

关于流体流动的边界滑移*

吴承伟** 马国军

(大连理工大学工程力学系, 工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116024)

摘要 提出了应力控制边界滑移模型并预报了平行板间的流体界面滑移以及球和平面间有法向挤压运动时的界面滑移问题, 数值解与试验数据吻合. 该模型假设在固液界面上存在一个极限剪切应力, 当界面应力在此极限应力之下时, 没有界面滑移; 当界面应力达到此应力时, 发生了滑移. 研究发现, 当两个界面滑移性质相同的表面发生挤压运动时, 界面滑移使得流体动压效应明显减小, 流体承载力最后达到饱和状态. 滑移解与无滑移经典理论解相比最大相差两个数量级以上. 当两个界面滑移性质不同的异性表面发生挤压运动时, 界面滑移的影响比较奇异, 此时界面滑移主要由界面极限剪应力较小的表面控制, 但流体动压效应减小较慢, 即使当某一个界面的极限剪应力为零时仍然有可观的流体动压承载力.

关键词 边界滑移 界面极限剪应力 流体流动

数百年来, 在经典流体力学和润滑力学的所有教科书和技术论文中, 几乎都有一个相同的重要假设: 在固体和液体的交界面上没有滑移, 即固体和液体在交界面上没有相对运动, 这就是所谓的非滑移边界条件, 已被广泛用于各种工程和实验, 几乎所有的流体黏度和流变学实验都是基于这个假设.

流变学是流体力学发展的重要基础. 以往的流变学理论和实验研究均假设固-液交界面上没有滑移, 在物理概念上就是假设固液交界面上的剪应力可以达到无穷大. 近年来的研究发现在某些场合下这个假设受到了严厉挑战. 1979 和 1990 年 Bair 和 Winer^[1,2] 关于润滑油在高压下的流变学研究测出了润滑剂在高剪切率下的“极限剪切应力” τ_L , 他们认为这是润滑剂的“流变关系”, 并提出了所谓的极限剪应力流变模型. 1991 年吴承伟^[3] 对这种“流变关系”正式提出了质疑. Bair

2003-12-12 收稿, 2004-10-26 收修稿

* 国家自然科学基金(批准号: 10272028)和高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20030141013)资助项目

** E-mail: cwwu@dlut.edu.cn

和Winer的试验是采用同心圆筒式流变仪,理论分析表明,只要两圆筒不是绝对同心(实际上不可能绝对同心),液体的最大剪应力必然发生在固液交界面上,因而上述的极限剪应力并非是液体的流变性质所致,而是固液交界面上的极限剪应力.但是,由于当时缺乏直接的观测手段,这个质疑并没有受到太多的重视.文献[4,5]应用参变量变分原理对黏塑性润滑的研究表明,如果上述“流变关系”存在,在大滑滚比或纯滑动时首先将导致润滑界面滑移,并最终导致润滑流体膜破裂,润滑完全失效.后来文献[6]用差分法对同一个问题再次进行了研究得出了完全相同的结论.但在纯滚动润滑时不会导致流体膜破裂[7].

近年来随着纳米测试技术的不断进步,对固液界面滑移问题的纳米尺度测试成为可能[8~13].目前的测试技术主要有3种:()近场激光速度仪(NFLV)[8,9];()原子力显微镜(AFM)[10];()表面力仪(SFA)[11~13].第1种方法属于直接观测,虽然精度较差一点,但滑移证据无可怀疑.第2种和第3种属于间接测量方法,但需要精确的滑移模型来推算滑移速度.实验表明界面滑移不但发生在半湿润界面而且也发生在完全湿润界面.除了试验之外,分子动力学数值模拟也证明固液界面存在滑移现象[14,15].但是关于固液界面的滑移准则的研究还比较落后.目前最为流行的也几乎是惟一的界面速度滑移模型是所谓的“滑移长度”模型(Slip length model, SLM)[16].滑移长度模型是采用一个叫做滑移长度的参数来推算界面滑移速度,用数学式子描述为

$$V_s = b\dot{\gamma}, \quad (1)$$

式中 V_s 为界面滑移速度, b 为滑移长度,对于同一个界面为常数(量纲为长度), $\dot{\gamma}$ 为流体在壁面上的局部剪切率.但是试验测试结果[8~13]表明式(1)无法定量表述界面滑移速度,首先在小剪切率时没有发现界面滑移,其次如果强行用式(1)拟合实测数据发现 b 根本不是常数,尤其在大剪切率时.滑移模型对于理解界面滑移的本质和机理具有决定性的作用.本文提出了一个极限剪应力滑移模型和相应的数值算法,数值计算结果表明该模型与现有试验结果吻合.

1 极限剪应力滑移模型

基于试验观察,我们发现界面滑移与界面剪切强度密切相关.同固体力学的塑性流动一样,液体在固体表面上受力以后,如果界面剪力达到某一临界值,液体分子就会沿表面发生滑移.滑移准则可以用图1中插图来描述.为了简化,假设两表面平行,上表面以速度 V 运动,下表面静止,上表面的界面极限剪应力远大于下表面,因而界面滑移仅仅发生在下表面.设当速度 $V = V_c$ 时下表面刚刚达到界面滑移的临界状态(对应于界面极限剪应力或极限剪应变),此时的临界剪应力 $\tau_L = \eta V_c/h$,其中 η 为流体黏度, h 为两表面之间的距离.上表面运动速度继续增大时,下表面发生了界面滑移,滑移速度 $V_s = V - V_c$.对于平行运动的固体表

面滑移速度很容易判断. 图 1 是该模型与苯乙烯-丁二稀共聚物液体的平行板剪切试验对比, 临界滑移速度约为 $0.025 \sim 0.03 \mu\text{m/s}$. 理论预报结果与试验相当吻合. 由于 $V_s/V = 1 - V_c/V$, 在大剪切率下 $V_c/V \rightarrow 0$, 滑移速度 V_s 已经接近平行板的相对运动速度 V , 但永远保持一个差值 V_c . 必须指出, 流体的运动速度是指分子的平均运动速度而言, 当 $V > V_c$, 并不能说明在界面上的分子百分之百发生滑移; 反之, 当 $V < V_c$, 也不能说明所有的液体分子都没有发生相对滑移, 此时个别流体分子与固体界面的剪力可能已经达到了其临界值首先开始滑移, 这可能是在小剪切率时实测的滑移速度比较离散的主要原因.

2 复杂流场下界面滑移及其流体动力学方程

如前所述, 原子力显微镜和表面力仪是最近几年用来测试界面滑移的主要手段, 基本原理是测量光滑球面以速度 v 向一个光滑平面做挤压运动时所受到的流体阻力, 并与经典无滑移流体动力学理论相比较, 从而判断是否发生界面滑移. 在这种情况下, 流体的流场要比平行板剪切复杂的多, 必须建立准确的数学模型和有效的算法, 本文以这样一个物理模型为背景来研究界面滑移问题. 滑移长度模型预报半径为 R 的球以速度 v 向一个光滑平面做挤压运动时所受到的流体阻力为^[16]

$$F = f^* 6\pi\eta v R^2 / h_0, \quad (2)$$

式中 h_0 为两表面间的最小距离, f^* 为考虑界面滑移的无量纲系数, $f^* = 1$ 时即为经典流体动力学理论解, 当界面发生滑移时, 流体阻力变小, $f^* < 1$. 滑移长度模型给出了 f^* 的解析表达时, f^* 仅仅为 (h_0/b) 的函数. 现在我们来研究流体膜在滑移边界条件下的流动问题, 由经典流体力学和 Reynolds 理论可知^[4,5,16], 流体在任意一点的流速为(参见图 2 中插图):

$$u(r, z) = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial r} (z^2 - zh) + (V_{s2} - V_{s1}) \frac{z}{h} + V_{s1}, \quad (3)$$

因而得到剪应力

$$\tau(r, z) = \eta \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial r} (2z - h) + \frac{V_{s2} - V_{s1}}{h} \eta, \quad (4)$$

式中 p 为流体膜压力, h 为任意一点的膜厚, V_{s1} 和 V_{s2} 为流体在界面上在 r 方向的滑移速度, 当无滑移时 $V_{s1} = V_{s2} = 0$, 即为经典 Newton 理论解. 在上下界面上的剪应力

$$\tau_1 = \eta \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} = -\frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{V_{s2} - V_{s1}}{h} \eta, \quad (5)$$

$$\tau_2 = \eta \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=h} = \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{V_{s2} - V_{s1}}{h} \eta. \quad (6)$$

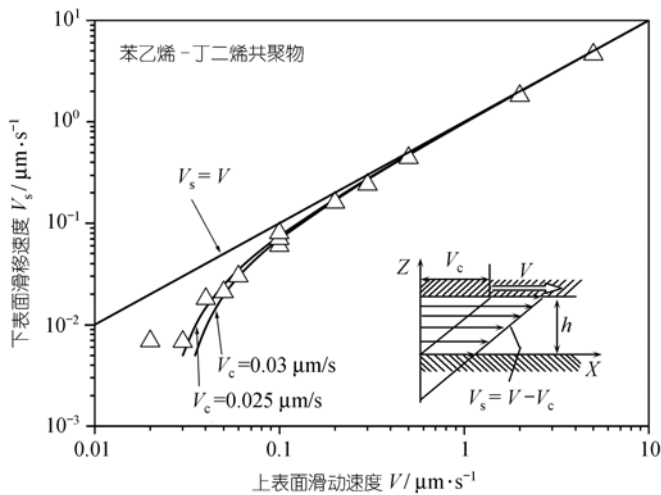


图 1 理论预报界面滑移速度与苯乙烯-丁二稀共聚物的平行板剪切试验^[9]对比
(间隙 $h = 10 \mu\text{m}$)

图中插图为滑移模型的简单示意图, 当 $V \leq V_c$ 时没有界面速度滑移, 当 $V > V_c$ 时滑移速度 $V_s = V - V_c$

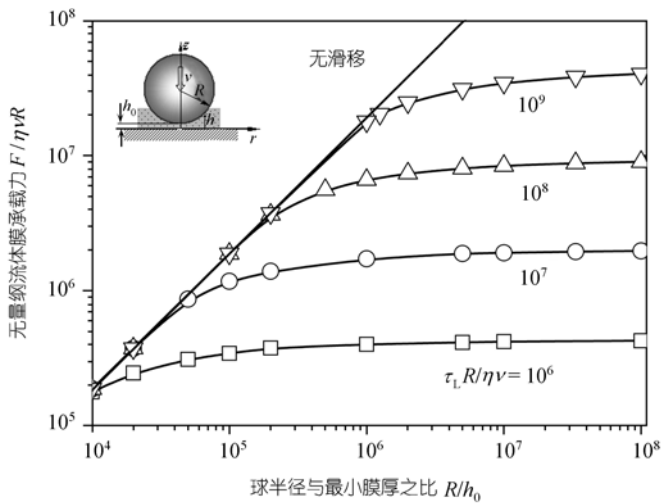


图 2 当两表面极限剪应力相同时的无量纲流体膜承载力 $F/\eta\nu R$ 随 R/h_0 的变化
 R 为球半径, h_0 为中心最小流体力膜厚度, F 为流体动压力, η 为流体黏度, ν 为法向挤压速度

由流体流动连续条件可得到具有界面滑移时极坐标下的流体动力方程:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{rh^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial r} \right) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r} rh(V_{s1} + V_{s2}) - r \frac{\partial h}{\partial t} = 0, \tag{7}$$

当 $V_{s1} = V_{s2} = 0$ 时, 即得到经典 Reynolds 方程. 界面滑移速度与剪应力之间满足下列互补条件

$$V_{si} = 0 \quad \text{if} \quad |\tau_i| \leq \tau_{Li} \quad (i = 1, 2), \quad (8a)$$

$$V_{si} > 0 \quad \text{if} \quad |\tau_i| = \tau_{Li} \quad (i = 1, 2), \quad (8b)$$

式中 τ_{Li} 为界面上的极限剪应力(或临界剪应力), 仅仅与界面性质有关, $i = 1$ 表示下表面, $i = 2$ 表示上表面. 对于图 2 插图所示的纯挤压膜问题, $\tau_1 \geq 0$ 和 $\tau_2 \leq 0$, 得到如下滑移控制方程:

$$f_1 = \tau_1 - \tau_{L1} \leq 0, \quad (9a)$$

$$f_2 = -\tau_2 - \tau_{L2} \leq 0. \quad (9b)$$

将方程(5)和(6)代入(9(a), (b))并引入松弛因子 λ_i 可得到下列带互补约束的滑移控制方程:

$$f_i = \left[-\frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial r} + (-1)^{i+1} \frac{V_{s2} - V_{s1}}{h} \eta \right] - \tau_{Li} + \lambda_i = 0, \quad (10a)$$

$$\lambda_i \cdot V_{si} = 0; \quad \lambda_i \geq 0; \quad V_{si} \geq 0 \quad (i = 1, 2). \quad (10b)$$

在滑移控制方程(10(a), (b))下求解方程(7), 即可同时得到流体膜压力和界面滑移速度分布, 本文采用 Lemke 算法进行数值求解^[4,5], 数值求解区域为 $0 \sim 0.2 R$.

3 数值解及其与试验结果比较

图 2 给出了当两表面极限剪应力相同时的无量纲流体膜承载力随 R/h_0 的变化, 可以看出当无量纲界面极限剪应力增大时只有当流体膜较小时, 才有界面滑移. 界面极限剪应力越小越容易发生界面滑移. 当界面滑移刚开始时, 流体承载力偏离了经典理论解, 但是仍然随着流体膜厚度的减小而增大. 当流体膜厚度继续减小时, 流体承载力增加甚微, 似乎达到了饱和状态, 此时已发生大面积界面滑移. 从图 3 中可以更清楚地看到界面滑移和流体膜压力的变化. 如果界面极限剪应力为零, 则没有流体承载力. 当流体膜厚度减小时, 使得界面滑移速度迅速增加, 但滑移区间增加较慢. 由经典流 Reynolds 理论可知, 当 $r = \sqrt{2h_0 R/3}$ 时, 界

面上剪应力达到最大值 $\tau_{1\max} = \tau_{2\max} = \frac{27}{16} \eta \nu \frac{\sqrt{2h_0 R/3}}{h_0^2} = 1.378 \eta \nu \frac{\sqrt{R/h_0}}{h_0}$. 当球做

挤压运动时, 流体膜厚开时减小, 当 h_0 达到某一个值时, 流体动压力 F 开始偏离无滑移解, 此时的界面最大剪应力即为界面极限剪应力. 如果试验精度能够足够高的话, 用这种方法可以估算出界面的极限剪应力.

图 4 是当两表面具有不同极限剪应力时的流体承载力, 与图 2 相比有 3 点明显差别: 第 1, 流体承载力并没有随界面最小剪应力的减小而迅速减小; 第 2, 流

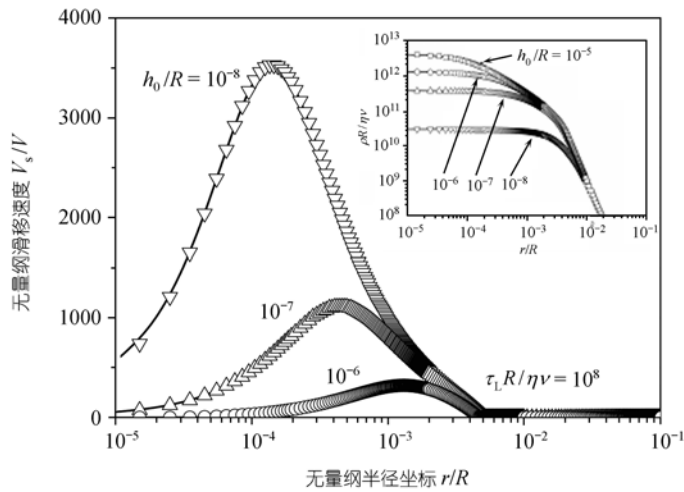


图 3 对应于图 2 中 4 种流体膜厚度时的界面滑移速度和流体膜压力分布
当 $h_0/R = 10^{-5}$ 时, 没有界面滑移发生

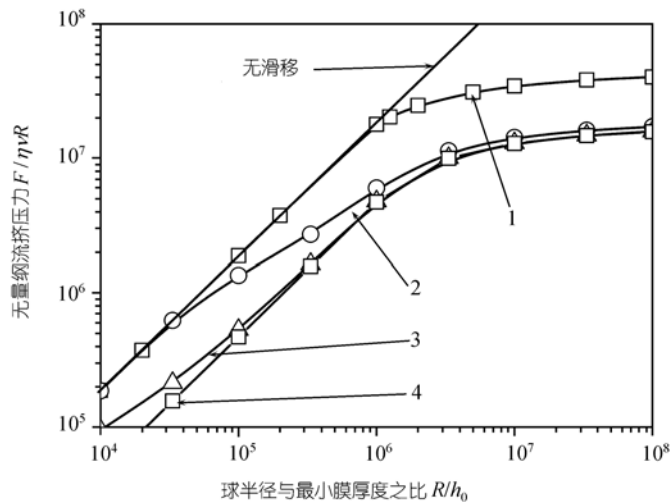


图 4 当两表面极限剪应力不同时的流体承载力

1 示 $\tau_{L1} = \tau_{L2} = 10^9$; 2 示 $\tau_{L1} = 10^9$, $\tau_{L2} = 10^7$; 3 示 $\tau_{L1} = 10^9$, $\tau_{L2} = 10^5$; 4 示 $\tau_{L1} = 10^9$, $\tau_{L2} = 0$

体承载力并没有随流体膜的减小而迅速达到饱和状态, 而是继续增大; 第 3, 即使某一个界面极限剪应力为零时, 仍然有较大的流体承载力. 另外当两个表面的极限剪应力互换时, 流体承载力没有变化. 实际上当两个表面具有不同极限剪应力时, 界面滑移只发生在极限剪应力较小的表面. 两个异性表面这种特殊的流体

动力学性质非常有趣, 这可能有助于我们理解当一个亲水表面和一个憎水表面发生相对运动时的一些怪异现象^[17].

图 5 是当两个表面具有相同憎水性质时流体承载力理论预报与实验结果的比较. 随着流体膜厚的减小, 当大面积滑移发生时, 流体承载力不再明显增加, 达到了饱和状态, 在可比范围内与无滑移解相差两个数量级以上. 本文理论模型的数值解与实验结果相当吻合, 但滑移长度模型无论量级或趋势都与实验结果相差甚大. 当流体膜厚较小时本文理论预报比实验值稍大一点, 主要是由于此时的实验挤压速度由于流体阻力加大而略有变小所致^[11,17]. 但固体表面的弹性变形微不足道, 计算表明有界面滑移时固体表面的弹性变形引起流体承载力的变化不到千分之一.

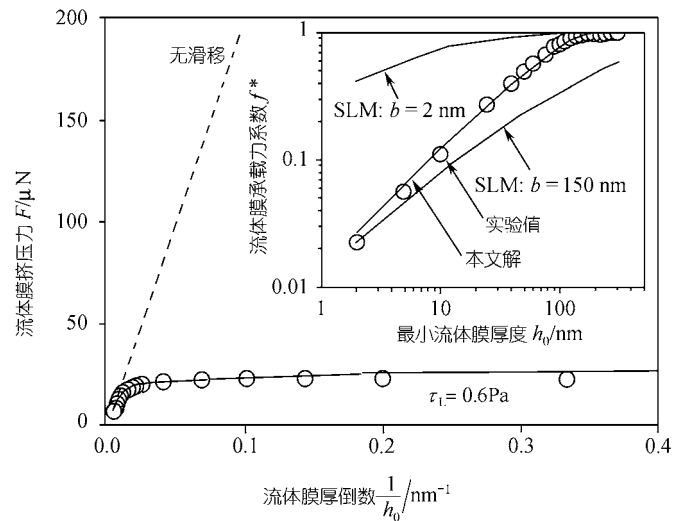


图 5 理论预报流体承载力与表面力仪实验结果^[11]的比较

流体: 十四烷, 固体: 韵母表面镀膜(十八烷基三乙氧基硅氧烷), $\eta = 4.2 \text{ cP}$, $v = 63 \text{ nm/s}$, $R = 0.02 \text{ m}$, $\tau_L = 0.6 \text{ Pa}$

图 6 是当流体(十四烷)含有 0.2%正十六烷基胺, 固体表面为云母时, 流体承载力理论预报与实验结果的比较, 此时界面极限剪应力约为 6 Pa, 亦即当最小流体膜厚为 50 nm时的界面最大剪应力. 理论预报结果与试验吻合非常好. 显然, 随着流体膜厚的减小, 当界面剪应力达到极限剪应力时, 发生界面滑移, 流体膜承载力偏离了无滑移解, 最后当大面积滑移发生时, 流体承载力几乎达到了饱和状态. 实验观测^[11]已经排除了当改变流体成分或改变固体表面性质时流体承载力减小是由于其他原因所致的可能性, 譬如剪切热和边界层.

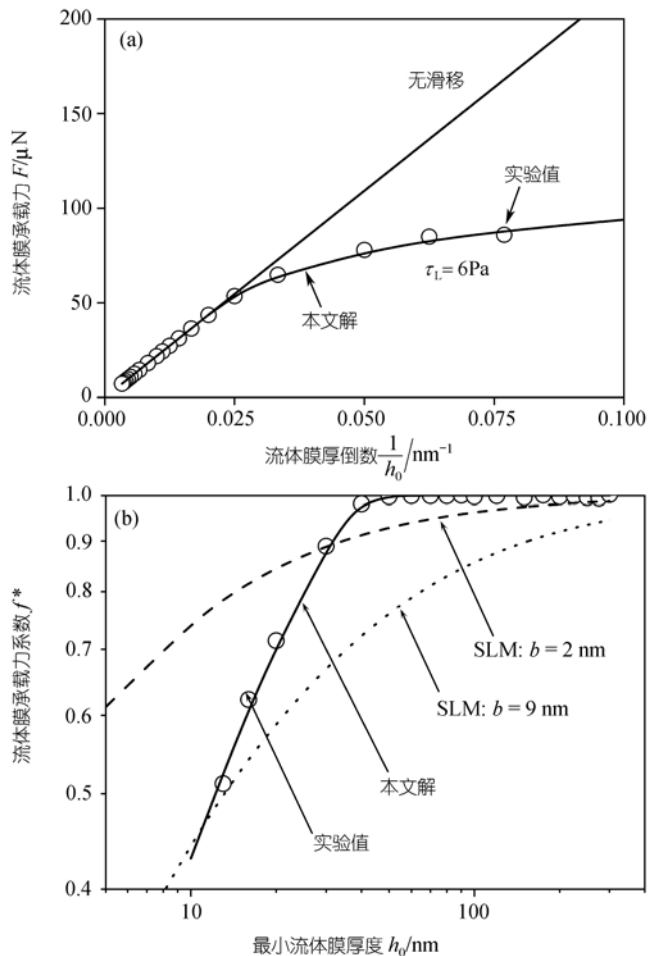


图 6 复杂流体理论预报与实验结果^[13]的比较

(a) 流体膜承载力; (b) 流体膜承载力系数. 流体: 十四烷加 0.2% 正十六烷基胺; 固体: 云母. $\eta = 2.3\text{ cP}$, $\nu = 126\text{ nm}^2/\text{s}$, $R = 0.02\text{ m}$, $\tau_L = 6\text{ Pa}$

4 讨论和结论

由上述结果我们可以看到, 界面滑移现象在某些情况下明显存在, 界面滑移使得流体动压效应明显减小, 滑移解与经典理论解相比最大相差两个数量级以上, 说明经典流体动力学理论对于存在界面滑移时根本不能适用. 目前最为流行的滑移长度理论与试验结果相差太大, 不能解释滑移机理.

必须指出, 本文的理论分析基础仍然是经典流体动力学的连续介质理论, 当流体膜减小到几个纳米或者与流体的分子尺寸处于同一量级时, 常规的流体润

滑理论不尽适用。此时, 上述理论分析可能会遇到问题, 流体膜的流变关系可能不宜于用连续介质的流变关系来描述^[15]。因此用本文的分析方法分析只有几个纳米厚度的薄膜界面滑移时与试验数据可能会产生较大误差。以图 5 为例, 当膜厚小于 2 nm 时理论计算值随膜厚的减小而急剧增大(图中没有给出数据比较), 但实验值几乎处于饱和状态。这种变化趋势很难用经典 Reynolds 理论来解释, 这也许是当膜厚较小时试验数据与理论预报偏离较大的原因之一。

界面滑移不但发生在半湿润表面, 而且在某些情况下也发生在湿润表面^[10], 这就使得建立在无界面滑移假设之上的经典润滑理论受到了严厉挑战, 不得不使得我们重新认识工程中沿用了数百年的液-固边界无滑移条件。研究界面滑移对于我们认识许多怪异的自然现象可能会有所帮助和启迪, 如高速旋转轴承的突然失稳和震动, 齿轮在高速运动时会突然发生胶合破坏, 紊流流动的产生机理等。

当两个异性表面发生挤压运动时, 界面滑移比较奇异, 界面滑移主要由界面极限剪应力较小的表面控制, 但流体动压效应减小较慢, 即使当某一个界面的极限剪应力为零时仍然有相当的流体动压承载力。理论上讲, 可以把某一个表面的摩擦系数设计为零, 但系统仍然有流体动压效应, 这个发现有助于我们在微机械设计中设计出零摩擦表面。

本文用极限剪切应力模型预报了平行板间的流体界面滑移以及球和平面间有法向运动时的界面滑移问题, 该模型由一个修正的流体动力学方程和一组界面滑移控制方程组成, 数值方法采用互补算法, 流体动压力和界面滑移速度可同时求得, 不需要迭代过程, 数值解与试验数据惊人地吻合。这项研究不但为简单流体和复杂流体界面滑移研究提供了较准确的理论模型, 而且为界面滑移问题的流体动力学数值模拟提供了一种新方法。同时也为用表面力仪和原子力显微镜测量界面滑移现象提供了准确的理论分析工具。

致谢 感谢 Granick S. 和 Craig V. S. J. 教授为实验测试技术和数据测试误差提供的有益讨论。

参 考 文 献

- 1 Bair S, Winer W O. Shear strength measurements of lubricants at high pressure. ASME Ser F J Lub Tech, 1979, 101: 251~256
- 2 Bair S, Winer W O. The shear stress rheology of liquid lubricants at pressure 2 to 200 MP. ASME Ser F J Tribol, 1990, 112: 246~252
- 3 Wu C W. Discussion for the paper The high shear stress rheology of liquid lubricants at pressures of 2 to 200 MPa. ASME Ser F J Tribol, 1991, 113(3): 656
- 4 Wu C W, Zhong W X, Qian L X, et al. Parametric variational principle of viscoplastic lubrication model. ASME Ser F J Tribol, 1992, 114: 731~735

- 5 吴承伟, 胡令臣. 界面滑移与流体膜破裂. 大连理工大学学报, 1993, 33(2): 172~178
- 6 Huang P, Luo J B, Wen S Z. Theoretical study on the lubrication failure of lubricants with a limiting shear stress. Tribol Int, 1999, 32: 421~426[DOI]
- 7 吴承伟, 胡令臣. 金属轧制入口区润滑界面滑移分析. 摩擦学学报, 1995, 15(1): 60~67
- 8 Pit R, Hervet H, Leger L. Direct experimental evidence of slip in hexadecane: solid interfaces. Phys Rev Lett, 2000, 85(5): 980~983[DOI]
- 9 Hervet H, Leger L. Flow with slip at wall: from simple to complex fluids. C R Physique, 2003, 4: 241~249 [DOI]
- 10 Craig V S J, Neto C, Williams R M. Shear-dependent boundary slip in an aqueous newtonian liquid. Phys Rev Lett, 2000, 87(5): 054504[DOI]
- 11 Zhu Y X, Granick S. Rate-dependence slip of Newtonian liquid at smooth surfaces. Phys Rev Lett, 2001, 87(9): 096105[DOI]
- 12 Zhu Y X, Granick S. Limits of the hydrodynamic no-slip boundary condition. Phys Rev Lett, 2002, 88(10): 106102[DOI]
- 13 Zhu Y X, Granick S. No-slip boundary condition switches to partial slip when fluid contains surfactant. Langmuir, 2002, 18: 10058~10063[DOI]
- 14 Thompson P R, Troian S M. A general boundary condition for fluid flow at solid surfaces. Nature, 1997, 389: 360~362[DOI]
- 15 王 惠, 胡元中, 邹 鲲, 等. 纳米摩擦学的分子动力学模拟研究. 中国科学, A辑, 2001, 31(3): 261~266[摘要] [DPE]
- 16 Vinogradova O I. Drainage of a thin liquid film confined between hydrophobic surfaces. Langmuir, 1995, 11: 2213~2220
- 17 Zhang X Y, Zhu Y X, Granick S. Hydrophobicity at a janus interface. Science, 2002, 295: 263~266[DOI]