定理 1 (参见 G. Farin, *Subsplines über Dreiecken*, Dissertation, Braunschweig, FRG, 1979) 对于 $x\in[0,1]$,一致地成立着

$$\lim_{k\to\infty} G_n^{(k)}f(x) = B_n(f;x). \quad (4)$$

Farin 定理告诉我们，当 k 充分大时，$G_n^{(k)}f(x)$ 将非常靠近 $B_n(f;x)$，因此，不难验证

定理 2 $B_n(f;x)>0$ 对 $x\in[0,1]$ 成立的一个充要条件是：存在非负整数 k，使得 $G_n^{(k)}f_i>0$, $i=0,1,\cdots,n+k$.

有例子说明定理 2 中的“>0”不能改成“$\geqslant 0$”.

近年来，Bernstein 多项式在计算几何中得到了广泛的应用，在应用中，人们希望知道在怎样的条件下，所设计出的曲线和曲面是凸的. 因

$$\frac{d^2}{dx^2}B_n(f;x) = n(n-1)\sum_{i=0}^{n-2}\Delta^2 f_i J_i^{n-2}(x), \quad (5)$$

故当 $\Delta^2 f_i\geqslant 0$, $i=0,1,\cdots,n-2$, 即特征多边形 $G_n^{(0)}f$ 是凸的时，曲线 $y=B_n(f;x)$ 是凸的. 作为上述结论的推广，有

定理 3 如果存在非负整数 k,使升阶多边形是凸的,即 $\Delta^2 G_n^{(k)}f_i\geqslant 0$, $i=0,1,\cdots,n+k-2$,则 $y=B_n(f;x)$ 是 $[0,1]$ 上的凸曲线.

周建伟

（中国科学技术大学数学系，合肥）

平稳弱相关过程积分的收敛性

在随机微分方程理论中，平稳弱相关模型已被深入研究. 假设 $g(x,\omega)$ 是一以 ε 为相关长度的平稳弱相关过程，人们已获得形如

$$\eta(t,\omega) = \int_0^t G(x)g(x,\omega)\,dx, \quad (0\leqslant t\leqslant T)$$

的过程的任意有限维分布的渐近正态性. 其中 $G(x)$ 是具有光滑的一阶导数的函数. 本文给出了 $\eta(\cdot)$ 的一个弱不变原理.

定理 当相关长度 ε 趋于零时，随机过程 $\dfrac{\eta(t)}{\sqrt{2\langle g^2(x)\rangle\varepsilon}}$ 在 $c(0,T)$ 上弱收敛于 Gauss 过程

$$H(t,\omega) = \int_0^t G(x)dW(x,\omega),$$

其中 W 是标准 Wiener 过程.

作为这一结果的直接推论，可以给出 $\eta(t)$ 的任何连续泛函向作为极限的 Gauss 过程的相应泛函的依分布的收敛性.

林正炎

（杭州大学数学系）

一类平面三次系统的分枝与相图

1981 年，C. S. Coleman 在“Hilbert 第十六问题，多少个环?”一文中说，对于平面多项式微分系统，“当 $n>2$ 时，不知道眼的最大个数是多少，也不知道眼内的眼有多么复杂的样式，或者是否存在包含不止一个奇点的眼”. 所谓眼，即极限环. 本文对 $n=3$ 情形，给出两种“眼”的样式.

考虑平面 Hamilton 扰动系统

$$\frac{dx}{dt} = y(1-cy^2) + \mu x(x^2+y^2-\lambda),$$

$$\frac{dy}{dt} = -x(1-ax^2) + \mu y(x^2+y^2-\lambda), \quad (1)_\mu$$

其中 $a>c>0$, $0<\mu\ll 1$. 系统 $(1)_{\mu=0}$ 的通积分具有极坐标形式 $\left(-\infty<h<\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{c}\right)$:

$$r^2 = \frac{1\pm[1-h(a\cos^4\theta+c\sin^4\theta)]^{1/2}}{a\cos^4\theta+c\sin^4\theta}$$

$$\overset{\text{def}}{=} \frac{1\pm\sqrt{V(\theta,h)}}{u(\theta)}, \quad (2)$$

用 r_+^2 记 (2) 式右边根号前取正号的式子，引入记号

$$\theta_1 = \arccos\frac{3c-a}{a+c}, \quad b_1 = \frac{1}{a}+\frac{1}{c},$$