



非等温、非灰体不透明漫射固体表面组成的 封闭空腔中的辐射换热及其应用

程雪涛, 徐向华, 梁新刚*

清华大学航天航空学院, 热科学与动力工程教育部重点实验室, 北京 100084

*E-mail: liangxg@tsinghua.edu.cn

收稿日期: 2011-1-14; 接受日期: 2011-04-01

清华大学自主科研计划资助项目

摘要 对于不透明漫射固体表面组成的稳态封闭空腔表面辐射传热系统, 分别针对非等温灰体漫射表面和非灰体漫射表面定义了辐射换热流、单色辐射换热流等概念. 基于这些定义, 分别在全波长和单色波长下得到了辐射换热平衡方程和辐射换热耗散函数, 进而发展了辐射换热损失极小值原理、辐射换热耗散极值原理和最小辐射热阻原理. 辐射换热损失极小值原理表明, 满足控制方程和边界条件的热势与热流分布, 必使系统的辐射换热损失达到极小值. 辐射换热耗散极值原理表面可通过寻求辐射换热耗散的极值来获得给定系统传热量时的最小系统平均传热势差以及给定系统平均传热势差时的最大传热量; 而最小热阻原理则表明, 辐射换热耗散的极值与最小辐射热阻是相对应的. 本文还给出了单色辐射换热耗散极值原理和最小单色辐射热阻原理的应用算例, 论证了该原理的适用性.

关键词

辐射换热流
单色辐射换热流
非灰体
辐射换热原理
辐射优化

在当今世界能源形势日益严峻的大背景下, 以提高能源利用效率为目的的传热优化问题获得了越来越多的关注. 近年来, 研究人员在传热优化理论方面取得了一定的进展, 并发展了一些技术方法, 在工业生产中起到了积极作用.

对于传热优化, Bejan^[1]认为, 熵产最小时系统的热力学性能最优. 在“体点问题”中, Bejan^[2]将其构形理论的优化结果与最小熵产原理联系在一起. 他也应用了最小熵产原理来分析其他传热系统中, 如对流换热等^[1, 3, 4]. 根据这一思想, Poulikako 等人^[4]、Erek 等人^[5]开展了大量传热优化方面的工作. 但是, 以最小熵产原理分析传热过程仍存在一定的局限性. Bejan^[6]用熵产来分析传热过程存在悖论. 以换热器

为例, 当熵产减小时, 其效能并非总是增加, 在某些情况下反而减小. Shah 和 Skiepko^[7]分析了 18 种典型换热器效能与熵产之间的关系, 发现在熵产最大时, 换热器效能可能取最大、最小或中间值. 这就证明, 最小熵产原理不一定适用于优化传热过程.

近年来, 过增元等人^[8]针对导热和对流问题提出了一个用以表征物体传热能力的新物理量“焔”(在早期研究中, 该物理量被称为热量传递势容^[9, 10]). 基于热电比拟, 对应于电学中电势能, 他们给出了焔的宏观定义. 对处于平衡态的系统, 其焔为

$$G = \frac{1}{2} E_V T, \quad (1)$$

其中, E_V 为系统内能, T 为系统温度. 当热量从高温传

到低温时, 虽然热量本身没有变化, 但是其对外传递的能力(焓)却降低了. 程雪涛等人^[11]证明了孤立系统中的传热过程总是使得系统的焓减小. 正是由于焓的减小, 即焓耗散, 使得传递到低温的热量不能自发的返回原状态, 因而热量传递过程不可逆. 基于焓耗散的概念, 过增元等人^[8]发展了焓耗散极值原理和最小热阻原理等. 朱宏晔等人^[12]进行了热电比拟实验, 验证了这些原理. 进一步, 王松平等人^[13]对包含热传导、热对流、质量扩散以及化学反应等过程的多组分黏性流动的体系建立了焓传递方程, 进一步拓展了焓的应用领域. 此外, 程雪涛等人^[14]还给出了单原子理想气体系统中焓的微观表达式, 将焓与微观状态数联系到了一起, 在一定程度上揭示了焓的微观物理意义.

焓这一概念在传热优化中得到了较多应用. 在热传导方面, 程新广等人^[15]对“体点问题”进行的研究表明, 焓耗散极值原理优化得到的传热过程能使得加热区域的平均温度低于通过最小熵产原理得到平均温度. 进一步, 夏再忠等人^[16, 17]、程新广等人^[18]发展了仿生优化方法, 并证明了其与焓耗散极值原理的一致性. 该方法用于“体点问题”的研究结果表明, 仿生优化方法能有效降低加热区域的平均温度, 且该温度低于最小熵产原理的计算结果. 另外, Chen 等人^[19]与魏曙寰等人^[20]以基于焓定义的热阻对“体点问题”进行再分析和优化, 发现得到的构形可以有效降低平均传热温差. 此外, 谢志辉等人^[21, 22]研究了 T 型腔和空腔的构型优化问题, 魏曙寰等人^[23]研究了离散和连续变截面导热通道构形优化, 肖庆华等人^[24, 25]研究“盘点”导热问题以及伞形柱状肋片的构形优化, Chen 等人^[26]研究了圆盘导热问题. 这些工作都证明了焓耗散极值原理可有效优化导热过程.

在热对流方面, Guo 等人^[8]和陈群等人^[27]发展了对应的焓耗散极值原理, 并基于此得到了最优对流传热的流场需要满足的欧拉方程. 数值模拟结果表明, 最优流场中的纵向涡结构可以优化传热. 根据该结果, 孟继安^[28]发展了交叉椭圆管、不连续双斜肋等设备. 进一步, 吴晶等人^[29]在层流对流换热中对比了最小熵产原理和焓耗散极值原理, 发现给定边界温度时基于焓耗散极值原理可以得到更高的换热量. 柳雄斌等人^[30]基于焓耗散定义了换热器的热阻, 发现换热器热阻愈小, 单位传热量对应的冷热流体传热能力损失就愈小, 换热器性能也就愈好. 此外, 他们还比

较了熵产极值准则和焓耗散极值准则在换热器中的适用性^[31]. 其研究结果表明, 对参与热功转换的换热器, 优化准则取为熵产极值较好; 对只参与热量传递的换热器, 优化准则取为焓耗散极值更合适. 夏少军等人^[32]在对比基于最小熵产原理和基于焓耗散对换热器的优化结果时发现, 以焓耗散最小(给定热流边界)为目标优化得到的换热器性能比以熵产最小为目标得到的性能更好. 此外, Liu 和 Guo^[33]在应用基于焓耗散定义的热阻对换热器进行分析时发现不会出现类似熵产悖论的问题. 这就体现出了焓在换热器设计中的优势, 因而得到了较多应用^[34-36].

在热辐射方面, 吴晶和梁新刚^[37]沿用热传导和热对流中焓流的定义, 对辐射传热问题中焓的应用进行了分析. 考虑到辐射传热的驱动势不是温度, 而与温度的 4 次方成正比, Cheng 和 Liang^[38]以黑体辐射力作为驱动势重新定义了辐射焓流, 并基于新定义在不透明无吸收性介质的等温漫射灰体表面组成的封闭空腔辐射传热系统中发展了辐射焓损失极小值原理、辐射焓耗散极值原理以及最小辐射热阻原理等. 基于该原理, 程雪涛等人^[39]还对空间辐射器进行了等温化设计. 在辐射传热中发展焓理论可以揭示其内在的物理机制, 并指出了优化辐射传热的具体方向. 与基于焓耗散极值原理发展而来的热设备类似, 基于辐射焓理论也可望指导发展相应的优化辐射传热的技术.

然而, 对于组成封闭辐射传热系统的表面为非等温灰体漫射固体表面、非等温非灰体漫射固体表面或等温非灰体漫射固体表面等辐射传热系统, 尚未见相关的辐射优化研究工作报道; 尤其当辐射传热的表面为非灰体时, 单色热辐射的理论问题值得进一步研究. 本文定义了单色和全波长的辐射焓流, 在上述系统中发展了辐射焓原理, 并讨论了其应用问题.

1 稳态辐射传热的辐射焓流平衡方程与辐射焓耗散函数

1.1 非等温灰体漫射表面组成的封闭空腔中的辐射焓平衡方程与焓耗散函数

在实际的稳态辐射传热过程中, 各辐射表面的辐射热势因温度不均匀而不均匀. 对于非等温漫射灰体表面组成的稳态辐射换热系统, 如图 1 所示, 可

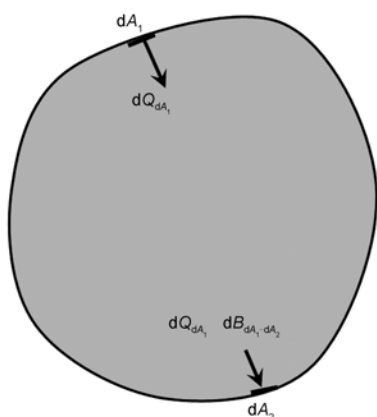


图 1 封闭曲面构成的辐射传热系统

将其视为由连续封闭曲面构成的封闭空腔。

由于系统表面仍然是漫射灰体表面, 因此根据 Cheng 和 Liang^[38]的分析, 此时传热过程的驱动力不是辐射表面的温度 T , 而与温度 T 的 4 次方成正比, 其表达式为^[38]

$$U = \sigma T^4, \quad (2)$$

其中 σ 为波尔兹曼常数; 进而可以定义了单位面积的辐射焓流为^[38]

$$g_{f-r} = qU = \varepsilon U^2, \quad (3)$$

其中 q 为单位面积辐射的热量, ε 为灰体表面发射率。

对于该表面 A 内任意两个微元面 dA_1 和 dA_2 , 在微元表面 dA_1 和 dA_2 之间的辐射吸收因子应满足^[40]

$$\int_{A_2} dB_{dA_1-dA_2} = 1, \quad (4)$$

$$\varepsilon_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} dA_1 = \varepsilon_{dA_2} dB_{dA_2-dA_1} dA_2. \quad (5)$$

微元表面 dA_1 的能量平衡方程为

$$dQ_{\text{net}-dA_1} = dQ_{dA_1} - \int_{A_2} dQ_{dA_2} dB_{dA_2-dA_1}, \quad (6)$$

该式左端为微元面 dA_1 对外净辐射热流, 右端第一项为该微元面对外辐射热流, 第二项为 dA_1 吸收的来自系统各部分的热流。在(6)式两端乘以微元面 dA_1 的热势, 有

$$dQ_{\text{net}-dA_1} U_{dA_1} = dQ_{dA_1} U_{dA_1} - \int_{A_2} dQ_{dA_2} dB_{dA_2-dA_1} U_{dA_1}. \quad (7)$$

对整个系统表面积分有

$$\int_{A_1} dQ_{\text{net}-dA_1} U_{dA_1} = \int_{A_1} dQ_{dA_1} U_{dA_1} - \int_{A_1} \int_{A_2} dQ_{dA_2} dB_{dA_2-dA_1} U_{dA_1}. \quad (8)$$

根据(4)式, 对(8)式右端第二部分进行变换有

$$\begin{aligned} & \int_{A_1} \int_{A_2} dQ_{dA_2} dB_{dA_2-dA_1} U_{dA_1} \\ &= \int_{A_1} \int_{A_2} dQ_{dA_2} dB_{dA_2-dA_1} (U_{dA_1} - U_{dA_2}) \\ & \quad + \int_{A_1} \int_{A_2} dQ_{dA_2} dB_{dA_2-dA_1} U_{dA_2} \\ &= \int_{A_1} \int_{A_2} dQ_{dA_2} dB_{dA_2-dA_1} (U_{dA_1} - U_{dA_2}) \\ & \quad + \int_{A_2} dQ_{dA_2} U_{dA_2}. \end{aligned} \quad (9)$$

将其代入(8)式有

$$\int_{A_1} dQ_{\text{net}-dA_1} U_{dA_1} = \int_{A_1} \int_{A_2} dQ_{dA_2} dB_{dA_2-dA_1} (U_{dA_2} - U_{dA_1}). \quad (10)$$

这就是非等温漫射灰体表面组成的稳态封闭空腔辐射传热的焓流平衡方程。显然, 该式左端即净流入辐射传热系统的辐射焓流, 右端则为辐射焓耗散。

在此可写出微元面间的辐射焓耗散函数, 其中以热势表述的辐射焓耗散函数为

$$dG_{\text{dis}-(dA_1-dA_2)-U} = dQ_{dA_1-dA_2} d(\Delta U_{dA_1-dA_2}), \quad (11)$$

$$G_{\text{dis}-(dA_1-dA_2)-U} = \frac{1}{2} \varepsilon_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} dA_1 (\Delta U_{dA_1-dA_2})^2, \quad (12)$$

以热流表述的辐射焓耗散函数为

$$dG_{\text{dis}-(dA_1-dA_2)-Q} = (\Delta U_{dA_1-dA_2}) d(dQ_{dA_1-dA_2}), \quad (13)$$

$$G_{\text{dis}-(dA_1-dA_2)-Q} = dQ_{dA_1-dA_2}^2 / (2\varepsilon_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} dA_1). \quad (14)$$

这一对微元面之间总的辐射焓耗散为

$$G_{\text{dis}-(dA_1-dA_2)} = G_{\text{dis}-(dA_1-dA_2)-U} + G_{\text{dis}-(dA_1-dA_2)-Q}. \quad (15)$$

积分可得系统总的辐射焓耗散为

$$G_{\text{dis}} = \frac{1}{2} \int_{A_1} \int_{A_2} G_{\text{dis}-(dA_1-dA_2)}. \quad (16)$$

可以证明, (16)与(10)式右端相等。

1.2 非等温非灰体漫射表面组成的封闭空腔的辐射焓平衡方程与焓耗散函数

以上讨论了漫射灰体表面组成的稳态封闭空腔辐射传热系统。由于参与辐射传热的各表面为灰体表面, 各表面的发射率等参数与辐射电磁波的波长无关。然而, 辐射传热系统中的表面有时不是灰体表面, 如太空辐射器表面等。对于这样的辐射传热系统, 在对其进行传热优化设计时就需要对特定波长的热辐射进行分析。因此, 对非灰体漫射表面组成的稳态

封闭空腔辐射传热系统进行分析和讨论是必要的。

由(2)式可见, 漫射灰体辐射表面的热势即该表面的黑体辐射力; 类似的, 非灰体漫射辐射表面在某个波长为 λ 的单色辐射热势可定义为

$$U_{\lambda} = E_{\lambda b} = (2\pi c_1 / \lambda^5) [\exp(c_2 / \lambda T) - 1]^{-1}, \quad (17)$$

其中 $E_{\lambda b}$ 为黑体单色辐射力, $c_1 = 5.9544 \times 10^7 \text{ W } \mu\text{m}^4 \text{ m}^{-2}$, $c_2 = 1.4388 \times 10^4 \text{ } \mu\text{m K}^{[41]}$. 对于任意不透明固体辐射表面, 对于(2)和(17)式, 有

$$U = \int_0^{\infty} U_{\lambda} d\lambda. \quad (18)$$

这样, 可以定义单位面积的单色辐射焓流为

$$g_{f-r-\lambda} = q_{\lambda} U_{\lambda} = \varepsilon_{\lambda} E_{\lambda b}^2, \quad (19)$$

其中 q_{λ} 为在波长 λ 下的单位面积对外辐射热量, ε_{λ} 为该表面在该波长下的发射率. 考虑到(19)式对全波长的积分应退化为(3)式, 定义某波长区间 (λ_1, λ_2) 下单位面积上的辐射焓流为

$$g_{f-r-(\lambda_1, \lambda_2)} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} q_{\lambda} d\lambda \cdot \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} U_{\lambda} d\lambda = q_{(\lambda_1, \lambda_2)} U_{(\lambda_1, \lambda_2)}, \quad (20)$$

其中 $q(\lambda_1, \lambda_2)$ 为单位面积在该波长区间内对外辐射的热量, $U(\lambda_1, \lambda_2)$ 为单色黑体辐射力在该波长区间下的积分值. 基于此, 当 (λ_1, λ_2) 取 $(0, \infty)$ 时, (20)式才能与(3)式相同, 从而实现单色辐射焓流在全波长积分下与全波长辐射焓流定义一致.

基于(19)式与能量守恒, 系统任意两个微元面 dA_1 和 dA_2 之间的单色辐射吸收因子应满足

$$\int_{A_2} dB_{(dA_1-dA_2)-\lambda} = 1, \quad (21)$$

$$\varepsilon_{dA_1-\lambda} dB_{(dA_1-dA_2)-\lambda} dA_1 = \varepsilon_{dA_2-\lambda} dB_{(dA_2-dA_1)-\lambda} dA_2. \quad (22)$$

这样, 类似(6)到(16)式的推导过程, 可得单色辐射焓流平衡方程为

$$\begin{aligned} & \int_{A_1} dQ_{\text{net}-dA_1-\lambda} U_{dA_1-\lambda} \\ &= \int_{A_1} \int_{A_2} dQ_{dA_2-\lambda} dB_{(dA_2-dA_1)-\lambda} (U_{dA_2-\lambda} - U_{dA_1-\lambda}), \end{aligned} \quad (23)$$

(23)式左端为系统表面净流出的单色辐射焓流, 右端为系统传热过程的单色辐射焓耗散. 同样还可以得到单色辐射焓耗散函数, 其中以热势表述的单色辐射焓耗散函数为

$$\begin{aligned} & G_{\text{dis}-(dA_1-dA_2)-U-\lambda} \\ &= \frac{1}{2} \varepsilon_{dA_1-\lambda} dB_{(dA_1-dA_2)-\lambda} dA_1 (\Delta U_{(dA_1-dA_2)-\lambda})^2, \end{aligned} \quad (24)$$

以热流表述的单色辐射焓耗散函数为

$$G_{\text{dis}-(dA_1-dA_2)-Q-\lambda} = (dQ_{(dA_1-dA_2)-\lambda}^2) / (2\varepsilon_{dA_1} dB_{(dA_1-dA_2)-\lambda} dA_1). \quad (25)$$

这一对微元面之间总的单色辐射焓耗散为

$$G_{\text{dis}-(dA_1-dA_2)-\lambda} = G_{\text{dis}-(dA_1-dA_2)-U-\lambda} + G_{\text{dis}-(dA_1-dA_2)-Q-\lambda}. \quad (26)$$

根据(26)式, 可得系统总的单色辐射焓耗散为

$$G_{\text{dis}-\lambda} = \frac{1}{2} \int_{A_1} \int_{A_2} G_{\text{dis}-(dA_1-dA_2)-\lambda}. \quad (27)$$

可以证明, (27)与(23)式右端相等.

对于非灰体漫射等温表面组成的稳态封闭辐射传热系统, 则将(23), (27)式等公式中的积分号更换为求和号、微元面则更换为各等温面即可, 以上各式仍然成立.

2 辐射焓损失极小值原理

对于一个稳态的辐射传热系统, 我们一般面临两类问题, 其一是给定系统热流分布求热势分布的问题; 其二是给定系统热势分布求热流分布的问题. 对于这两类问题, 在理论上存在无数种可能的热势或热流分布, 但其中仅有一种满足其控制方程与对应的边界条件. 这仅有的一种即是真实的分布. 在等温漫射灰体表面组成的稳态封闭空腔辐射传热系统中, Cheng 和 Liang^[38]得到了辐射焓损失极小值原理, 发现真实的热势或热流分布将使得系统的辐射焓损失达到极小值. 下面将该原理推广到非等温或非灰体表面等组成的稳态封闭空腔辐射系统中.

2.1 热势表述的辐射焓损失极小值原理

对于非等温漫射灰体表面微元 dA_1 , 如果给定其净辐射热流, 根据能量平衡方程式(6), 有

$$dQ_{dA_1} - \int_{A_2} dQ_{dA_2} dB_{dA_2-dA_1} - dQ_{\text{net}-dA_1-0} = 0, \quad (28)$$

(28)式左端第3项为给定的微元面对外净辐射传热量(下标0表示给定的物理量). 在该式两端同时乘辐射热势的变分, 有

$$\begin{aligned} & dQ_{dA_1} \delta U_{dA_1} - \int_{A_2} dQ_{dA_2} dB_{dA_2-dA_1} \delta U_{dA_1} \\ & - dQ_{\text{net}-dA_1-0} \delta U_{dA_1} = 0. \end{aligned} \quad (29)$$

根据(4)式有

$$\begin{aligned} dQ_{dA_1} \delta U_{dA_1} \int_{A_2} dB_{dA_1-dA_2} - \int_{A_2} dQ_{dA_2} dB_{dA_2-dA_1} \delta U_{dA_1} \\ - dQ_{\text{net}-dA_1-0} \delta U_{dA_1} = 0. \end{aligned} \quad (30)$$

将辐射定律代入(30)式, 有

$$\begin{aligned} \int_{A_2} (\varepsilon_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} dA_1 U_{dA_1} \delta U_{dA_1} \\ - \varepsilon_{dA_2} dB_{dA_2-dA_1} dA_2 U_{dA_2} \delta U_{dA_1}) - dQ_{\text{net}-dA_1-0} \delta U_{dA_1} = 0. \end{aligned} \quad (31)$$

对(31)式应用(5)式有

$$\begin{aligned} \int_{A_2} \varepsilon_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} dA_1 \delta U_{dA_1} (U_{dA_1} - U_{dA_2}) \\ - dQ_{\text{net}-dA_1-0} \delta U_{dA_1} = 0. \end{aligned} \quad (32)$$

对整个辐射系统求积分有

$$\begin{aligned} \int_{A_1} \int_{A_2} \varepsilon_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} \delta U_{dA_1} (U_{dA_1} - U_{dA_2}) dA_1 \\ - \int_{A_1} dQ_{\text{net}-dA_1-0} \delta U_{dA_1} = 0. \end{aligned} \quad (33)$$

在给定各微元面对外净辐射传热量的情况下, 有

$$\begin{aligned} & \delta \left[\frac{1}{4} \int_A \int_A \varepsilon_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} (U_{dA_1} - U_{dA_2})^2 dA_1 \right] \\ &= \int_{A_0} \left[\frac{1}{2} \int_{A_2} \varepsilon_{dA_0} dB_{dA_0-dA_2} (U_{dA_0} - U_{dA_2}) dA_0 \delta U_{dA_0} \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{2} \int_{A_1} \varepsilon_{dA_1} dB_{dA_1-dA_0} (U_{dA_1} - U_{dA_0}) dA_1 \delta U_{dA_0} \right] \\ &= \int_{A_0} \left[\frac{1}{2} \int_{A_2} \varepsilon_{dA_0} dB_{dA_0-dA_2} (U_{dA_0} - U_{dA_2}) dA_0 \delta U_{dA_0} \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{2} \int_{A_1} \varepsilon_{dA_0} dB_{dA_0-dA_1} (U_{dA_0} - U_{dA_1}) dA_0 \delta U_{dA_0} \right] \\ &= \int_{A_0} \int_{A_2} \varepsilon_{dA_0} dB_{dA_0-dA_2} (U_{dA_0} - U_{dA_2}) \delta U_{dA_0} dA_0 \\ &= \int_{A_1} \int_{A_2} \varepsilon_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} (U_{dA_1} - U_{dA_2}) \delta U_{dA_1} dA_1, \end{aligned} \quad (34)$$

$$\int_{A_1} dQ_{\text{net}-dA_1-0} \delta U_{dA_1} = \delta \left(\int_{A_1} dQ_{\text{net}-dA_1-0} U_{dA_1} \right). \quad (35)$$

将(34), (35)式代入(33)式有

$$\begin{aligned} \delta \left[\frac{1}{4} \int_{A_1} \int_{A_2} \varepsilon_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} (U_{dA_1} - U_{dA_2})^2 dA_1 \right. \\ \left. - \int_{A_1} dQ_{\text{net}-dA_1-0} U_{dA_1} \right] = 0. \end{aligned} \quad (36)$$

令

$$\begin{aligned} G_{\text{loss}-U} = \frac{1}{4} \int_{A_1} \int_{A_2} \varepsilon_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} (U_{dA_1} - U_{dA_2})^2 dA_1 \\ - \int_{A_1} dQ_{\text{net}-dA_1-0} U_{dA_1}. \end{aligned} \quad (37)$$

该式右端第一项为以热势表述的辐射焓耗散; 第二项(包括负号)为流出系统的净辐射焓流. 因此, (37)式即系统的辐射焓损失. 可以证明

$$\frac{\partial^2 G_{\text{loss}-U}}{\partial U_{dA_1}^2} = \int_{A_1} \varepsilon_{dA_1} (1 - dB_{dA_1-dA_1}) > 0. \quad (38)$$

可见, 满足能量守恒方程和辐射定律的系统热势分布, 必使系统的辐射焓损失达到极小. 这就是非等温漫射灰体表面组成的稳态封闭空腔辐射传热系统中以热势表述的辐射焓损失极小值原理.

如果考虑非等温非灰体的漫射固体表面组成的稳态封闭空腔辐射传热系统, 类似上述推导过程, 可以得到热势表述的单色辐射焓损失极小值原理, 即在给定系统各表面对外的单色辐射热流的情况下, 满足辐射定律与能量平衡方程的热势分布, 必然使得下式取得极小值

$$\begin{aligned} G_{\text{loss}-U-\lambda} = \frac{1}{4} \int_{A_1} \int_{A_2} [\varepsilon_{dA_1-\lambda} dB_{(dA_1-dA_2)-\lambda} \times (U_{dA_1-\lambda} - U_{dA_2-\lambda})^2] dA_1 \\ - \int_{A_1} dQ_{\text{net}-dA_1-\lambda-0} U_{dA_1-\lambda}. \end{aligned} \quad (39)$$

对于等温非灰体表面组成的稳态封闭空腔辐射传热系统, 将(39)式中的积分号变换为求和号、微元面变换为等温面, 即可得对应的以热势表述的单色辐射焓损失极小值原理.

2.2 热流表述的辐射焓损失极小值原理

对于非等温漫射灰体微元面 dA_1 , 在给定其热势(以下标 0 表示给定的热势)时, 根据辐射定律有

$$dQ_{dA_1} = \varepsilon_{dA_1} dA_1 U_{dA_1-0}. \quad (40)$$

在(40)式两端同时乘以净辐射热流的变分有

$$(dQ_{dA_1} / \varepsilon_{dA_1} dA_1) \delta(dQ_{\text{net}-dA_1}) = U_{dA_1-0} \delta(dQ_{\text{net}-dA_1}). \quad (41)$$

对整个辐射系统进行积分, 得

$$\int_{A_1} (dQ_{dA_1} / \varepsilon_{dA_1} dA_1) \delta(dQ_{\text{net}-dA_1}) = \int_{A_1} U_{dA_1-0} \delta(dQ_{\text{net}-dA_1}). \quad (42)$$

根据能量平衡方程, 有

$$\delta(dQ_{\text{net}-dA_1}) = \delta(dQ_{dA_1}) - \int_{A_2} dB_{dA_2-dA_1} \delta(dQ_{dA_2}). \quad (43)$$

代入(42)式左端得

$$\begin{aligned} & \int_{A_1} \frac{dQ_{dA_1}}{\varepsilon_{dA_1} dA_1} \left[\delta(dQ_{dA_1}) - \int_{A_2} dB_{dA_2-dA_1} \delta(dQ_{dA_2}) dA_2 \right] \\ &= \delta \left(\int_{A_1} U_{dA_1-0} dQ_{\text{net}-dA_1} \right). \end{aligned} \quad (44)$$

对于给定表面热势的情况, 有

$$\begin{aligned} & \delta \left[\frac{1}{4} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{(dQ_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} - dQ_{dA_2} dB_{dA_2-dA_1})^2}{\varepsilon_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} dA_1} \right] \\ &= \frac{1}{2} \int_{A_1} \int_{A_2} \left[\frac{dQ_{dA_1} \delta(dQ_{dA_1}) dB_{dA_1-dA_2}}{\varepsilon_{dA_1} dA_1} - \frac{dQ_{dA_1} \delta(dQ_{dA_2}) dB_{dA_2-dA_1}}{\varepsilon_{dA_1} dA_1} \right. \\ & \quad \left. - \frac{dQ_{dA_2} dB_{dA_2-dA_1} \delta(dQ_{dA_1})}{\varepsilon_{dA_1} dA_1} + \frac{dQ_{dA_2} \delta(dQ_{dA_2}) dB_{dA_2-dA_1}^2}{\varepsilon_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} dA_1} \right]. \end{aligned} \quad (45)$$

(45)式右端第一项中, 根据(8)式有

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_{A_1} \int_{A_2} \left[\frac{dQ_{dA_1} \delta(dQ_{dA_1}) dB_{dA_1-dA_2}}{\varepsilon_{dA_1} dA_1} \right] \\ &= \frac{1}{2} \int_{A_1} \frac{dQ_{dA_1} \delta(dQ_{dA_1})}{\varepsilon_{dA_1} dA_1}. \end{aligned} \quad (46)$$

应用(9)式, (45)式右端第二项可以简化为

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} \int_{A_1} \int_{A_2} dQ_{dA_1} \delta(dQ_{dA_2}) dB_{dA_2-dA_1} / (\varepsilon_{dA_1} dA_1) \\ &= -\frac{1}{2} \int_{A_1} \int_{A_2} dQ_{dA_1} \delta(dQ_{dA_2}) dB_{dA_1-dA_2} / (\varepsilon_{dA_2} dA_2). \end{aligned} \quad (47)$$

考虑到两个微元面 dA_1 和 dA_2 是可以互换的, 对于(45)式右端第3项有

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} \int_{A_1} \int_{A_2} dQ_{dA_2} \delta(dQ_{dA_1}) dB_{dA_2-dA_1} / (\varepsilon_{dA_1} dA_1) \\ &= -\frac{1}{2} \int_{A_1} \int_{A_2} dQ_{dA_1} \delta(dQ_{dA_2}) dB_{dA_1-dA_2} / (\varepsilon_{dA_2} dA_2). \end{aligned} \quad (48)$$

应用(8), (9)式, (45)式右端第4项可简化为

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{dQ_{dA_2} \delta(dQ_{dA_2}) dB_{dA_2-dA_1}^2}{\varepsilon_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} dA_1} \\ &= \frac{1}{2} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{dQ_{dA_2} \delta(dQ_{dA_2}) dB_{dA_2-dA_1}}{\varepsilon_{dA_2} dA_2} \\ &= \frac{1}{2} \int_{A_2} \frac{dQ_{dA_2} \delta(dQ_{dA_2})}{\varepsilon_{dA_2} dA_2}. \end{aligned} \quad (49)$$

将(46)~(49)式代入(45)式, 考虑到两个微元面 dA_1 和 dA_2 可以互换, 有

$$\begin{aligned} & \delta \left[\frac{1}{4} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{(dQ_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} - dQ_{dA_2} dB_{dA_2-dA_1})^2}{\varepsilon_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} dA_1} \right] \\ &= \int_{A_1} \frac{dQ_{dA_1} \delta(dQ_{dA_1})}{\varepsilon_{dA_1} dA_1} - \int_{A_1} \int_{A_2} \left[\frac{dQ_{dA_1} \delta(dQ_{dA_2}) dB_{dA_2-dA_1}}{\varepsilon_{dA_1} dA_1} \right] \\ &= \int_{A_1} \frac{dQ_{dA_1}}{\varepsilon_{dA_1} dA_1} \left[\delta(dQ_{dA_1}) - \int_{A_2} \delta(dQ_{dA_2}) dB_{dA_2-dA_1} \right]. \end{aligned} \quad (50)$$

考虑(44)式有

$$\begin{aligned} & \delta \left[\frac{1}{4} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{(dQ_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} - dQ_{dA_2} dB_{dA_2-dA_1})^2}{\varepsilon_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} dA_1} \right. \\ & \quad \left. - \int_{A_1} U_{dA_1-0} dQ_{\text{net}-dA_1} \right] = 0. \end{aligned} \quad (51)$$

令

$$\begin{aligned} G_{\text{loss}-Q} &= \left[\frac{1}{4} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{(dQ_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} - dQ_{dA_2} dB_{dA_2-dA_1})^2}{\varepsilon_{dA_1} dB_{dA_1-dA_2} dA_1} \right. \\ & \quad \left. - \int_{A_1} U_{dA_1-0} dQ_{\text{net}-dA_1} \right]. \end{aligned} \quad (52)$$

(52)式右端第一项为以热流表述的辐射损耗散; 第二项(包括负号)为流出系统的净辐射焐流. 因此, (52)式即为系统的辐射焐损失. 可以证明,

$$\frac{\partial^2 G_{\text{loss}-U}}{\partial (dQ_{\text{net}-dA_1})^2} = \int_{A_1} \left[\varepsilon_{dA_1} dA_1 (1 - dB_{dA_1-dA_1}) \right]^{-1} > 0. \quad (53)$$

可见, 满足能量守恒方程和辐射定律的热流分布, 必使系统辐射焐损失达到极小. 这就是非等温漫射灰体表面组成的稳态封闭辐射传热系统中以热流表述的辐射焐损失极小值原理.

如果考虑非等温非灰体的漫射固体表面组成的稳态封闭辐射传热系统, 类似上述推导过程, 可以得到热流表述的单色辐射焐损失极小值原理, 即在给定系统各表面对外的单色辐射热量的情况下, 满足辐射定律与能量平衡方程的热势分布, 必然使得下式取得极小值,

$$G_{\text{loss-Q-}\lambda} = \frac{1}{4} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{(\mathrm{d}Q_{\mathrm{d}A_1-\lambda} \mathrm{d}B_{(\mathrm{d}A_1-\mathrm{d}A_2)-\lambda} - \mathrm{d}Q_{\mathrm{d}A_2-\lambda} \mathrm{d}B_{(\mathrm{d}A_2-\mathrm{d}A_1)-\lambda})^2}{\varepsilon_{\mathrm{d}A_1-\lambda} \mathrm{d}B_{(\mathrm{d}A_1-\mathrm{d}A_2)-\lambda} \mathrm{d}A_1} - \int_{A_1} U_{\mathrm{d}A_1-\lambda-0} \mathrm{d}Q_{\text{net-d}A_1-\lambda} \quad (54)$$

对于等温非灰体表面组成的稳态封闭辐射传热系统, 将(54)式中的积分号变换为求和号、微元面变换为等温面, 即得该类系统中以热流表述的单色辐射损失极小值原理。

2.3 实际辐射传热系统中的辐射损失

在非等温漫射灰体表面组成的稳态系统中, 将(37)与(52)式相加, 可以得到

$$\begin{aligned} G_{\text{loss}} &= G_{\text{loss-U}} + G_{\text{loss-Q}} \\ &= \frac{1}{4} \int_{A_1} \int_{A_2} \varepsilon_{\mathrm{d}A_1} \mathrm{d}B_{\mathrm{d}A_1-\mathrm{d}A_2} (U_{\mathrm{d}A_1} - U_{\mathrm{d}A_2})^2 \mathrm{d}A_1 \\ &\quad + \frac{1}{4} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{(\mathrm{d}Q_{\mathrm{d}A_1} \mathrm{d}B_{\mathrm{d}A_1-\mathrm{d}A_2} - \mathrm{d}Q_{\mathrm{d}A_2} \mathrm{d}B_{\mathrm{d}A_2-\mathrm{d}A_1})^2}{\varepsilon_{\mathrm{d}A_1} \mathrm{d}B_{\mathrm{d}A_1-\mathrm{d}A_2} \mathrm{d}A_1} \\ &\quad - \left(\int_{A_1} U_{\mathrm{d}A_1-0} \mathrm{d}Q_{\text{net-d}A_1} + \int_{A_1} \mathrm{d}Q_{\text{net-d}A_1-0} U_{\mathrm{d}A_1} \right) \\ &= G_{\text{dis}} - G_{\text{f-r}} \quad (55) \end{aligned}$$

可见, 实际稳态传热系统中的辐射损失即辐射耗散与流入系统内的辐射流之差。对比辐射流平衡方程, 可以发现, 对于实际的稳态辐射传热系统, (55)式为 0。根据辐射损失极小值原理以及(55)式可知, 稳态辐射传热系统真实的热势分布与净辐射热流分布, 将恰好使得系统的辐射耗散等于流入系统内的辐射流, 即使得系统达到辐射流的平衡。

在给定系统热流时, 对(55)式求变分, 即得热势表述的辐射损失极小值原理; 在给定系统热势时, 对该式求变分, 即得热流表述的辐射损失极小值原理。对于等温非灰体漫射辐射表面或非等温非灰体的漫射辐射表面组成的辐射传热系统, 同样可以得到类似的结论。

3 辐射耗散极值原理与最小辐射热阻原理及其应用

3.1 辐射耗散极值原理与最小辐射热阻原理

对于非等温灰体漫射固体表面组成的封闭空腔

中, 其中总是有部分微元面向系统中注入热量, 另一部分表面从系统中吸收热量; 因此可以定义系统的传热量 $Q_{\text{net-r}}$ 为

$$Q_{\text{net-r}} = \int_{A-\text{in}} \mathrm{d}Q_{\text{net-in}} = - \int_{A-\text{out}} \mathrm{d}Q_{\text{net-out}}, \quad (56)$$

其中下标 in 和 out 分别表示向系统注入热量和从系统中吸收热量的微元面。系统整体平均当量传热势差可定义为

$$\Delta U_r = \left(\int_{A_1} \mathrm{d}Q_{\text{net-d}A_1} U_{\mathrm{d}A_1} \right) / Q_{\text{net-r}} \quad (57)$$

这样, 对于任意非等温灰体漫射辐射固体表面组成的稳态封闭辐射传热系统, 根据辐射损失极小值原理必然有

$$\delta G_{\text{loss}} = \delta G_{\text{dis}} - \delta G_{\text{f-r}} = 0. \quad (58)$$

考虑(57)式得

$$\delta G_{\text{dis}} = \delta G_{\text{f-r}} = \delta \int_{A_1} \mathrm{d}Q_{\text{net-d}A_1} U_{\mathrm{d}A_1} = \delta (\Delta U_r Q_{\text{net-r}}). \quad (59)$$

这样, 在给定系统传热量和给定系统整体平均传热势差的情况下, 即分别有

$$\delta G_{\text{dis}} = Q_{\text{net-r}} \delta (\Delta U_r), \quad (60)$$

$$\delta G_{\text{dis}} = \Delta U_r \delta (Q_{\text{net-r}}), \quad (61)$$

可见, 在给定系统传热量的情况下, 辐射耗散最小对应于系统整体平均传热势差最小; 而在给定系统整体平均传热势差的情况下, 辐射耗散最大对应于传热量最大。这样就拓展了 Cheng 和 Liang^[38]发展的辐射耗散极值原理。进一步, Cheng 和 Liang^[38]定义了辐射热阻,

$$R = \Delta U_r / Q_{\text{net-r}} \quad (62)$$

因此, 在以上给定传热量和给定辐射势差的情况下, 即有

$$Q_{\text{net-r}}^2 \delta R = \delta G_{\text{dis}}, \quad (63)$$

$$\Delta U_r^2 \delta (1/R) = \delta G_{\text{dis}}. \quad (64)$$

可见, 上述辐射耗散极值与系统辐射热阻最小是相对应的。这就是非等温灰体漫射固体表面组成的稳态封闭辐射传热系统的最小辐射热阻原理。

对于非等温非灰体漫射辐射表面组成的稳态封闭辐射传热系统, 定义单色辐射传热量为

$$Q_{\text{net-r-}\lambda} = \int_{A-\text{in}} \mathrm{d}Q_{\text{net-in-}\lambda} = - \int_{A-\text{out}} \mathrm{d}Q_{\text{net-out-}\lambda}. \quad (65)$$

定义单色辐射系统整体平均传热势差为

$$\Delta U_{r-\lambda} = \left(\int_{A_1} dQ_{\text{net-d}\lambda-\lambda} U_{d\lambda-\lambda} \right) / Q_{\text{net-r}-\lambda} \quad (66)$$

由以上定义, 即可推导得到单色辐射焓耗散极值原理, 即在给定系统单色辐射传热量时, 寻求系统整体的单色平均传热势差最小, 即寻求单色辐射焓耗散最小; 在给定系统整体的单色辐射传热势差时, 寻求系统单色传热量最大, 即寻求单色辐射焓耗散最大。进一步, 定义单色辐射热阻为

$$R_\lambda = \Delta U_{r-\lambda} / Q_{\text{net-r}-\lambda} \quad (67)$$

可见, 以上寻求系统单色辐射焓耗散极值的过程实际即寻求系统最小单色辐射热阻的过程。这就是最小单色辐射热阻原理。对于非灰体等温漫射辐射表面组成的稳态封闭辐射传热系统, 以上的单色辐射焓耗散极值原理和最小辐射热阻原理的相关阐述仍然成立。

3.2 算例与讨论

对于等温灰体漫射固体表面组成的稳态封闭空腔辐射传热系统, Cheng 和 Liang^[38]分析了 3 块无限大平板之间的辐射传热等问题, 证明了辐射焓耗散极值原理和最小辐射热阻原理的适用性。下面针对非灰体漫射固体表面组成的封闭辐射传热系统, 讨论单色辐射焓耗散极值原理和最小单色辐射热阻原理的适用性。

首先, 考虑一种给定单色辐射量的情况。如图 2 所示, 两块面积分别为 A_1 、 A_2 的平板, 黑体环境温度为 T_0 。在某个波长 λ 下两板对环境的单色辐射量之和为常数, 即

$$Q_{\lambda-1} + Q_{\lambda-2} = Q_\lambda = \text{const.} \quad (68)$$

在该波长下, 两板的发射率分别为 $\varepsilon_{\lambda-1}$ 、 $\varepsilon_{\lambda-2}$ 。这样, 在两个板中就存在对单色辐射量进行优化分布的问题, 以减小该单色波长下的系统整体的平均辐射传热势差、降低单色辐射热阻。假定 $\varepsilon_{\lambda-1}$ 、 $\varepsilon_{\lambda-2}$ 分别为 0.9 和 0.6; $A_1 = A_2 = 1 \text{ m}^2$; $Q_\lambda = 6 \text{ W}/\mu\text{m}$, $\lambda = 2 \mu\text{m}$ 。结合(17), (19)式可以计算在各个单色散热量下两板的温度以及单色辐射焓耗散, 进而根据(66), (67)式求解得到系统整体的平均单色辐射传热势差以及单色辐射热阻, 计算结果如图 3 所示。在图 3 中, 当板 1 分配的单色辐射散热量取 $3.6 \text{ W}/\mu\text{m}$ 时, 单色辐射焓耗散、系统平均单色辐射传热势差以及单色辐射热阻都同时取得最小值, 该辐射传热过程达到最优。

下面分析图 4 所示的给定单色辐射传热势差时的情况, 该系统为两个表面组成的封闭空腔辐射传热系统, 其中两个表面的面积之和为定值, 即限制条件为

$$A_1 + A_2 = A = \text{const.} \quad (69)$$

其中, A_1 、 A_2 分别是两表面的面积。假定两表面温度分别为 T_1 和 T_2 , 即单色辐射传热势差给定。考虑出于

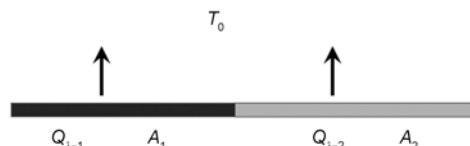


图 2 平板大空间辐射传热示意图

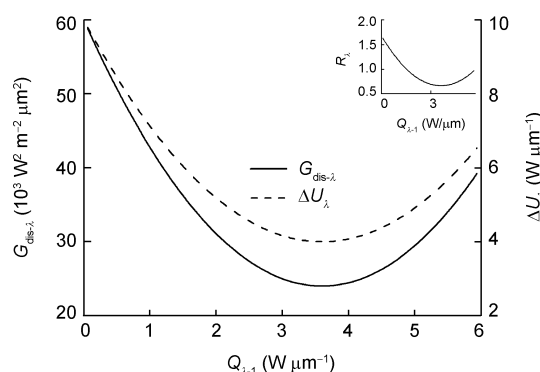


图 3 单色辐射焓耗散、系统平均单色辐射势差以及单色辐射热阻随板 1 单色辐射散热量的变化

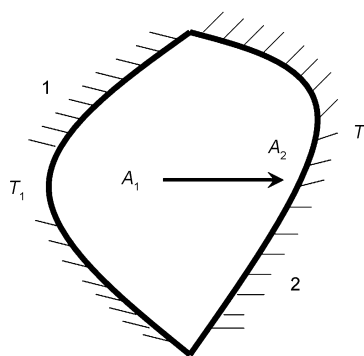


图 4 两表面之间的单色辐射传热示意图

某种需要, 需要增强某波长下两表面间的单色辐射传热量, 因此需要对两表面的面积进行分配。

两表面之间的单色辐射传热量为

$$Q_{\lambda} = (E_{\lambda b-1} - E_{\lambda b-2}) \left(\frac{1 - \varepsilon_{\lambda}}{\varepsilon_{\lambda} A_1} + \frac{1 - \varepsilon_{\lambda}}{\varepsilon_{\lambda} A_2} + \frac{1}{A_1 X_{12}} \right)^{-1}, \quad (70)$$

其中 $E_{\lambda b-1}$, $E_{\lambda b-2}$ 分别是两表面在波长 λ 下的单色黑体辐射力, X_{12} 为表面 1 对表面 2 的角系数, ε_{λ} 为表面在波长 λ 下的发射率. 对应的, 可计算两表面的单色辐射损耗散为

$$G_{\text{dis-}\lambda} = (E_{\lambda b-1} - E_{\lambda b-2})^2 \left(\frac{1 - \varepsilon_{\lambda}}{\varepsilon_{\lambda} A_1} + \frac{1 - \varepsilon_{\lambda}}{\varepsilon_{\lambda} A_2} + \frac{1}{A_1 X_{12}} \right)^{-1}. \quad (71)$$

由于两表面温度给定, 因此 $E_{\lambda b-1}$, $E_{\lambda b-2}$ 给定; 显然, 当(70)式取得极值时, (71)式必然也取得极值. 假定 $\lambda = 10 \mu\text{m}$, $T_1 = 600 \text{ K}$, $T_2 = 300 \text{ K}$, $A = 0.2 \text{ m}^2$, $\varepsilon_{\lambda} = 0.9$; 为简化问题, 假定 $X_{12} = 0.5$, 可得单色辐射传热量、单色辐射损耗散随 A_1 的变化情况如图 5 所示. 从图 5 可见, 单色辐射传热量、单色辐射损耗散同时取得其最大值, 单色辐射热阻则达到最小值.

在图 2 和 4 的两个算例中分别给出了总的单色辐射传热量和单色辐射热势, 根据单色辐射损耗散极值原理和最小单色辐射热阻原理, 在给定总的单色辐

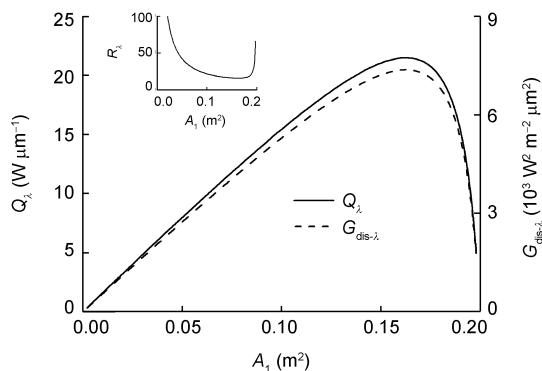


图 5 面积 A_1 与单色辐射热量以及单色辐射损耗散的关系

射传热量时, 单色辐射损耗散极小值对应于单色辐射传热势差极小值; 在给定单色辐射热势时, 单色辐射损耗散极大值对应于单色辐射传热量的最大值; 而且, 上述两个过程都是寻求单色辐射热阻最小过程. 显然, 以上两个算例验证了这些原理.

4 结论

对于辐射传热优化, Cheng 和 Liang^[38]推导不透明等温灰体漫射固体表面组成封闭空腔辐射传热系统的辐射损耗散极小值原理、辐射损耗散极值原理和最小辐射热阻原理等. 本文在 Cheng 和 Liang 的研究工作的基础上, 将上述原理推广到了非等温、非灰体漫射辐射不透明固体表面组成的封闭辐射传热系统中.

辐射损耗散极小值原理表明, 给定系统各表面辐射热势或对外净辐射热流时, 系统内满足辐射定律和能量平衡方程的辐射热势与热流分布, 必使系统的辐射损耗散达到极小; 辐射损耗散极值原理表明, 对于给定各表面辐射热势的系统, 系统传热量最大对应于系统的辐射损耗散最大, 对于给定各表面对外净辐射热流的系统, 系统整体平均传热势差最小对应于系统辐射损耗散最小; 最小辐射热阻原理则表明, 上述辐射损耗散的极值过程对应于辐射热阻的最小值.

同时, 本文还提出了单色辐射流的定义, 得到了单色辐射流平衡方程和单色辐射损耗散函数. 进一步, 推导得出了非灰体漫射辐射固体表面组成的封闭空腔辐射传热系统中的单色辐射损耗散极小值原理、单色辐射损耗散极值原理和单色最小辐射热阻原理. 此外, 结合两个算例, 本文验证了上述原理的适用性.

参考文献

- 1 Bejan A. A study of entropy generation in fundamental convective heat transfer. ASME J Heat Transfer, 1979, 101: 718-725
- 2 Bejan A. Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume. Int J Heat Mass Transfer, 1997, 40: 779-816
- 3 Bejan A. Entropy Generation through Heat and Fluid Flow. New York: John Wiley & Sons Inc, 1982. 119-134
- 4 Poulidakos D, Bejan A. Fin geometry for minimum entropy generation in forced convection. ASME J Heat Transfer, 1982, 104: 616-623
- 5 Erek A, Dincer I. An approach to entropy analysis of a latent heat storage module. Int J Therm Sci, 2008, 47: 1077-1085
- 6 Bejan A. Advanced Engineering Thermodynamics. New York: Wiley, 1997
- 7 Shah R K, Skiepko T. Entropy generation extreme and their relationship with heat exchanger effectiveness-number of transfer unit behavior for complex flow arrangements. J Heat Transfer, 2004, 126: 994-1002

- 8 Guo Z Y, Zhu H Y, Liang X G. Entransy- a physical quantity describing heat transfer ability. *Int J Heat Mass Transfer*, 2007, 50: 2545–2556
- 9 过增元, 程新广, 夏再忠. 最小热量传递势容耗散原理及其在导热优化中的应用. *科学通报*, 2003, 48: 21–25
- 10 程新广, 李志信, 过增元. 基于最小热量传递势容耗散原理的导热优化. *工程热物理学报*, 2003, 24: 94–96
- 11 程雪涛, 梁新刚, 过增元. 孤立系统内传热过程的焓减原理. *科学通报*, 2011, 56: 222–230
- 12 朱宏晔, 陈泽敬, 过增元. 焓耗散极值原理的电热模拟实验研究. *自然科学进展*, 2007, 17: 1692–1698
- 13 王松平, 陈清林, 张冰剑. 焓传递方程及其应用. *科学通报*, 2009, 54: 2247–2251
- 14 程雪涛, 梁新刚, 徐向华. 焓的微观表述. *物理学报*, 2011, 60: 060512
- 15 程新广. 焓及其在传热优化中的应用. 博士学位论文, 北京: 清华大学, 2004
- 16 夏再忠, 过增元. 用生命演化过程模拟导热优化. *自然科学进展*, 2001, 11: 845–852
- 17 Xia Z Z, Li Z X, Guo Z Y. Heat conduction: high-conductivity construction based on biological evolution. In: *Proceedings of the Twelfth International Heat Transfer Conference*. 2002. 27–32
- 18 程新广, 李志信, 过增元. 基于仿生优化的高效导热通道的构造. *中国科学: 技术科学*, 2003, 33: 251–256
- 19 Chen L G, Wei S H, Sun F R. Constructal entransy dissipation minimization for ‘volume-point’ heat conduction. *J Phys Appl Phys*, 2008, 41: 195506
- 20 魏曙寰, 陈林根, 孙丰瑞. 基于矩形单元体的以焓耗散最小为目标的体点导热构形优化. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2009, 39: 278–285
- 21 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. T 型腔焓耗散最小构形优化. *科学通报*, 2009, 54: 2605–2612
- 22 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. 以焓耗散最小为目标的空腔几何构形优化. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2009, 39: 1949–1957
- 23 魏曙寰, 陈林根, 孙丰瑞. 基于焓耗散率最小的离散和连续变截面导热通道构形优化. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2010, 40: 1189–1200
- 24 肖庆华, 陈林根, 孙丰瑞. 基于焓耗散率最小的“盘点”导热构形优化. *科学通报*, 2010, 55: 2427–2437
- 25 肖庆华, 陈林根, 孙丰瑞. 基于焓耗散率和流阻最小的冷却流道构形优化. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41: 251–261
- 26 Chen L G, Wei S H, Sun F R. Constructal entransy dissipation rate minimization of a disc. *Int J Heat Mass Transfer*, 2011, 54: 210–216
- 27 陈群, 任建勋. 对流换热过程的广义热阻及其与焓耗散的关系. *科学通报*, 2008, 53: 1730–1736
- 28 孟继安. 基于场协同理论的纵向涡强化传热技术及其应用. 博士学位论文. 北京: 清华大学, 2003
- 29 吴晶, 程新广, 孟继安, 等. 层流对流换热中的势容耗散极值与最小熵产. *工程热物理学报*, 2006, 27: 100–102
- 30 柳雄斌, 孟继安, 过增元. 基于焓耗散的换热器热阻分析. *自然科学进展*, 2008, 18: 1186–1190
- 31 柳雄斌, 孟继安, 过增元. 换热器参数优化中的熵产极值和焓耗散极值. *科学通报*, 2008, 53: 3026–3029
- 32 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 换热器焓耗散最小优化. *科学通报*, 2009, 54: 2240–2246
- 33 柳雄斌, 过增元. 换热器性能分析的新方法. *物理学报*, 2009, 58: 4766–4771
- 34 郭江峰, 许明田, 程林. 换热器设计中的焓耗散均匀性原则. *中国科学: 技术科学*, 2010, 40: 671–676
- 35 Guo Z Y, Liu X B, Tao W Q, et al. Effectiveness-thermal resistance method for heat exchanger design and analysis. *Int J Heat Mass Transfer*, 2010, 53: 2877–2884
- 36 肖庆华, 陈林根, 孙丰瑞. 基于焓耗散计值原理的蒸汽发生器构形优化. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41: 1090–1096
- 37 吴晶, 梁新刚. 焓耗散极值原理在辐射换热优化中的应用. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2009, 39: 272–277
- 38 Cheng X T, Liang X G. Entransy flux of thermal radiation and its application to enclosures with opaque surfaces. *Int J Heat Mass Transfer*, 2011, 54: 269–278
- 39 程雪涛, 徐向华, 梁新刚. 空间辐射器的等温化设计. *工程热物理学报*, 2010, 31: 1031–1033
- 40 侯增祺, 胡金刚. 航天器热控制技术——原理及其应用. 北京: 中国科学技术出版社, 2007
- 41 卞伯绘. 辐射传热的分析与计算. 北京: 清华大学出版社, 1988