



# 哈勃参量观测数据及其他数据对相互作用暗能量的观测限制

汪金芳<sup>①</sup>, 陈诗宇<sup>②</sup>, 潘宇<sup>①\*</sup>, 陆柳慧<sup>①</sup>, 陈紫君<sup>①</sup>

① 重庆邮电大学理学院, 重庆 400065;

② 重庆邮电大学通信学院, 重庆 400065

\* 联系人, E-mail: panyu@cqupt.edu.cn

2015-07-21 收稿, 2015-08-28 接受, 2015-10-08 网络版发表

国家自然科学基金(11447213)、重庆市教委基金(KJ130535, KJ1500414)、重庆市科委基金(2015jcyjA00044)、重庆邮电大学博士启动基金(A2013-25)和重庆邮电大学科研训练计划(A2014-43)资助

**摘要** 主要基于哈勃参量观测数据(*OHD*)、普朗克卫星的微波背景辐射数据(*CMB*)、重子声学振荡数据(*BAO*)和Ia型超新星数据(*SNe*)来限制宇宙学相互作用暗能量模型。利用马尔可夫链蒙特卡洛(MCMC)算法和CosmoMC程序,用 $\chi^2$ 的方法实现模型中参数的数值拟合。*OHD+SNe+CMB+BAO*数据组合得到各参数的最佳拟合值及 $2\sigma$ 误差范围分别为:物质密度参数 $\Omega_m = 0.2919_{-0.0075}^{+0.0075} (1\sigma)_{-0.0144}^{+0.0151} (2\sigma)$ ,暗能量状态方程参数 $w_X = -1.0374_{-0.0452}^{+0.0453} (1\sigma)_{-0.0886}^{+0.0898} (2\sigma)$ ,哈勃常数 $H_0 = 69.6479_{-0.8563}^{+0.8580} (1\sigma)_{-1.6768}^{+1.6919} (2\sigma)$ ,相互作用因子 $\xi = 3.0976_{-0.1609}^{+0.1600} (1\sigma)_{-0.3189}^{+0.3153} (2\sigma)$ , $w_X$ , $\xi$ 的最佳拟合值满足 $\xi + 3w_X < 0$ 即暗能量趋于转化为暗物质,表明宇宙学巧合性问题被轻微缓解。为了研究*OHD*对相互作用参数的限制效果,本文采用*OHD*,*SNe*和*CMB+BAO*数据组合对该模型进行了限制对比,得到结论如下:(1)当联合*SNe*,*CMB+BAO*,*OHD*能更紧密地限制相互作用暗能量模型,并且*OHD*具有缓解巧合性问题的潜力;(2)对于 $\Lambda$ *CDM*模型中 $\xi + 3w_X$ 表示暗物质和暗能量无相互作用的情形均包括在*OHD+CMB+BAO*,*SNe+CMB+BAO*,和*OHD+SNe+CMB+BAO*三组数据限制结果的 $1\sigma$ 范围。

## 关键词

相互作用暗能量  
宇宙学观测  
哈勃参数  
Ia型超新星

1998年2组独立的观测小组,在对Ia型超新星观测时发现宇宙正在加速膨胀<sup>[1,2]</sup>。此后威尔金森微波各向异性探测器(WMAP)的微波背景辐射数据(*CMB*)测量和斯隆数字巡天(SDSS)的大尺度结构巡天的工作同样证实了宇宙正在加速膨胀的现象<sup>[3,4]</sup>。为了解释宇宙加速膨胀,人们提出压强为负的暗能量主导着宇宙加速膨胀,在众多暗能量模型中,最简单但也是对现在的观测数据符合较好的就是 $\Lambda$ *CDM*模型,其暗能量状态方程参数 $EOS = w_A \equiv -1$ 。在该模型中一直存在巧合性问题:在宇宙膨胀期间,物质密度

$\rho_m$ 以 $a^{-3}$ 而减小( $a$ 为标度因子, $a=(1+z)^{-1}$ 其中 $z$ 代表红移),而作为暗能量密度 $\rho_A$ 没有随着宇宙膨胀而改变,但我们所处时代的暗能量密度与物质密度具有相同的量级。为了解释和缓解这个问题,很多模型被建立包括精质(quintessence)模型<sup>[5,6]</sup>,幽灵(phantom)模型<sup>[7,8]</sup>,精灵(quintom)模型<sup>[9,10]</sup>等。本文主要研究相互作用暗能量模型,即如果暗能量转化为暗物质,通过宇宙的演化便能消除两者能量密度的不同,宇宙学的巧合性问题就能被解决或者缓和。

在限制暗能量模型参数中最常用就是标准光度

**引用格式:** 汪金芳, 陈诗宇, 潘宇, 等. 哈勃参量观测数据及其他数据对相互作用暗能量的观测限制. 科学通报, 2015, 60: 3337~3344

Wang J F, Chen S Y, Pan Y, et al. Constraints on the interacting dark energy with Hubble parameter data and other observational data (in Chinese). Chin Sci Bull, 2015, 60: 3337~3344, doi: 10.1360/N972015-00827

距离方法,但在该方法中存在一些不确定性<sup>[11]</sup>. 光度距离通过一个积分与宇宙学参量建立依赖关系,而积分会降低对宇宙学参量尤其是随红移演化的暗能量及其状态方程的信息敏感性和导致信息丢失,则会在数据拟合中引入系统误差. 最终消弱了光度距离区分不同演化历史的状态方程的能力. 用哈勃参量数据(*OHD*)直接限制暗能量模型参数的优势在于:不必通过积分与宇宙学参量直接建立联系,对暗能量及其状态方程信息更加敏感,进而提高参数限制的精度. *OHD*限制模型的方法已经被广泛应用, Ma和Zhang<sup>[12]</sup>利用红移在 $0 \leq z \leq 2.0$ 范围内的*OHD*数据,通过 $\Lambda$ *CDM*模型,研究了*OHD*在限制宇宙学方面的作用与能力,并且还讨论了哈勃常数 $H_0$ 的先验性作用. Lin等人<sup>[13]</sup>在2012年曾利用*OHD*、微波背景辐射数据(*CMB*)以及重子声学振荡数据(*BAO*)限制了 $\Lambda$ *CDM*模型,并与超新星作对比,结果表明*OHD*能用来看做宇宙学探针. Yuan等人<sup>[14]</sup>同样在2012年利用MCMC方法讨论了*OHD*对空间曲率为零或不为零的2种情况下标准的宇宙学模型的限制,该结果支持了暗能量的存在. 而Cao等人<sup>[15]</sup>使用*OHD*和超新星等数据组合对相互作用模型利用MCMC方法进行了观测限制研究,结论表明巧合性问题未能得到缓解. 本文在文献[15]的基础上更新了*OHD*, *BAO*, *CMB*, *SNe*数据限制相互作用模型. *BAO*和*CMB*在本文中起先验性作用,主要对物质密度参数作限制. 本文主要通过最新的36组*OHD*数据<sup>[16]</sup>与超新星数据(*SNe*)的研究对比,基于马尔可夫链蒙特卡洛(MCMC)算法对相互作用暗能量模型进行观测限制检验,对暗能量与暗物质之间的相互作用进行探讨.

## 1 相互作用暗能量模型

为了缓解巧合性问题,我们考虑暗能量和暗物质之间存在相互作用,即为相互作用暗能量模型. 由广义相对论和宇宙学原理,空间各点必须是处处均匀和各向同性,没有任何一点是特殊的. 这种时空度规就是Friedmann-Robertson-Walker(FRW)度规<sup>[17]</sup>. 在平坦FRW度规宇宙中,暗物质和暗能量并非独立演化,以通过相互作用项 $Q$ 进行能量交换. 物质密度 $\rho_m$ 由重子物质密度 $\rho_b$ 和暗物质密度 $\rho_{Dm}$ 组成,暗能量密度为 $\rho_x$ ,  $w_x$ 为暗能量状态方程参数,  $Q$ 表示相互作用项.

$$\dot{\rho}_x + 3H\rho_x(1+w_x) = -Q, \quad (1)$$

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = Q. \quad (2)$$

上式依然保持总能量守恒方程  $\dot{\rho}_{tot} + 3H(\rho_{tot} + p_{tot}) = 0$ , 其中  $\rho_{tot} = \rho_x + \rho_m$ ,  $\rho_{tot}$  表示宇宙总的密度, (1)式中  $\dot{\rho}_x$  及(2)式中  $\dot{\rho}_m$  分别表示  $\rho_x$ ,  $\rho_m$  对时间  $t$  的微分,  $H$  表示哈密顿量. 由于暗物质和暗能量的未知性, 相互作用项  $Q$  可以通过唯象描述的方法讨论. 因此引入一个参数  $r$  代表暗能量与物质密度之比, 正比于标度因子  $a$  的幂指数形式<sup>[18]</sup>即  $r \equiv \rho_x / \rho_m \propto a^\xi$ , 其中  $\xi$  是相互作用因子, 用来量化巧合性问题的严重程度的常数参数.  $\xi=3$  表示没有暗物质和暗能量没有相互作用的 $\Lambda$ *CDM*模型,  $\xi=0$  表示没有巧合问题<sup>[19]</sup>. 在平坦FRW宇宙度规中  $\Omega_x + \Omega_m = 1$  ( $\Omega_x$ ,  $\Omega_m$  分别为暗能量密度参数和物质密度参数), 则  $r = a^\xi \Omega_x / \Omega_m$ , 我们获得  $Q$  的表达式为<sup>[20,21]</sup>

$$Q = -H\rho_m(\xi + 3w_x)\Omega_x, \quad (3)$$

其中,  $\Omega_x = (1 - \Omega_m) / [1 - \Omega_m + \Omega_m(1+z)^\xi]$ ,  $\xi + 3w_x = 0$  代表暗物质和暗能量之间不存在相互作用的标准宇宙学模型, 而  $\xi + 3w_x \neq 0$  表示存在能量交换非标准的宇宙学模型. 当  $\xi + 3w_x < 0$  时暗能量转化为暗物质 ( $Q > 0$ ), 可以缓解巧合问题. 当  $\xi + 3w_x > 0$  时表示暗物质转化为暗能量 ( $Q < 0$ ), 在这种情况下巧合性问题依然非常严重.

本文将暗能量状态方程参数  $w_x \equiv P_x / \rho_x$  ( $P_x$  为暗能量压强) 在平坦FRW度规中设定为一个常数得到参数化的Friedmann方程为

$$E(z)^2 = (1+z)^3 \left[ \Omega_m + (1-\Omega_m)(1+z)^{-\xi} \right]^{-3w_x/\xi}.$$

## 2 哈勃参量数据及其他天文观测数据

### 2.1 哈勃参量数据(*OHD*)

哈勃参量表达式由宇宙时间  $t$  和对应的红移  $z$  得出

$$H(z) = -\frac{1}{1+z} \frac{dz}{dt}, \quad (4)$$

其中,  $dz/dt$  是红移  $z$  对宇宙时间  $t$  的导数. *OHD* 数据可以通过“年龄微分法”和“径向 *BAO* 大小法”方法测得. 本文利用红移区间在  $0 \leq z \leq 2.36$  之内最新扩充的36组数据<sup>[16]</sup>(表1).

表 1 36 组哈勃参量观测数据( $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ )<sup>a)</sup>Table 1 36 observational Hubble parameter data ( $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ )

红移	OHD	$\sigma_h$	文献	方法
0.07	69	19.6	[30]	I
0.09	69	12	[23]	I
0.12	68.6	26.2	[30]	I
0.17	83	8	[24]	I
0.179	75	4	[26]	I
0.199	75	5	[26]	I
0.2	72.9	29.6	[30]	I
0.24	79.69	2.65	[32]	II
0.27	77	14	[24]	I
0.28	88.8	36.6	[30]	I
0.35	82.1	+4.8 -4.9	[29]	I
0.35	84.4	7	[35]	II
0.352	83	14	[26]	I
0.4	95	17	[24]	I
0.43	86.45	3.68	[32]	II
0.44	82.6	7.8	[33]	II
0.48	97	60	[25]	I
0.57	92.4	4.5	[34]	II
0.593	104	13	[26]	I
0.6	87.9	6.1	[33]	II
0.68	92	8	[26]	I
0.73	97.3	7	[33]	II
0.781	105	12	[26]	I
0.875	125	17	[26]	I
0.88	90	40	[25]	I
0.9	117	23	[24]	I
1.037	154	20	[26]	I
1.3	168	17	[24]	I
1.363	160	33.6	[31]	I
1.43	177	18	[24]	I
1.53	140	14	[24]	I
1.75	202	40	[24]	I
1.965	186.5	50.4	[31]	I
2.3	224	8	[36]	II
2.34	222	7	[38]	II
2.36	226	8	[37]	II

a) I 表示为年龄微分法, II 表示径向BAO大小法

对于年龄微分法得到哈勃参量<sup>[22]</sup>, 基于(5)式关键是找到红移间隔为 $\Delta z$ 的2个天体在发射相应光子时

对应的宇宙的年龄差 $\Delta t$ . 我们通过研究分析星系的光谱, 找到恒星年龄相对统一的星系和更合适的恒星形成模型. 通过对一些星系的证认和光谱观测, 年龄微分法得到的哈勃参量数据有26组. Jimenez等人<sup>[23]</sup>首次在低红移 $z=0.09$ 处得到OHD数据. 随后, Simon等人<sup>[24]</sup>利用双子斟探巡天(GDSS)探测到的不同年龄段的被动演化星系等数据, 得到了红移区间 $0.17 \leq z \leq 1.75$ 范围内的8组OHD数据. 接着Stern等人<sup>[25]</sup>分别在红移 $z=0.48$ 和 $z=0.88$ 处提供了2组新的观测数据. 之后, Moresco等人<sup>[26]</sup>通过利用BC03<sup>[27]</sup>和MaStro<sup>[28]</sup>恒星形成模型又得到8组数据. 由SDSS巡天7 yr数据(Data Release 7)中亮红星系(LRG)数据, Chuang和Wang<sup>[29]</sup>在红移 $z=0.35$ 观测到1组新的OHD数据. 同样Zhang等人<sup>[30]</sup>在SDSS DR7中应用年龄微分法扩充了4组数据. 而通过采用高红移星系的近红外光谱的优势, 2015年Moresco<sup>[31]</sup>获得了2组新的OHD数据.

径向BAO大小法也可以用来获得观测哈勃参量<sup>[24]</sup>, 这种方法通过探究宇宙空间中分散的星体和着重考虑由重子声学振荡(BAO)引起的宇宙密度场中两点相关函数的峰值的统计学特征. 在利用精度提高的SDSS第6, 7次释放的LRG样本数据, 并通过构建引力透镜效应的误差值的模型, Gaztanaga等人<sup>[32]</sup>首次运用该方法完成了对彼此独立的2个红移区间 $z=0.15\sim0.30$ 和 $z=0.40\sim0.47$ 的径向BAO探测和OHD测量. Blake等人<sup>[33]</sup>进一步从Wiggle暗能量测量项目中得到3组OHD数据. Samushia等人<sup>[34]</sup>基于SDSS-III重子振荡光谱测量项目(SDSS-III/BOSS)Data Release 9(DR9)样本数据, 提供了1组在 $z=0.57$ 的OHD数据. Xu等人<sup>[35]</sup>利用SDSS DR7的LRG样本中BAO信号获得了另外1组的OHD观测数据. Busca等人<sup>[36]</sup>, Font-Ribera等人<sup>[37]</sup>和Delubac等人<sup>[38]</sup>分别通过SDSS-III中Lyman- $\alpha$  forest的BAO数据观测到最远处的OHD数据.

OHD的 $\chi^2$ 检验值可表示为

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{36} \frac{[H(z_i) - H_{\text{obs}}(z_i)]^2}{\sigma_{h,i}^2}, \quad (5)$$

$H(z_i)$ 表示哈勃参量的理论值,  $H_{\text{obs}}(z_i)$ 表示哈勃参量的观测值.  $\sigma_{h,i}$ 表示观测误差.

## 2.2 重子声学振荡数据(BAO)和微波背景辐射数据(CMB)

对于重子声学振荡数据, 先考虑由SDSS巡天7

年数据(data release 7)中亮红星系(LRG)发布的测光样本得到的BAO角标度:  $\theta_{BAO}(z=0.55)=(3.90\pm0.38)^{[39,40]}$ . 该数据是对单纯的角重子声学振荡信号的首次直接测量,  $\theta_{BAO}$ 定义为<sup>[41]</sup>

$$\theta_{BAO}=\frac{r_s(z)}{D_r(z)}, \quad (6)$$

其中依赖模型的共动径向距离 $D_r(z)$ 表示为( $H_0$ 为哈勃常数):

$$D_r(z)=\frac{1}{H_0}\int_0^z \frac{dz}{E(z)}, \quad (7)$$

声学视界 $r_s(z)$ 定义为

$$r_s(z)=\int_z^\infty \frac{c_s(x)dx}{E(x)}, \quad (8)$$

其中, 声速  $c_s(z)=1/\sqrt{3[1+\bar{R}_b/(1+z)]}$ ,  $\bar{R}_b=3\Omega_b/(4\times 2.469\times 10^{-5})$ ,  $\Omega_b$ 为重子物质密度参数. 其次从SDSS结合2度视场星系红移巡天(2dFGRS)中提取的 $z=0.2$ 和 $z=0.35$ 处BAO距离比 $d_z$ <sup>[42,43]</sup>和6度视场星系巡天(6dFGS)在 $z=0.106$ 处得到的 $d_{0.106}=0.336\pm0.015$ 距离比数据<sup>[44]</sup>. 最后, 根据WiggleZ暗能量巡天项目得到在3个不同红移处 $z=0.44$ ,  $z=0.6$ 和 $z=0.73$ 观测到的重子声学振荡参数 $A$ <sup>[45]</sup>.

对于宇宙微波背景辐射数据(CMB)的观测, 我们将采用普朗克卫星得到的包括声学尺度 $l_\theta$ 、偏移参数 $R$ 及 $\Omega_bh^2$  ( $h=H_0/100$ )的数据<sup>[46,47]</sup>.

### 2.3 Ia型超新星数据(SNe)

Ia型超新星(SNe)的观测被认为是探索宇宙演化和能量性质的手段之一, 也是提供宇宙加速膨胀的直接证明. 本文主要采用了Supernova Cosmology Project(SCP)释放的Union2.1超新星数据包, 包含了580颗超新星<sup>[48]</sup>. 超新星数据中, 一般通过“距离模数” $\mu$ 描述超新星亮度观测的信息. 观测值 $\mu_{obs}$ 由视星等 $m$ 与绝对星等 $M$ (作为标准烛光, 超新星的绝对星等 $M$ 可以被认为是已知的)的差值给出:

$$\mu_{obs}=m-M. \quad (9)$$

理论值 $\mu_{th}$ 也可以通过计算距离超新星的光度距离来得到<sup>[49]</sup>,

$$\mu_{th}=5\log(d_L/Mpc)+25, \quad (10)$$

其中光度距离  $d_L=[c(1+z)/H_0]\int_0^z dz'/E(z')$ , Mpc为天文单位, 兆秒差距. 理论模型中的参量可以由最小 $\chi^2$ 法来决定<sup>[50]</sup>

$$\begin{aligned} \chi^2_{SNe} &= A - \frac{B^2}{C} + \ln\left(\frac{C}{2\pi}\right), \\ A &= \sum_i^{580} (\mu_{obs} - \mu_{th})^2 / \sigma_{\mu,i}^2, \quad B = \sum_i^{580} (\mu_{obs} - \mu_{th}) / \sigma_{\mu,i}^2, \quad C = \\ &\sum_i^{580} 1 / \sigma_{\mu,i}^2, \quad \sigma_{\mu,i} \text{是相应的误差.} \end{aligned} \quad (11)$$

### 3 模型参数拟合结果

我们基于CosmoMC 程序<sup>[51]</sup>采用马尔可夫链蒙特卡洛算法(Markov Chain Monte Carlo)MCMC及 $\chi^2$ 的最大似然法, 利用上述观测数据来限制相互作用暗能量模型.  $OHD+SNe+BAO+CMB$ 数据组合下 $\chi^2$ 值可表示为

$$\chi^2 = \chi^2_{OHD} + \chi^2_{CMB} + \chi^2_{BAO} + \chi^2_{SNe}. \quad (12)$$

$OHD+SNe+BAO+CMB$ 的限制结果一维、二维等高线图形见图1, 表2中列出了不同观测数据组合对物质密度 $\Omega_m$ 、暗能量状态方程参数 $w_X$ 、相互作用因子 $\xi$ 、哈勃常数 $H_0$ 的限制结果以及 $\chi^2/dof$ 值, 相应的由这些参数在 $1\sigma$ 和 $1\sigma$ 区间所得的对比图在图2和3中所示.

$OHD+SNe+BAO+CMB$ 的最佳参数拟合值及误差为:

$$\begin{aligned} \Omega_m &= 0.2919_{-0.0075}^{+0.0075} (1\sigma)_{-0.0144}^{+0.0151} (2\sigma), \\ w_X &= -1.0374_{-0.0452}^{+0.0453} (1\sigma)_{-0.0886}^{+0.0898} (2\sigma), \\ \xi &= 3.0976_{-0.1609}^{+0.1600} (1\sigma)_{-0.3189}^{+0.3153} (2\sigma), \\ H_0 &= 69.6479_{-0.8563}^{+0.8580} (1\sigma)_{-1.6768}^{+1.6919} (2\sigma), \end{aligned}$$

$\xi$ ,  $w_X$ 的最佳拟合值满足  $\xi+3w_X<0$ , 即暗能量转化为暗物质. 从图1还可知4个参数 $\Omega_m$ ,  $w_X$ ,  $\xi$ ,  $H_0$ 相互关联.

从表2中的 $w_X$ ,  $\xi$ 的最佳拟合值可知 $OHD+CMB+BAO$ 组合中 $w_X=-1.0286$ ,  $\xi=3.0549$ 满足 $\xi+3w_X<0$ , 但在 $SNe+CMB+BAO$ 数据限制没有 $OHD$ 时,  $w_X=-1.0634$ ,  $\xi=3.2231$ ,  $\xi+3w_X>0$ , 而 $OHD+SNe+CMB+BAO$ 中, 得到的最佳参数值 $w_X=-1.0374$ ,  $\xi=3.0976$ 又满足 $\xi+3w_X<0$ , 即相互作用形式暗能量趋于转化为暗物质, 宇宙中巧合性问题得到缓解, 这与参考文献[13]中的结论相比虽然在 $2\sigma$ 误差范围内结论相符, 但对

**表2** 使用  $OHD + CMB + BAO$ ,  $SNe + CMB + BAO$  和  $OHD + SNe + CMB + BAO$  数据组合对相互作用暗能量模型得到的最佳拟合  $\Omega_m$ ,  $w_X$ ,  $\xi$ ,  $H_0$  参数值及  $\chi^2$  自由度

**Table 2** The best-fit values of parameters  $\Omega_m$ ,  $w_X$ ,  $\xi$ ,  $H_0$  and  $\chi^2$ -value per degree of freedom, for the phenomenological interacting dark energy scenario, obtained from  $OHD + CMB + BAO$ ,  $SNe + CMB + BAO$  and  $OHD + SNe + CMB + BAO$  combinations, respectively

参数	$OHD + CMB + BAO$	$SNe + CMB + BAO$	$OHD + SNe + CMB + BAO$
$\Omega_m$	$0.2898^{+0.0247}_{-0.0262}(1\sigma)^{+0.0378}_{-0.0525}(2\sigma)$	$0.2955^{+0.0144}_{-0.0144}(1\sigma)^{+0.0297}_{-0.0273}(2\sigma)$	$0.2919^{+0.0075}_{-0.0075}(1\sigma)^{+0.0151}_{-0.0144}(2\sigma)$
$w_X$	$-1.0286^{+0.2343}_{-0.2257}(1\sigma)^{+0.3760}_{-0.4181}(2\sigma)$	$-1.0634^{+0.0650}_{-0.0644}(1\sigma)^{+0.1192}_{-0.1380}(2\sigma)$	$-1.0374^{+0.0453}_{-0.0452}(1\sigma)^{+0.0898}_{-0.0886}(2\sigma)$
$\xi$	$3.0549^{+0.7563}_{-0.7891}(1\sigma)^{+1.3720}_{-1.3038}(2\sigma)$	$3.2231^{+0.2519}_{-0.2534}(1\sigma)^{+0.5447}_{-0.4619}(2\sigma)$	$3.0976^{+0.1600}_{-0.1609}(1\sigma)^{+0.3153}_{-0.3189}(2\sigma)$
$H_0$	$69.6781^{+4.3602}_{-4.4457}(1\sigma)^{+8.7097}_{-6.8811}(2\sigma)$	$69.5811^{+1.1007}_{-1.1015}(1\sigma)^{+2.2025}_{-2.1393}(2\sigma)$	$69.6479^{+0.8580}_{-0.8563}(1\sigma)^{+1.6919}_{-1.6768}(2\sigma)$
$\chi^2_{\min}/dof$	0.5791	0.9594	0.9431

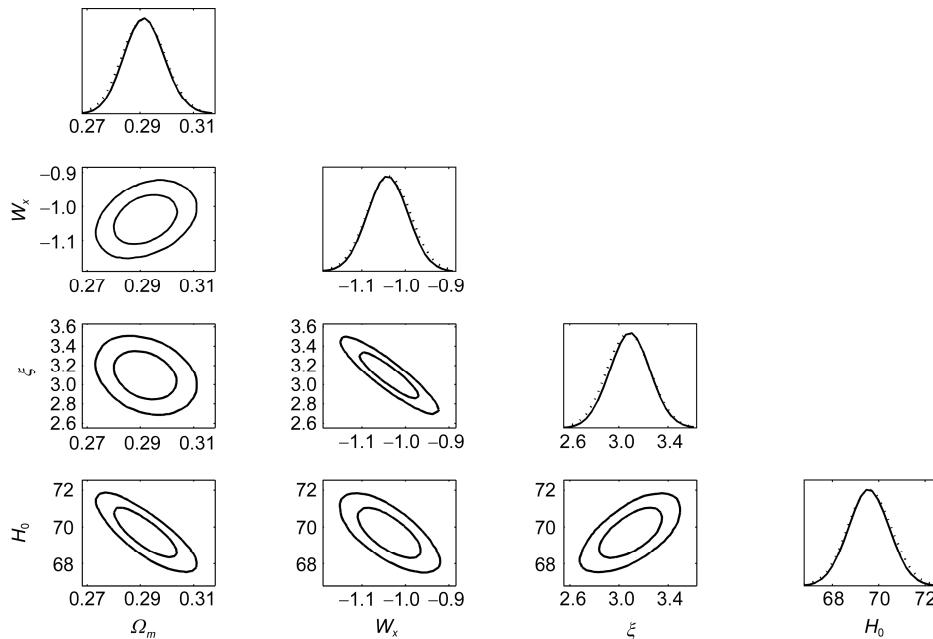
最佳拟合值而言, 结论确不同。表明增加  $OHD$  数据样本后巧合性问题得到轻微缓解, 进一步说明  $OHD$  有缓解巧合性问题的潜力。

另外, 从表2、图2和3可知, 虽然  $OHD + CMB + BAO$  所得结果没有  $SNe + CMB + BAO$  限制得好, 但是  $OHD + SNe + CMB + BAO$  组合中加入  $OHD$  数据能得到比  $SNe + CMB + BAO$  限制更紧密的参数拟合值, 且拟合度都近似为1, 表2中可以看出3种组合情况下, 在  $OHD + CMB + BAO$  范围内参数结果基本一致, 即表示没有相互作用( $w_X = -1$ ,  $\xi = 3$ )的情况包含在  $1\sigma$  置信区

间内, 图2中直线表示没有相互作用( $\xi + 3w_X = 0$ )的情形, 可以看出包含在  $1\sigma$  置信区间内。

## 4 结论

本文主要基于哈勃参量数据( $OHD$ )、普朗克卫星的微波背景辐射数据( $CMB$ )、重子声学振荡数据( $BAO$ )和Ia型超新星数据( $SNe$ ), 利用马尔可夫链蒙特卡洛(MCMC)算法对相互作用暗能量模型限制进行限制研究。从  $OHD + SNe + CMB + BAO$  组合中得到物质密度参数  $\xi$ , 暗能量状态方程参数  $\xi + 3w_X < 0$ , 相互作



**图1**  $w_X$ ,  $\xi$ ,  $H_0$ ,  $\Omega_m$  数值在限制为  $OHD + SNe + CMB + BAO$  在  $1\sigma$  和  $2\sigma$  置信区间的一维、二维等高线图

**Figure 1** The 2-D regions and 1-D marginalized distributions with the  $1\sigma$  and  $2\sigma$  contours of parameters  $w_X$ ,  $\xi$ ,  $H_0$ ,  $\Omega_m$ , for the data sets  $OHD + SNe + CMB + BAO$

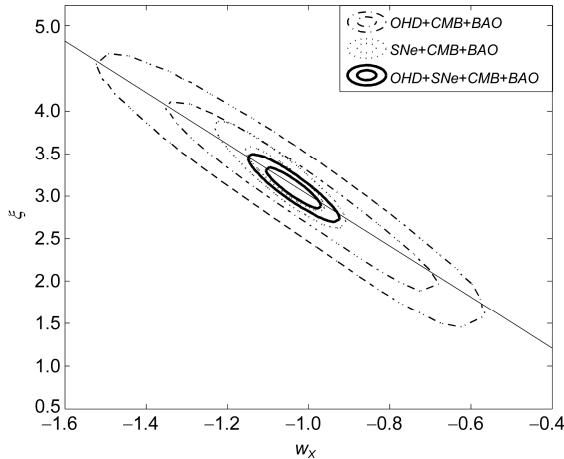


图2  $\xi, w_X$  数值拟合结果在  $1\sigma$  和  $2\sigma$  置信区间的对比图, 图中直线部分表示  $\xi+3w_X=0$

Figure 2 Comparisons of  $1\sigma$  and  $2\sigma$  of parameters  $w_X$ ,  $\xi$ , which the straight line is  $\xi+3w_X=0$

用因子  $\xi = 3.0976_{-0.1609}^{+0.1600}(1\sigma)_{-0.3189}^{+0.3153}(2\sigma)$ , 哈勃常数  $H_0 = 69.6479_{-0.8563}^{+0.8580}(1\sigma)_{-1.6768}^{+1.6919}(2\sigma)$  与前人的工作相比结果在误差范围内保持一致, 并且数据更新后对相互作用模型参数的限制更紧密, 另外  $w_X$ ,  $\xi$  最佳值满足  $\xi+3w_X<0$ , 相互作用形式趋于暗能量转化为暗物质,

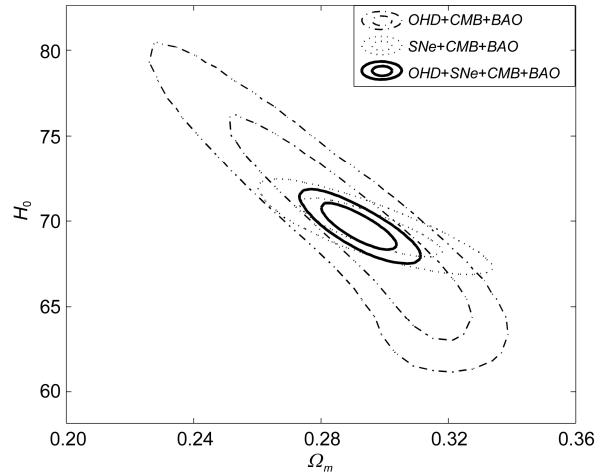


图3  $\Omega_m, H_0$  数值拟合结果在  $1\sigma$  和  $2\sigma$  置信区间的对比图

Figure 3 Comparisons of  $1\sigma$  and  $2\sigma$  of parameters  $H_0$ ,  $\Omega_m$

巧合性问题得到轻微缓解, 说明 OHD 数据有缓解巧合性问题的潜力. 其次, 不同数据组合限制下得到的参数拟合数值在  $2\sigma$  范围内互相一致,  $\xi+3w_X=0$  表示没有相互作用包含在  $1\sigma$  范围之内. 最后,  $\Lambda$ CDM 模型被包含在  $1\sigma$  误差范围内.

## 参考文献

- 1 Riess A G, Filippenko A V, Challis P, et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *Astron J*, 1998, 116: 1009
- 2 Perlmutter S, Aldering G, Goldhaber G, et al. Measurements of  $\Omega$  and  $\Lambda$  from 42 high-redshift supernovae. *Astron J*, 1999, 517: 565
- 3 Spergel D N, Verde L, Peiris H V, et al. First-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe(WMAP) \*Observations: Determination of cosmological parameters. *Astrophys J Suppl*, 2003, 148: 175
- 4 Tegmark M, Blanton M R, Strauss M A, et al. The three-dimensional power spectrum of galaxies from the Sloan Digital Sky Survey. *Astrophys J*, 2004, 606: 702
- 5 Caldwell R R, Dave R, Steinhardt P J. Cosmological imprint of an energy component with general equation of state. *Phys Rev Lett*, 1998, 80: 1582
- 6 Liddle A R, Scherrer R J. Classification of scalar field potentials with cosmological scaling solutions. *Phys Rev D*, 1998, 59: 023509
- 7 Caldwell R R. A phantom menace? Cosmological consequences of a dark energy component with super-negative equation of state. *Phys Lett B*, 2002, 545: 23–29
- 8 Carroll S M, Hoffman M, Trodden M. Can the dark energy equation-of-state parameter  $w$  be less than  $-1$ . *Phys Rev D*, 2003, 68: 023509
- 9 Feng B, Wang X, Zhang X. Dark energy constraints from the cosmic age and supernova. *Phys Lett B*, 2005, 607: 35
- 10 Guo Z K, Piao Y S, Zhang X, et al. Cosmological evolution of a quintom model of dark energy. *Phys Lett B*, 2005, 608: 177–182
- 11 Maor I, Brustein R, Steinhardt P J. Limitations in using luminosity distance to determine the equation of state of the universe. *Phys Rev Lett*, 2001, 86: 6–9
- 12 Ma C, Zhang T J. Power of observational Hubble parameter data: A figure of merit exploration. *Astrophys J*, 2011, 730: 74
- 13 Lin H, Hao C, Wang X, et al. Observational  $H(z)$  data as a complementarity to other cosmological probes. *Mod Phys Lett A*, 2009, 24: 1699–1709
- 14 Yuan S, Chen Z, Zhang T J. Cosmological constraints on  $\Lambda$ CDM from observational Hubble data: Markov Chain Monte Carlo approach. *J B Norm Univ (Nat Sci)*, 2012, 48: 372–377 [袁硕, 陈震, 张同杰. 利用哈勃参量观测数据限制  $\Lambda$ CDM 宇宙学模型: MCMC 方法. 北京师范大学学报(自然科学版), 2012, 48: 372–377]

- 15 Cao S, Liang N, Zhu Z H. Testing the phenomenological interacting dark energy with observational  $H(z)$  data. *Mon Not R Astron Soc*, 2011, 416: 1099–1104
- 16 Meng X L, Wang X, Zhang T J, et al. Utility of observational Hubble parameter data on dark Energy evolution. 2015, arXiv: 1507.02517
- 17 Amendola L, Tsujikawa S. Dark Energy Theory and Observations. Cambridge: Cambridge University Press, 2010
- 18 Dalal N, Abazajian K, Jenkins E, et al. Testing the cosmic coincidence problem and the nature of dark energy. *Phys Rev Lett*, 2001, 87: 141302
- 19 Pavon D, Sen S, Zimdahl W. Cosmic microwave background constraints on interacting cosmological models. *J Cosmol Astropart P*, 2004, (5): 009
- 20 Guo Z K, Ohta N, Tsujikawa S. Probing the coupling between dark components of the universe. *Phys Rev D*, 2007, 76: 023508
- 21 Wei H, Zhang S N. Interacting energy components and observational  $H(z)$  data. *Phys Lett B*, 2007, 654: 139–147
- 22 Zhang T J, Ma Z, Zhang Z, et al. The constraint on dark side of the universe (3D space)—The Hubble parameter cosmology (in Chinese). *Sci Sin Phys Mech Astron*, 2011, 41: 1452–1468 [张同杰, 马聰, 张聰, 等. 宇宙黑暗面(3D宇宙)的限制和哈勃参量的观测数据——哈勃参量宇宙学. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2011, 41: 1452–1468]
- 23 Jimenez R, Verde L, Treu T, et al. Constraints on the equation of state of dark energy and the Hubble constant from stellar ages and the CMB. *Astrophys J*, 2003, 593: 622–629
- 24 Simon J, Verde L, Jimenez R. Constraints on the redshift dependence of the dark energy potential. *Phys Rev D*, 2005, 71: 23001
- 25 Stern D, Jimenez R, Verde L, et al. Cosmic chronometers: Constraining the equation of state of dark energy. I:  $H(z)$  measurements. *J Cosmol Astropart Phys*, 2010, (2): 8
- 26 Moresco M, Cimatti A, Jimenez R, et al. Improved constraints on the expansion rate of the Universe up to  $z \sim 1.1$  from the spectroscopic evolution of cosmic chronometers. *J Cosmol Astropart Phys*, 2012, (8): 006
- 27 Bruzual G, Charlot S. Stellar population synthesis at the resolution of 2003. *Mon Not R Astron Soc*, 2003, 344: 1000–1028
- 28 Maraston C, Str G. Stellar population models at high spectral resolution. *Mon Not R Astron Soc*, 2011, 418: 2785–2811
- 29 Chuang C H, Wang Y. Measurements of  $H(z)$  and  $DA(z)$  from the two-dimensional two-point correlation function of Sloan Digital Sky Survey luminous red galaxies. *Mon Not R Astron Soc*, 2012, 426: 226–236
- 30 Zhang C, Zhang H, Yuan S, et al. Four new observational  $H(z)$  data from luminous red galaxies Sloan digital sky survey data release seven. *Res Astron Astrophys*, 2014, (10): 1221–1233
- 31 Moresco M. Raising the bar: New constraints on the Hubble parameter with cosmic chronometers at  $z \sim 2$ . *Mon Not R Astron Soc: Lett*, 2015, 450: L16–L20
- 32 Gaztanaga E, Cabre A, Hui L. Clustering of luminous red galaxies. IV. Baryon acoustic peak in the line-of-sight direction and a direct measurement of  $H(z)$ . *Mon Not R Astron Soc*, 2009, 399: 1663–1680
- 33 Blake C, Brough S, Colless M, et al. The WiggleZ Dark Energy Survey: Joint measurements of the expansion and growth history at  $z < 1$ . *Mon Not R Astron Soc*, 2012, 425: 405–414
- 34 Samushia L, Reid B A, White M, et al. The clustering of galaxies in the SDSS-III DR9 Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: Testing deviations from  $\Lambda$  and general relativity using anisotropic clustering of galaxies. *Mon Not R Astron Soc*, 2013, 429: 1514–1528
- 35 Xu X, Cuesta A J, Padmanabhan N, et al. Measuring  $DA$  and  $H$  at  $z=0.35$  from the SDSS DR7 LRGs using baryon acoustic oscillations. *Mon Not R Astron Soc*, 2013, 431: 2834–2860
- 36 Busca N G, Delubac T, Rich J, et al. Baryon acoustic oscillations in the Ly $\alpha$  forest of BOSS quasars. *Astron Astrophys*, 2013, 552: A96
- 37 Font-Ribera A, Kirkby D, Miralda-Escudé J, et al. Quasar-Lyman  $\alpha$  forest cross-correlation from BOSS DR11: Baryon Acoustic Oscillations. *J Cosmol Astropart Phys*, 2014, 2014: 027
- 38 Delubac T, Bautista J E, Rich J, et al. Baryon Acoustic Oscillations in the Ly  $\alpha$  forest of BOSS DR11 quasars. *Astron Astrophys*, 2015, 574: A59
- 39 Crocce M, Gaztanaga E, Cabre A, et al. Clustering of photometric luminous red galaxies I : Growth of structure and baryon acoustic feature. *Mon Not R Astron Soc*, 2011, 417: 2577–2591
- 40 Carnero A, Sanchez E, Crocce M, et al. Clustering of photometric luminous red galaxies II: Cosmological implications from the baryon acoustic scale. *Mon Not R Astron Soc*, 2012, 419: 1689–1694
- 41 Sánchez E, Carnero A, García-Bellido J, et al. Tracing the sound horizon scale with photometric redshift surveys. *Mon Not R Astron Soc*, 2011, 411: 277–288
- 42 Percival W J, Reid B A, Eisenstein D J, et al. Baryon acoustic oscillations in the Sloan digital sky survey data release 7 galaxy sample. *Mon Not R Astron Soc*, 2010, 401: 2148
- 43 Reid B A. Cosmological constraints from the clustering of the Sloan Digital Sky Survey DR7 luminous red galaxies. *Mon Not R Astron Soc*, 2010, 404: 60

- 44 Beutler F, Blake C, Colless M, et al. The 6dF Galaxy Survey: Baryon acoustic oscillations and the local Hubble constant. Mon Not R Astron Soc, 2011, 416: 3017–3032
- 45 Blake C, Kazin E A, Beutler F, et al. The WiggleZ Dark Energy Survey: Mapping the distance–redshift relation with baryon acoustic oscillations. Mon Not R Astron Soc, 2011, 418: 1707–1724
- 46 Ade P A R, Armitage-Caplan C, Arnaud M, et al. Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters. Astron Astrophys, 2014, 571: A16
- 47 Wang Y, Wang S. Distance priors from planck darkenergy constraints from current data. Phy Rev D, 2013, 88: 043522
- 48 Suzuki N, Rubin D, Lidman C, et al. The Hubble Space Telescope Cluster Supernova Survey. V. Improving the dark-energy constraints above  $z>1$  and building an early-type-hosted supernova sample. Astrophys J, 2012, 746: 85
- 49 Guy J, Astier P, Nobili S, et al. SALT: A spectral adaptive light curve template for type Ia supernovae. Astron Astrophys, 2005, 443: 781–791
- 50 Di Pietro E, Claeskens J F. Future supernovae data and quintessence models. Mon Not R Astron Soc, 2003, 341: 1299–1310
- 51 Lewis A, Bridle S. Cosmological parameters from CMB and other data: A Monte-Carlo approach. Phys Rev D, 2002, 66: 103511

## Constraints on the interacting dark energy with Hubble parameter data and other observational data

WANG JinFang<sup>1</sup>, CHEN ShiYu<sup>2</sup>, PAN Yu<sup>1</sup>, LU LiuHui<sup>1</sup> & CHEN ZiJun<sup>1</sup>

<sup>1</sup>College of Science, Chongqing University of Posts and Telecommunication, Chongqing 400065, China;

<sup>2</sup>School of Communication and Information Engineering of Science, Chongqing University of Posts and Telecommunication, Chongqing 400065, China

We constrain an interacting dark energy model with the Hubble parameter data (*OHD*), as well as the cosmic microwave background (*CMB*) observations from the Planck first data release, the baryonic acoustic oscillation (*BAO*) observations and the type Ia supernovae (*SNe*) data. The model parameters are determined by applying the maximum likelihood method of  $\chi^2$  fitting by using the Markov Chain Monte Carlo (MCMC) method. The best-fit values of the model parameters with *OHD+SNe+CMB+BAO* are  $\Omega_m=0.2919^{+0.0075}_{-0.0075}(1\sigma)^{+0.0151}_{-0.0144}(2\sigma)$ ,  $w_x=-1.0374^{+0.0453}_{-0.0452}(1\sigma)^{+0.0898}_{-0.0886}(2\sigma)$ ,  $\xi=3.0976^{+0.1600}_{-0.1609}(1\sigma)^{+0.3153}_{-0.3189}(2\sigma)$ , and  $H_0=69.6479^{+0.8580}_{-0.8563}(1\sigma)^{+1.6919}_{-1.6768}(2\sigma)$ .

The energy is transferred from dark energy to dark matter. The coincidence problem is slightly alleviated in  $1\sigma$  range. For comparison, we constrain this model with *OHD+BAO+CMB* and *SNe+CMB+BAO*. The results are as follows: (1) It is shown that the *OHD* can give more stringent constraints on the interacting dark energy model when combined with *SNe*, *CMB* and *BAO* observations, *OHD* has the potential to alleviate coincidence problem. (2) The special case ( $\xi+3w_x$ , corresponding to the  $\Lambda$ CDM model with no interaction) is within  $1\sigma$  confidence level with the *OHD+CMB+BAO*, *SNe+CMB+BAO*, and *OHD+SNe+CMB+BAO* combinations.

**interacting dark energy, cosmological observations, Hubble parameter, SNe Ia**

doi: 10.1360/N972015-00827