模态时, 内管与外管的均方根振幅不同. Liu和Wang^[81]采用考虑范德瓦耳斯力的复合Timoshenko梁模

型和分子动力学方法研究了悬臂双壁碳纳米管的振动特性,发现其出现了反向振动模式,且反向振动的频率远大于同向振动的频率。Zheng和Jiang^[82]提出了基于多壁碳纳米管的纳米谐振器,发现这种谐振器的振动频率可以达到吉赫兹量级。Guo等人^[83]采用分子动力学模拟研究了基于多壁碳纳米管的纳米谐振器的能量耗散,发现多壁碳纳米管层间摩擦力的大小与温度以及碳纳米管的手性相关。当温度升高时,纳尺度结构会产生几何非线性,同时会产生复杂的动力学行为,而且模式之间会产生能量的转换^[84]。由于温度升高到一定程度时,结构会产生热屈曲现象,并产生大幅振动。在非线性和非线性振动方面,Xu等人^[85]分析了考虑层间非线性范德瓦耳斯力的双壁碳纳米管的非线性振动特性,发现非线性范德瓦耳斯力对双壁碳纳米管反向振动有明显影响。Mahdavi等人^[86,87]考虑基底与碳纳米管之间的非线性范德瓦耳斯力,研究了在弹性基底上的单壁碳纳米管和双壁碳纳米管的非线性振动特性。Wang等人^[88]研究了在弹性基底上的单壁碳纳米管的非线性振动特性。Liu等人^[89]采用分子动力学方法和Euler梁模型研究了在碳纳米管中碳链的非线性振动特性,发现考虑碳链与碳纳米管间的非线性范德瓦耳斯力时,模型预测的碳链的振幅明显小于考虑线性范德瓦耳斯力时预测的振幅。

在众多的纳米功能器件中,纳米机械谐振器由于拥有卓越的共振特性而受到广泛关注。研究发现,在纳米尺度范围内,纳米机械谐振器的共振频率很高,可达吉赫兹甚至太赫兹量级^[90,91]。同时,外界环境、范德瓦耳斯力、量子效应、尺寸效应都会影响纳米机械谐振器的振动特性,这也带来了许多急需解决的纳尺度动力学问题。

3.3 范德瓦耳斯力对多层二维结构振动特性的影响

对于堆叠的二维纳尺度结构,层间的相互作用主要是范德瓦耳斯力,其对堆叠二维层状结构的振动有非常大的影响,使得计算层间的范德瓦耳斯力相互作用系数非常重要。He等人^[92]给出了多层石墨烯的层间范德瓦耳斯力系数,并且利用考虑范德瓦耳斯力的复合板模型研究了多层石墨烯的振动特性,发现其出现反向模式,且多层石墨烯的一阶频率与单层石墨烯的一阶频率相同。Garcia-Sanchez等人^[93]利用扫描探针显微镜研究了置于氧化硅上的多层石墨烯的振动特性。Pradhan和Phadikar^[94]研究了镶嵌于弹性基底的多层石墨烯振动特性,考虑了层间范德瓦耳斯力以及石墨烯

与弹性基底之间的范德瓦耳斯力对振动特性的影响。Wang等人^[95]研究了多层石墨烯的几何非线性振动特性,同时考虑了任意两层石墨烯之间的非线性范德瓦耳斯力,发现多层石墨烯可以应用于高频振荡器。Natsuki等人^[96]利用解析方法研究了考虑层间范德瓦耳斯力的圆形双层石墨烯的振动特性。Xu等人^[97]采用应变梯度有限元方法研究了双层石墨烯的振动特性,分析了范德瓦耳斯力、尺寸、非局部参数以及边界条件对双层石墨烯振动特性的影响。刘汝盟和王立峰^[98]研究了在预应力作用下双层石墨烯的热振动,发现预应力对同向振动的影响明显大于对反向振动的影响。Hu等人^[99]考虑残余应力、分子间作用力(包括范德瓦耳斯力和Casimir力),研究了悬于基底上的石墨烯的非线性振动特性。Koochi等人^[100]研究了Casimir力对基于纳米梁谐振器的稳定性影响。He与Jiang^[101]采用分子动力学模拟研究了应变引起的石墨烯与二硫化钼异质结构纳米谐振器的能量耗散问题。Zhang等人^[102]采用分子动力学方法和考虑范德瓦耳斯力的连续介质层合板模型,研究了黑磷与二硫化钼的热振动特性,发现层合板模型可以很好地预测二硫化钼与黑磷异质结构的热振动特性。图5所示为不同温度下二硫化钼与黑磷异质结构的最大均方根振幅,虚线和实线分别为板模型计算的二硫化钼和黑磷的结果,圆点和三角形分别为分子动力学计算的二硫化钼和黑磷的结果。可见,在相同位置上,二硫化钼与黑磷的均方根振幅明显不同。

早期的研究工作大多只考虑范德瓦耳斯力在垂直于二维纳米结构所在平面方向的分量对其振动行为的

图5 (网络版彩色)不同温度下二硫化钼与黑磷异质结构的最大均方根振幅^[102]

Figure 5 (Color online) The maximum root mean square (RMS) amplitudes of the MoS₂/black phosphorus heterostructure under different temperatures^[102]

图6 (网络版彩色)不同层数的黑磷、石墨烯、氮化硼的振动频谱^[109]. (a) 黑磷; (b) 石墨烯; (c) 氮化硼
Figure 6 (Color online) Vibration spectrum of different layers of black phosphorus, graphene and BN^[109]. (a) Black phosphorus; (b) graphene; (c) BN

影响,而考虑层间摩擦及层间剪切对其振动行为影响的研究相对较少. Kim与Park^[103]采用分子动力学方法研究了层间摩擦和附着对多层石墨烯谐振器能量耗散的影响,发现层间摩擦会影响多层石墨烯谐振器的品质因子,且层间摩擦的大小取决于层间范德瓦耳斯力的强弱.之后, Liu等人^[104]研究发现,多层石墨烯的层间范德瓦耳斯力会产生层间剪切,这种层间剪切会影响固有振动频率、力学变形以及能量耗散. Kamali和Nazemnezhad^[105]利用考虑层间剪切的层合梁模型研究了考虑范德瓦耳斯力的双层石墨烯纳米带的振动特性,发现层间范德瓦耳斯力引起的层间剪切对双层石墨烯纳米带自由振动的固有频率有很大影响. Nazemnezhad等人^[106]用夹层板模型研究了考虑非局部弹性与范德瓦耳斯力引起的层间剪切对多层石墨烯振动特性的影响. Kamali等人^[107]研究了置于弹性基底上双层石墨烯的振动特性,同时考虑了范德瓦耳斯力引起的层间剪切的影响,发现石墨烯与基底间的拉压模量可以显著影响其振动频率. Mirparizi与Aski^[108]采用分子力学模拟方法研究了双层石墨烯的振动特性,发现层间剪切对双层石墨烯振动特性具有显著影响. Zhang和Wang^[109]利用分子动力学方法和考虑层间剪切的层合板模型,研究了多层二维纳米结构的振动特性. 图6给出了采用分子动力学方法得到的典型二维结构的振动频谱,可见,当层数增加时,黑磷和氮化硼的振动频率有明显的升高,而石墨烯的振动频率没有明显的升高,这是由不同材料的范德瓦耳斯力引起的层间剪切的大小不同所导致的.

3.4 范德瓦耳斯力对纳尺度结构振动边界条件的影响

碳纳米管等一维纳尺度结构一般都置于弹性基底上. 碳纳米管与弹性基底之间的相互作用主要是范德瓦耳斯力,其对嵌于基底上碳纳米管的力学行为起主导作

用^[110~112]. 对于基于碳纳米管的纳机电系统,碳纳米管通常是桥搭在基底上;在研究碳纳米管振动特性的实验中,碳纳米管同样也是桥搭在弹性基底上^[113,114]. 桥搭在基底上的碳纳米管,它的边界条件不同于传统的理想边界条件,而是弹性约束边界条件. Kiani^[115]采用Euler梁模型研究了碳纳米管在弹性约束条件下的自由振动特性. 对于这种弹性约束,桥搭在基底部分的碳纳米管与基底之间的范德瓦耳斯力对碳纳米管的振动特性起到决定性的作用. Jiang等人^[116]利用修正的傅里叶级数法和分子动力学方法研究了桥搭在基底上的碳纳米管的振动特性,发现其边界条件可以认为是弹性约束,范德瓦耳斯力提供了弹性约束. 图7所示为不同长度碳纳米管的振动频率. 结果表明,弹性约束的梁模型可以很好地预测桥搭在基底上的碳纳米管的振动特性.

实验中二维纳米结构通常是平铺在一个圆孔之上,基底与铺在基底上的二维纳米结构之间的范德瓦耳斯力对二维纳米结构的力学特性有一定影响. Castellanos-Gomez等人^[117]利用固支的连续介质圆板模型研究了平铺在圆孔上的二硫化钼纳米谐振器的振动特性,发现其振动频率可以达到10~30 MHz,品质因子可以达到55. Lee等人^[118]与Jia等人^[119]也做了类似研究. Jiang等人^[120]利用分子动力学方法和两段圆板模型研究了平铺在圆孔上的圆形二硫化钼的振动特性,发现其边界不是传统的简支或固支边界条件,而是弹性约束. 图8显示了平铺在圆孔上的二硫化钼的频率与固支边界和简支边界时的频率,可见其频率值介于固支情况与简支情况之间.

4 总结与展望

本文主要介绍了范德瓦耳斯力研究的基本发展历史、范德瓦耳斯力对纳尺度材料力学行为的影响以及

图 7 (网络版彩色)不同长度碳纳米管的振动频率^[116]. (a) (5, 5); (b) (10, 10)

Figure 7 (Color online) Vibration frequency of carbon nanotube with different length^[116]. (a) (5, 5); (b) (10, 10)

图 8 (网络版彩色)圆孔上二硫化钼的固有振动频率^[120]. (a) 一阶频率; (b) 二阶频率

Figure 8 (Color online) Natural frequency of MoS₂ suspended on a circular hole^[120]. (a) First order natural frequency; (b) second order natural frequency

范德瓦耳斯力对纳尺度结构振动影响的一些研究进展. 近年来, 关于范德瓦耳斯力的研究受到越来越多的关注. 关于纳尺度结构振动特性的研究, 特别是范德瓦耳斯力对纳尺度结构振动特性影响的研究开展的时间不长, 仍然有很多亟待解决的问题. 由于受到实验条件的影响, 目前研究范德瓦耳斯力对纳尺度结构振动特性的影响, 大都集中在理论计算以及计算机模拟等方面. 不少学者通过分子动力学方法来研究范德瓦耳斯力对

纳尺度结构振动特性的影响. 但是, 受限于当前计算机的计算能力, 利用基于量子力学的方法或者是半量子力学的方法研究范德瓦耳斯力对纳尺度结构振动特性的影响仍然面临挑战. 同时, 关于研究范德瓦耳斯力的非线性对纳尺度结构振动特性影响的工作还相对较少. 需要深入地研究范德瓦耳斯力长程非局部特性对振动特性的影响, 而范德瓦耳斯力对纳尺度结构振动特性的影响需要实验的检验.

参考文献

- 1 Ruska E, Knoll M. The magnetic concentrating coil for fast electron beams. *Z Techn Physik*, 1931, 12: 389–400
- 2 Binnig G, Rohrer H. Scanning tunneling microscopy. *Helv Phys Acta*, 1982, 55: 726–735
- 3 Binnig G, Quate C F, Gerber C. Atomic force microscope. *Phys Rev Lett*, 1986, 56: 930–933
- 4 Yang W, Ma X L, Wang H T, et al. Advances in nanomechanics (in Chinese). *Adv Mech*, 2002, 32: 161–174 [杨卫, 马新玲, 王宏涛, 等. 纳米力学进展. 力学进展, 2002, 32: 161–174]
- 5 Yang W, Ma X L, Wang H T, et al. Advances in nanomechanics-part II (in Chinese). *Adv Mech*, 2003, 33: 175–186 [杨卫, 马新玲, 王宏涛, 等. 纳米力学进展(续). 力学进展, 2003, 33: 175–186]

- 6 Qian D, Wagner G J, Liu W K, et al. Mechanics of carbon nanotubes. *Appl Mech Rev*, 2002, 55: 495–533
- 7 Guo W, Guo Y, Zhang Z, et al. Strength, plasticity, interlayer interactions and phase transition of low-dimensional nanomaterials under multiple fields. *Acta Mech Solid Sin*, 2012, 25: 221–243
- 8 Xu Z P, Zheng Q S. Micro- and nano-mechanics in China: A brief review of recent progress and perspectives. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2018, 61: 074601
- 9 Chen X, Li C, Grätzel M, et al. Nanomaterials for renewable energy production and storage. *Chem Soc Rev*, 2012, 41: 7909–7937
- 10 Aricò A S, Bruce P, Scrosati B, et al. Nanostructured materials for advanced energy conversion and storage devices. *Nat Mater*, 2005, 4: 366–377
- 11 Ilic B, Craighead H G, Krylov S, et al. Attogram detection using nanoelectromechanical oscillators. *J Appl Phys*, 2004, 95: 3694–3703
- 12 Huang J G, Cai H, Gu Y D, et al. Torsional frequency mixing and sensing in optomechanical resonators. *Appl Phys Lett*, 2017, 111: 111102
- 13 Verbridge S S, Shapiro D F, Craighead H G, et al. Macroscopic tuning of nanomechanics: Substrate bending for reversible control of frequency and quality factor of nanostring resonators. *Nano Lett*, 2007, 7: 1728–1735
- 14 Karabacak D M, Brongersma S H, Crego-Calama M. Enhanced sensitivity volatile detection with low power integrated micromechanical resonators. *Lab Chip*, 2010, 10: 1976–1982
- 15 Geim A K. Graphene: Status and prospects. *Science*, 2009, 324: 1530–1534
- 16 Tran V, Soklaski R, Liang Y, et al. Layer-controlled band gap and anisotropic excitons in few-layer black phosphorus. *Phys Rev B*, 2014, 89: 235319
- 17 Castellanos-Gomez A, Poot M, Steele G A, et al. Elastic properties of freely suspended MoS₂ nanosheets. *Adv Mater*, 2012, 24: 772–775
- 18 Jones J E. The determination of molecular fields: From the variation of the viscosity of a gas with temperature. *Proc R Soc A*, 1924, 106: 441–462
- 19 Slater J C, Kirkwood J G. The van der Waals forces in gases. *Phys Rev*, 1931, 37: 682–697
- 20 Margenau H. Van der Waals forces. *Rev Mod Phys*, 1939, 11: 1–35
- 21 Casimir H B G, Polder D. The influence of retardation on the London-van der Waals forces. *Phys Rev*, 1948, 73: 360–372
- 22 Dzyaloshinskii I E, Lifshitz E M, Pitaevskii L P. Van der Waals forces in liquid films. *Sov Phys-JETP*, 1960, 37: 161–170
- 23 Tabor D, Winterton R H S. Surface forces: Direct measurement of normal and retarded van der Waals forces. *Nature*, 1968, 219: 1120–1121
- 24 van Blokland P H G M, Overbeek J T G. Van der Waals forces between objects covered with a chromium layer. *J Chem Soc*, 1978, 74: 2637–2651
- 25 Hartmann U. Van der Waals interactions between sharp probes and flat sample surfaces. *Phys Rev B*, 1991, 43: 2404–2407
- 26 Lee S, Sigmund W M. Repulsive van der Waals forces for silica and alumina. *J Colloid Interface Sci*, 2001, 243: 365–369
- 27 Santra B, Klimeš J, Alfè D, et al. Hydrogen bonds and van der Waals forces in ice at ambient and high pressures. *Phys Rev Lett*, 2011, 107: 185701
- 28 Aykol M, Kim S, Wolverton C. Van der Waals interactions in layered lithium cobalt oxides. *J Phys Chem C*, 2015, 119: 19053–19058
- 29 Hertel T, Walkup R E, Avouris P. Deformation of carbon nanotubes by surface van der Waals forces. *Phys Rev B*, 1998, 58: 13870–13873
- 30 Li C. Elastic moduli of multi-walled carbon nanotubes and the effect of van der Waals forces. *Compos Sci Tech*, 2003, 63: 1517–1524
- 31 Wang L F, Guo W L, Hu H Y. Influence of van der Waals force on mechanical properties of multi-wall carbon nanotubes (in Chinese). *Chin J Solid Mech*, 2004, 25: 269–274 [王立峰, 郭万林, 胡海岩. 范德华力对多壁纳米碳管力学性质的影响. *固体力学学报*, 2004, 25: 269–274]
- 32 Yao X, Han Q. Buckling analysis of multiwalled carbon nanotubes under torsional load coupling with temperature change. *J Eng Mater Technol*, 2006, 128: 419–427
- 33 Chang T, Hou J. Molecular dynamics simulations on buckling of multiwalled carbon nanotubes under bending. *J Appl Phys*, 2006, 100: 114327
- 34 Sears A, Batra R C. Buckling of multiwalled carbon nanotubes under axial compression. *Phys Rev B*, 2006, 73: 085410
- 35 Liew K M, Wang J B, He X Q, et al. Buckling analysis of abnormal multiwalled carbon nanotubes. *J Appl Phys*, 2007, 102: 053511
- 36 Hsu J C, Lee H L, Chang W J. Thermal buckling of double-walled carbon nanotubes. *J Appl Phys*, 2009, 105: 103512
- 37 Jiang J W, Park H S. Mechanical properties of MoS₂/graphene heterostructures. *Appl Phys Lett*, 2014, 105: 033108
- 38 Yang K, Chen Y, Pan F, et al. Buckling behavior of substrate supported graphene sheets. *Materials*, 2016, 9: 32
- 39 Mallick G, Elder R M. Graphene/hexagonal boron nitride heterostructures: Mechanical properties and fracture behavior from nanoindentation simulations. *Appl Phys Lett*, 2018, 113: 121902
- 40 Hod O, Meyer E, Zheng Q, et al. Structural superlubricity and ultralow friction across the length scales. *Nature*, 2018, 563: 485–492
- 41 Kelly B T. *Physics of Graphite*. London: Applied Science, 1981
- 42 Wang G, Dai Z, Wang Y, et al. Measuring interlayer shear stress in bilayer graphene. *Phys Rev Lett*, 2017, 119: 036101
- 43 Wang G, Dai Z, Xiao J, et al. Bending of multilayer van der Waals materials. *Phys Rev Lett*, 2019, 123: 116101
- 44 Nikiforov I, Tang D M, Wei X, et al. Nanoscale bending of multilayered boron nitride and graphene ribbons: Experiment and objective molecular dynamics calculations. *Phys Rev Lett*, 2012, 109: 025504
- 45 Bertolazzi S, Brivio J, Kis A. Stretching and breaking of ultrathin MoS₂. *ACS Nano*, 2011, 5: 9703–9709
- 46 Koenig S P, Boddeti N G, Dunn M L, et al. Ultrastrong adhesion of graphene membranes. *Nat Nanotech*, 2011, 6: 543–546

- 47 Liu Z, Yang J, Grey F, et al. Observation of microscale superlubricity in graphite. *Phys Rev Lett*, 2012, 108: 205503
- 48 Liu R M, Wang L F. Thermal vibration of typical nano-structure (in Chinese). *Mech Eng*, 2017, 39: 109–119 [刘汝盟, 王立峰. 典型纳尺度结构的热振动. *力学与实践*, 2017, 39: 109–119]
- 49 Treacy M M J, Ebbesen T W, Gibson J M. Exceptionally high Young's modulus observed for individual carbon nanotubes. *Nature*, 1996, 381: 678–680
- 50 Babić B, Furer J, Sahoo S, et al. Intrinsic thermal vibrations of suspended doubly clamped single-wall carbon nanotubes. *Nano Lett*, 2003, 3: 1577–1580
- 51 Bunch J S, van der Zande A M, Verbridge S S, et al. Electromechanical resonators from graphene sheets. *Science*, 2007, 315: 490–493
- 52 Wang Z, Jia H, Zheng X, et al. Black phosphorus nanoelectromechanical resonators vibrating at very high frequencies. *Nanoscale*, 2015, 7: 877–884
- 53 Wang C X, Zhang C, Jiang J W, et al. Mechanical strain effects on black phosphorus nanoresonators. *Nanoscale*, 2016, 8: 901–905
- 54 Wang L, Hu H. Flexural wave propagation in single-walled carbon nanotubes. *Phys Rev B*, 2005, 71: 195412
- 55 Wang L, Hu H, Guo W. Validation of the non-local elastic shell model for studying longitudinal waves in single-walled carbon nanotubes. *Nanotechnology*, 2006, 17: 1408–1415
- 56 Wang L, Hu H, Guo W. Thermal vibration of carbon nanotubes predicted by beam models and molecular dynamics. *Proc R Soc A*, 2010, 466: 2325–2340
- 57 Wang L. Size-dependent vibration characteristics of fluid-conveying microtubes. *J Fluids Struct*, 2010, 26: 675–684
- 58 Wang L, Hu H. Thermal vibration of a circular single-layered graphene sheet with simply supported or clamped boundary. *J Sound Vib*, 2015, 349: 206–215
- 59 Wang L, Hu H. Thermal vibration of a rectangular single-layered graphene sheet with quantum effects. *J Appl Phys*, 2014, 115: 233515
- 60 Liu R, Wang L. Thermal vibration of a single-walled carbon nanotube predicted by semiquantum molecular dynamics. *Phys Chem Chem Phys*, 2015, 17: 5194–5201
- 61 Liu R, Wang L, Jiang J. Thermal vibration of a single-layered graphene with initial stress predicted by semiquantum molecular dynamics. *Mater Res Express*, 2016, 3: 095601
- 62 Rahman R, Foster J T. A molecular dynamics based investigation of thermally vibrating graphene under different boundary conditions. *Physica E*, 2015, 72: 25–47
- 63 Zhang W M, Hu K M, Peng Z K, et al. Tunable micro- and nanomechanical resonators. *Sensors*, 2015, 15: 26478–26566
- 64 Zhang W M, Yan H, Peng Z K, et al. Research progress on energy dissipation mechanisms in micro-and nano-mechanical resonators (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2017, 19: 59–75 [张文明, 闫寒, 彭志科, 等. 微纳机械谐振器能量耗散机理研究进展. *科学通报*, 2017, 19: 59–75]
- 65 Zhang Y Q, Wang L F, Jiang J N. Thermal vibration of rectangular single-layered black phosphorus predicted by orthotropic plate model. *J Appl Phys*, 2018, 123: 0955101
- 66 Xu Y, Cao D, Shao C, et al. Nonlinear responses of a slender wing with a store. *J Vib Acoust*, 2019, 141: 031006
- 67 Pavan T Z, Madsen E L, Frank G R, et al. Nonlinear elastic behavior of phantom materials for elastography. *Phys Med Biol*, 2010, 55: 2679–2692
- 68 Tabaddor M. Influence of nonlinear boundary conditions on the single-mode response of a cantilever beam. *Int J Solids Struct*, 2000, 37: 4915–4931
- 69 Liu R, Wang L. Coupling between flexural modes in free vibration of single-walled carbon nanotubes. *AIP Adv*, 2015, 5: 127110
- 70 Hu W, Deng Z, Wang B, et al. Chaos in an embedded single-walled carbon nanotube. *Nonlinear Dyn*, 2013, 72: 389–398
- 71 Wang L, Hu H. Thermal vibration of a simply supported single-walled carbon nanotube with thermal stress. *Acta Mech*, 2016, 227: 1957–1967
- 72 Ning Z, Fu M, Wu G, et al. Remarkable influence of slack on the vibration of a single-walled carbon nanotube resonator. *Nanoscale*, 2016, 8: 8658–8665
- 73 Zhang Y, Wang L. Thermally stimulated nonlinear vibration of rectangular single-layered black phosphorus. *J Appl Phys*, 2018, 124: 135101
- 74 Ru C Q. Effect of van der Waals forces on axial buckling of a double-walled carbon nanotube. *J Appl Phys*, 2000, 87: 7277–7231
- 75 He X Q, Kitipornchai S, Liew K M. Buckling analysis of multi-walled carbon nanotubes: A continuum model accounting for van der Waals interaction. *J Mech Phys Solids*, 2005, 53: 303–326
- 76 Yoon J. Vibration of an embedded multiwall carbon nanotube. *Compos Sci Tech*, 2003, 63: 1533–1542
- 77 Yoon J, Ru C Q, Mioduchowski A. Terahertz vibration of short carbon nanotubes modeled as Timoshenko beams. *J Appl Mech*, 2005, 72: 10–17
- 78 Wang C M, Tan V B C, Zhang Y Y. Timoshenko beam model for vibration analysis of multi-walled carbon nanotubes. *J Sound Vib*, 2006, 294: 1060–1072
- 79 Wang L, Han D, Liu G R, et al. Free vibration analysis of double-walled carbon nanotubes using the smoothed finite element method. *Int J Comput Methods*, 2011, 08: 879–890
- 80 Wang L F, Hu H Y. Thermal vibration of double-walled carbon nanotubes predicted via double-Euler-beam model and molecular dynamics. *Acta*

- Mech, 2012, 223: 2107-2115
- 81 Liu R, Wang L. Vibration of cantilevered double-walled carbon nanotubes predicted by Timoshenko beam model and molecular dynamics. *Int J Comput Methods*, 2015, 12: 1540017
 - 82 Zheng Q, Jiang Q. Multiwalled carbon nanotubes as gigahertz oscillators. *Phys Rev Lett*, 2002, 88: 045503
 - 83 Guo Z, Chang T, Guo X, et al. Thermal-induced edge barriers and forces in interlayer interaction of concentric carbon nanotubes. *Phys Rev Lett*, 2011, 107: 105502
 - 84 Koh H, Cannon J J, Shiga T, et al. Thermally induced nonlinear vibration of single-walled carbon nanotubes. *Phys Rev B*, 2015, 92: 024306
 - 85 Xu K Y, Guo X N, Ru C Q. Vibration of a double-walled carbon nanotube aroused by nonlinear intertube van der Waals forces. *J Appl Phys*, 2006, 99: 064303
 - 86 Mahdavi M H, Jiang L Y, Sun X. Nonlinear vibration of a single-walled carbon nanotube embedded in a polymer matrix aroused by interfacial van der Waals forces. *J Appl Phys*, 2009, 106: 114309
 - 87 Mahdavi M H, Jiang L Y, Sun X. Nonlinear vibration of a double-walled carbon nanotube embedded in a polymer matrix. *Physica E*, 2011, 43: 1813-1819
 - 88 Wang Y Z, Wang Y S, Ke L L. Nonlinear vibration of carbon nanotube embedded in viscous elastic matrix under parametric excitation by nonlocal continuum theory. *Physica E*, 2016, 83: 195-200
 - 89 Liu R, Zhao J, Wang L. Nonlinear vibrations of carbon chain resonators tuned by temperature. *Mater Res Express*, 2017, 4: 105026
 - 90 Peng H B, Chang C W, Aloni S, et al. Ultrahigh frequency nanotube resonators. *Phys Rev Lett*, 2006, 97: 087203
 - 91 Eom K, Park H S, Yoon D S, et al. Nanomechanical resonators and their applications in biological/chemical detection: Nanomechanics principles. *Phys Rep*, 2011, 503: 115-163
 - 92 He X Q, Kitipornchai S, Liew K M. Resonance analysis of multi-layered graphene sheets used as nanoscale resonators. *Nanotechnology*, 2005, 16: 2086-2091
 - 93 Garcia-Sanchez D, van der Zande A M, Paulo A S, et al. Imaging mechanical vibrations in suspended graphene sheets. *Nano Lett*, 2008, 8: 1399-1403
 - 94 Pradhan S C, Phadikar J K. Small scale effect on vibration of embedded multilayered graphene sheets based on nonlocal continuum models. *Phys Lett A*, 2009, 373: 1062-1069
 - 95 Wang J, He X, Kitipornchai S, et al. Geometrical nonlinear free vibration of multi-layered graphene sheets. *J Phys D-Appl Phys*, 2011, 44: 135401
 - 96 Natsuki T, Shi J X, Ni Q Q. Vibration analysis of circular double-layered graphene sheets. *J Appl Phys*, 2012, 111: 044310
 - 97 Xu W, Wang L, Jiang J. Strain gradient finite element analysis on the vibration of double-layered graphene sheets. *Int J Comput Methods*, 2016, 13: 1650011
 - 98 Liu R M, Wang L F. Thermal vibration of a double-layered graphene sheet with initial stress at low temperature (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2017, 62: 245-253 [刘汝盟, 王立峰. 预应力作用下双层石墨烯低温热振动. 科学通报, 2017, 62: 245-253]
 - 99 Hu K M, Zhang W M, Yan H, et al. Nonlinear pull-in instability of suspended graphene-based sensors. *Europhys Lett*, 2019, 125: 20011
 - 100 Koochi A, Kazemi A S, Tadi Beni Y, et al. Theoretical study of the effect of Casimir attraction on the pull-in behavior of beam-type NEMS using modified Adomian method. *Physica E*, 2010, 43: 625-632
 - 101 He J D, Jiang J W. Misfit strain-induced energy dissipation for graphene/MoS₂ heterostructure nanomechanical resonators. *Nanotechnology*, 2019, 30: 265701
 - 102 Zhang Y, Wang L, Jiang J. Thermal vibration of MoS₂/Black phosphorus Bi-layered heterostructure. *Physica E*, 2019, 114: 113597
 - 103 Kim S Y, Park H S. Multilayer friction and attachment effects on energy dissipation in graphene nanoresonators. *Appl Phys Lett*, 2009, 94: 101918
 - 104 Liu Y L, Xu Z P, Zheng Q S. The inter layer shear effect on graphene multilayer resonators. *J Mech Phys Solids*, 2012, 59: 1613-1622
 - 105 Kamali K, Nazemnezhad R. Interlayer influences between double-layer graphene nanoribbons (shear and tensile-compressive) on free vibration using nonlocal elasticity theory. *Mech Adv Mater Struct*, 2018, 25: 225-237
 - 106 Nazemnezhad R, Zare M, Hosseini-Hashemi S. Effect of nonlocal elasticity on vibration analysis of multi-layer graphene sheets using sandwich model. *Eur J Mech A-Solids*, 2018, 70: 75-85
 - 107 Kamali K, Nazemnezhad R, Zare M. Elastic effects on vibration of bilayer graphene sheets incorporating integrated vdWs interactions. *Mater Res Express*, 2018, 5: 035602
 - 108 Mirparizi M, Aski F S. Interlayer shear effect on vibrational behavior of bilayer graphene using the molecular mechanics simulation. *Propul Power Res*, 2016, 5: 250-260
 - 109 Zhang Y, Wang L. Effects of the van der Waals force on the vibration of typical multi-layered two-dimensional nanostructures. *Sci Rep*, 2020, 10: 644
 - 110 Tan H, Jiang L Y, Huang Y, et al. The effect of van der Waals-based interface cohesive law on carbon nanotube-reinforced composite materials.

- [Compos Sci Technol](#), 2007, 67: 2941–2946
- 111 Zhao J, Jiang J W, Jia Y, et al. A theoretical analysis of cohesive energy between carbon nanotubes, graphene and substrates. [Carbon](#), 2013, 57: 108–119
- 112 Zhao J, Jiang J W, Wang L, et al. Coarse-grained potentials of single-walled carbon nanotubes. [J Mech Phys Solids](#), 2014, 71: 197–218
- 113 Garcia-Sanchez D, San Paulo A, Esplandiu M J, et al. Mechanical detection of carbon nanotube resonator vibrations. [Phys Rev Lett](#), 2007, 99: 085501
- 114 Moser J, Güttinger J, Eichler A, et al. Ultrasensitive force detection with a nanotube mechanical resonator. [Nat Nanotech](#), 2013, 8: 493–496
- 115 Kiani K. A meshless approach for free transverse vibration of embedded single-walled nanotubes with arbitrary boundary conditions accounting for nonlocal effect. [Int J Mech Sci](#), 2010, 52: 1343–1356
- 116 Jiang J, Wang L, Zhang Y. Vibration of single-walled carbon nanotubes with elastic boundary conditions. [Int J Mech Sci](#), 2017, 122: 156–166
- 117 Castellanos-Gomez A, van Leeuwen R, Buscema M, et al. Single-layer MoS₂ mechanical resonators. [Adv Mater](#), 2013, 25: 6719–6723
- 118 Lee J, Wang Z, He K, et al. High Frequency MoS₂ Nanomechanical Resonators. [ACS Nano](#), 2013, 7: 6086–6091
- 119 Jia H, Yang R, Nguyen A E, et al. Large-scale arrays of single- and few-layer MoS₂ nanomechanical resonators. [Nanoscale](#), 2016, 8: 10677–10685
- 120 Jiang J, Wang L, Zhang Y. Free vibration of single-layered MoS₂ suspended over a circular hole. [J Appl Phys](#), 2019, 126: 135106

Summary for “范德瓦耳斯力对低维纳尺度结构振动特性的影响”

The effect of van der Waals force on the vibrational properties of low-dimensional nanostructure

Yiqing Zhang¹, Lifeng Wang^{1*}, Rumeng Liu¹ & Jingnong Jiang²

¹ State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

² School of Mathematics and Statistics, Southwest University, Chongqing 400715, China

* Corresponding author, E-mail: walfe@nuaa.edu.cn

On nanoscale, van der Waals (vdW) force has a very important influence on physical, chemical, electrical and mechanics properties of low-dimensional nanostructures. vdW force is an important factor affecting constitutive relation, boundary condition of low-dimensional nanostructures, and then affecting its natural frequency and nonlinear dynamics property. The nanostructures have wide applications in fabricating the nanoresonator and nanosensor, such as mass sensing, optical sensing, signal-processing, et al. In this paper, the latest research progress about the effect of vdW force on the vibrational properties of low-dimensional nanostructures is introduced. The main contents of this paper are as follows. The vdW force is introduced in the first part of this paper. The source of vdW force and the expression to describe vdW force are presented. The research progress on the basic development history of vdW force is discussed. In the second part, the effect of vdW force on the mechanical property of nanomaterials is discussed, including buckling, stretching, fracture, et al. vdW force is weak in resisting interlayer shear or sliding. However, it can affect the buckling and fracture behavior of nanomaterials, and can especially affect the deformation of nanomaterials. The effect of vdW force on the vibrational behavior of nanomaterials is presented in the third part. Different from the macro structure, vdW force has a significant influence on the vibrational behavior of low-dimensional nanoscale structures. The experimental method, molecular dynamic simulations method and continuum mechanics method are usually used for studying the influence of vdW force on the vibrational behavior of low-dimensional nanostructure. Due to the existence of vdW force between interlayer of low-dimensional nanostructures, the vibration of double-layered low-dimensional nanostructures appear anti-phase vibration mode and in-phase vibration mode. The frequency of anti-phase vibration mode is much higher than that of in-phase vibration mode, but the vdW force cannot affect the first order natural frequency. However, the existence of the vdW force between the interlayer of multi-layered low-dimensional nanostructure can cause the interlayer shear force. The vdW force can affect the vibrational behavior of low-dimensional nanostructure, e.g., the natural frequency is affected by vdW force. Some latest researches about the interlayer shear force caused by vdW force on the vibration property are discussed in this paper. The vdW force can also affect the boundary condition of the vibrational problems for low-dimensional nanostructure. For one-dimensional nanostructures, they are usually bridged on the substrate. But for two-dimensional nanostructures, they are usually suspended on the circular hole. The vdW force between the substrate and low-dimensional nanostructure is a very important factor that can affect the boundary conditions of vibrational property of these low-dimensional nanostructures. Some open problems and future researches in the dynamic behaviors of low-dimensional nanostructure with vdW force are presented. To study the effect of vdW force on the vibration characteristics of nanoscale structures by quantum mechanics method or semi quantum mechanics method is a prodigious challenge. The effect of nonlinear vdW force and long-range nonlocal vdW force on the vibration characteristics of nanoscale structures should be an interesting problem to be solved. The influence of vdW force on the vibration characteristics of nanostructures needs to be verified by experiments.

nanoscale, vibrational properties, van der Waals force, natural frequency, nonlinear dynamics

doi: [10.1360/TB-2020-0425](https://doi.org/10.1360/TB-2020-0425)