

基于线圆结构和 LINGO 的机器人避障路径选择

刘广会¹ 于静静² 李凡国^{*,3}

(1. 青岛港湾职业技术学院基础部, 青岛 266404; 2. 青岛港湾职业技术学院电气系, 青岛 266404;
3. 青岛港湾职业技术学院机械系, 青岛 266404)

摘要: 静态环境下机器人行走全局规划路径是机器人行走路径的核心问题。针对机器人在平面区域内绕过不同障碍到达目标点的最短路径和最短时间路径进行研究, 通过线圆结构和非线性规划基本模型, 建立绕单和多(五)个障碍点非线性规划模型, 使用 lingo 软件和穷举法, 得到了机器人避障最短路径、最短时间路径、各切点坐标和所需时间。

关键词: 线圆结构; 非线性规划; lingo

中图分类号: O221.2 文献标识码: A doi:10.3969/j.issn.1006-6055.2013.05.017

Obstacle-avoidance Path Selection by Robot Based on Line-round Structure and Lingo

LIU Guanghui¹ YU Jingjing² LI Fanguo^{*,3}

(1. Department of Foundation Subjects, Qingdao Harbour Vocational and Technical College, Qingdao 266404;
2. Department of Electrical Engineering, Qingdao Harbour Vocational and Technical College, Qingdao 266404;
3. Department of Mechanical Engineering, Qingdao Harbour Vocational and Technical College, Qingdao 266404)

Abstract: Robot global path planning in a static environment is a core problem of robot walking path. The shortest path and time for plane obstacle-avoidance is explored by a robot approaching its goal through lingo software and exhaustive method upon a single-or multiple-obstacle nonlinear programming model of line-round structure, which results in the shortest obstacle avoidance time, time path, and the coordinates and duration at each tangent point for robot's obstacle.

Key words: line-round structure; nonlinear programming; lingo

1 引言

移动智能机器人具有自行组织、自主运行、自主规划, 是一个集感知、信息处理、决策和执行的综合系统, 体现人工智能的最新科研成果^[1], 越来越多的应用于工业、农业、医疗、服务、国防和航空航天等领域。移动机器人行走的路径规划是核心, 胡喜玲等将混沌理论和遗传算法相结合, 提出了一种新颖的基于自适应混沌遗传算法的机器人路径规划算法^[2]。贾翠玲等提出了一种改进的蚁群算法, 利用自适应更新的策略设计出最佳避障路径^[3]。叶兆莉等提出了一种新的烟花爆炸式免疫算法 (FEIA), 收敛速度更快, 搜索精度更高, 且能有效地解决早熟收敛问题^[4]。

Lingo^[5,6] 可提供强大的语言和快速的求解引擎, 阐述和求解最佳化模型, 是建立和求解线性、非线性和整数最佳化模型的更快更简单更有效率的综合工具^[7,8]。基于空间几何构造的规划方法是应用非常广泛的机器人路径规划法^[9-10]。文章基于线圆结构, 将全局规划路径分解为多个局部规划路径, 利用 LINGO 软件寻找机器人在静态环境中避障的最短和最短时间路径, 有很高的经济和社会效益, 方法实用、有效, 应用性强。对基本线圆结构推广, 得到机器人绕多(五)个障碍路径规划算法, 运算时间短, 提高整个全局路径规划的效率和精度。在基本线圆结构的基础上, 得到最短时间路径, 提高了时间效益。根据不同需求灵活选择机器人行走路径, 可操作性和推广性强。结合 2012 大学生数学建模 D 题^[11]对机器人行走路径进行规划。

2 机器人行走基本线圆模型

文章^[11]经过证明得出结论: “起点和终点中间不管有多少障碍物, 最短路径都是有若干个相切的直线和圆弧构成, 机器人在转弯时都以障碍物顶点为转弯弧圆心, 最小转弯半径为转弯半径”。机器人行走的曲线圆弧所对应的圆心的位置是分析的重点。

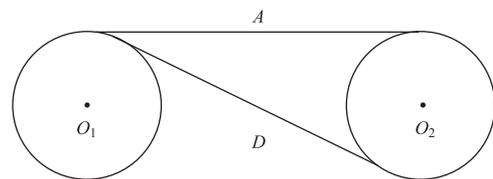


图 1 内切和外切线中点

Figure 1 The inner and outer tangent point

机器人行走过程中, 内切和外切线的中点坐标 $D(x_1, y_1)$, $A(x_2, y_2)$ 可以通过圆心坐标 $O_1(x_{01}, y_{01})$, $O_2(x_{02}, y_{02})$ 表达出来。

3 机器人绕障碍单顶点模型 (O → A 为例求解)

根据线圆结构, 结合图形和题意, 已知 $A(x_1, y_1)$ 出发点, $D(x_4, y_4)$ 终点。设点 $B(x_2, y_2)$ 和点 $C(x_3, y_3)$ 分别为机器人在拐点处为隔离危险区域所走最小弧线的切点, 设点 $O(x_0, y_0)$ 为弧线所在圆圆心, 圆的半径为 r , AO 的长度为 l_1 , OD 的长度 l_2 , AD 的长度为 l_3 , $\angle AOB = \alpha_1$, $\angle DOC = \alpha_2$, $\angle AOD = \alpha$, 由图 1 线圆模型, 机器人绕过障碍顶点所走最短路径为

$$L = AB + CD + r(2\pi - \alpha - \alpha_1 - \alpha_2)$$

根据图形的几何关系, 建立如下非线性规划模型二:

* E-mail: leego113@126.com; Tel: 15275228692

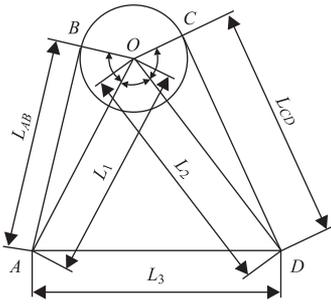


图 2 机器人绕单个顶点障碍线圆结构图

Figure 2 The robot around a single vertex obstacle line circular structure diagram

$$\begin{aligned} \min z &= r(2\pi - \alpha_1 - \alpha_2 - \alpha) + l_{AB} + l_{CD} \\ \text{s. t. } &\begin{cases} l_{AB}^2 + r^2 = l_1^2, l_{CD}^2 + r^2 = l_2^2 \\ \cos\alpha = \frac{l_1^2 + l_2^2 - l_3^2}{2l_1l_2}, \cos\alpha_1 = \frac{r}{l_1}, \cos\alpha_2 = \frac{r}{l_2} \\ (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = l_{AB}^2, (x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2 = l_{CD}^2 \\ (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 = r^2, (x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2 = r^2 \\ (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 = l_1^2, (x_4 - x_0)^2 + (y_4 - y_0)^2 = l_2^2 \\ (x_1 - x_4)^2 + (y_1 - y_4)^2 = l_3^2 \\ 0 < \alpha_1, \alpha_2 < \frac{\pi}{2}, 0 < \alpha < \pi \end{cases} \end{aligned}$$

根据优化模型和穷举法,找出 $O \rightarrow A$ 两条可能路径,利用 lingo,求出 $O \rightarrow A$ 最短路径为 471.037 1。

表 1 $O \rightarrow A$ 最短路径详细信息

Table 1 The shortest path information of $O \rightarrow A$

点	坐标	线类型及距离	圆心坐标	所需时间
起点 O	(0,0)			
切点 1	(70.505 9,213.140 6)	直线 224.499 4	(80,210)	44.899 8
切点 2	(84.172 3,200.912 0)	圆弧 9.050 9		3.740 1
终点 A	(300,300)	直线 237.486 8		47.497 4
总计		471.037 1		96.137 3

4 机器人连续绕多个障碍顶点模型

如图,设起始点为 $A(x_1, y_1)$, 终点为 $L(x_{12}, y_{12})$, 中途

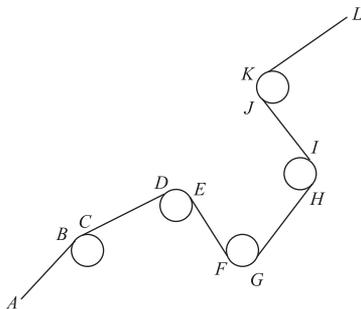


图 3 机器人连续绕多个障碍顶点线圆结构图

Figure 3 Robot continuous around an obstacle vertex linear and circular structure diagram

障碍顶点为 $O_1(x_{o1}, y_{o1}), O_2(x_{o2}, y_{o2}), O_3(x_{o3}, y_{o3}), O_4(x_{o4}, y_{o4}), O_5(x_{o5}, y_{o5})$, 中途绕障碍顶点时与对应圆的切点及坐标分别为: $B(x_2, y_2), C(x_3, y_3), D(x_4, y_4), E(x_5, y_5), F(x_6, y_6), G(x_7, y_7), H(x_8, y_8), I(x_9, y_9), J(x_{10}, y_{10}), K(x_{11}, y_{11})$, $l_{AB}, l_{CD}, l_{EF}, l_{GH}, l_{IJ}, l_{KL}$ 分别为直线长度, $s_1 \sim s_5$ 分别为绕障经过圆弧长度。

机器人绕过多个障碍顶点,可以分解为多个绕单障碍顶点模型。假设障碍顶点有五个,建立最短路径模型。

$$\begin{aligned} \min L &= l_{AB} + l_{CD} + l_{EF} + l_{GH} + l_{IJ} + l_{KL} + s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 \\ \text{s. t. } &\begin{cases} l_{AB}^2 + r^2 = l_1^2, l_{CD}^2 + r^2 = l_2^2 \\ \cos\alpha_1 = \frac{l_1^2 + l_2^2 - l_3^2}{2l_1l_2}, \cos\alpha_2 = \frac{r}{l_1}, \cos\alpha_3 = \frac{r}{l_2} \\ (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = l_{AB}^2, (x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2 = l_{CD}^2 \\ (x_2 - x_{01})^2 + (y_2 - y_{01})^2 = r^2, (x_3 - x_{01})^2 + (y_3 - y_{01})^2 = r^2 \\ (x_1 - x_{01})^2 + (y_1 - y_{01})^2 = l_1^2, (x_4 - x_{01})^2 + (y_4 - y_{01})^2 = l_2^2 \\ (x_1 - x_4)^2 + (y_1 - y_4)^2 = l_3^2, s_1 = r(2\pi - \alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3) \\ 0 < \alpha_2, \alpha_3 < \frac{\pi}{2}, 0 < \alpha_1 < \pi \\ \dots \\ l_{KL}^2 + r^2 = l_{14}^2, l_{IJ}^2 + r^2 = l_{13}^2 \\ \cos\alpha_{13} = \frac{l_{13}^2 + l_{14}^2 - l_{15}^2}{2l_{13}l_{14}}, \cos\alpha_{14} = \frac{r}{l_{13}}, \cos\alpha_{15} = \frac{r}{l_{14}} \\ (x_{10} - x_9)^2 + (y_{10} - y_9)^2 = l_{IJ}^2, (x_{12} - x_{11})^2 + (y_{12} - y_{11})^2 = l_{KL}^2 \\ (x_{10} - x_{05})^2 + (y_{10} - y_{05})^2 = r^2, (x_{11} - x_{05})^2 + (y_{11} - y_{05})^2 = r^2 \\ (x_9 - x_{05})^2 + (y_9 - y_{05})^2 = l_{13}^2, (x_{10} - x_{05})^2 + (y_{10} - y_{05})^2 = l_{14}^2 \\ (x_{12} - x_9)^2 + (y_{12} - y_9)^2 = l_3^2, s_5 = r(2\pi - \alpha_{13} - \alpha_{14} - \alpha_{15}) \\ 0 < \alpha_{14}, \alpha_{15} < \frac{\pi}{2}, 0 < \alpha_{13} < \pi \end{cases} \end{aligned}$$

结合模型,利用 lingo 和穷举法,可以求得 $O \rightarrow B, O \rightarrow C$ 的最短路径为 844.8676 和 1085.621,同时得到具体行走路径中每个切点的坐标和对应圆弧的圆心、所需时间。

5 中途经过定点最短路径模型(模型三)

机器人在绕障行走时,需要通过多次转弯。如果要经过一固定点到达目标点,设障碍物的两个顶点坐标如图所示为 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 机器人要经过中间目标点 $C(x_3, y_3)$, 位于两切点中间,且机器人只能走直线或圆弧,因此目标点 $C(x_3, y_3)$ 一定在圆弧上。设圆弧所在的圆心为 $O(x_0, y_0)$, 半径为 r , 三角形 ΔAOB 边长为 $AO = l_1, BO = l_2, AB = l_3$, 顶角 $\angle AOB = \alpha$ 。

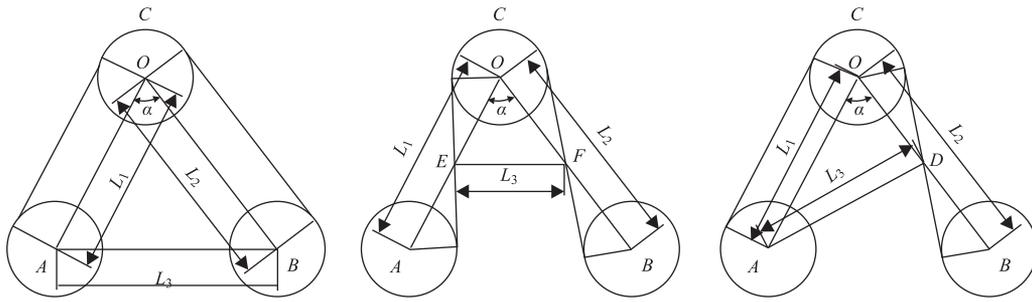


图 4 机器人中途径过目标点的线圆结构图情况

Figure 4 Robot midway through the target point line circle structure map

机器人绕过障碍,中途径过目标点的路径最短,需要确定机器人行走圆弧所在的圆心和半径,应用平面解析几何知识建立优化模型,利用 lingo 求解。

$$\begin{aligned} \min s &= r(\pi - \alpha) + l_1 + l_2 \\ \text{s. t. } &\begin{cases} (x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2 = r^2 \\ (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 = l_1^2 \\ (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 = l_2^2 \\ (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = l_3^2 \\ \cos\alpha = \frac{l_1^2 + l_2^2 - l_3^2}{2l_1l_2} \end{cases} \end{aligned}$$

通过上述优化模型,可以确定圆心 $O(x_0, y_0)$ 。

对于图 4 中第二种转弯情形,连接圆心 AO, BO 与内切线相交于 E, F 点, E, F 为 AO, BO 的中点,可以根据圆心坐标得到 E, F 的坐标,使用模型二可以确定圆心 $O(x_0, y_0)$ 。对于图 4 第三种转弯情形,连接 BO 与切线相交于 D 点, D 为 BO 的中点,根据模型一求出 D 点坐标,结合模型二,可确定圆心坐标 $O(x_0, y_0)$ 。

利用上述优化模型,可以求出过 A, B, C 三固定点时,圆弧对应的圆心坐标分别为 $O_A(290.8854, 304.1140)$, $O_B(108.2296, 694.3190)$, $O_C(709.8020, 641.9800)$ 。将机器人由 $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow O$ 的最短路径,利用模型三分解为三个绕五障碍顶点小模型进行求解,可以得到机器人行走路径上的直线与圆切点坐标、距离和行走时间。

6 最短时间路径模型

最短路径并不是最短时间路径^[10],根据机器人转弯的半径和速度要求,结合第一问 $O \rightarrow A$ 最短路径的走向,由 O 点出发,机器人在圆弧上速度大,考虑先走圆弧,且圆弧所在圆半径较大,较小圆心角对应圆弧和线段长度接近,因此圆心点有可能落在 x 轴下方,在障碍物 5 上方与过 A 点直线相切于点 $A_1(x_1, y_1)$,所走路径为圆弧和线段,设障碍物 5 左上角顶点为 $A_3(80, 210)$,圆心为 $O_1(x_0, y_0)$,半径为 r ,圆弧与直线相切于一点 $A_1(x_1, y_1)$,机器人走圆弧所用时间为 t_1 ,直线行走时间为 t_2 ,圆弧的半径:

$$r = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} = \sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2}$$

根据机器人避障要求,该路线与障碍物 5 的左上角的距离必须大于 10 个单位,即 O_1A_3 与 r 之差大于等于 10。

$$r - \sqrt{(80 - x_0)^2 + (210 - y_0)^2} \geq 10$$

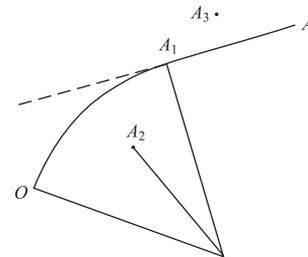


图 5 最短时间路径

Figure 5 The shortest time path

点 $A_2(235, 300)$, $A_3(80, 210)$ 与机器人所走直线的距离应大于等于 10。

$$\begin{aligned} \frac{235 \frac{y_1 - 300}{x_1 - 300} - \frac{y_1 - 300}{x_1 - 300} x_1 - 300 + y_1}{\sqrt{\left(\frac{y_1 - 300}{x_1 - 300}\right)^2 + 1}} &\geq 10 \\ \frac{80 \frac{y_1 - 300}{x_1 - 300} - \frac{y_1 - 300}{x_1 - 300} x_1 - 210 + y_1}{\sqrt{\left(\frac{y_1 - 300}{x_1 - 300}\right)^2 + 1}} &\geq 10 \end{aligned}$$

圆弧的长度计算:

$$\alpha = \arccos \frac{|(x_0 - x_1)x_0 + (y_0 - y_1)y_0|}{\sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2} \cdot \sqrt{x_0^2 + y_0^2}}$$

所用时间:

$$t_1 = \frac{r\alpha}{5(1 + e^{10-0.1r^2})}, t_2 = \frac{\sqrt{(300 - x_1)^2 + (300 - y_1)^2}}{5}$$

建立最短时间路径模型如下:

$$\begin{aligned} \min t &= t_1 + t_2 \\ \text{s. t. } &\begin{cases} r = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}; \\ r - \sqrt{(x_0 - 80)^2 + (y_0 - 210)^2} \geq 10; \\ \sqrt{x_0^2 + y_0^2} = \sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2}; \\ \left| \frac{235 \frac{y_1 - 300}{x_1 - 300} - \frac{y_1 - 300}{x_1 - 300} x_1 - 300 + y_1}{\sqrt{\left(\frac{y_1 - 300}{x_1 - 300}\right)^2 + 1}} \right| \geq 10; \\ \left| \frac{80 \frac{y_1 - 300}{x_1 - 300} - \frac{y_1 - 300}{x_1 - 300} x_1 - 210 + y_1}{\sqrt{\left(\frac{y_1 - 300}{x_1 - 300}\right)^2 + 1}} \right| \geq 10; \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \alpha = \arccos \frac{|(x_0 - x_1)x_0 + (y_0 - y_1)y_0|}{\sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2} \cdot \sqrt{x_0^2 + y_0^2}}; \\ t_1 = \frac{r\alpha}{5}(1 + e^{10-0.1r^2}); \\ t_2 = \frac{\sqrt{(300 - x_1)^2 + (300 - y_1)^2}}{5} \end{cases}$$

所需时间用 lingo 计算可知 $t = 94.33$ 秒,切点 A_1 为 (72.208 79, 217.820 0), 圆心 O_1 为 (3 612.345, -1 076.137), 半径 $r = 3 769.375$, 行走的路径为 471.674 3。

根据最短时间, 回代可以得到机器人行走的距离为 471.67, 比最短路径稍大, 而如果机器人直接以直线速度 $v_0 = 5$ 走理想状态下的最短路径对角线 $300\sqrt{2}$, 最短时间为 84.85 秒, 而实际最短距离下所需时间为 96.23 秒, 最短路径和最短时间路径是两个不同的概念^[11]。

7 结论

通过以上五个小模型, 解决了机器人行走避障路径选择的问题, 模型简单易懂, 程序编写方便易操作, 有一定的实际使用价值, 可用于指导港口物流货物的搬运、存放和运输, 还可用于道路规划设计和车辆驾驶等实际生活。

上述模型针对障碍物静止的情形进行路径的选择, 若障碍物较多或障碍物移动, 模型还要进一步深入研究。

参考文献

- [1] 成伟明, 唐振民, 赵春霞, 等. 移动机器人路径规划中的图方法应用综述[J]. 工程图学学报, 2008(4): 4-14.
- [2] 胡喜玲, 李洪波, 胡俊. 基于自适应混沌遗传算法的路径规划[J]. 计算机工程与应用, 2013, 49(9): 68-72.
- [3] 贾翠玲, 李卫国, 郭文霞. 改进蚁群算法在灭火机器人路径规划中的应用[J]. 内蒙古工业大学学报, 2013, 32(1): 50-54.
- [4] 叶兆莉, 袁明新, 程帅, 等. 移动机器人的一种烟花爆炸式新免疫规划算法[J]. 计算机仿真, 2013, 30(3): 323-326.
- [5] 袁新生, 邵大宏, 郁时炼, 等. LINGO 和 Excel 在数学建模中的应用[M]. 1 版. 北京: 科学出版社, 2007: 12-43.
- [6] 谢金星, 薛毅. 优化建模 LINDO/LINGO 软件[M]. 1 版. 北京: 清华大学出版社, 2005: 32-56.
- [7] 岳荣刚, 王少萍. 基于混合整数线性规划的爬壁机器人路径规划[J]. 北京航空航天大学学报, 2013, (6): 1-6.
- [8] 朱大奇, 颜明重. 移动机器人路径规划技术综述[J]. 控制与决策, 2010, (7): 961-966.
- [9] 蔡志杰. 机器人避障问题[J]. 数学建模及其应用, 2013, 2(1): 53-59.
- [10] TSAI C C, HUANG H C, CHAN C K. Parallel elite genetic algorithm and its application to global path planning for autonomous robot navigation[C]. Proceedings of IEEE international Conference on Computer Applications, Shipbuilding, 2011: 4813-4821.
- [11] 全国大学生数学建模竞赛山东组委会. 2012 年数学建模 C 题 D 题优秀论文选登[EB/OL]. [2013-4-12]. 机器人避障问题, http://www.jpkc.sdu.edu.cn/sddxs/

(上接第 626 页)

参考文献

- [1] RUI Y, HUANG T S, CHANG S F. Image retrieval: past, present, and future[C]. Proceedings of International Symposium on Multimedia Information Processing, 1997(10): 1-23.
- [2] GUDIVADA V N, RAGHAVAN V V. Content based image retrieval systems[J]. Computer, 1995, 28(9): 18-22.
- [3] VASCONCELOS N. From pixels to semantic spaces: advances in content-based image retrieval[J]. Computer, 2007, 40(7): 20-26.
- [4] SETHI I K, COMAN I L. Mining association rules between low-level image features and high-level concepts[J]. Proceedings of the SPIE Data Mining and Knowledge Discovery, 2001(4 384): 279-290.
- [5] STANCHEV P L, GREEN D J, DIMITROV B. High level color similarity retrieval[J], International Journal of Information Theories and Application, 2003, 10(3): 363-369.
- [6] SHOTTON J, WINN J, ROTHER C, et al. TextonBoost for image understanding: multi-class object recognition and segmentation by jointly modeling texture, layout, and context [J]. International Journal of Computer Vision, 2009, 81(1): 2-23.
- [7] TEXTONS J B, the elements of texture perception, and their interactions [J]. Nature, 1981, 290(5 802): 91-97.
- [8] 李大湘, 彭进业, 贺进芳. 基于视觉语义与 RSSVM 的图像检索[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2010, 38(4): 156-161.
- [9] PHILBIN J, CHUM O, ISARD M, et al. Object retrieval with large vocabularies and fast spatial Image matching [C]. Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2007.
- [10] SHI J, MALIK J. Normalized cuts and image segmentation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(8): 888-905.
- [11] CRISTIANINI N. 支持向量机导论[M]. 李国正, 译. 北京: 电子工业出版社, 2004: 82-105.
- [12] HU Q, XIE Z, YU D. Hybrid attribute reduction based on a novel fuzzy-rough model and information granulation [J]. Pattern Recognition, 2007, 40(12): 3 509-3 521.