

文章编号 : 1674-8190(2024)01-023-07

增材制造损坏替换件拓扑优化设计方法

尤熙雯, 高彤, 张卫红

(西北工业大学 航宇材料一体化设计与增材制造装备技术国际联合研究中心, 西安 710072)

摘要: 应急保障和战时抢修是增材制造技术发展的重要方向之一, 也给面向增材制造的结构优化设计提出了新的挑战。为了实现异种材料原位替换件的构型设计, 提出增材制造损坏替换件拓扑优化设计方法, 并以机用散热风扇为例开展应用研究。通过分析散热风扇服役环境和战时抢修需求, 在变密度方法框架下建立结构总质量和转动惯量控制在原件数据附近小范围以内、以结构整体柔顺度最小化为目标的拓扑优化问题列式, 并完成灵敏度分析公式推导。从拓扑优化结果及其重构模型的仿真数据可知: 散热风扇替换件拓扑优化结果收敛性好、满足所有设计要求, 重构方案满足增材制造工艺性要求, 验证了本文设计方法的有效性。

关键词: 拓扑优化; 增材制造; 损坏结构; 替换件; 应急保障

中图分类号: V260.5; TH122

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2024.01.03

Topology optimization method for designing replacement of the damaged part

YOU Xiwen, GAO Tong, ZHANG Weihong

(State IJR Center of Aerospace Design and Additive Manufacturing, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Emergency support and wartime repair are one of the important directions for the development of additive manufacturing technology, and also pose new challenges to the structural optimization design for additive manufacturing. In order to realize the configuration design for replacement parts of dissimilar materials, a method of topology optimization for designing replacement of damaged part manufactured by additive manufacturing was proposed. The cooling fan of an airplane is investigated as an example. Based on the analysis of the service environment and rush-repair requirement, a topology optimization problem is established under the framework of the variable density method. Meanwhile, the weight and the moment of inertia of the replacement part should be kept as equal as possible to those of the original part. Accordingly, the topology optimization formulation is established to minimize the overall structural compliance under the interval constraints of the weight and the moment of inertia of the whole structure. Sensitivity analysis is carried out consider the design-dependent effects of the centrifugal forces. According to the topology optimization result and the analysis data of the re-modelled structure, it can be seen that the topology optimization results of the cooling fan replacement parts have good convergence and meet all the design requirements. The reconstruction scheme meets the process requirements of additive manufacturing, which verifies the effectiveness of the design method in this paper.

Key words: topology optimization; additive manufacturing; damaged structure; replacement part; emergency support

收稿日期: 2022-11-11; 修回日期: 2023-03-15

基金项目: 国家自然科学基金(12172294)

通信作者: 高彤(1980—), 男, 博士, 教授。E-mail: gaotong@nwpu.edu.cn

引用格式: 尤熙雯, 高彤, 张卫红. 增材制造损坏替换件拓扑优化设计方法[J]. 航空工程进展, 2024, 15(1): 23-29, 50.

YOU Xiwen, GAO Tong, ZHANG Weihong. Topology optimization method for designing replacement of the damaged part[J].

Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2024, 15(1): 23-29, 50. (in Chinese)

0 引言

拓扑优化与增材制造技术的结合,为航空航天飞行器结构轻量化、高性能的发展提供了有效途径^[1]。拓扑优化(Topology Optimization,简称TO)方法^[2]主要包括变密度方法^[3]、均匀化方法^[4]和水平集方法^[5]等。作为概念和方案设计阶段的结构构型设计方法,拓扑优化为最大限度地发挥材料与结构的承载潜力、实现结构的轻量化与高性能设计提供了有效的技术手段^[6-7]。增材制造(Additive Manufacturing,简称AM)技术^[8]采用材料“离散堆积”成型工艺极大地拓展了复杂结构的可制造性,让工程师摆脱制造工艺的限制,在“功能性优先”的理念下设计轻量化、高性能产品。其中,金属材料增材制造工艺^[9]主要包括选择性激光烧结(Selective Laser Sintering,简称SLS)、激光选区熔融(Selective Laser Melting,简称SLM)和电子束熔化(Electron Beam Melting,简称EBM)等。

拓扑优化与增材制造组合技术因其重大工程应用价值近年来蓬勃发展,极大地改变了传统设计与制造模式,不仅能够提高结构性能、减轻重量,还能够通过一体化设计与制造,减少零件数量^[10-12]。欧洲航空防务航天公司(EADS)创新工厂利用拓扑优化和增材制造技术对空客A320的铰链支架进行了创新设计与打印加工,与原始设计相比重量降低了64%^[13]。国内也开展了大量研究和应用工作,例如,Shi G H等^[14]采用热弹性拓扑优化设计方法完成了面向增材制造工艺的高速飞行器重载支架优化设计和样件打印,减重18%;Song L L等^[15]将此技术应用于具有内部封闭空腔的全动舵一体化设计与增材制造,相较于传统中央骨架与蒙皮焊接的工艺,简化了制造工序、节省了加工时间,这一设计流程极具推广价值;邹桐煊等^[16]基于增材制造技术对离心叶轮进行了拓扑优化设计,提高了微小型航空燃气轮机的功重比和叶轮的安全裕度。

以上应用案例均采用串行模型,即首先以轻量化和高性能为目标进行结构拓扑优化设计,然后针对增材制造工艺进行适当后处理以满足工艺性要求。研究人员也充分意识到增材制造带来巨

大制造潜力的同时也存在其本身的约束,如成型精度、结构连通性、辅助支撑结构、表面粗糙度、材料性能等^[17]。为了进一步将产品设计与制造融合,充分发挥增材制造的优势、实现产品性能的最优化,考虑增材制造工艺约束的拓扑优化方法已成为近年来的研究热点。目前,相关工作主要包括尺寸控制^[18-19]、连通性约束^[20-21]、悬空角约束^[22-23]以及工艺变形控制^[24-25]等。

应急保障和战时抢修是增材制造技术发展的重要方向之一^[26],也给面向增材制造的结构优化设计提出了新的挑战。在此应用背景下,通常难以参考装备制造的要求、常备多种不同牌号的金属粉末,往往只能使用有限几种牌号的粉末,这就导致损坏替换件不得不采用异于原设计的材料。同时,缺乏全面检测设备和测试时间,要求替换件不但要满足原件功能,而且力学性能也要尽可能与原件保持一致,以避免过强或过弱的性能导致意外。

针对上述基于增材制造的应急保障和战时抢修背景,本文提出增材制造损坏替换件的优化设计方法,并以某机用散热风扇为例开展应用探索研究。在分析散热风扇结构、性能、服役环境的基础上,提出优化设计要求并构建拓扑优化列式,基于密度变量法对优化问题进行灵敏度分析推导。根据工程实际建立散热风扇优化设计模型,基于异种材料拓扑优化设计结果开展模型重构并进行力学性能校核。考虑增材制造工艺性,完成重构优化设计方案的打印加工,验证本文思路与设计方法的可行性与有效性。

1 散热风扇结构及性能分析

以一种机用散热风扇为例,如图1所示,该零件由不锈钢钣金工艺加工的外圈叶片和铝合金机加工工艺制造的内圈组成。散热风扇工作在极限转速下所受气动压力与离心力相比可以忽略不计,故设计中仅考虑旋转带来的离心力。散热风扇替换件设计除保证散热功能和强度要求外,质量和转动惯量应与原件尽可能一致。散热风扇原件材料性能如表1所示,总质量和转动惯量分别为0.248 kg和685.2 kg·mm²。

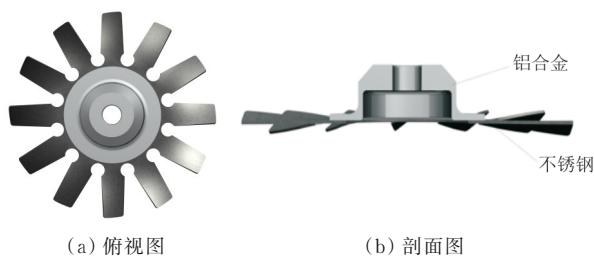


图1 散热风扇模型
Fig. 1 Cooling fan model

表1 材料性能
Table 1 Material properties

材料	密度/(g·cm ⁻³)	模量/GPa	泊松比	屈服强度/MPa
不锈钢	7.98	195	0.30	362
铝合金	2.72	72	0.33	230

对散热风扇进行静力学分析,得到位移云图如图2所示,可以看出:最大位移为0.469 mm,位于散热风扇叶片最外圈。应力云图如图3所示,可以看出:最大应力为224.8 MPa,位于散热风扇不锈钢叶片根部。

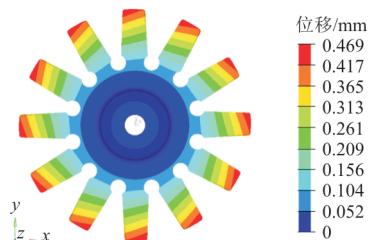


图2 原位位移云图
Fig. 2 Displacement nephogram of original part

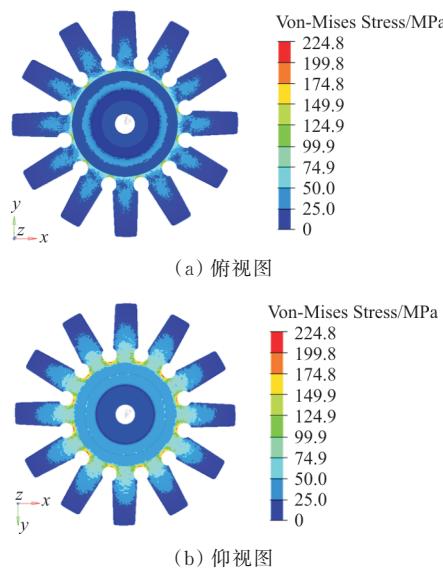


图3 原件应力云图
Fig. 3 Stress nephogram of original part

2 替换件拓扑优化问题定义

2.1 优化问题定义

在应急保障和战时抢修背景下,考虑到工艺成熟度、制造成本以及薄壁叶片的易损性,本文假设采用不锈钢SLM增材制造整体件作为散热风扇替换件。因此,设计要求为在保证散热风扇功能的前提下,满足极限转速下材料刚度和强度要求,重量保持基本不变。同时,考虑到仍使用原配电机,故要求替换件转动惯量也尽可能保持不变。

根据上述设计要求,散热风扇替换件拓扑优化问题定义为:以整体结构柔顺度最小为目标函数,结构总质量和转动惯量允许在原件数据附近小幅波动。基于密度变量法,相应的拓扑优化列式为

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{find: } \boldsymbol{X} = \{\boldsymbol{x}_i\}^T (i=1, 2, 3, \dots, n) \\ \text{min: } C \\ \text{subject to: } \boldsymbol{KU} = \boldsymbol{F} \\ 0 < x_{\min} \leq x_i \leq 1 \\ M_{\min} \leq M \leq M_{\max} \\ L_{\min} \leq L \leq L_{\max} \end{array} \right. \quad (1)$$

式中: \boldsymbol{X} 为伪密度变量矢量,包含设计区域内n个有限元单元的伪密度变量 x_i ; \boldsymbol{U} 和 \boldsymbol{F} 分别为有限元平衡方程中的节点位移向量和载荷向量; M_{\max} 和 M_{\min} 分别为质量约束的上下限; L_{\max} 和 L_{\min} 分别为转动惯量约束的上下限。

当伪密度为1时,表示该单元采用实体材料。为了避免无材料单元导致结构整体刚度矩阵奇异,引入一小量 x_{\min} 作为伪密度变量的取值下限,此时该单元可认为没有材料。

整体刚度矩阵 \boldsymbol{K} 可表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{K} = \sum_{i=1}^n \boldsymbol{K}_i \\ \boldsymbol{K}_i = \int_{\Omega_i} \boldsymbol{B}_i^T \boldsymbol{D}_i^H \boldsymbol{B}_i d\Omega_i \end{array} \right. \quad (2)$$

式中: \boldsymbol{B}_i 和 \boldsymbol{D}_i^H 分别为单元*i*的应变矩阵和弹性矩阵。

忽略较小的气动压力,仅考虑离心力(用上标C表示),载荷向量 \boldsymbol{F} 的表达式为

$$\left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{F} = \sum_{i=1}^n \boldsymbol{F}_i^C \\ \boldsymbol{F}_i^C = \int_{\Omega_i} \boldsymbol{N}_i^T (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{a}) \rho_i d\Omega_i \end{array} \right. \quad (3)$$

式中: ρ_i 为当前材料密度; N_i 为单元形函数矩阵; a 为旋转加速度向量, 这里风扇绕 z 轴做角速度为 ω 的匀速转动, 即 $a = [0, 0, \omega]^T$; r_i 为单元积分微元位置向量, $r_i = [x, y, z]^T$ 。

结构总质量 M 和总转动惯量 L 分别表示为

$$M = \sum_{i=1}^n \rho_i V_i \quad (4)$$

$$L = \sum_{i=1}^n \rho_i V_i r_i^2 \quad (5)$$

式中: V_i 为单元体积; r_i 为每个单元中心到旋转轴的距离。

显然, 本文研究的替换件拓扑优化问题与传统拓扑优化问题在约束函数方面有显著差异。典型的传统拓扑优化列式中, 材料用量(体积或质量)约束通常仅有上限。由于对替换件的要求是尽可能与原件保持一致, 同时考虑到非线性规划中等式约束往往会导致收敛困难, 因此替换件拓扑优化中材料用量约束定义为在原件材料用量数据附近小幅波动。转动惯量约束的设置同理。

2.2 灵敏度分析

本文涉及的离心力属于设计相关载荷, 因此采用 RAMP (Rational Approximation of Material Properties) 材料插值模型^[27]。第 i 个单元的弹性矩阵 D_i^H 及材料密度 ρ_i 与伪密度设计变量 x_i 之间的关系可表示为

$$\begin{cases} D_i^H = \frac{x_i}{1 + R(1 - x_i)} D^S \\ \rho_i = x_i \rho^S \end{cases} \quad (6)$$

式中: R 为惩罚因子, 可以使单元伪密度值聚集在 0 或 1 附近; D^S 和 ρ^S 分别为实体材料的弹性矩阵和材料密度。

结构整体柔顺度函数 C 作为衡量结构刚度性能的指标, 数值越小结构刚度越大, 可定义为

$$C = U^T K U \quad (7)$$

根据有限元分析中整体刚度矩阵和载荷向量的定义以及材料插值模型, 离心力作用下结构整体柔顺度的灵敏度^[26]可表示为

$$\frac{\partial C}{\partial x_i} = 2U_i^T F_i^{CS} - \frac{1+R}{[1+R(1-x_i)]^2} U_i^T K_i^S U_i \quad (8)$$

式中: K_i^S 和 F_i^{CS} 分别为单元填充实体材料时单元

刚度矩阵和离心力向量载荷。

$$K_i^S = \int_{\Omega_i} B_i^T D^S B_i d\Omega_i \quad (9)$$

$$F_i^{CS} = \int_{\Omega_i} N_i^T (a \times r_i \times a) \rho^S d\Omega_i \quad (10)$$

显然, 每次迭代的有限元分析完成后, 式中所有变量均可在单元层面读取以完成灵敏度计算。

根据各自的定义, 质量约束的灵敏度表示为

$$\frac{\partial M}{\partial x_i} = \rho^S V \quad (11)$$

转动惯量的灵敏度表示为

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \rho^S V_i r_i^2 \quad (12)$$

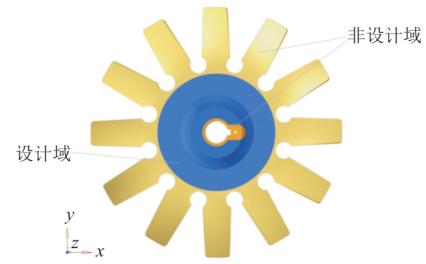
3 散热风扇替换件优化设计

3.1 拓扑优化设计

散热风扇替换件拓扑优化模型如图 4 所示。根据散热风扇原模型及设计要求, 为保证风扇的功能, 将外圈叶片部分外形保持不变并作为非设计区域; 同时, 在内圈设置转轴安装和定位槽, 也作为非设计区域。考虑到可设计区域越大意味着优化问题设计空间越大, 能够获得更好的结构性能, 因此将内圈在不影响安装和功能基础上合理扩展, 并将扩展部分作为设计域进行优化。图 4 中蓝色为设计域, 黄色为非设计域, 整个模型划分为 376 223 个四面体单元。散热风扇内圈转轴和定位槽内侧固定, 设置极限转速用以计算离心力。



(a) 优化模型剖面图



(b) 优化模型设计域

图 4 拓扑优化几何模型

Fig. 4 Geometric model for topology optimization

根据前述拓扑优化问题定义,在给定的极限转速下进行散热风扇替换件最优材料布局设计。结构总质量和转动惯量约束均定义为原件数据变化波动 $\pm 5\%$ 以内,即 $M_{\min}=0.236\text{ kg}$, $M_{\max}=0.261\text{ kg}$, $L_{\min}=631.8\text{ kg}\cdot\text{mm}^2$, $L_{\max}=698.3\text{ kg}\cdot\text{mm}^2$ 。

散热风扇替换件拓扑优化设计迭代曲线如图5所示,可以看出:优化过程经20次迭代平稳收敛,最终方案柔顺度为143 J;质量约束($M=0.246\text{ kg}$)和转动惯量约束($L=644.5\text{ kg}\cdot\text{mm}^2$)均处于上下限之间(图中浅色区域为约束函数允许范围)。

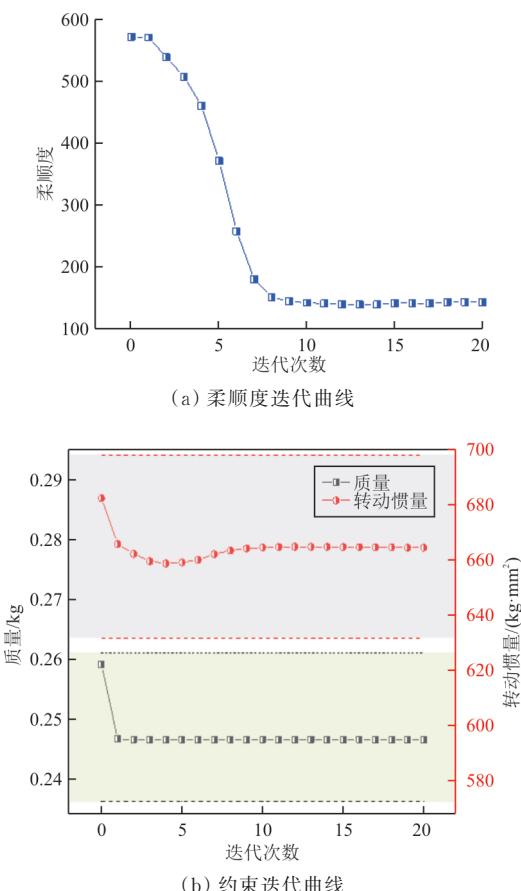


Fig. 5 Iteration curves of topology optimization design

拓扑优化设计构型如图6所示,材料分布呈现典型的镂空形式,传统工艺加工困难而适合使用增材制造加工方式。靠近转轴安装面存在圆筒形结构,上端面存在周期性镂空;圆筒与非设计区域叶片之间由一系列与转轴成约45°夹角的周期性支柱连接,每一个支撑对应一个叶片。

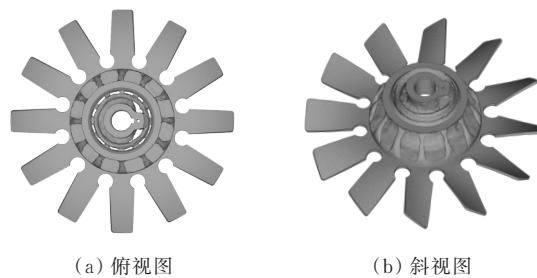


Fig. 6 Optimization configuration of replacement part

3.2 模型重构与性能分析

根据拓扑优化结果中实体材料的布局形式,散热风扇替换件重构模型如图7所示。根据拓扑优化构型,端面呈现镂空形式。考虑到风扇总体外形,打印方向采用沿z向的方案;为保证支柱和镂空部分在增材制造时不添加或便于去除辅助支撑,支柱倾角设为45°。



Fig. 7 Reconstructed replacement part

对散热风扇替换件重构模型进行静力学分析,重构模型位移云图如图8所示,可以看出:最大位移为0.272 mm,位于散热风扇叶片最外圈。重构模型应力云图如图9所示,可以看出:极限转速下最大应力为176.5 MPa,位于散热风扇底部叶片根部。

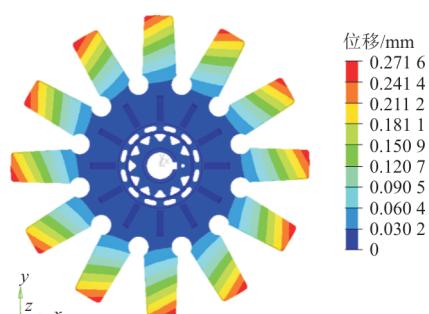
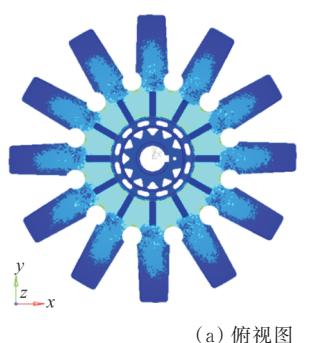
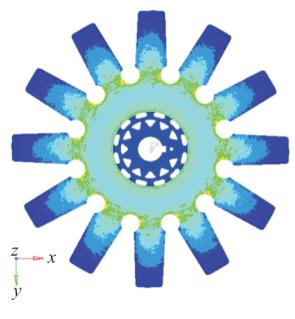


Fig. 8 Displacement nephogram of replacement part



(a) 俯视图



(b) 仰视图

图 9 重构模型应力云图
Fig. 9 Stress nephogram of replacement part

3.3 设计方案对比

散热风扇原件与替换件重构模型对比如表 2 所示,可以看出:散热风扇替换件重构模型的总质量和转动惯量均略小于散热风扇原件;重构模型最大位移较散热风扇原件下降 42.0%,结构刚性明显增加;最大应力下降 21.5%,优于原件;质量和转动惯量变化率分别为 -0.81% 和 -0.76%。可见,替换件设计方案达到了散热风扇总质量和转动惯量基本保持不变且满足材料刚度和强度的设计要求。

表 2 散热风扇设计方案对比
Table 2 Comparisons between original part and replacement part

对比样件	质量/kg	转动惯量/ (kg·mm ²)	最大位移/mm	最大单元应力/MPa	打印时间/min
原件	0.248	685.2	0.469	224.8	—
替换件	0.246	680.0	0.272	176.5	553(实测)
原件模型不锈钢打印	0.434	805.9	0.320	162.0	671(预估)
原件模型铝合金打印	0.147	272.7	0.295	54.5	598(预估)

4 替换件工艺性分析与样件加工

散热风扇替换件重构模型增材制造中的辅助支撑设计如图 10(a)所示,可以看出:替换件仅需在散热风扇底部增加辅助支撑(黄色)且易于去除,而倾斜支柱和镂空部分不需要支撑。采用不锈钢 SLM 增材制造工艺加工的全尺寸样件如图 10(b)所示,加工设备为铂力特 S310,实测打印耗时 553 min。



(a) 辅助支撑示意图



(b) 增材制造全尺寸样件

图 10 散热风扇替换件工艺性及样件分析
Fig. 10 Model and sample of replacement part

若直接采用原方案几何模型打印,至少有全部采用不锈钢、全部采用铝合金两种方案,相关数据如表 2 所示。这两种方案的结构质量和转动惯量均与原件数据存在很大差异,不符合 2.1 节的替换件要求假设;同时,由于原件模型体积较大,与前文所述替换件方案相比,打印时间均有一定增加(21.3% 和 8.1%)。需要指出,如果对替换件的要求是质量和转动惯量均不超过原件,那么采用原件模型铝合金打印亦能满足要求,但与不锈钢相比,铝合金增材制造成本略高、薄壁风扇叶片在存储和搬运中更容易损坏。

5 结 论

1) 本文提出了异种材料增材制造损坏替换件拓扑优化设计方法,与传统拓扑优化问题相比,最大的不同在于替换件重量和特定性能要求与原件尽可能一致。在替换件拓扑优化中将此类约束定义为在原件相关数据附近小幅波动,即区间约束,能够有效实现设计意图。

2) 本文提出了增材制造损坏替换件的优化设计方法这一研究新方向,但研究对象较为简单,仍有大量工作值得深入开展。散热风扇属于功能件而非承力件,因此本文设计中并未要求力学性能与原件尽可能一致,而承力结构替换件应当增加这一

要求,需要定义并求解具有针对性的优化问题。

3) 本文算例恰好满足增材制造工艺性要求,不存在悬空角、连通性等工艺约束问题,而更复杂的结构替换件可能需要在设计中进一步引入工艺性约束。

4) 本文算例仍需花费大量时间进行模型重构与分析校核,实际应用中只能提前完成预定材料替换件设计,作为构建保障资料一同交付使用单位,亟需进一步发展在保障现场实现快速设计、快速校核的方法与能力。

上述2)~4)条之内容构成了增材制造损坏替换件的优化设计这一新方向未来的核心研究内容。

参 考 文 献

- [1] 朱继宏,何飞,张卫红.面向增材制造的飞行器结构优化设计关键问题[J].航空制造技术,2017(5): 6-13.
ZHU Jihong, HE Fei, ZHANG Weihong. Key problems of aircraft structure optimization design for additive manufacturing[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2017(5): 6-13. (in Chinese)
- [2] 夏天翔,姚卫星.连续体结构拓扑优化方法评述[J].航空工程进展,2011, 2(1): 1-11.
XIA Tianxiang, YAO Weixing. Review of topology optimization methods for continuum structures [J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2011, 2(1): 1-11. (in Chinese)
- [3] XU A P, LIU Y S, WANG H, et al. Topology optimization of TWB autodoor based on variable density and variable thickness methods [C] // International Conference on Advanced Technology of Design and Manufacture (ATDM 2010). USA: IET, 2010: 84-88.
- [4] GUEDES J M, KIKUCHI N. Preprocessing and postprocessing for materials based on the homogenization method with adaptive finite element methods [J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 1990, 83 (2) : 143-198.
- [5] CAO S Y, WANG H B, TONG J B, et al. A hole nucleation method combining BESO and topological sensitivity for level set topology optimization[J]. Materials, 2021, 14(9): 2119-2125.
- [6] SIGMUND O, MAUTE K. Topology optimization approaches [J]. Structural & Multidisciplinary Optimization, 2013, 48: 1031-1055.
- [7] ZHU J H, ZHANG W H. Topology optimization in aircraft and aerospace structures design [J]. Archives of Computational Methods in Engineering, 2016, 23(4): 595-622.
- [8] FRAZIER W E. Metal additive manufacturing: a review [J]. Journal of Materials Engineering & Performance, 2014, 23(6): 1917-1928.
- [9] BLAKEY M B, GRADL P, SNEDDEN G, et al. Metal additive manufacturing in aerospace: a review [J]. Materials & Design, 2021(12): 110008.
- [10] 谷小军,徐珉轲,张薇,等.重型运载火箭发动机机架与舱段传力结构一体化拓扑优化设计[J].火箭推进,2022, 48 (2): 27-35.
GU Xiaojun, XU Minke, ZHANG Wei, et al. Integrated topology optimization design of engine frame and cabin force transmission structure of heavy launch vehicle[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2022, 48(2): 27-35. (in Chinese)
- [11] 张卫红,周涵,李韶英,等.航天高性能薄壁构件的材料—结构一体化设计综述[J].航空学报,2023, 44(9): 30-46.
ZHANG Weihong, ZHOU Han, LI Shaoying, et al. Integrated design of materials and structures for high performance thin-walled aerospace components[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2023, 44 (9) : 30-46. (in Chinese)
- [12] LIU J K, GAYNOR A T, CHEN S K, et al. Current and future trends in topology optimization for additive manufacturing [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2018, 57(6): 2457-2483.
- [13] TOMLIN M, MEYER J. Topology optimization of an additive layer manufactured (ALM) aerospace part[C] // Proceedings of the 7th Altair CAE Technology Conference. USA: CAE, 2011: 1-9.
- [14] SHI G H, GUAN C Q, QUAN D L, et al. An aerospace bracket designed by thermo-elastic topology optimization and manufactured by additive manufacturing [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2019, 33(4): 1252-1259.
- [15] SONG L L, GAO T, TANG L, et al. An all-movable rudder designed by thermo-elastic topology optimization and manufactured by additive manufacturing [J]. Computers & Structures, 2020, 195: 106405.
- [16] 邹桐煊,王云.微小型航空燃气轮机离心叶轮拓扑优化设计[J].航空工程进展,2022, 13(2): 136-142.
ZOU Tongxuan, WANG Yun. Topology optimization design of centrifugal impeller of micro aero gas turbine[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2022, 13 (2): 136-142. (in Chinese)
- [17] 朱继宏,周涵,王创,等.面向增材制造的拓扑优化技术发展现状与未来[J].航空制造技术,2020, 63(10): 24-38.
ZHU Jihong, ZHOU Han, WANG Chuang, et al. Status and future of topology optimization for additive manufacturing [J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2020, 63 (10): 24-38. (in Chinese)
- [18] LIU J K. Piecewise length scale control for topology optimization with an irregular design domain[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2019, 351: 744-765.
- [19] ZHANG X M, ZHU B L. Imposing minimum length scale in moving morphable component (MMC)-based topology optimization using an effective connection status (ECS) control method [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2019, 351: 667-693.