中国科学 : 数学　2014 年　第 44 卷　第 7 期 : 815 ∼ 822
link.springer.com　math.scichina.com
《中国科学》杂志社
SCIENCE CHINA PRESS

基于对数极坐标及对称循环矩阵的形状特征描述

宋瑞霞*, 李成华, 王也娜, 徐燕青, 齐东旭

北方工业大学理学院, 北京 100144
E-mail: songrx@ncut.edu.cn, chh2010529@yeah.net, wyena627@163.com, xuyanqing1031@126.com, qidongxu1209@163.com

收稿日期: 2013-09-16; 接受日期: 2013-12-24; * 通信作者
国家重点基础研究发展计划 (973) (批准号: 2011CB302400)、国家自然科学基金 (批准号: 61272026) 和北京市自然科学基金 (批准号: KZ201210009011) 资助项目

摘要　在形状检索算法中, 满足尺度和旋转不变是基本要求. 本文将形状的边界用对数极坐标表示, 使得形状的放缩和旋转化为简单的平移. 由于计算机读取形状边界信息时与起点有关, 当形状旋转时会带来边界点列的循环, 影响旋转不变性. 为消除边界点列循环带来的影响, 本文首先证明 "奇数阶对称循环矩阵, 当生成元循环时, 所得循环矩阵的特征值不变", 在这个数学理论基础上, 把形状边界点数插值到奇数, 构造相应的对称循环矩阵, 通过这个循环矩阵的特征值来描述形状特征, 由此得到一种具有放缩旋转不变的形状检索新算法. 实验表明, 本文算法对运动目标和非刚性形变的形状检索具有良好的鲁棒性和快捷的运行速度, 这在目标跟踪方面将发挥作用.

关键词　对数极坐标　对称循环矩阵　特征值　特征提取　形状检索
MSC (2010) 主题分类　68T10

1　引言

形状匹配在医学诊断、图像检索、文字识别、人脸识别和机器人导航等领域发挥着重要的作用, 形状特征描述和形状匹配作为计算机视觉的基本问题, 是近 20 年来的研究热点, 目前依然是国际学术领域的关注焦点. 众多的研究者在形状匹配和形状检索方面提出了丰富的算法[1,2], 有的关注检索精度, 有的关注检索的实时性, 但无论哪种算法, 一个基本要求就是, 算法要具有平移旋转尺度的不变性 (简称 TRS 不变性). 为了得到具有 TRS 不变性的形状特征, 首先要恰当地表达形状, 一般来说, 采用数学手段表达几何形状是最自然的. 从数学的意义来说, 坐标系是沟通代数与几何的一座桥梁, 历史上因为坐标系的引入, 使得数学得到了革命性的发展, 并且不同的坐标系发挥着不同的作用, 很多时候选择恰当的坐标系会带来事半功倍的效果. 本文在形状特征提取问题上, 选择对数极坐标系, 利用对数函数的 "真数相乘可转化为对数相加" 的特性, 把形状的放缩和旋转转化为对数极坐标系下的平移.

对数极坐标系应用到图像处理中已经是很成熟的数学手段, 对数极坐标在数字水印[3,4]、机器人视觉感知[5]、图像配准[6,7]、视觉处理[8] 和纹理分类[9] 中均有应用, 在涉及尺度和旋转不变性的问题中, 对数极坐标的 "尺度变换和旋转变换可转化为平移变换" 的性质得到充分利用. 注意到计算机读取图像数据时, 如果图像发生了旋转变换, 则在将图像数据转化为对数极坐标时, 与变换前的图像相比, 会出现对数极坐标下的 "循环平移" 现象, 文献 [3,4] 利用 Fourier 变换的平移不变性, 将对数极坐

英文引用格式: Song R X, Li C H, Wang Y N, et al. Shape feature description based on log-polar coordinates and symmetric circulant matrix (in Chinese). Sci Sin Math, 2014, 44: 815–822, doi: 10.1360/N012013-00139

标图像进行 Fourier 变换, 克服这种 “循环平移” 现象带来的影响; 文献 [9] 在纹理分类中, 将对数极坐标表示与小波变换相结合, 通过小波包变换自适应地进行图像的行平移, 消除这种 “循环” 现象, 然后用小波系数得到图像特征, 进行纹理特征分类. 这些方法针对灰度图像, 无论是数字水印、图像配准还是纹理分类都取得了满意的结果.

形状通常表示为二值图像, 这个二值图像的边界就可以表示形状的轮廓, 若要识别一个形状可以仅对图像的边界进行描述. 在形状检索问题中, 文献 [10] 提出的形状上下文算法, 在对数极坐标下利用直方图对轮廓采样点分布情况进行描述, 具有较好的识别精度; 文献 [11] 在对数极坐标系下引入二维模糊隶属度函数, 利用采样点分布的模糊划分结果建立直方图, 得到形状匹配算法; 文献 [12] 直接利用形状轮廓点在极坐标下的分布直方图得到有效的形状检索算法. 这些算法都是通过边界点的分布直方图来获取形状特征, 这是一类统计特征, 虽有较好的准确率, 但计算量比较大. 本文针对形状的边界信息, 在对数极坐标表示的基础上, 将每个形状与一个对称循环矩阵对应起来. 首先证明关于对称循环矩阵的特征值的一个性质, 然后利用这个性质来描述形状的特征, 这种形状特征的描述具有 TRS 不变性, 且计算复杂度低, 由此得到一种形状检索的新算法. 实验结果表明, 该算法对非刚性形变有较强的鲁棒性, 且计算简单, 有快捷的运行速度.

2 对数极坐标和对称循环矩阵

首先介绍本文用到的两个数学理论.

2.1 对数极坐标

在直角坐标系下的点 (x,y), 其指数表示为 $(x,y)=r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$, 对数极坐标为 $(\ln r,\theta)$, 其中 $r=\sqrt{x^2+y^2}$, $\theta=\arctan\frac{y}{x}$. 由于对数函数具有性质 $\ln(ab)=\ln a+\ln b$, 因此, 当点 (x,y) 的径向量放缩 a 倍, 并经过 α 角度的旋转后, 其指数表示为 $(x',y')=ar\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\theta+\alpha)}$, 对数极坐标为 $(\ln r+\ln a,\theta+\alpha)$, 即在对数极坐标系下, 点 $(\ln r,\theta)$ 平移到了点 $(\ln r+\ln a,\theta+\alpha)$. 对数极坐标的这个特性用于图像表达, 则相当于把图像的放缩和旋转转化为对数极坐标下的平移, 这在追求放缩旋转不变性的问题上将带来极大的方便.

2.2 对称循环矩阵

矩阵

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a_0 & a_1 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_0 \\ a_2 & a_3 & \cdots & a_0 & a_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n-1} & a_0 & \cdots & a_{n-3} & a_{n-2} \end{pmatrix}$$

称为 n 阶对称循环矩阵, 其特点是矩阵由第一行的元素完全确定, 第 i $(i=1,2,\ldots,n)$ 行是将第 $i-1$ 行的第一个元素移到最后所得, 这是一个对称矩阵, 记作 $\boldsymbol{A}(a_0,a_1,\ldots,a_{n-1})$, 我们称 $(a_0,a_1,\ldots,a_{n-1})$ 为这个循环矩阵的生成元.

关于对称循环矩阵的特征值, 文献 [13] 证明了如下引理 1 的结果.

引理 1 设 $\boldsymbol{A}$ 是 n 阶实对称循环矩阵, $f(z)=\sum_{i=0}^{n-1}a_iz^i$, σ 是 1 的 n 次单位根, 则

(1) 当 n 是奇数时, $\boldsymbol{A}$ 的 n 个实特征值为 $f(1)$, $\pm|f(\sigma^k)|$, $k=1,2,\ldots,\frac{n-1}{2}$;

(2) 当 n 是偶数时, $\boldsymbol{A}$ 的 n 个实特征值为 $f(1)$, $f(\sigma^{\frac{n}{2}})$, $\pm|f(\sigma^k)|$, $k=1,2,\ldots,\frac{n}{2}-1$.

利用上述引理 1, 我们来证明关于对称循环矩阵的一个重要结论, 我们将其叙述为引理 2.

引理 2 设有两个 n 阶对称循环矩阵 $\boldsymbol{A}(a_0,a_1,\ldots,a_{n-1})$ 和 $\boldsymbol{B}(a_1,a_2,\ldots,a_{n-1},a_0)$, 即 $\boldsymbol{B}$ 的生成元是 $\boldsymbol{A}$ 的生成元的一次循环, 则

(1) 当 n 是奇数时, $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 有相同的特征值;

(2) 当 n 是偶数时, $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的特征值有 $n-1$ 个相同, 而另一个仅相差一个符号.

证明 (1) 当 n 是奇数时.

依引理 1, $\boldsymbol{A}$ 的特征值为 $f(1)$, $\pm|f(\sigma^k)|$, $k=1,2,\ldots,\frac{n-1}{2}$, $\boldsymbol{B}$ 的特征值为 $f_1(1)$, $\pm|f_1(\sigma^k)|$, $k=1,2,\ldots,\frac{n-1}{2}$, 其中 $f(z)=\sum_{i=0}^{n-1}a_iz^i$, $f_1(z)=\sum_{i=1}^{n-1}a_iz^{i-1}+a_0z^{n-1}$. 注意到 σ 是 1 的 n 次单位根, 可知 $\sigma^n=1$, 对于任意正整数 j, $|\sigma^{-j}|=1$, 所以, 我们有 $f_1(\sigma^j)=\sum_{i=1}^{n-1}a_i(\sigma^j)^{i-1}+a_0(\sigma^j)^{n-1}=\sum_{i=1}^{n-1}a_i(\sigma^j)^{i-1}+a_0(\sigma^j)^{-1}=\sum_{i=0}^{n-1}a_i(\sigma^j)^{i-1}=\sigma^{-j}\sum_{i=0}^{n-1}a_i(\sigma^j)^i=\sigma^{-j}f(\sigma^j)$. 故 $f_1(1)=f(1)$, $|f_1(\sigma^k)|=|f(\sigma^k)|$, $k=1,2,\ldots,\frac{n-1}{2}$. 因此, $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 有相同的特征值.

(2) 当 n 是偶数时.

$\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的特征值分别为 $f(1)$, $f(\sigma^{\frac{n}{2}})$, $\pm|f(\sigma^k)|$, $k=1,2,\ldots,\frac{n}{2}-1$; $f_1(1)$, $f_1(\sigma^{\frac{n}{2}})$, $\pm|f_1(\sigma^k)|$, $k=1,2,\ldots,\frac{n}{2}-1$. 因为 $f_1(\sigma^j)=\sigma^{-j}f(\sigma^j)$, σ 是 1 的 n 次单位根, 且 n 是偶数, 所以, $\sigma^{\frac{n}{2}}=-1$, 从而, $\sigma^{-\frac{n}{2}}f(\sigma^{\frac{n}{2}})=-f(\sigma^{\frac{n}{2}})$, 且 $f_1(1)=f(1)$, $|f_1(\sigma^k)|=|f(\sigma^k)|$, $k=1,2,\ldots,\frac{n}{2}-1$, 即矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的所有特征值中只有 $f(\sigma^{\frac{n}{2}})$ 相差一个符号, 其余均不变. 引理 2 得证. □

多次应用引理 2, 则可以得到下面的结论.

定理 1 设有 n 阶对称循环矩阵 $\boldsymbol{A}(a_1,a_2,\ldots,a_n)$ 和 n 阶对称循环矩阵 $\boldsymbol{B}(a_{k+1},a_{k+2},\ldots,a_n,a_1,a_2,\ldots,a_k)$, 即 $\boldsymbol{B}$ 的生成元是 $\boldsymbol{A}$ 的生成元的 k 次循环 $(k=1,2,\ldots,n-1)$, 则

(1) 当 n 是奇数时, $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 有相同的特征值;

(2) 当 n 是偶数时, $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的特征值有 $n-1$ 个相同, 而另一个仅相差一个符号.

该定理说明, "奇数阶对称循环矩阵, 无论生成元怎样循环, 所得循环矩阵的特征值不变", 这一性质将在下文的形状特征提取中发挥重要作用.

3 对数极坐标下的 TRS 不变性

一个图形 A 的边界点列为 $\{(x_i,y_i)\}$, $i=1,2,\ldots,n$, 将其转化为对数极坐标 $\{(\ln r_i,\theta_i)\}$, $i=1,2,\ldots,n$. 当图形 A 经过 a 倍的尺度放缩和 α 角度的旋转后, 得到图形 B, 则图形 B 的边界点列的对数极坐标为 $\{(\ln r_i+\ln a,\theta_i+\alpha)\}$, $i=1,2,\ldots,n$, 将对数极坐标系的原点平移到 $(\ln a,\alpha)$, 则 A 与 B 的边界点列在对数极坐标下相同, 即得到旋转和尺度的不变性. 至于平移不变性, 只要将原点移到质心即可解决. 下面以几个图例说明.

例 1 矢量图 TRS 变换的对数极坐标表示. 图 1(a1)–(a4) 是一组矢量图 (它们均有精确的数学表达), 其中图 1(a2)–(a4) 是图 1(a1) 经过不同程度的 TRS 变换后得到的, 图 1(b1)–(b4) 是相应的对数极坐标下的图形. 显然, 这个几个图形都只是相差 θ 轴和 $\ln r$ 轴方向的平移, 只要将对数极坐标系的原点平移到图形的中心, 这 4 个图形是完全重叠的, 即矢量图经过 TRS 变换后, 在对数极坐标下的表示是完全相同的.

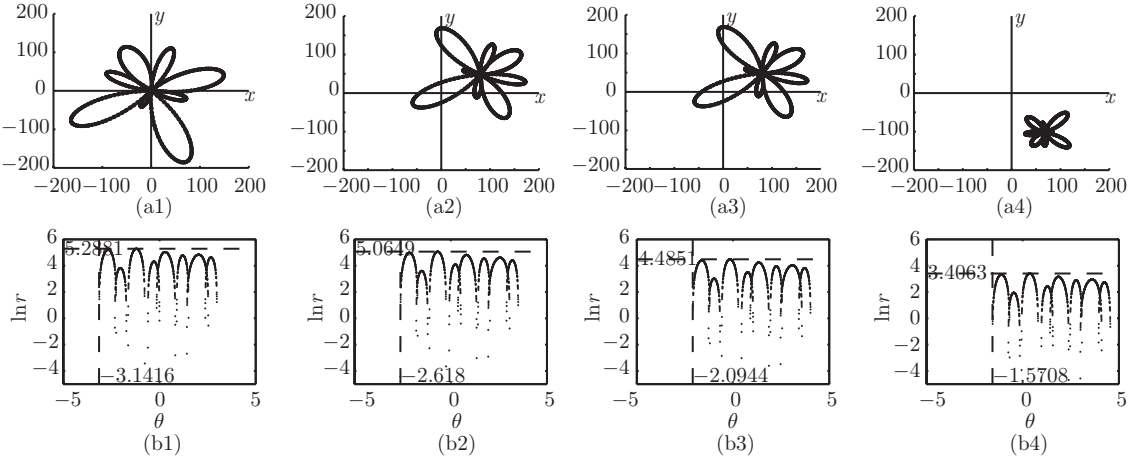

图 1　矢量图在对数极坐标下的 TRS 不变性验证

例 2　数字图像 TRS 变换后的对数极坐标表示. 数字图像图 2(a1) 经过两次不同尺度的放缩和不同程度的平移旋转后, 得到图 2(a2) 和 2(a3), 这 3 个图像的轮廓在对数极坐标下的图形分别为图 2(b1)–2(b3), 容易发现它们相差一个 “循环平移”, 即只要将图 2(b2) 和 2(b3) 中虚线左侧的图形剪

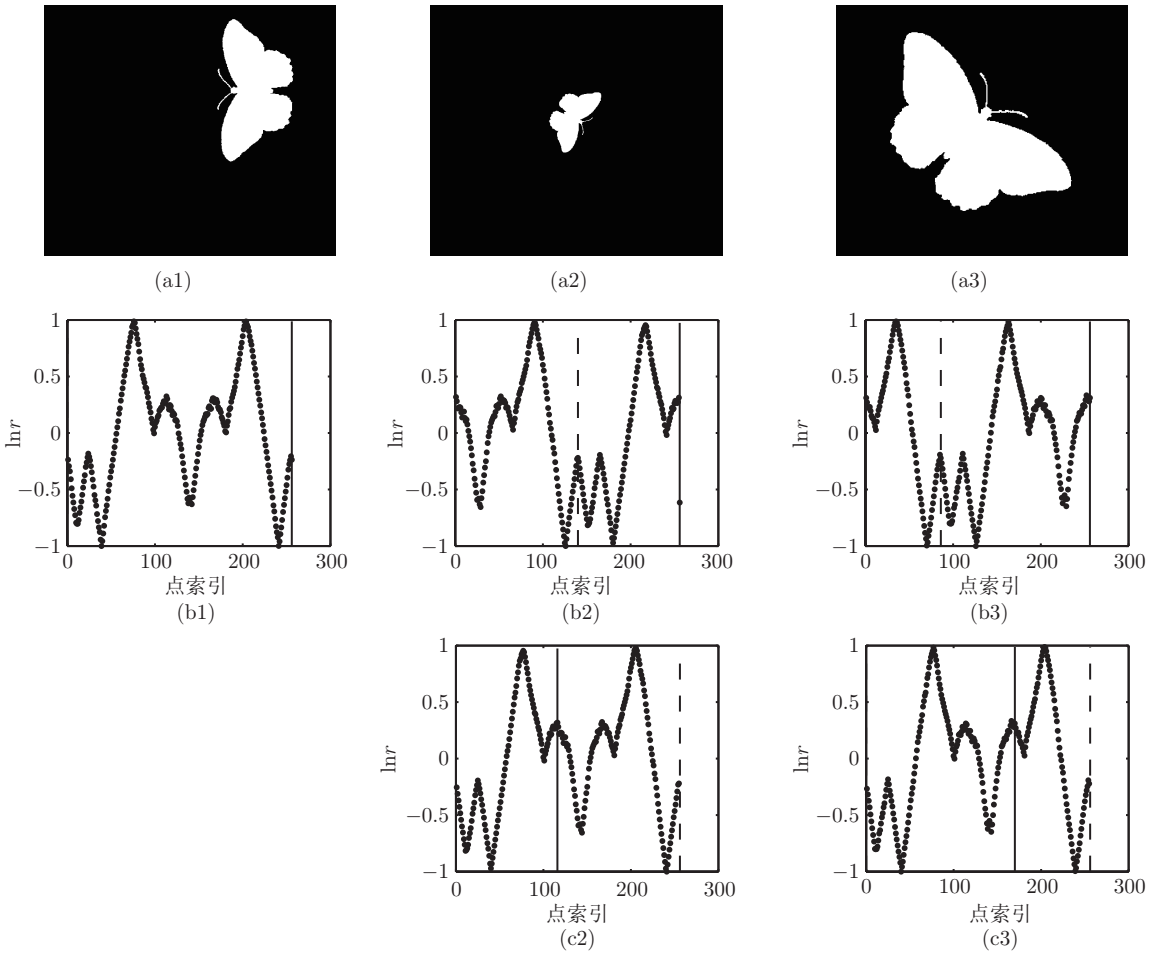

图 2　数字图像在对数极坐标下的 TRS 不变性验证

下平移到最右侧, 得到图 2(c2) 和 2(c3), 则图 2(b1)、2(c2) 和 2(c3) 就相同了. 这里之所以出现 “循环平移” 现象, 是因为在读取图像边界时与起始点位置有关, 当图像旋转后引起了边界点起始点的变化, 这反应到对数极坐标就相差一个循环平移.

4 具有 TRS 不变性的形状特征提取

鉴于形状检索要处理的不是以矢量图为主要对象, 更多的是数字图像, 针对以数字图像为对象的例 2 中出现的循环平移现象, 我们若在对数极坐标下提取形状特征, 想要保证 TRS 不变, 则提取的特征要对这种循环平移具有不变性. 注意到第 2.2 节中定理所述的 “奇数阶对称循环矩阵, 当生成元循环时特征值不变” 的特征, 我们通过构造奇数阶循环矩阵来提取形状特征, 过程如下:

(1) 读入二值图像边界点列 $\{(x_i, y_i)\}$, $i = 1, 2, \ldots, n$ 插值使 n 为奇数, 求出质心, 并将质心移到坐标原点 (保证平移不变);

(2) 在以质心为原点的坐标系中, 将边界点列转化为对数极坐标 $\{(\ln r_i, \theta_i)\}$, $i = 1, 2, \ldots, n$;

(3) 构造 n 阶对称循环矩阵 $\boldsymbol{A}(\ln r_1, \ln r_2, \ldots, \ln r_n)$, 由定理 1 知, 当 n 为奇数时, 这个循环矩阵的特征值与点列 $\{(\ln r_i, \theta_i)\}$, $i = 1, 2, \ldots, n$ 的起始点无关, 即特征值在 “循环平移” 下不变;

(4) 求出 n 阶对称循环矩阵 $\boldsymbol{A}(\ln r_1, \ln r_2, \ldots, \ln r_n)$ 的 n 个特征值, 并从大到小排列为一个向量 $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n)$, 则这个向量就构成形状的特征向量, 这个特征向量对形状具有 TRS 不变性.

对两个形状 A 和 B, 求得循环矩阵下的特征向量 $\boldsymbol{\lambda^A}$ 和 $\boldsymbol{\lambda^B}$ 后, 就可以对 $\boldsymbol{\lambda^A}$ 和 $\boldsymbol{\lambda^B}$ 进行 Euclid 距离计算, 距离越小说明两个形状越相似. 于是得到了基于对数极坐标和循环矩阵的形状检索新算法, 记作 LPCM (log-polar circulant matrix) 算法.

5 非刚性形变的形状检索实验

为了验证本文算法 (LPCM) 在形状检索方面的性能, 本节给出实验结果. 文献 [1] 通过大量的实验比较说明了, 在经典的形状检索算法中, Zernike 矩和 Fourier 描述子是性能最好的, 因此, 本文与 Zernike 矩和 Fourier 描述子进行比较, 此外, Hu 不变矩因为运算简单速度快, 也将其列入比较算法中. 这 3 个算法都要平移图像质心到原点, 对于 Zernike 矩还要对图像作尺度归一的预处理. 本文算法具有放缩旋转不变性, 因此, 不需要作尺度归一的预处理, 只要把形状质心移到坐标原点即可.

我们选择两个通用形状数据库 MPEG-7-shape-CE1-C (以下简称 CE1-C) 和 ETH-80. CE1-C 是一条鱼的一段视频中的 200 帧图像, 混在另外 1100 个鱼的图像中, 要从这 1300 个图像中检索出指定的这 200 个图像, 它常用来检测算法对运动和非刚性形变的鲁棒性; ETH-80 由 8 类物体组成 (分别是苹果、梨、西红柿、牛、狗、马、杯子和汽车), 每类 10 个不同的对象, 每个对象都有 41 个不同角度的图像, 因此, 这个数据库共有 $8 \times 10 \times 41 = 3280$ 个图像组成. 图 3 给出其中部分图像. 这个数据库有彩色图像和二值图像两个库, 常用于检验基于外表和轮廓的算法的识别性能, 本文仅考虑形状即轮廓, 因此取其二值图像库. 这个数据库中种类虽不多, 但分类却很难准确, 如苹果和西红柿、牛狗和马几乎很难分开.

对检索的性能分析, 本文采用形状检索中通用指标 Bull's eye, 它是考虑检索结果的前 $2m$ 个的正确率, 这里 m 是每类形状中的形状数. 本文实验环境为 Inter(R) Core(TM) i7-2760QM CPU@2.40GHz、内存 16.0GB、64 位 Win7 操作系统和 Matlab7.12.0(R2011a) 编程.

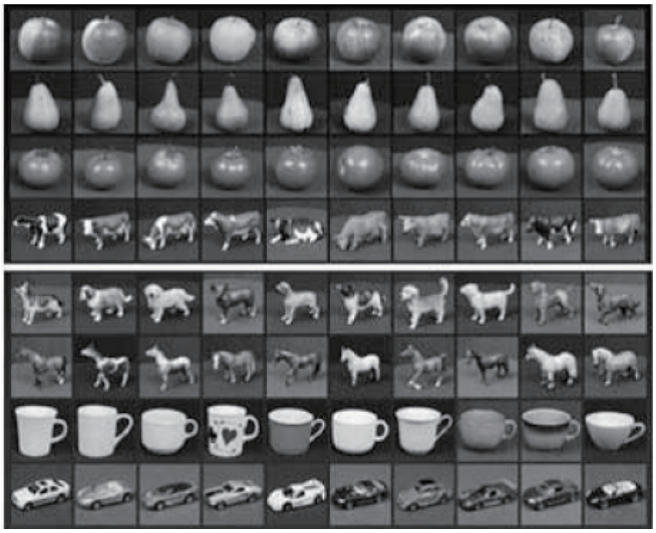

图 3　ETH-80 中的图像举例

数据库 CE1-C 的实验过程为: 要查询的 200 个图像每个都作为查询对象, 在 1300 个图像中进行检索, 统计全部 200 个图像检索结果的平均值. ETH-80 中的实验过程为: 将数据库分成 10 组进行实验, 记录 10 组实验的平均检索率. 第 i 组是从 8 类物体中分别取出第 i 个对象 ($i = 1, 2, \ldots, 10$), 每个对象有 41 个不同视角的图像, 这 41 个图像作为一类, 因此, 在每一组的实验数据库中, 有 8 类, 每类 41 个图像, 共 328 个图像, 每个图像都作为查询对象, 统计这 10 组实验的检索结果的平均值. 两个数据库中的实验结果见表 1, 显然, 本文 LPCM 算法准确率均高于经典算法.

由于本文比较的几个算法都是用 Euclid 距离来度量相似度, 所以, 运行时间上的差异主要表现在特征向量的提取, 我们统计当图像读入后, 从 “提取特征向量” 到 “输出距离矩阵” 的总时间和平均时间见表 2. 表 2 的数据表明, 本文算法因计算少, 所以, 运算速度最快.

表 1　检索性能比较 (Bull's eye,%)

算法	CE1-C	ETH-80
Fourier	99.49	71.89
Hu	99.95	68.27
Zernike	99.47	68.51
LPCM (本文算法)	99.98	74.51

表 2　在两个数据库中的检索时间效率比较 (s)

算法	CE1-C		ETH-80	
	总时间	平均时间	总时间	平均时间
Fourier	17.9383	0.0138	3.5004	0.0107
Hu	13.1143	0.0101	4.4719	0.0136
Zernike	96.3109	0.0741	26.6046	0.0811
LPCM (本文算法)	9.7533	0.0075	2.9056	0.0089

这两个数据库的特点是, 同一类的图像是同一个物体运动的不同姿态或是同一个物体不同的角度的图像, 因此, 实验结果说明了, 本文算法对运动和非刚性形变的形状有较好的鲁棒性. 现实世界非刚性形变普遍存在, 如由于视角和光照的因素, 图像形状会产生不同类型不同程度的形变, 这类情形选择本文算法进行形状检索就很恰当, 特别在目标检测和目标跟踪方面会有应用.

6 结论

本文利用对数极坐标表示形状的边界信息, 使得形状的尺度放缩和旋转变换转化为简单的平移变换, 并在此基础上, 利用奇数阶对称循环矩阵 "当生成元循环时, 所得矩阵特征值不变" 的特性, 把形状边界点插值到奇数, 构造相应的对称循环矩阵, 得到一种具有尺度旋转不变的形状特征描述, 并由此得到具有 TRS 不变性的形状检索新算法. 针对两个形状通用实验数据库, 通过与经典的 Fourier 描述子、Zernike 矩和 Hu 不变矩算法的形状检索实验比较, 显示本文算法在运动和非刚性形变的形状检索方面的优势, 不仅检索正确率高而且运行速度快, 这在运动目标跟踪中, 将有乐观的应用前景. 但是, 如果形状发生缺损或挤压等刚性形变, 本文算法的检索率会降低.

当前, 人们除了考虑物体轮廓形状外, 把颜色和纹理等外观信息与形状结合起来, 通过综合多种图像信息来识别物体受到重视, 因此, 下一步的研究应该将本文算法与颜色[14]、纹理[15] 等图像特征结合起来, 以期无论对刚性还是非刚性的形变都有更好的检索性能.

致谢 感谢审稿专家和编辑的仔细审阅和宝贵意见.

参考文献

1 Zhang D S, Lu G J. Review of shape representation and description techniques. Pattern Recogn, 2004, 37: 1–19
2 周瑜, 刘俊涛, 白翔. 形状匹配方法研究与展望. 自动化学报, 2012, 38: 889–910
3 Zhang D S, Zhao J Y, Saddik A E. RST invariant digital image watermarking based on log-polar mapping and phase correlation. IEEE Trans Circ Syst Video Technol, 2003, 13: 753–765
4 Kang X G, Huang J W, Zeng W J. Efficient general print-scanning resilient data hiding based on uniform log-polar mapping. IEEE Trans Inform Forensics Secur, 2010, 5: 1–12
5 Traver V J, Bernardino A. A review of log-polar imaging for visual perception in robotics. Robot Auton Syst, 2010, 58: 378–398
6 Wolberg g, Zokai S. Robust image registration using log-polar transform. IEEE Inter Confer Image Process, 2000, 1: 493–496
7 Zokai S, Wolberg G. Image registration using log-polar mappings for recovery of large-scale similarity and projective transformations. IEEE Trans Image Process, 2005, 14: 1422–1434
8 Solari F, Chessa M, Sabatini S P. Design strategies for direct multi-scale and multi-orientation feature extraction in the log-polar domain. Pattern Recogn Lett, 2012, 33: 41–51
9 Pun C M, Lee M C. Log-polar wavelet energy signatures for rotation and scale invariant texture classification. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell, 2003, 25: 590–603
10 Belongie S, Malik J, Puzicha J. Shape matching and object recognition using shape contexts. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell, 2002, 24: 509–522
11 韩敏, 郑丹晨. 基于模糊形状上下文特征的形状识别算法. 自动化学报, 2012, 38: 68–75
12 Shu X, Wu X J. A Novel contour descriptor for 2D shape matching and its application to image retrieval. Image Vision Comput, 2011, 29: 286–294
13 屠伯漂. 对称循环阵的特征值与非异性. 工程数学学报, 1987, 4: 47–52
14 Liu G H, Yang J Y. Content-based image retrieval using color difference histogram. Pattern Recogn, 2013, 46: 188–198
15 董永生. 基于方向多尺度变换和统计建模的纹理分类方法. 中国科学: 数学, 2013, 43: 1059–1070

Shape feature description based on log-polar coordinates and symmetric circulant matrix

SONG RuiXia, LI ChengHua, WANG YeNa, XU YanQing & QI DongXu

Abstract A fundamental requirement in shape retrieval algorithms is that the shape descriptor should be invariant to geometric transformations, such as scaling and rotation. In this paper, the shape boundary is represented in log-polar coordinate system, so that the shape scaling and rotation is translated into translation, which is a much simpler geometric transformation. As the boundary information is related to the starting point, the shape rotation makes the boundary point sequence circulate, which will affect rotational invariance. To eliminate the effect brought by boundary point sequence circulation, we first propose a theorem: for a circulant matrix of odd order, when the generator vector, which forms the first row of the matrix, is shifted circularly, the new formed circulant matrix has the same eigenvector. Based on this theorem, we first get odd number of boundary points using interpolation method, and then construct a corresponding symmetric circulant matrix, whose eigenvectors are used to describe the shape features. Based on the obtained features, we present a new retrieval algorithm that is invariant to translation, scale, and rotation. Experiment results show that the new algorithm is robust for retrieving moving target and non-rigid shapes, and it is also a time saving method and feasible in a real-time system, hence the new algorithm could effetely be applied on target detection and tracking.

Keywords **log-polar coordinates, symmetric circulant matrix, eigenvalue, feature extraction, shape retrieval**

MSC(2010) **68T10**

doi: 10.1360/N012013-00139