

◇ 研究报告 ◇

基于改进伪势 LBM 的空泡溃灭建模*

胡青晨¹ 单鸣雷^{1,2} 朱昌平^{1,2†} 殷澄^{1,2} 姚澄^{1,2}

(1 河海大学常州市传感网与环境感知重点实验室并江苏省输配电装备技术重点实验室 常州 213022)

(2 江苏省“世界水谷”与水生态文明协同创新中心 南京 211100)

摘要 为研究空化泡溃灭阶段的数值仿真,本文以格子 Boltzmann 方法为基础,采用改进作用力引进格式,对改变力学稳定性条件相关参数进行优化。通过最优参数提取,提高该多相格子 Boltzmann 模型密度比,从而最大程度保证热力学一致性及模型稳定性。并通过共存密度曲线对比及误差值计算,确定了参数的最优值。基于改进伪势格子 Boltzmann 模型对空泡溃灭进行建模,并将计算结果和实验结果对比,验证了空泡溃灭模型的有效性,对实际运用有一定的指导意义。

关键词 格子 Boltzmann 方法,伪势模型,热力学一致性,空泡溃灭

中图分类号: TB559, O426.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-310X(2016)06-0480-07

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2016.06.002

A bubble collapse modeling based on improved pseudopotential lattice Boltzmann model

HU Qingchen¹ SHAN Minglei^{1,2} ZHU Changping^{1,2} YIN Cheng^{1,2} YAO Cheng^{1,2}

(1 Changzhou Key Laboratory of Sensor Networks and Environmental Sensing, Jiangsu Key Laboratory of Power Transmission and Distribution Equipment Technology, Hohai University, Changzhou 213022, China)

(2 Jiangsu Provincial Collaborative Innovation Center of World Water Valley and Water Ecological Civilization, Nanjing 211100, China)

Abstract To investigate collapsing stage of the cavitation bubble, a numerical model is established adopting the lattice Boltzmann method. An improved forcing scheme is adopted and the parameter relating to the mechanical stability condition is optimized to achieve the thermodynamic consistency and model stability. The optimum parameters are verified by calculating the coexistence curves and their errors. By comparing the results with experiments, the reliability of the model is validated. It is demonstrated that the pseudopotential lattice Boltzmann model is an alternative tool for bubble collapsing modeling and has some guiding significance on practical application.

Key words Lattice Boltzmann method, Pseudopotential model, Thermodynamic consistency, Bubble collapse

2016-01-30 收稿; 2016-04-25 定稿

*国家自然科学基金项目 (11274092, 11404092)

作者简介: 胡青晨 (1990-), 男, 安徽滁州人, 硕士研究生, 研究方向: 声学与通信技术。

† 通讯作者 E-mail: cpzhu5126081@163.com

1 引言

当液体内局部的压强比液体的饱和蒸气压低时,就会发生空化现象^[1]。空化时液体从液相变为气相,这种相变过程是瞬时、随机、多相的复杂现象。空化泡快速溃灭瞬间,气泡周围液体快速冲入气泡,在气泡内部和周围形成局部高温高压,整个过程伴随着一系列的热效应、机械效应及化学效应^[2-3]。一方面,人们力求避免和缓解空化效应所带来的危害;另一方面,空化过程会释放出巨大的能量,这些能量所塑造的环境能够强化某些特定的物理、化学过程。利用这些性质,空化效应广泛的应用于医学、工业、农业等多个领域^[4]。

空化机理的研究是通过空泡溃灭的研究来实现的,许多研究者借助宏观的数值方法对空化溃灭相关理论进行研究。Plesset 和 Chapman^[5]利用有限差分法进行了空泡溃灭的流场计算,成功模拟了空泡溃灭过程中的轮廓变化、射流形成等现象,得出了射流现象。Zhang 和 Chanine^[6]利用修正的普通边界元方法及高阶边界元方法计算了空泡溃灭的整个过程。上述传统的宏观数值模拟方法基于偏微分方程,难以给出界面附近的的状态方程,或很难捕获实际尺度下的界面运动^[7]。

与传统计算流体动力学 (Computational fluid dynamics, CFD) 方法不同,格子 Boltzmann 方法 (Lattice Boltzmann method, LBM) 基于微观模型和介观粒子动力学方程,其动力学本质非常适合模拟复杂的多相流^[8]。根据描述相与相之间相互作用的方式,通常将 LBM 多相流领域的模型分为颜色模型、伪势模型、自由能模型和动理学理论模型四类^[9]。其中伪势模型引入了粒子间的作用力,既便于描述各相之间的相互作用,又可自动追踪相界面运动,被广泛用于格子 Boltzmann 方法多相流领域中^[10]。空化现象的研究一直是多相流领域的热点之一,LBM 伪势模型对空化现象的研究也逐渐展开^[11]。2005年,Sukop^[12]等用原始的伪势模型模拟空化现象,验证了 LBM 仿真空化的可行性。Sbragaglia 等^[13]提出了改进的 Shan-Chen 伪势模型,通过考虑次邻近格点的影响,使得模型中相互作用力可调节性增强,提高了模拟计算的稳定性。但该模型所模拟的两相流最大密度比仅

为100左右。X. P. Chen 等^[14]把精确差分方法和 Carnahan-Starling 气体状态方程^[15]与 Shan-Chen 多相模型进行耦合,解决了大密度比条件下的二维空化泡数值仿真。

已有的研究都没有涉及到空化泡的溃灭阶段。利用 LBM 进行空化泡溃灭的数值仿真存在多方面的挑战,最为关键的是需要模型对于高密度下的动态气泡在高密度比时还能保持足够的稳定性。热力学一致性是影响多相 LBM 稳定性的一个重要因素。Q. Li 等^[16]使用改进的作用力格式对伪势模型进行了修正,并通过对作用力格式中与改变力学稳定性条件相关的参数进行调整,提高了伪势模型保证热力学一致性,进而提高了模型的密度比和稳定性。该方法最大程度的保证了 LBM 简单、高效的优势。同时,Q. Li 等论证了在一定范围内,存在调整参数的最优值。

本文针对气泡的 LBM 数值模拟问题,采用 Q. Li 等的改进伪势模型进行建模。基于欧氏距离度量确定使伪势模型的热力学一致性达到最佳的参数,保证热力学一致性的同时实现大密度比和模型稳定性。最后,基于该模型对空泡溃灭过程进行建模,通过数值模拟与实验结果的对比,验证该模型对空化溃灭过程建模的有效性。

2 数学模型

2.1 伪势模型

在格子 Boltzmann 模型中,流体的运动被描述成一系列离散的单密度分布函数。基于 Bhatnagar-Gross-Krook (BGK) 碰撞算子^[17],密度分布函数的演化方程为

$$\begin{aligned} & f_{\alpha}(\mathbf{x} + \mathbf{e}_{\alpha}\delta_t, t + \delta_t) - f_{\alpha}(\mathbf{x}, t) \\ &= -\frac{1}{\tau} [f_{\alpha}(\mathbf{x}, t) - f_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)] + F_{\alpha}(\mathbf{x}, t), \quad (1) \end{aligned}$$

式(1)中, $f_{\alpha}(\mathbf{x}, t)$ 和 $f_{\alpha}^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)$ 分别是 t 时刻节点 \mathbf{x} 处的粒子分布函数和平衡态粒子分布函数; \mathbf{e}_{α} 为粒子离散速度;流体运动粘性系数 ν 与无量纲松弛时间 τ 之间关系式为, $\nu = (\tau - 1/2)c_s^2\delta_t$; c_s 为声速; δ_t 为时间步长; $F_{\alpha}(\mathbf{x}, t)$ 为体积力。本文采用 Y. H. Qian 等人^[18]提出的 D2Q9 模型,其离散速度配置如下:

$$e_\alpha = \begin{cases} 0, & \alpha = 0, \\ \cos\left[(\alpha-1)\frac{\pi}{2}\right], \sin\left[(\alpha-1)\frac{\pi}{2}\right], & \alpha = 1, 2, 3, 4, \\ \sqrt{2}\left\{\cos\left[(\alpha-5)\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right], \sin\left[(\alpha-5)\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right]\right\}, & \alpha = 5, 6, 7, 8, \end{cases} \quad (2)$$

f_α^{eq} 的表达式为

$$f_\alpha^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t) = \omega_\alpha \rho \left[1 + \frac{3(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u}^{\text{eq}})}{c^2} + \frac{9(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u}^{\text{eq}})^2}{2c^4} - \frac{3}{2c^2}(\mathbf{u}^{\text{eq}})^2 \right], \quad (3)$$

其中, $c = \delta_x/\delta_t$ 为粒子迁移速, δ_x 为格子步长, 一般取 δ_x 和 δ_t 为长度和时间单位, 因此 $c = 1$ 。 ω_α 为权重系数 $\omega_0 = 4/9, \omega_{1-4} = 1/9, \omega_{5-8} = 1/36$ 。其中, 模型的宏观密度、速度分别定义为

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha(\mathbf{x}, t), \quad (4)$$

$$\rho(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha(\mathbf{x}, t)\mathbf{e}_\alpha. \quad (5)$$

通过对 LBGK 模型中每一个相邻节点粒子间引入非局部相互作用力, 用于直接描述粒子间相互作用力, 得出 Shan-Chen 伪势模型^[10]。对于单组分多相流伪势模型, 空间 \mathbf{x} 处流体粒子受到的粒子间相互作用合力为 $\mathbf{F}(\mathbf{x})$, 通过等效密度 ψ 表现出来, 函数表达式为

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = -G\psi(\mathbf{x}) \sum_{\alpha=0}^8 \omega(|\mathbf{e}_\alpha|^2) \psi(\mathbf{x} + \mathbf{e}_\alpha) \mathbf{e}_\alpha, \quad (6)$$

则 Shan-Chen 伪势模型的状态方程为

$$p = \rho c_s^2 + Gc^2\psi^2/2, \quad (7)$$

权重 $\omega(|\mathbf{e}_\alpha|^2)$ 取值为 $\omega(1) = 1/3, \omega(2) = 1/12$ 。 G 为粒子间相互作用系数, 其幅值决定粒子间相互作用力大小, 其符号决定粒子作用力呈吸引力或排斥力。 ψ 为等效密度, 是流体宏观密度的函数。力学稳定性条件关系式如文献^[19]所示:

$$\int_{\rho_g}^{\rho_l} (p_0 - \rho c_s^2 - Gc^2\psi^2/2) \frac{\psi'}{\psi} d\rho = 0, \quad (8)$$

式(8)中 $\psi' = d\psi/d\rho$, $p_0 = p(\rho_l) = p(\rho_g)$, 其中 ρ_l 为液相密度, ρ_g 为气相密度。在热力学原理中为了保持状态方程一致性, 等效密度 ψ 取值如文献^[20]所示:

$$\psi = \sqrt{\frac{2(p_{\text{EOS}} - \rho c_s^2)}{Gc^2}}, \quad (9)$$

本文采用 Carnahan-Starling(C-S) 状态方程, C-S 状态方程是对范德华状态方程^[21] 第一项的修正, 可表示如下:

$$p_{\text{EOS}} = \rho RT \frac{1 + b\rho/4 + (b\rho/4)^2 - (b\rho/4)^3}{(1 - b\rho/4)^3} - a\rho^2, \quad (10)$$

其中, P 是压强, ρ 是密度, T 是温度, R 是气体常数, $a = 0.4963(RT_C)^2/P_C$, $b = 0.1873RT_C/P_C$, 这里的 T_C, P_C 是临界的温度和压力, T/T_C 表示无量纲温度, 同时, 本文中设置 $a = 1, b = 4, R = 1$ 。

Shan-Chen 伪势模型在模型中通过改变平衡态分布函数中的平衡态速度 \mathbf{u}^{eq} 来体现粒子间相互作用力的影响, 即:

$$\mathbf{u}^{\text{eq}} = \mathbf{u} + \tau\delta_t\mathbf{F}/\rho. \quad (11)$$

本文采用 Q. Li 等使用的改进伪势模型, 基于改进作用力格式对伪势模型进行修正, 通过改进速度将相互作用力嵌入模型中,

$$F_\alpha = \omega_\alpha \left(1 - \frac{1}{2\tau} \right) [3(e_{\alpha i} - v'_i) + 9(e_{\alpha j} v'_j) e_{\alpha i}] F_i, \quad (12)$$

使用修正速度对粒子间作用力 F_i 进行修正, 修正速度 \mathbf{v}' 表达式为

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} + \sigma\mathbf{F}/((\tau - 0.5)\psi^2). \quad (13)$$

为了减少宏观控制方程的误差, 需要将流体宏观速度修正为碰撞前后速度的平均值, 则重新定义流体的真实速度 \mathbf{v} , 其函数表达式为 $\mathbf{v} = \mathbf{u} + \delta_t\mathbf{F}/2\rho$ 。由公式(13)可得参量 σ 与粒子间相互作用力 \mathbf{F} 存在一定的联系, 而相互作用力 \mathbf{F} 决定伪势模型的力学稳定性, 因此参量 σ 对于力学稳定性条件是一个可调参数。

2.2 参数优化

Q. Li 等^[16] 对改变力学稳定性参量 σ 研究发现, 在给定的温度下, 通过热力学一致性需求得到密度 ρ_g 大于 $\sigma = 0.0625$ 得到的密度 ρ_g 但是小于 $\sigma = 0.125$ 对应的密度 ρ_g 。故表明存在一个

$\sigma(0.0625 < \sigma < 0.125)$ 使得力学稳定性满足于热力学一致性需求, 通过改变力学稳定性参量 σ 可使模型满足于热力学一致性需求。本文通过对 Maxwell 方程分析解得到共存密度曲线与通过 LBM 模拟参量 $\sigma(0.0625 < \sigma < 0.125)$ 对应数值解得到的共存密度曲线进行对比, 从二者之间的耦合度情况选取参量 σ 值。随后将选取的参量 σ 对应的气相密度数值解与 Maxwell 方程得到的分析解通过欧氏距离度量求得其误差曲线, 通过误差曲线求得参量 σ 的最优解。

3 仿真条件与结果分析

3.1 仿真条件

不考虑重力等外力作用, 在 401×401 格子的流体区域内对二维静态气泡进行模拟, 正方形流体域四周采用周期性边界。在流体仿真区域中, 初始半径为 r_0 的气泡被置于区域的中心, 并采用文献 [22] 提出的方法对密度场进行初始化。

$$\rho(x, y) = \frac{\rho_l + \rho_g}{2} - \frac{\rho_l - \rho_g}{2} \times \tanh \left[\frac{2 \left(\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} - r_0 \right)}{W} \right], \quad (14)$$

其中, ρ_g 为气相密度, ρ_l 为液相密度, $(x_0 = 201, y_0 = 201)$ 是区域的中心位置。tanh 是双曲正切函数, 其函数表达式为 $\tanh(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$ 。W 为相界面的宽度。此处初始设置为: $W = 5, r_0 = 80$ 。如果没有特殊说明的话, 本文单位全都采用格子单位, 压力单位为 $\text{mu}/(\text{lu} \cdot \text{ts}^2)$, 半径单位为 lu, 时间单位为 ts, 密度单位为 mu/lu^3 。

3.2 结果分析

Q. Li 等 [16] 对改变力学稳定性参量 σ 研究发现, 存在一个参量 $\sigma(0.0625 < \sigma < 0.125)$ 使得力学稳定性尽可能的满足于热力学一致性需求。本文分别对参量 σ 取 0.0625, 0.096875, 0.103125, 0.11, 0.125 五个数值, 求得其对应的共存密度数值解, 将其与热力学一致性需求对应的共存密度分析解进行对比, 如图 1 所示。

图 1 给出的是通过 LBM 模拟在不同参量 σ 对应的数值解得到的密度曲线与 Maxwell 方程分析解得到的密度曲线对比图。图 1 中虚线为 Maxwell 方

程分析解得到的密度曲线, 由图 1 分析可知, 其处于参量 $\sigma(0.0625 < \sigma < 0.125)$ 对应的数值密度曲线之间, 同时随着参量 σ 的增大, 其数值密度曲线趋向于同一方向, 故确定存在一个最优 σ 值, 通过调整 σ 可以使 LBM 仿真结果符合于 Maxwell 方程分析解, 从而模型满足于热力学一致性, 提高模型的稳定性。图 1 中横轴表示气液相密度, 纵轴为无量纲温度, 随着纵轴无量纲温度的降低, 气液两相的密度比逐渐增大, 同时通过调整力学稳定性参量 σ , 可以使模型的力学稳定性条件尽可能的满足于热力学一致性需求在低无量纲温度下, 从而使模型满足于热力学一致性需求。对于气相密度与液相密度, 图 1 表明数值解与分析解在高 T/T_C 时是一致的, 当无量纲温度降低时, 气相密度的数值解与分析解偏差增大。由图 1 可得, 参量 $\sigma = 0.103125$ 对应的数值密度曲线在无量纲温度为 $T/T_C = 0.5$ 时仍然与热力学一致性需求具有较好的耦合度, 而参量 $\sigma = 0.096875$ 、 $\sigma = 0.11$ 在无量纲温度 $T/T_C = 0.5$ 对应的数值密度曲线与 Maxwell 方程分析解得出的密度曲线偏离较大。

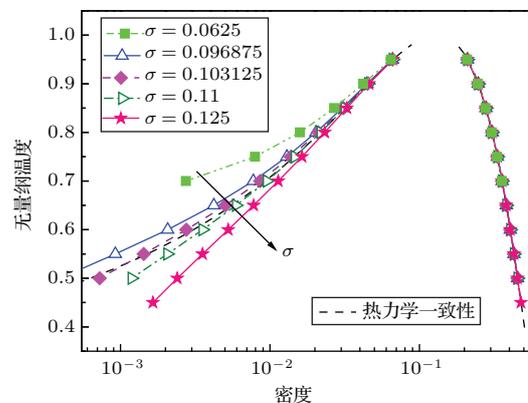


图 1 模拟二维气泡: 比较不同参量 σ 对应的共存密度数值解与热力学一致性需求得出的共存密度分析解

Fig. 1 Simulation of two-dimensional bubble: Comparison of the numerical coexistence curves obtained under different values of σ , and the coexistence curves given by the thermodynamic consistency requirement

3.3 误差分析

由图 1 可以得出, 图形的右半部分为液相密度值, 不同的参量 σ 值得出的数值解与 Maxwell 方程分析解在液相密度都有较好的耦合度, 故液相的密度误差较小, 对其不予考虑。将不同的参量 σ 对应

的气相密度数值解与 Maxwell 方程气相密度分析解通过欧氏距离度量求得其总误差, S 为总误差, ρ_{Mi} 为 Maxwell 分析解得出的气相密度值, ρ_{Vi} 为参量 σ 对应的气相密度数值解。误差 S 的数学表达式为

$$S = \sqrt{\sum_i (\rho_{Mi} - \rho_{Vi})^2}. \quad (15)$$

图2表示在不同参量 σ 对应的气相密度数值解与对应的 Maxwell 气相分析解通过欧氏距离度量得出的误差曲线。图3为采用最优参数时得到的静态的气液相密度比。

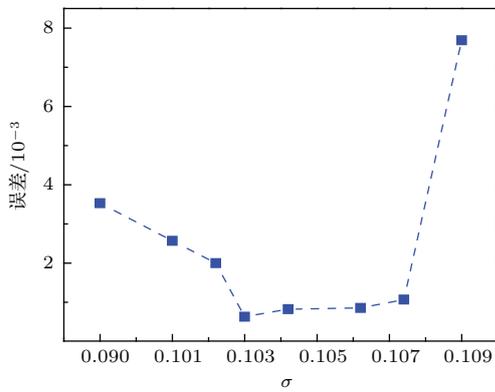


图2 参量 σ 对总误差的影响

Fig. 2 Effect of parameter σ on total error

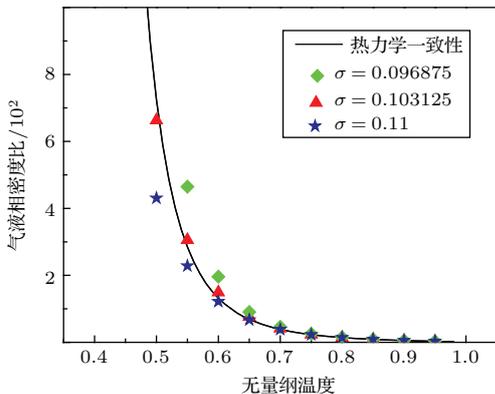


图3 无量纲温度对气液相密度比的影响

Fig. 3 Effect of dimensionless temperature on liquid-vapor density ratio

由图1分析可得, 随着参量 σ 的增大, 其数值密度曲线趋向于同一方向且包含热力学一致性的数值密度曲线, 故得出存在一个最优 σ 值, 通过图2的误差曲线分析得出存在一个最优值, 满足上面的分析, 同时参量在 $\sigma = 0.103125$ 时, 其对应的总误差最小, 而其它参量 σ 对应的总误差

都大于 $\sigma = 0.103125$ 对应的误差值。故可得参量 $\sigma = 0.103125$ 为最优解。图3给出的是不同参量对应的气液相密度比。横轴为无量纲温度, 纵轴为气液相密度比。当无量纲温度降低时, 最优参量 σ 的数值密度曲线与热力学一致性的数值密度曲线二者之间仍保持较好的耦合度, 则模型在实现热力学一致性的同时可得到大密度比。由图3 可得, 在无量纲温度 $T/T_C = 0.5$ 时, 参量 $\sigma = 0.103125$ 对应的静态的气液相密度比可以达到650, 最大程度保证热力学一致性的同时提高了伪势模型密度比及模型稳定性, 为以后进一步研究应用提供有效参考。

3.4 空泡溃灭

基于改进伪势 LBM 模型对空泡溃灭进行建模, 将空化泡溃灭的外形变化和轮廓演化的 LBM 数值结果与实验结果对比, 验证空泡溃灭模型的有效性。模拟区域大小为 401×401 格子, 物理模型如图4所示。模拟区域的左右两侧边界采用非平衡态外推边界格式, 区域顶端为 Zou/He 压力边界格式, 底端采用反弹边界模拟硬壁面。区域靠近壁面位置放置一个圆形气泡, 四周充满液体。设气泡半径为 R_0 , 圆心与壁面的垂直距离为 b 。根据 Plesset 在文献 [6] 中的描述, 近壁空化现象可用无量纲参数 $\lambda = b/R_0$ 和气泡内外压差 $\Delta P = P_\infty - P_v$ 进行特征化。 P_∞ 为环境压力, P_v 为气泡内压力, 气泡内外压力差为 $\Delta P = P_\infty - P_v$ 。由图1可得, 参量 $\sigma = 0.103125$ 时, 获得的稳定时的气液相共存密度数值解。为了得到所需的环境压力 P_∞ , 只需改变上边界入口压力(密度)值及液相密度值, 即可通过 Carnahan-Starling(C-S) 状态方程计算出气泡内外的压力差 ΔP 。

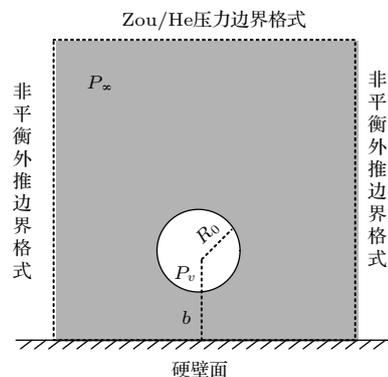


图4 空泡溃灭的物理模型

Fig. 4 The physical model of bubble collapse

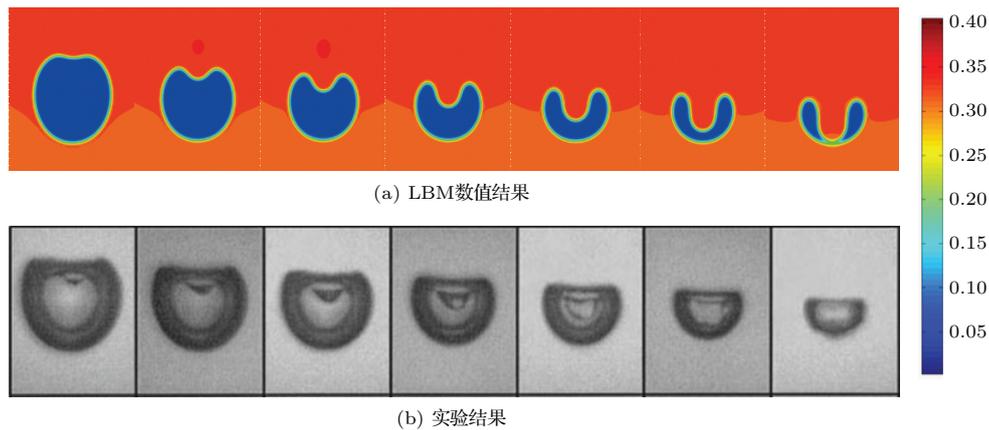


图5 气泡轮廓演化的LBM数值结果与实验结果对比

Fig. 5 LBM bubble outline evolution of comparison between numerical results and experiment results

实验仿真中,初始半径 $R_0 = 80$ 的气泡,气泡内外压力差 $\Delta P = 0.018487$,无量纲参数 $\lambda = 1.6$,松弛时间 $\tau = 0.8$,无量纲温度 $T/T_C = 0.65$ 。图5(a)情况下,气泡溃灭阶段不同时刻 t 时,LBM模拟获得的气泡密度场分布图。从密度图中易分辨出气泡的外形,方便与 Philipp 等^[23]在文献中展示的实验结果(图5(b)所示)进行比较。

从图5(b)可以看到,起始状态为对称的圆形气泡,在内外压差的作用下慢慢溃灭的过程。由于底端硬壁面的存在,靠近壁面的液相部分受压力梯度的影响产生了一定的延迟作用,泡壁运动速度要慢于其他部分,使得气泡逐渐产生非球形泡呈现出了形态大致相同、程度略有不同的溃灭过程。从对比结果来看,LBM数值模拟得到的溃灭阶段气泡外形演化过程与文献中得到的实验结果吻合效果非常好,故表明改进的伪势模型适用于空化溃灭过程建模,动态气液相密度比达到300。

4 结论

本文采用 Q. Li 等的改进伪势模型进行建模,通过对作用力格式中与改变力学稳定性条件相关的参数 σ 进行调整,使力学稳定性条件满足于热力学一致性,结果表明:当参量 $\sigma = 0.103125$ 时,其对应的数值密度曲线与热力学一致性需求数值密度曲线相近且此时误差最小。采用最优参数对气泡进行 LBM 数值仿真,其最大程度保证热力学一致性的同时提高了伪势模型密度比及模型稳定性。采用最优参量对空泡溃灭建模,结果发现通过 LBM 数

值模拟得到的溃灭阶段气泡外形演化过程与文献中得到的实验结果吻合效果较好,充分验证了改进的伪势模型符合空泡溃灭的建模,对实际应用有一定的指导意义。我们知道实际生活中,自然界中的固壁面往往是粗糙的,本文研究工作仅仅对平整壁面上进行空泡溃灭建模,而粗糙边界上的空泡溃灭建模还有待于进一步深入研究。

参 考 文 献

- [1] CHAHINE G L, KAPPAHI A, CHOI J K, et al. Modeling of surface cleaning by cavitation bubble dynamics and collapse[J]. Ultrason. Sonochem., 2015, 29: 528-549.
- [2] SHEN Y, YASUI K, SUN Z, et al. Study on the spatial distribution of the liquid temperature near a cavitation bubble wall[J]. Ultrason. Sonochem., 2016, 29: 394-400.
- [3] 莫润阳, 林书玉, 王成会. 超声空化的研究方法及进展[J]. 应用声学, 2009, 28(5): 389-400.
MO Runyang, LIN Shuyun, WANG Chenghui. Methods of study on sound cavitation[J]. Appl. Acoust., 2009, 28(5): 389-400.
- [4] 吴晓霞, 张华余, 马空军. 超声空化泡运动特性的研究进[J]. 应用声学, 2012, 31(6): 416-422.
WU Xiaoxia, ZHANG Huayu, MA Kongjun. Research progresses of movement characteristics of ultrasonic cavitation bubbles[J]. Appl. Acoust., 2012, 31(6): 416-422.
- [5] PLESSET M S, CHAPMAN R B. Collapse of an initially spherical vapour cavity in the neighbourhood of a solid boundary[J]. J. Fluid Mech., 1971, 47(2): 283-290.
- [6] ZHANG S, DUNCAN J H. On the nonspherical collapse and rebound of a cavitation bubble[J]. Phys Fluid., 1994, 6(7): 2352-2362.
- [7] DAI Q, YANG L. LBM numerical study on oscillating flow and heat transfer in porous media[J]. Appl. Therm. Eng., 2013, 54(1): 16-25.

- [8] 郭照立, 郑楚光. 格子 Boltzmann 方法的原理及应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- [9] 曾建邦. 基于气泡生长及多相流动的格子 Boltzmann 模型及应用研究 [D]. 重庆: 重庆大学, 2011.
- [10] SHAN X, CHEN H. Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components[J]. Phys. Rev. E., 1993, 47(3): 1815–1819.
- [11] 陈海楠, 孙东科, 戴挺, 等. 凝固前沿和气泡相互作用的大密度比格子玻尔兹曼方法模拟 [J]. 物理学报, 2013, 12: 120502. CHEN Hainan, SUN Dongke, DAI Ting, et al. Solidification front and bubble interaction of large density than the lattice Boltzmann method simulation[J]. Acta Phys. Sin., 2013, 12: 120502.
- [12] SUKOP M C, THORNE D T. Lattice Boltzmann method for homogeneous and heterogeneous cavitation[J]. Phys. Rev. E., 2005, 71(4): 46703.
- [13] SBAGAGLIA M, BENZI R, BIFERALE L, et al. Generalized lattice Boltzmann method with multirange pseudopotential[J]. Phys. Rev. E., 2007, 75(2): 95–105.
- [14] CHEN X P, ZHONG C W, YUAN X L. Lattice Boltzmann simulation of cavitating bubble growth with large density ratio[J]. Comput. Math. Appl., 2011, 61(12): 3577–3584.
- [15] YUAN P, SCHAEFER L. Equations of state in a lattice Boltzmann model[J]. Phys. Fluids., 2006, 18(4): 042101.
- [16] LI Q, LUO K H, LI X J. Forcing scheme in pseudopotential lattice Boltzmann model for multiphase flows[J]. Phys. Rev. E., 2012, 86(1): 3461–3463.
- [17] BHATNAGAR P L, GROSS E P, KROOK M. A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems[J]. Phys. Rev., 1954, 94(3): 511–525.
- [18] QIAN Y H, HUMIERRES D, LALLEMAND P. Lattice BGK models for Navier-Stokes equation[J]. Europhys. Lett., 1992, 17(6): 479.
- [19] SHAN X, CHEN H. Simulation of nonideal gases and liquid-gas phase transitions by the lattice Boltzmann equation[J]. Phys. Rev. E., 1994, 49(4): 2941–2948.
- [20] HE X, DOOLEN G D. Thermodynamic foundations of kinetic theory and lattice Boltzmann models for multiphase flows[J]. J. Stat. Phys., 2002, 107(1): 309–328.
- [21] van der WAALS J D. Over de continuïteit van den gas-en vloeistoestand[D]. Amsterdam: University of Amsterdam, 1873.
- [22] HUANG H, KRAFCZYK M, LU X. Forcing term in single-phase and Shan-Chen-type multiphase lattice Boltzmann models[J]. Phys. Rev. E., 2011, 84(4): 787–804.
- [23] PHILIPP A, LAUTERBORN W. Cavitation erosion by single laser-produced bubbles[J]. J. Fluid Mech., 1998, 361(1): 75–116.