

一种基于模式搜索算法的基阵波束优化方法

许钢灿[†] 刘贯领 沈文苗

(杭州应用声学研究所 杭州 310012)

摘要 波束形成在声纳/雷达信号处理中占有重要的地位,而设计出满足要求的波束形状是声纳/雷达信号空间处理的重要内容。自适应波束形成算法理论上可以获得最优的工作性能,但其计算复杂度高、宽容性差等缺点严重地限制了这些算法的实际应用。本文采用基于模式搜索的波束优化算法,获得了与实际接收数据无关的、类似于窗函数的幅度权系数。与加窗波束形成算法相比,这种方法可以在保证主瓣宽度不展宽的情况下,有效降低旁瓣级,并且,这种方法对基阵的几何形状没有任何限制。

关键词 波束形成,幅度加权,波束优化,低旁瓣,模式搜索,数据无关

An array beampattern optimization method based on pattern search algorithm

XU Gang-Can LIU Guan-Ling SHEN Wen-Miao

(Hang Zhou Applied Acoustics Research Institute, Hang Zhou 310012)

Abstract Beamforming is of great consequence in modern sonar and radar applications. Obtaining a desired beampattern is an important part of sonar/radar spatial signal processing. Performances of the adaptive beamforming algorithms are optimal in theory, but the excessive computational demand and complexity, poor robustness and other shortcomings greatly degrades their practicability. In this paper, beampattern optimization based on pattern search (PS) theory is adopted to obtain a set of data-independent and window-function-like amplitude shading coefficients. Compared with the traditional shaded beamforming, the proposed method can greatly reduce the sidelobe level without broadening the mainlobe. What is more, this method is array-shape-free.

Key words Beamforming, Amplitude shading, Beampattern optimization, Low side-lobe level, Pattern search, Data-independent

2008-08-26 收稿; 2009-03-06 定稿

作者简介:许钢灿(1964-), 浙江诸暨人, 副教授, 研究方向: 水声工程。

刘贯领(1978-), 男, 博士, 工程师。

沈文苗(1965-), 男, 教授, 硕士生导师。

[†]通讯作者:许钢灿, E-mail:xugangcan@yahoo.com.cn

1 引言

波束形成在现代声纳和雷达信号处理中占据重要的地位，它的作用体现在以下三个方面：(1) 空间滤波，提高信噪比；在保证来自某一方位的信号无损失顺利通过的同时，抑制来自其它方向的信号，从而达到提高信噪比的目的；(2) 方位估计；提供目标信号的波达方向，为目标定位提供方位信息；(3) 允许对来自不同方位到达的信号进行独立的检测和分辨。

常规波束形成的本质是对基阵各阵元的输出信号施加不同的时间延迟，以补偿各个阵元上的传播时延，使来自某一方向上的信号同相，从而可以在叠加后达到增强信号的目的。其它更为复杂的波束形成方法，其实就是在对阵元输出信号施加不同时间延迟的同时，对各阵元信号的幅度进行了加权处理。波束形成算法的不同，归根结底，在于幅度加权系数的选择方式不同。

一般来说，波束形成算法可以分为两大类，即与数据无关的波束形成算法和统计最优波束形成算法。与数据无关的波束形成算法，如幅度加权系数全为 1 的均匀加权波束形成和幅度加权系数为某个窗函数（如 Chebyshev 窗、Gaussian 窗等）的加窗波束形成，其加权系数乃至整个波束形成向量与接收数据无关。这类算法具有稳健性好的优点。通过加窗的方式虽然可以降低旁瓣的高度，提高强干扰下弱目标的检测能力，但与此同时，也使得主瓣变宽，空间分辨率降低。而且，加窗的方法只能用在均匀线列阵和圆环阵，对其它阵型（如体积阵）并不适用。

统计最优的波束形成算法则根据接收数据的统计特性选择波束形成向量（可归结到加权系数），在干扰信号的方向形成零点，从

而使波束形成器的输出信噪比最大。由于基阵的统计特性往往随时间变化，因此通常利用实测数据估计得到，这就是通常所说的自适应波束形成算法。从理论上讲，基于数据的自适应波束形成算法具有最优的性能，但是这类算法普遍具有运算复杂度高、稳健性差等缺点。就 MVDR（最小方差无失真响应）波束形成而言，当预成波束方向和真实波达方向存在偏差时，目标回波将被误认为是干扰而加以抑制，严重影响波束形成的质量和性能。

本文利用波束优化理论^[1]，获得一组与数据无关的波束形成幅度加权系数，与常规加窗波束形成不同的是，用这种方法得到的权重系数可以在波束主瓣宽度不变的情况下，有效降低旁瓣的高度，从而可以在分辨率不变的情况下，提高强干扰背景下弱目标的检测性能。

2 基于模式搜索的波束优化理论

2.1 波束图的统一表示方法^[2]

如图 1 所示，对于任意一个由 M 个阵元构成的阵列，其第 m（m=1,2,...,M）个阵元的空间位置坐标为：

$$\vec{r}_m = (r_m \cos \phi_m \cos \theta_m, r_m \cos \phi_m \sin \theta_m, r_m \sin \phi_m)$$

(1)

同时，平面波的入射方向为：

$$\vec{u} = (\cos \phi \cos \theta, \cos \phi \sin \theta, \sin \phi)$$

(2)

假设声速用 c 表示，则该基阵的第 m 个阵元接收到的信号相对于原点接收到的信号的时间延迟为：

$$\tau_m = -\frac{\vec{u} \cdot \vec{r}_m}{c} = -\frac{r_m \cos \phi_m \cos \phi \cos(\theta - \theta_m) + r_m \sin \phi_m \sin \phi}{c}$$

(3)

对窄带信号而言，信号的时间延迟可以用信

号相位差表示,因此该 M 元基阵的响应矢量可以表示为:

$$\vec{a}(f,\phi,\theta)=[e^{-j2\pi f\tau_1},e^{-j2\pi f\tau_2},\dots,e^{-j2\pi f\tau_M}]^T \tag{4}$$

其中 f 为入射信号的中心频率。由 N 个不同方向的阵列响应向量构成的矩阵,记为:

$$A=[\vec{a}(f,\phi_1,\theta_1) \ \vec{a}(f,\phi_2,\theta_2) \ \cdots \ \vec{a}(f,\phi_N,\theta_N)] \tag{5}$$

几乎所有的波束形成算法的波束形成向量均可以表示为常规波束形成向量与幅度权向量的点乘,即:

$$\vec{v}(f,\phi,\theta)=\vec{w}\odot\vec{a}(f,\phi,\theta) \tag{6}$$

其中 $\vec{w}=[w_1 \ w_2 \ \cdots \ w_M]$ 为各阵元的幅度加权系数构成的向量, $\vec{a}(f,\phi,\theta)$ 则为阵列的响应矢量。基阵的波束图可以表示为:

$$\begin{aligned} P(f,\phi,\theta) &= 20\log_{10}\left(\frac{|\vec{v}^H A|}{\max\{|\vec{v}^H A|\}}\right) \\ &= 20\log_{10}\left(\frac{|[\vec{w}\odot\vec{a}]^H A|}{\max\{[\vec{w}\odot\vec{a}]^H A\}}\right) \end{aligned} \tag{7}$$

由于 $\vec{a}(f,\phi,\theta)$ 和 A 是常量,因此波束形成算法的优劣主要由权向量 $\vec{w}$ 确定。本文将在 2.2 节中介绍基于模式搜索的权向量确定方法。

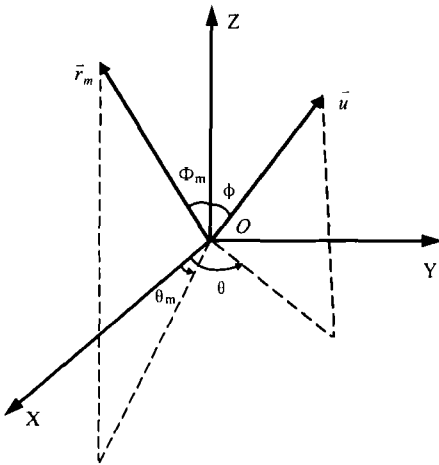


图1 基阵三维空间模型

2.2 波束优化方法

努力获得更低的旁瓣是波束形成算法的主要目标之一。本文研究的重点在于保证主瓣宽度不展宽的前提下,如何通过数值优化

的方法降低波束的旁瓣。数值优化方法^[1]的第一步,就是建立目标函数与待优化变量之间的关系式。

设主瓣所在的区域的方位角范围为 $[\theta_L(k),\theta_R(k)]$, 仰角范围为 $[\phi_L(k),\phi_U(k)]$, 则波束优化的目标函数可以表示为:

$$\begin{aligned} &\min(\max\{P(f,\phi,\theta)\}), \\ &\text{且 } \phi\in[\phi_L,\phi_U] \ \theta\in[\theta_L,\theta_R] \end{aligned} \tag{8}$$

简单的说,就是使波束图的最高旁瓣最小化,其中 P 的数学表达式见式 (7)。

基于函数梯度的优化算法,如牛顿法(包括修正牛顿法、准牛顿法),是数学上最为重要、在实际工程中应用较为广泛的优化方法。这类算法的数学推导过程明晰、收敛速度快,其缺点是目标函数与待优化变量之间需存在明确的表达式,并且目标函数是连续可导的。就波束优化问题而言,由于波束最大旁瓣出现的位置随加权系数的不同而不同,建立明确的关系式是十分困难的。鉴于此,本文提出利用模式搜索(Pattern Search)的优化方法。

2.3 基于模式搜索的波束优化方法

与遗传算法(GA)和模拟退火(SA)算法^[3]一样,模式搜索算法也是一种直接优化方法^[4,5]。这类算法的共同特点是不需要对目标函数进行求导,甚至不要求目标函数连续,它们主要涉及到的运算是目标函数的比较,差别在于“新解”的生成方式不同。

在模式搜索理论中,“模式”是由多个向量构成的向量集合,它决定着每一个迭代过程“新解”的产生方式。实际上,所有的“解”构成一个子空间,那么能生成该子空间的基就可以用作为模式搜索算法的“模式”。所不同的是,因为模式搜索算法中的网格尺寸(类似于牛顿优化算法中的步长)是正值,因此为了保证“解”集的完备性,“模式”中向量的个数是一般子空间基个数的 2 倍。具体地说,如果待优化问题的独立优化参数的个数为

N, 则最直观的“模式”集合可以取为:

$$S = [I, -I] \quad (9)$$

其中 I 为 $N \times N$ 的单位阵。

基于模式搜索的优化方法其实是个递归过程, 其算法流程为:

给定初始向量: $x = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]$; 初始步长 $\mu=1$;

步骤 1: 生成的新的搜索点 (共 $2N$ 个, 称为“网格”);

$$y_k = x + \mu v_k;$$

其中 v_k 是式 (9) 中矩阵 S 的第 k 列。

步骤 2: 计算并比较“步骤 1”生成的新搜索点的适应度。

步骤 3: 比较新搜索点的适应度与初始点适应度的关系, 如果某个新搜索点的适应度优于原始点, 则用新搜索点代替初始点, 并增大搜索步长 ($\mu=2\mu$);

如果新生成的搜索点适应度均劣于初始点, 择减小搜索步长 ($\mu=0.5\mu$);

步骤 4: 回到第一步, 重复该过程。

退出该循环的准则可以有多个, 比如设定搜索步长的最小值, 如果小于该值, 则结束搜索; 同时也可当连续两次迭代“最优解”适应度之差小于某一预定值时退出该循环。

本文将基于模式搜索的波束优化方法分为两大类型, 即直接优化法和间接优化法。直接优化法就是以阵元信号幅度加权系数为待优化变量的一种优化方法; 而间接法则通过优化其它变量, 经过一定的转换才可以得到幅度加权系数。在 MVDR 波束形成算法中, 当某个方向存在干扰时, 波束图将在该方向形成凹点加以抑制, 并且凹点的深度随干扰强度的增大而增大。利用这一现象, Olen 和 Compton^[6]提出在旁瓣区增加人为干扰的方法在这些点形成凹点, 从而达到降低旁瓣的目的。假设在旁瓣区存在 J 个干扰源, 其中第 j 个干扰源的强度和方向分别为 σ_j^2 和

θ_j , 则基阵输出的稳态干扰协方差矩阵可以表示为 (假设噪声的方差为 1):

$$R_i = \sum_{j=1}^J \sigma_j^2 \bar{a}(f, \phi, \theta) \bar{a}^H(f, \phi, \theta) + I \quad (10)$$

式中 I 为单位矩阵, $\bar{a}$ 为阵列的响应矢量, 则响应的波束形成向量为:

$$\bar{v} = \mu R^{-1} \bar{a}(f, \phi, \theta) \quad (11)$$

幅度加权向量可以通过 $\bar{v}$ 和 $\bar{a}$ 的点除获得。 μ 为常数, 一般可取为 $1/\bar{a}^H(f, \phi, \theta) R^{-1} \bar{a}(f, \phi, \theta)$ 。

间接法可以通过优化所加干扰的方向 θ_j 和强度 σ_j^2 , 反求幅度加权向量。

下面以一个体积接收阵为例, 说明模式搜索方法的应用以及需要注意的问题。

3 波束优化实例分析

下面以由 5×5 个阵元构成的浮标接收机为例, 对上述提到的方向进行仿真分析。浮标接收机的形状如图 2 所示, 即 25 枚浮标分别安装在 5 个角度间隔为 72° 的 5 支撑臂上。支撑臂上两相邻阵元之间的距离为半波长。

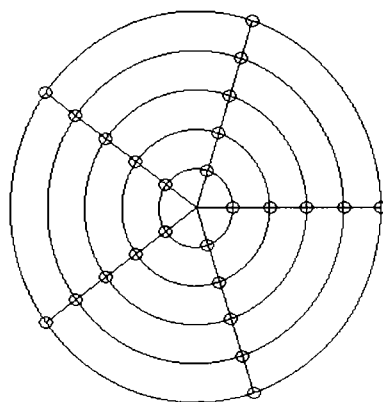


图 2 仿真用基阵结构

本文仿真实验中的基阵的设计频率为 1500Hz, 则同一臂上相邻两阵元的间隔为 0.5m。对于图 2 所示的基阵, 由于其垂直方向没有孔径, 因此公式 (3) 中 Φ_m 和 Φ 均为

90°。利用式(4),可以很容易地得到该基阵的阵列响应矢量:

$$\vec{a}(f, \theta) = [\exp(-j \frac{\pi f}{c} [1:5] \otimes \cos(0.4\pi[0:4] - \theta))]^T \quad (12)$$

其中,“ $\otimes$ ”表示两个矢量的 Kronecker 张量积。

本文以 0°方向(即波阵面与某一支撑臂垂直)为例,研究基于模式优化的波束优化问题。式(8)中主瓣方位角范围设定为 $[-14^\circ, 14^\circ]$ 。采用间接法时,在主瓣以外的其它方向 165 个方向(角度间隔为 2°)人为增加干扰,通过优化这些干扰的强度大小实现基阵波束图的优化。

3.1 实数权 v.s. 复数权

采用直接方法进行波束优化时,幅度权向量可以是实数(窗函数波束形成的权向量均为实数),也可以是复数(自适应波束形成算法得到的权向量多为复数),得到的优化后的波束图如图 3 所示。

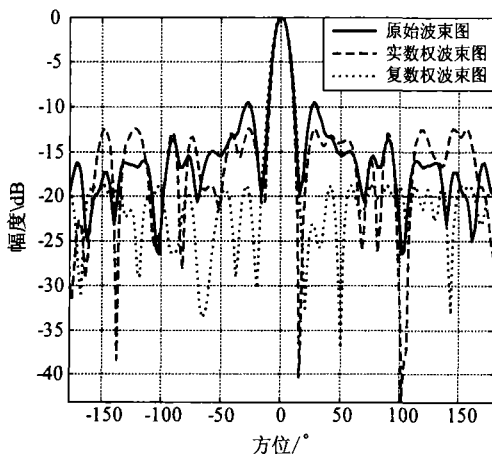


图 3 直接优化法实/复权优化波束图比较

从图 3 可以看出,复数权的优化效果明显好于实数权,这可能是因为复数权优化时的自由度更高、包含的有用信息也更多。

3.2 直接法 v.s. 间接法

图 4 是采用直接法和间接法获得加权系

数均为复数时的波束图。

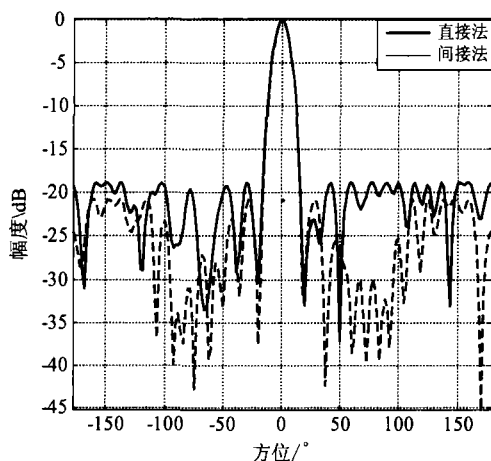


图 4 直接/间接优化波束图比较

可以看出,间接法的波束优化效果略好于直接法,出现这种差异的原因可能在于间接法的自由度数目多于直接法。

3.3 窄带到宽带的扩展

上面的推导过程是针对某个具体的频率进行的,而在实际工程应用中,参与波束形成的接收信号往往是宽带信号。这将不可避免地出现如何将窄带波束优化算法推广到宽带的问题。

图 5 是在阵列的物理尺寸不变的情况下(接收阵按 1500Hz 设计),利用 1500Hz 获得幅度加权向量对 1750Hz 和 1250Hz 加权处理时得到的波束图。

可以看出,波束图急剧恶化,最高旁瓣由原来的 -20.8dB 迅速升高到 -5dB 左右。波束形成算法在从窄带到宽带的推广过程中,普遍采用的方法就是对接收信号进行 FFT 变换,让后对每一条谱线分别进行按窄带的方法处理,最后合成整个宽带信号的处理结果。

在工程应用中,信号的带宽往往很宽,这样对每一条谱线对应的频率都进行优化是不现实的。实际上,在一个足够窄带的频率

内, 多个频率共用一组加权系数是可行的。

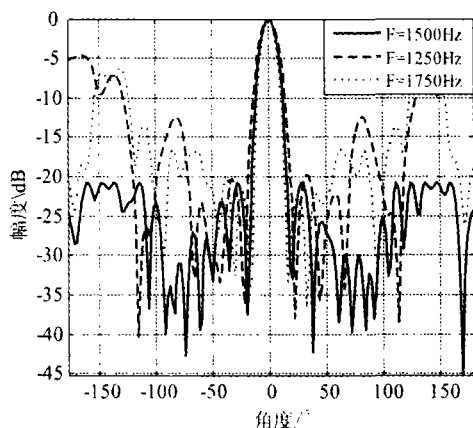


图 5 500Hz 带宽共用一组加权系数

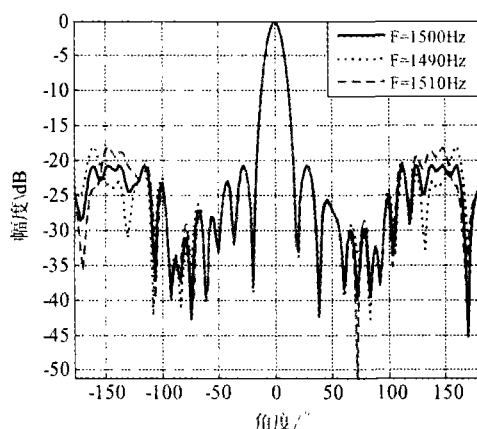


图 6 20Hz 带宽共用统一组加权系数

图 6 是将利用 1500Hz 优化得到幅度加权系数应用到[1490 1510]Hz 的频带内的波束图。从图中可以看出, 在该 20Hz 的频带内, 多个频率共用一组加权系数时, 波束图的变化并不很大。

在实际应用中, 可以根据具体的工程要求和实际条件合理选择合适的子带宽度。

3.4 讨论

用模式搜索方法进行波束优化时, 阵列的响应向量矩阵是非常重要的参数。本文采用理论的阵列响应向量作为波束优化的起点, 而在实际的工程实践中, 必须采用基阵列才能将多个独立的阵元组合在一起, 形成

一个完整的符合要求的空间基阵。基阵列以及声障板等都将导致实际的阵列响应一定程度偏离理论值。这种偏差较大时, 必然会导致实际波束形成输出与理论不符, 严重影响波束优化的后果。为了缓解这一问题, 可以利用实测的基阵响应矩阵代替理论的基阵响应矩阵。同时, 为了降低测量随机误差对测量结果的影响, 应采用多次测量取平均的方法。

4 小结

本文研究了基于模式搜索进行波束优化的方法, 比较了加权系数为实数或复数、以及直接法和间接法的波束优化性能; 同时, 本文分析讨论了将窄带波束优化算法到宽带波束优化的方法和需要注意的问题。仿真结果表明, 该方法的确可以在不牺牲波束形成空间分辨率(由主瓣宽度决定)的情况下, 提高弱信号的检测能力(由最高旁瓣确定)。

参 考 文 献

- [1] Carols M. Fonseca, Peter J. Fleming. An Overview of Evolutionary Algorithms in Multiobjective Optimization. *Evolutionary Computation*. 1995, 3(1): 1-16.
- [2] 杨益新. 声纳波束形成与波束域高分辨率方位估计技术研究. 西北工业大学博士论文. 2002.
- [3] Philip Stace. The Use of Genetic Algorithms in Beam pattern Optimization. *UDT Europe* 2002. 754-761.
- [4] P. D. Hough, T. G. Kolda, V. J. Torczon. Asynchronous Parallel Pattern Search For Nonlinear Optimization. *SIAM Journal of Scientific Computing*. 2001. 23(1): 135-156.
- [5] Stefano Lucidi, Marco Sciandrone. A Derivative-Free Algorithm for Bounded Constrained Optimization. *Computational Optimization and Applications*. 2002, 21(2): 119-142.
- [6] Olen, C.A., Compton, R.T. A Numerical Pattern Synthesis Algorithm for Arrays. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*. 38(10): 1666-1676.