湍流手性: 可逆系统的能量-螺度双约束系综

朱建州^{*}

速诚基础与交叉科学研究中心, 南京 211316

*联系人, E-mail: jz@sccfis.org

收稿日期: 2019-03-21; 接受日期: 2019-05-08; 网络出版日期: 2019-09-18

田园学派基金(编号: 27182818)和国家自然科学基金(编号: 11672102)资助项目

摘要 研究基于修改Navier-Stokes方程而得到可逆守恒系统的湍流研究思路 and 理论. 可压缩有螺绝对统计平衡系综计算结果显示, 相比于无螺度情况, 有螺度时的非线性作用更多地能量分配到涡模态, 由此三维可压缩湍流螺度坚固气体的图像得以展开讨论. 利用螺旋分解技术, 引入手性依赖的“黏性系数”, 从而破除超定困难, 构建了一个同时固定能量和螺度的非平衡系综的可逆系统. 简要讨论螺控壁湍流热声问题、与玻色-爱因斯坦凝聚/量子声学结果互证, 日冕和太阳风中磁重联加热和加速等离子体的类比.

关键词 可压缩湍流, 螺度, 手性, 统计拓扑流体力学, 时间可逆系统, 气动声学, 螺控壁湍流, 量子声学

PACS: 47.27.-i, 47.37.+q, 47.27.N-, 47.40.Ki, 47.27.Rc

1 引言

湍流的手性文献可追溯到Betchov^[1]的螺度研究. 定义“螺度”为流场速度 $\mathbf{u}$ 与旋度 $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$ 内积的空间积分, $\int \mathbf{h} d^3x$ (通常还除以总体积以得到平均螺旋度密度, 为了简化表达式, 本文取恰当单位或归一化, 使该体积常数为一个单位, 不显式出现), 所以我们这里把 $\mathbf{h} = \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\omega}$ 称为“螺旋度”. 其他几何讨论, 尤其是Kelvin, Moreau和Moffatt等人关于拓扑方面的研究可参文献^[2].

关于湍流的问题很多, 本文关注的是: (1) 什么是湍流动力学最基础和根本的? (2) 如何去揭示湍流的基本性质? (3) 这些基本性质在复杂的自然现象和工程工况中所处的位置、有什么用、怎么用? 我们就这

些聚焦的手性问题给出部分答案以抛砖引玉.

Navier-Stokes湍流作为一个非线性数学/物理问题, 人们首先会想到可积系统的“孤子”和“呼吸子”, 以及混沌系统的“(奇怪)吸引子”. 他们当然和研究湍流相关; 但是, 当看到洪流滚滚风起云涌时, 更让人思考大自由度系统的统计性质: 均匀各向同性湍流这个“最简单模型”首当其冲.

对于问题(1), 答案是非线性项相互作用的对称/守恒性质. 三维湍流从大尺度到小尺度级串, 越来越各向同性, 最后为分子黏性所耗散. 简单的思考可能会认为黏性在起主导作用; 但是, Navier-Stokes方程中已再无分子, 如果我们把黏性项改为大尺度耗散作用项(数值模拟中称为“亚黏性/hypoviscosity”), 难道三维湍流的级串图像就调转了吗? 当然不是. 下面我们介绍的

引用格式: 朱建州. 湍流手性: 可逆系统的能量-螺度双约束系综. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2020, 50: 040002

Zhu J-Z. Chiral turbulence: Equilibrium and non-equilibrium ensembles for time-reversible systems (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2020, 50: 040002, doi: [10.1360/SSPMA-2019-0091](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2019-0091)

Lee^[3]和Kraichnan^[4]的工作给出了最基础和根本的非线性物理解释.

以纯粹非线性项模态相互作用的动力学性质和统计结果为研究对象, 凭借能量守恒和相体积守恒(Liouville定理), 辅以遍历假设, 获得平衡态统计解, Lee^[3]对不可压缩流体和磁流体同时处理, 明确提出各模态能量均分, 为各向同性假设提供基础支持(这一结果不受后来的螺度修正影响). Kraichnan^[4]的研究表明弱可压缩流体平衡系统能量均分, 并籍以讨论噪声与湍流的相互作用. 他此后不论是专门计算纯非线性相互作用的统计平衡结果, 还是做理论模型, 都以非线性相互作用的守恒/对称性质贯穿始终: 尤其于1967年发表二维流动绝对统计平衡结果并据此得到能量反向级串这一显著性推论; 1973年对Lee之前的结果提出螺度修正. Zhu^[5]近年系统地中性流体和等离子体模型进行了计算分析(部分内容是对Lee, Kraichnan和Frisch等人历史性结果的手性分解更新). 本文将介绍预测螺度抑制压缩模的结果. 我们不一一罗列文献, 读者可从给出的文献[2,6]获得更多信息.

上面介绍的工作是从动力学时间可逆的系统出发的. 其相体积或Liouville测度的守恒保证了最终平稳分布的存在. 由于理想Euler动力学是保相体积的, 放弃它意味着可引入外源/汇, 比如黏性耗散和外力驱动, 从而也带来了附加其他守恒/对称性的自由度, 可通过适当调整源和汇之间的某种平衡以得到想要的守恒律(比如, 拟涡能、能量、螺度), 甚至同时满足多个. 而适当引入外源/汇以保证时间可逆性带来了严格精确分析的可能, 比如存在且唯一的遍历测度、熵产生和李雅普诺夫指数间的关系^[7].

在分子动力学模拟中, 为产生与正则或微正则系综在某种意义上等价的系综, 实践中发明了各种具有可逆性质的技术, 比如Gauss方法^[8]. 这当然会让人想到在湍流问题中的尝试, 比如, She和Jackson^[9]以及Gallavotti^[8]就分别对波矢量的每个波长壳上的能量和对总能量设计外力, 使得他们不变, 而且系统动力学是时间可逆的(请参考文献[8]及其参考文献). Gallavotti和Cohen提出涨落定理并发展时间可逆的湍流非平衡等价系综理论^[8]. 这些理论目前尚有局限, 比如, 都只能固定一个物理量. 而二维湍流中动能和拟涡能, 三维湍流中动能和螺度都具有对偶的重要性.

下文先借螺度抑制压缩模工作, 表达统一经典和

量子拓扑物态图景的尝试, 然后介绍如何破解以往多约束超定方程的困难以引入能量-螺度双约束, 建立新的时间可逆非平衡湍流统计系综. 最后讨论应用.

2 可逆系统的平衡与非平衡统计力学视角

我们先引入螺旋分解: 对于一个三维矢量场, 比如速度 $\mathbf{u}$, 可以通过进一步将横向场分解为(纯)左旋和(纯)右旋两部分使Helmholtz分解更加精细化(如, 文献[5]及其参考文献): $\mathbf{u} = \mathbf{u}^+ + \mathbf{u}^- = \mathbf{u}^+ + \mathbf{u}^- + \mathbf{u}^l$; 考虑Fourier级数 $\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}} \hat{\mathbf{u}}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$ (为方便, 下面依情况把 $\mathbf{k}$ 写在括号里作为变量的函数宗量或把它处理为变量的下指标的形式, 有时会把这个指标略去), 我们有 $\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k}) = \hat{\mathbf{u}}^+(\mathbf{k}) \hat{\mathbf{h}}_+(\mathbf{k}) + \hat{\mathbf{u}}^-(\mathbf{k}) \hat{\mathbf{h}}_-(\mathbf{k}) + \hat{\mathbf{u}}^l(\mathbf{k}) \mathbf{k} / k$, 其中 $\hat{\mathbf{i}} \mathbf{k} \times \hat{\mathbf{h}}_{c_{\mathbf{k}}} = c_{\mathbf{k}} k \hat{\mathbf{h}}_{c_{\mathbf{k}}}$; $\hat{\mathbf{i}}^2 = -1$ 和 $c_{\mathbf{k}}^2 = 1$ ($c_{\mathbf{k}} = +$ 或 $-$ 代表每个对应波矢 $\mathbf{k}$ 的模态绕 $\mathbf{k}$ 的两个相反的旋转方向: 手性). 运用这种表示的好处在于三部分的螺旋度分别是正定、零和负定的.

描述不可压缩流动的Navier-Stokes系统为

$$\partial_t \hat{u}_{\mathbf{k}}^{c_{\mathbf{k}}} = \sum_{\mathbf{k}+\mathbf{p}+\mathbf{q}=0} \sum_{c_{\mathbf{p}}, c_{\mathbf{q}}} \hat{C}_{\mathbf{k}\mathbf{p}\mathbf{q}}^{c_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{p}} c_{\mathbf{q}}} \hat{u}_{\mathbf{p}}^{c_{\mathbf{p}}} \hat{u}_{\mathbf{q}}^{c_{\mathbf{q}}} - \nu k^2 \hat{u}_{\mathbf{k}}^{c_{\mathbf{k}}} + \hat{f}_{\mathbf{k}}^{c_{\mathbf{k}}}, \quad (1)$$

$$\text{其中, } \frac{\hat{C}_{\mathbf{k}\mathbf{p}\mathbf{q}}^{c_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{p}} c_{\mathbf{q}}}}{c_{\mathbf{q}} q - c_{\mathbf{p}} p} = \frac{\hat{\mathbf{h}}_{c_{\mathbf{p}}}^* \times \hat{\mathbf{h}}_{c_{\mathbf{q}}}^* \cdot \hat{\mathbf{h}}_{c_{\mathbf{k}}}^*}{2}.$$

考虑黏性系数 $\nu=0$ 和外力 $\mathbf{f}=0$, 由 $\hat{C}_{\mathbf{k}\mathbf{p}\mathbf{q}}^{c_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{p}} c_{\mathbf{q}}}$ 对称性可以得到能量 $\mathcal{E} = \sum_{\mathbf{k}, c_{\mathbf{k}}} |\hat{u}_{\mathbf{k}}^{c_{\mathbf{k}}}|^2$ 和螺度 $\mathcal{H} = \sum_{\mathbf{k}, c_{\mathbf{k}}} c_{\mathbf{k}} k |\hat{u}_{\mathbf{k}}^{c_{\mathbf{k}}}|^2$ 在每个相互作用三波 $\{[\pm \mathbf{k}, c_{\mathbf{k}}]; [\pm \mathbf{p}, c_{\mathbf{p}}]; [\pm \mathbf{q}, c_{\mathbf{q}}] : \mathbf{k} + \mathbf{p} + \mathbf{q} = 0\}$ 中的细致守恒性质.

给定外力, 在保持原方程非线性项的情况下, 使系统变为时间可逆的方法就是让耗散项和外力的效果抵消. 如果黏性力和外力处处完全互相湮灭, 并且只修改黏性系数为依赖于波矢量的时变参数, 那么 $\nu \rightarrow \mu_{\mathbf{k}}^{c_{\mathbf{k}}} = (\hat{u}_{\mathbf{k}}^{c_{\mathbf{k}}})^* \hat{f}_{\mathbf{k}}^{c_{\mathbf{k}}} / (k^2 |\hat{u}_{\mathbf{k}}^{c_{\mathbf{k}}}|^2)$ (当分母为零时, 如果这个波数上的外力不为零, 则相应的动力学黏性系数 $\mu_{\mathbf{k}}^{c_{\mathbf{k}}}$ 为无穷, 否则也为零), 则得到Euler方程. Fourier-Galerkin截断就可以直观地理解为相应于每个截断的波矢量 $\mu_{\mathbf{k}}^{c_{\mathbf{k}}}$ 为无穷. 需要指出的是, 这时对每个 $\mathbf{k}$ 的左右旋两个模

分别引入了动力学参数, 方程这时形式上对能量和螺度保持守恒. 文献[9]让每个给定波长的波矢量的壳上动能耗散和输入相抵消, 即壳能量约束, 来确定依赖于波长的时变参数; Gallavotti[8]及其合作者进一步让总的动能(或其他可观测量, 如拟涡能等)互相抵消, 即更弱的全局/总能量约束, 来确定全局的时变参数. 事实上, 容易验证, 如果相抵消的是关于速度变量的二次非线性量, 那么相应修改黏性系数为时变参数后的系统总是时间可逆的. 对于相抵消的这个量来说, 系统是守恒的. 对于时间可逆的守恒系统, 它可能展现出统计平衡态也可能展现出非平衡态, 关键在于相流是否不可压缩(满足Liouville定理). 如果是, 系统将趋于一个统计平衡态; 否则, 相空间收缩或膨胀, 系统无法达到平衡, 体现时间上的对称性破缺.

这个理论, 尤其是关于只固定全局量的可逆系统的理论, 有许多基本的问题需要回答: 比如, 在接受其基本思想的假设下, 固定的物理量约束取什么? 有什么区别? 取一个还是多个?

2.1 可压缩湍流绝对统计平衡分析一例

再引入 ρ 和 s 来表示流动的密度和声速, 而热力学压强 p 满足绝热关系 $p=s^2\rho$. 由于 p 不依赖于温度(否则考虑等温情况), 质量和动量方程从能量方程解耦. 引入背景密度 ρ_0 并做变换 $\rho=\rho_0\exp\{\zeta\}$, 和不可压缩情况一样, 可压缩系统这时也满足Liouville定理. 延续前述Fourier螺旋分解 $\hat{\mathbf{u}}^\perp(\mathbf{k})=\hat{\mathbf{u}}^+(\mathbf{k})\hat{\mathbf{h}}_+(\mathbf{k})+\hat{\mathbf{u}}^-(\mathbf{k})\hat{\mathbf{h}}_-(\mathbf{k})$, 守恒的总能量在小涨落或低温下可近似为

$$\mathcal{E}=\sum_{\mathbf{k}}|\hat{\mathbf{u}}^+|^2+|\hat{\mathbf{u}}^-|^2+|\hat{\mathbf{u}}|^2+s^2|\hat{\zeta}|^2. \quad (2)$$

Kraichnan[4]由此得到能量均分原理, 尤其是声模态和涡模态之间的均分. 但是, 正压(包括绝热)流动中螺度是守恒的. 因而, 有必要引入Lagrange乘子 α 和 β 而考虑运动常数 $C=\alpha\mathcal{E}+\beta\mathcal{H}$, 以写出绝对统计平衡态的分布 $\sim\exp\{-C\}$. 计算结果表明[5], $\mathcal{H}$ 或 β 不为零时不仅动能在左右旋间是极化的(手性), 而且涡模能量大于压缩模, 不再均分, 可推论有螺湍流比无螺湍流非线性作用分配能量更偏向涡模态.

Zhu[5]根据上述讨论, 预测可通过控制湍流中螺度来降噪. 这里不重复深入细致的讨论, 而是提供进一步的图像理解: 相对于遍布的“小激波(Shocklets)”[10], 我们也可以想象遍布的“小螺旋(Helixlets)”和拥抱流体的涡绳或速度螺线. 对于“紧固”固态物体, 螺钉比无螺的钉子更好, 非平凡的缠绕绳结比简单的好. 气体和液体比固态物质更难以驾驭. 而螺度度量流线的螺紧性和涡绳的纽结度, 所以我们的结果说明, 有螺度的这种“拓扑经典物态”抑制了压缩模. 这对于日冕加热(图1: 其中磁场及其与涡场间的纽结具有类似涡纽结重联释放自由能激发其他模态过程)和太阳风的加热与加速(如文献[11]及其参考文献)也有启发. 同时, 在这一思想指导下, 由于(非线性)薛定谔方程可通过Madelung变换转化为流体方程, 最近的一个非线性薛定谔方程(Gross-Pitaevskii模型)数值模拟[12]结果中的图6显示我们的结论同样适用于玻色-爱因斯坦凝聚的玻色气体的(更广义下的)“拓扑量子物态”(参考图1中量子湍流): 当他们的螺度约束解除, 压缩模、量子压力和声

图 1 (网络版彩图)量子湍流中扭曲缠绕的涡线((a) https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_turbulence)和日冕耀斑((b) https://en.wikipedia.org/wiki/Nanoflares#Nanoflares_and_coronal_heating)中互相缠绕拉伸磁场(被认为是冻结于等离子体)

Figure 1 (Color online) Pictures of quantum vortex tanglement ((a) https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_turbulence) and flaring coronal loops with entangled magnetic field ((b) [https://en.wikipedia.org/wiki/Nanoflares_and_coronal_heating](https://en.wikipedia.org/wiki/Nanoflares#Nanoflares_and_coronal_heating)).

子模态迅速释放. 不过, 学界对量子流体中与经典流体对应的螺度定义尚未有完全的共识^[12], 细节还需进一步研究.

2.2 动能-螺度双约束时间可逆非平衡动力系统

文献[5]通过时间可逆平衡系综计算给出前一节“螺控声”结果的同时, 也给出了一个建立可压缩时间可逆非平衡系综的技术路径. 这里我们对形式简单的不可压缩情形展开讨论.

$$\mathcal{M}^{\pm}(t) = \frac{\left(\widehat{f}_k^+ \widehat{u}_k^{+*} + \widehat{f}_k^- \widehat{u}_k^{-*}\right) \sum_k k^3 |\widehat{u}_k^{\mp}|^2 \mp k^2 |\widehat{u}_k^{\mp}|^2 \sum_k k \left(\widehat{f}_k^+ \widehat{u}_k^{+*} - \widehat{f}_k^- \widehat{u}_k^{-*}\right)}{-\left(\sum_k k^2 |\widehat{u}_k^-|^2 \sum_k k^3 |\widehat{u}_k^+|^2 + \sum_k k^2 |\widehat{u}_k^+|^2 \sum_k k^3 |\widehat{u}_k^-|^2\right)}. \quad (4)$$

式(3)和(4)就是我们的三维不可压缩湍流能量-螺度约束的时间可逆动力学系综. Fourier空间相体积是非守恒的, 收缩率(动力学方程的散度它不一定等于熵产生率)即为耗散率^[8], 不满足刘维定理, 没有统计平衡稳态. 新系统既保持了Gallavotti-Cohen^[8]的理论框架, 又破解了约束任意而又单一的问题, 与原始动力学建立更加密切的联系, 或者会比他们的理论有一定优势, 或者将理论推到更极端以接受更严格的检验, 启发新思考.

还可以将原耗散项替换为任意关于 $\mathbf{u}$ 的其他奇次非线性函数, 再进一步将其系数像上面一样替换为动力学(涡黏性)参数. 引入两个动力学黏性参数构建三维可逆非平衡系综的思想也可推广到二维情形, 从而同时固定动能和拟涡能. 我们构建模型的方式也可调整为原来She和Jackson^[9]那样, 在每个波数 $|\mathbf{k}|$ 壳上设定双约束和求解对应于式(4)的系数. 但目前的做法更具有与平衡态正则系综对应的“非平衡正则系综”特点.

3 讨论

前面一节中通过湍流中体现手性的螺度效应尝试回答了问题(2). 这只是启示性的, 尤其对于能量-螺度双约束的时间可逆非平衡系综理论, 还有大量的工作有待推进. 下面讨论问题(3).

利用各种对称性/守恒律是数理科学研究的重要手段, 时间可逆性也使得非平衡系综更易于处理. 尤其

将 $c_{\mathbf{k}}$ 一致地固定为 c (“+”或“-”), 两边同乘 $\widehat{\mathbf{h}}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$ 并对 $\mathbf{k}$ 求和, 然后将 $\mathbf{v}$ 替换为分别对应于相应手征区的 $\mathcal{M}^c(t)$, 方程(2)变为

$$\partial_t \mathbf{u}^c = \partial_t \sum_{\mathbf{k}} \widehat{\mathbf{u}}_{\mathbf{k}}^c \widehat{\mathbf{h}}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} = \mathcal{M}^c(t) \Delta \mathbf{u}^c + \sum_{\mathbf{k}} \widehat{\mathbf{h}}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \sum_{\mathbf{k}+\mathbf{p}+\mathbf{q}=0} \sum_{c_{\mathbf{p}}, c_{\mathbf{q}}} \widehat{C}_{\mathbf{k}\mathbf{p}\mathbf{q}}^{cc} \widehat{\mathbf{u}}_{\mathbf{p}}^{c_{\mathbf{p}}} \widehat{\mathbf{u}}_{\mathbf{q}}^{c_{\mathbf{q}}} + \mathbf{f}^c. \quad (3)$$

进而令 $d\mathcal{E}/dt=0$ 和 $d\mathcal{H}/dt=0$, 我们有

是很多非平衡统计的概念与平衡统计由此可以类比统一^[8], 理论上非常有潜力.

近年来拓扑绝缘和超导量子物态备受关注, 我们分析的更广意义下的拓扑经典物态同样有不平凡的性质. 螺度的组结论拓扑学解释与流体力学结合对经典和量子流动的螺控声效果给出了与紧固固体材料统一的图像, 也应该能有一定的工程应用价值: 事实上, 力热声是耦合的, 我们的理论和进一步的数值实验结果(待发表)为流动控制提供了新思路. 以壁湍流中激波边界层干扰^[13]分离再附流动情况为例, 可以认为这与量子湍流和解释日冕加热之谜的磁重联机制类似(图1): 涡结构在这里发生剧烈的重联过程(图2(a)在之前模拟得到的流线和压力等值线图中通过云朵形状标出了发生剧烈涡重联的近壁区域), 涡纽结中的自由能释放, 转化为热能和压力能等, 对应于图2(b)各种模型模拟和实验测量结果显示的壁面压力 P_w (由远处压力 P_{inf} 无量纲化的系数)在箭头指示的“涡重联分离处”附近陡升(热流和摩阻系数图形类似). 可以从我们的结果推论, 如果控制螺度使得涡结构更稳健, 重联减少, 那么力和热的性能将可以大大改善. 这在一定程度上也可通过涡绳纽结的螺度界定能量弛豫机制^[14]来理解: 给定能量, 螺度绝对值越大, 弛豫的余地就越小, 反而言之涡绳将流体束缚得越紧.

通过控制螺度以控制壁湍流可以多种手段进行, 包括自适应吹吸气、等离子体激励^[6]和设置壁面(微)结构等. 2.1节讨论的玻色-爱因斯坦凝聚类似的螺度

图 2 (网络版彩图)斜激波与柱体湍流边界层干扰数值模拟与实验结果. (a) 流线和压力等值线^[13], (b) 壁面压力

Figure 2 (Color online) Numerical and experimental results of oblique shock interacting with the cylindrical turbulent boundary layer. (a) Streamlines and pressure contours [13]; (b) wall pressure.

效应^[12], 控制量子液体中的螺度在量子声学及其他高新技术领域的应用也有可观的前景.

最后需要指出的是, 本文讨论的统计系综和湍流

手性不能限于经典流体力学表征手性的螺度守恒及其确定性的对称性考虑(参文献[2]), 而应有所超越(比如, 可参考文献[15]考虑的随机性).

参考文献

- 1 Betchov R. Semi-isotropic turbulence and helicoidal flows. *Phys Fluids*, 1961, 4: 925–926
- 2 Zou W N, Zhu J Z, Liu X. Geometrical and topological description of chirality-relevant flow structures (in Chinese). arXiv: 1903.05349 [邹文楠, 朱建州, 刘鑫. 流动手性与结构的几何和拓扑描述. arXiv: 1903.05349]
- 3 Lee T D. On some statistical properties of hydrodynamical and magneto-hydrodynamical fields. *Quart Appl Math*, 1952, 10: 69–74
- 4 Kraichnan R H. On the statistical mechanics of an adiabatically compressible fluid. *J Acoust Soc Am*, 1955, 27: 438–441
- 5 Zhu J Z. Isotropic polarization of compressible flows. *J Fluid Mech*, 2016, 787: 440–448, arXiv: 1509.02988
- 6 Chen P, Yang Y, Zhu J Z. Plasma nonlinear chirality: Helical statistics and integrable structures (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2020, 50: 040007 [陈鹏, 杨焱, 朱建州. 等离子体非线性手性: 有螺统计及可积结构. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2020, 50: 040007]
- 7 Chernov N I, Eyink G L, Lebowitz J L, et al. Steady-state electrical conduction in the periodic Lorentz gas. *Commun Math Phys*, 1993, 154: 569–601
- 8 Gallavotti G. Nonequilibrium and Irreversibility. London: Springer, 2014
- 9 She Z S, Jackson E. Constrained Euler system for Navier-Stokes turbulence. *Phys Rev Lett*, 1993, 70: 1255–1258
- 10 Yuan X, Tian J, Shen Q, et al. Shocklets in compressible flows. *Appl Math Mech-Engl Ed*, 2013, 34: 1453–1464
- 11 Li B. Influence of flow tube geometry on turbulence-driven solar winds (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2018, 48: 059601 [李波. 湍流驱动的太阳风模型中的流管曲率效应. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2018, 48: 059601]
- 12 di Leoni P C, Mininni P D, Brachet M E. Helicity, topology, and Kelvin waves in reconnecting quantum knots. *Phys Rev A*, 2016, 94: 043605, arXiv: 1602.06880
- 13 Zhu J Z. Studies on Multi-scale Energy Cascade Turbulence Model (in Chinese). Dissertation for Master's Degree. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2003. 46–47 [朱建州. 多尺度能量级串湍流模式研究. 硕士学位论文. 北京: 中国科学院研究生院, 2003. 46–47]
- 14 Arnold V I, Khesin B A. Topological Methods in Hydrodynamics. New York: Springer, 1998
- 15 Gaeta G, Spadaro F. Random Lie-point symmetries of stochastic differential equations. *J Math Phys*, 2017, 58: 053503

Chiral turbulence: Equilibrium and non-equilibrium ensembles for time-reversible systems

ZHU Jian-Zhou^{*}

Su-Cheng Centre for Fundamental and Interdisciplinary Sciences, Nanjing 211316, China

Ideas and theories together with a new model, based on modifying the Navier-Stokes equation to obtain helical equilibrium and non-equilibrium time-reversible dynamical ensembles, of turbulence are presented. Discussion of controlling helicity to control the aeroacoustic noise and the aerodynamic force and heat follow the compressible turbulence relevant statistical mechanics analysis. Non-equilibrium dynamical ensembles with energy-helicity constraints are constructed by introducing chirality-dependent “viscosity” parameters. Applications in wall-bounded turbulence, mutual supports with Bose-Einstein condensates/quantum acoustics and the analogy with the plasma heating and acceleration in corona and solar wind are also remarked.

compressible turbulence, helicity, chirality, statistical topological fluid mechanics, time-reversible system, aeroacoustics, helically-controlled force wall-bounded turbulence, quantum acoustics

PACS: 47.27.-i, 47.37.+q, 47.27.N-, 47.40.Ki, 47.27.Rc

doi: [10.1360/SSPMA-2019-0091](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2019-0091)