

两相流密度波不稳定性分析的一个显式判据

张作义 高祖瑛 王大中

(清华大学核能技术研究所, 北京 100084)

关键词 不稳定性、两相流、非平衡态热力学

气液两相流密度波不稳定性对水冷反应堆、锅炉、蒸气发生器及化工设备的安全和运行均有不利影响。目前国际上流行的研究方法是直接求解动力学微分方程的时域法和频域法。它们的稳定性判据均属“隐式”，不利于研究不稳定性的产生机理，寻找克服不稳定性的途径以及整理该领域已有的大量实验数据。本文利用非平衡态热力学广义超熵产生判据，提出了两相流密度波不稳定性分析的能量原理。该原理的数学基础是 Lyapounov 稳定性第二定律，它属于“显式”判据，在很多领域对应最小能量原理，能超越各类具体的动力学方程，反映系统稳定性的深层物理本质。

一、原理的提出

非平衡态热力学的广义超熵产生判据取广义熵的二阶变分为判定系统稳定性的 Lyapounov 函数^[1]：

$$L = - \int_V \delta^2(\rho z) dv \\ = \int_V \frac{\rho}{T} \left[\frac{(\delta P)^2}{\rho^2 c^2} + \frac{T}{C_p} (\delta s)^2 + (\delta u)^2 \right] dv, \quad (1)$$

式中 z 为广义熵，它由熵及动能项组成：

$$z = s - \frac{1}{2} T_0^{-1} (u)^2, \quad (2)$$

式中 δP 为压力偏离定态的扰动量， δs 、 δu 依次为熵和速度的扰动量。(1)式右端依整个系统空间积分。

利用局域平衡假设，对两相流不稳定性分析场合，可证得(1)式正定^[2]。已有研究表明，两相流动力学不稳定性可分为压力波和密度波两种。压力波的频率比密度波高 $10^2 \sim 10^3$ 量级。这将导致压力波和密度波分离，被当作两种纯粹的波加以研究。对这两种波效应的量级研究表明：在密度波不稳定性

分析场合，(1)式中代表压力能贡献的第一项、代表动能的第三项，这两项与代表热能的第二项相比小马赫数 M 平方的量级。其时间导数也是如此^[2]。由于发生密度波不稳定性的实际设备均是小马赫数运行，因此压力能项和动能项可以忽略，(1)式简化为

$$L = \int_V \frac{\rho}{C_p} (\delta s)^2 \cdot dv. \quad (3)$$

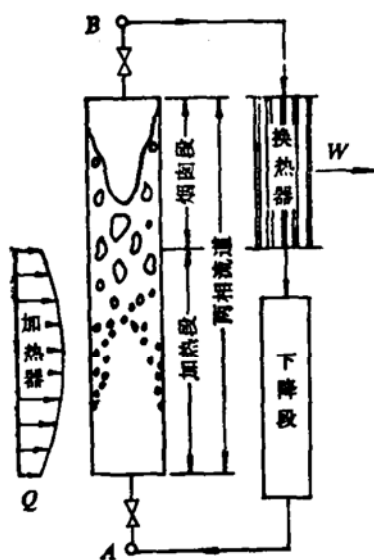


图1 两相流动系统

该式可用复形式进一步表达为

$$L = \int_V \frac{\rho}{C_p} \delta s \delta s^* \cdot dv, \quad (4)$$

上角标有*的代表相应的复共轭量。对图1所示的两相流动系统,取(4)式的时间导数,代入一维的扰动熵方程后有

$$\frac{dL}{dt} = \int_V \frac{1}{C_p} \left[\frac{\delta s \delta Q^* + \delta s^* \delta Q}{T} - \frac{Q}{GT} (\delta s \delta G^* + \delta s^* \delta G) - G \frac{\partial(\delta s \delta s^*)}{\partial Z} \right] \cdot dZ. \quad (5)$$

在(5)式中壁面热流扰动 δQ 和流量扰动 δG 均可根据密度波的模式表达为独立变量 δs 的函数。因此它可写成如下泛函形式:

$$\frac{dL}{dt} = L_s(\delta s(Z), \{N_i | i = 1, \dots, n\}), \quad (6)$$

其中 N_i 为一系列刻画系统几何与定态特性的无因次准则数。按照能量原理,如对满足边界条件的所有扰动函数 δs ,均有 $\frac{dL}{dt} < 0$,则系统是稳定的。

这只是系统稳定的充分条件。对能量原理必要条件的完整讨论可见文献[2]。利用能量原理判定两相流密度波不稳定性的临界条件转化为给出适当的扰动函数 $\delta s(Z)$ 。可通过变分法求解,也可直接模拟本征函数。

二、实用无因次准则判据

采用本征函数模拟法,本文给出了低出口干度的第一类密度波不稳定性的无因次准则判据。清华大学核能技术研究所的回路实验被用于比较。该回路是为验证5MW低温核供热堆的热工水力稳定性而建造的,其结构如图1。实验工况范围见表1。无因次准则判据如下:

$$\frac{(1-bX)}{FrK_z} (\ln \gamma + \theta_0 N_{pch} (N_{sub} - \ln \gamma)) - 0.4 \frac{N_{pch}^2}{N_{sub} N_l} \begin{cases} < 0, \text{ 稳定;} \\ > 0, \text{ 不稳定.} \end{cases} \quad (7)$$

各参数定义如下:

$$\text{相变数: } N_{pch} = \frac{W}{G \cdot \Delta h_{gl} \cdot \beta^+}, \text{ Froude 数: } Fr = \frac{u_0^2}{gl},$$

$$\text{密度数: } \beta^+ = \frac{\rho_g}{\rho_l - \rho_g}, \text{ 过冷准则数: } N_{sub} = \frac{\Delta h_g}{\Delta h_{gl}} \cdot \frac{1}{\beta^+},$$

表1 清华大学核能技术研究所实验工况范围

压力 (MPa)	功率 (kw)	入口过冷度(°C)	入口阻力	出口阻力	回路阻力
0.784, 1.47	20—120	5—35	25, 60	2	8

其中 K_z 为流道总阻力系数, X 为加热器热惯性影响因子, N_l 、 θ_0 为流道几何参数。 $b = 0.8$, $\gamma = 1 + N_{pch} - N_{sub}$ (详见文献[2])。

对该判据除用实验数据加以验证外,还与工程中常用的频域 NUFREQ 和时域 RETRAN 02 程序的计算结果相比较。程序采用的物理模型见表2,结果见图2—4,符合较好。它表明该判据和程序计算结果有同等精度,在不同运行条件下也是正确的。

图2 NUFREQ 和 RETRAN02 程序模型特点

程 序	相模型	过冷模型	热流分布	加热器动力学	特 征	判稳方法
频 域 NUFREQ	均 相	无过冷	均 匀	点模型	核耦合 BWR 密度 波不稳定性分析	特征根的奈魁 斯特图
时 域 RETRAN02	滑 移	考 虑	物理计算	一 维	动态热工水力分析	解是发散还是收敛

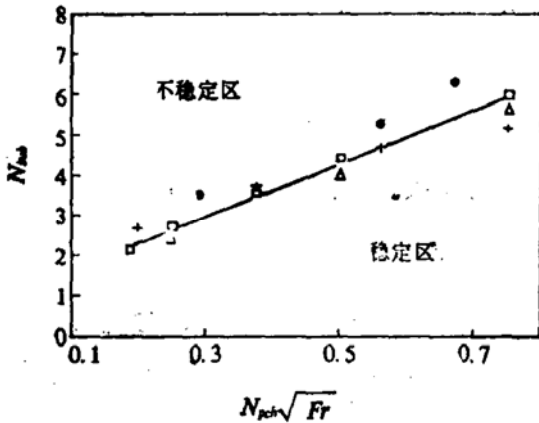


图2 简化判据的验证比较(1)

$P = 1.47\text{MPa}$, $K_i = 25$, $K_e = 2$, $K_{loop} = 8$,
 $L = 3.79\text{m}$.

□ 本文方法; + 实验; ● RETRAN02; △ NUFREQ

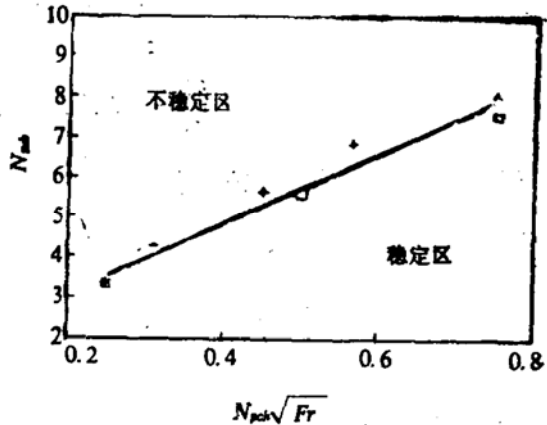


图3 简化判据的验证比较(2)

$P = 1.47\text{MPa}$, $K_i = 60$, $K_e = 2$, $K_{loop} = 8$,
 $L = 3.79\text{m}$.

□ 本文方法; + 实验

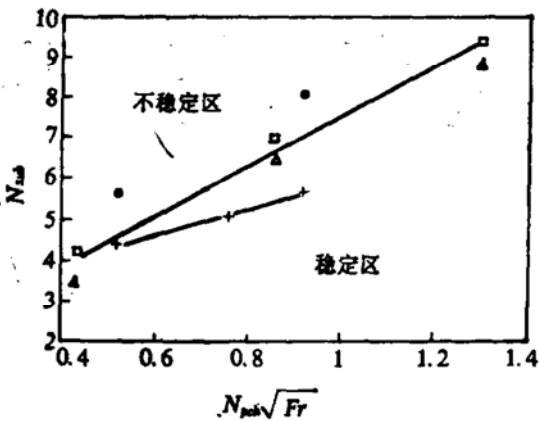


图4 简化判据的验证比较(3)

$P = 0.784\text{MPa}$, $K_i = 25$, $K_e = 2$,
 $K_{loop} = 8$, $L = 3.79\text{m}$.

□ 本文方法; + 实验; ● RETRAN02;
△ NUFREQ

三、结 论

为分析两相流密度波不稳定性, 本文给出了便于研究不稳定性产生机理的一个显式判据. 同时提供一种通用方法, 通过模拟本征函数, 可将原需大型计算机求解的复杂系统稳定性问题简化为确定无因次代数准则式的符号. 并适用于工程上对大量实验数据进行半经验性分析.

有关符号说明: c : 音速; C_p : 定压比热容; G : 质量流率, $G = \rho u$; K_i : 入口阻力系数; K_e : 出口阻力系数; K_{loop} : 回路阻力系数; Q : 单位长度表面释热率; l : 流道长度; p : 压力; s : 比熵; T : 温度; u : 速度矢量; u_0 : 入口速度; Z : 流道坐标; σ :

广义焓; ρ : 密度; ρ_g , ρ_l : 气液密度; Δh_{ef} : 潜热, $\Delta h_{ef} \approx h_g - h_l$; Δh_i : 过冷焓.

参 考 文 献

- [1] Glansdorff, P., Prigogine, I., *Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations*. Wiley-Interscience, New York, 1971.
- [2] 张作兴, 两相流密度波不稳定性的能量原理, 清华大学工学博士论文, 1989.