

doi: 10.3969/j.issn.1002-0268.2012.11.019

# 城市经济 Zipf 分布与道路网络发展的协调性

于海松, 张殿业, 杨芬娟, 周家中

(西南交通大学 交通运输与物流学院, 四川 成都 610031)

**摘要:** 在城市经济和交通大发展的背景下, 了解二者之间的协调演化规律, 明确城市发展过程中的滞后因素, 对帮助政府决策具有十分重要的意义。分形理论是刻画城市形态演变和网络空间结构的有力工具, 依据成都市 2000、2003、2006 和 2010 年的经济与路网数据, 通过研究经济分布的 zipf 指数和道路网络的分枝维数, 定量分析经济分布和道路网络在城市发展中的协调程度, 针对成都市分形拟合曲线的不同标度区, 建立了差异因子和先行因子, 以差异因子定量确定标度区之间的发展差异程度, 以先行因子确定城市发展的主导因素, 明确不同时期城市经济和交通的发展侧重点, 给政府工作决策提供依据, 所得数据结论与成都实际情况基本相符。

**关键词:** 交通工程; 经济分布与道路网络; zipf 分布; 协调性; 分形

中图分类号: U491.1<sup>+</sup>3

文献标识码: A

文章编号: 1002-0268 (2012) 11-0104-06

## Coordination between Zipf Distribution of Urban Economy and Road Network Development

YU Haisong, ZHANG Dianye, YANG Fenjuan, ZHOU Jiazhong

(School of Transportation and logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu Sichuan 610031, China)

**Abstract:** It is very important for government decision-making to understand the coordinated evolution regularity and lag factors in the process of urban development in the context of urban economy and transportation development. Fractal theory is a powerful tool to portray the evolution of urban form and the structure of cyberspace. By researching zipf characteristics of economic distribution and the branch dimension of transport network, the degree of coordination between economic distribution and road network in urban development was quantitatively analysed based on the data of Chengdu economy and road network in 2000, 2003, 2006 and 2010. The differentiation factor and the advantage factor in connection with different scale ranges of Chengdu fitting curve were established. The difference degree between the scaling regions was quantitatively determined by differentiation factor, the dominant content of urban development was determined by the advantage factor. To put the focus on economy or transportation development in different periods was cleared to provide the basis to the government decision-making. The data conclusion conforms the actual situation of Chengdu.

**Key words:** traffic engineering; economic distribution and road network; zipf distribution; coordination; fractal

### 0 引言

分形是事物的部分与整体之间存在的某种自相

似的特性, 城市是一个自相似的复杂大系统, 经济分布和交通网络是城市发展的关键因素, 符合分形的特征<sup>[1-4]</sup>, 近年来分形理论在城市形态和道路网

收稿日期: 2012-07-09

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51108390)

作者简介: 于海松 (1988-), 男, 四川眉山人, 博士研究生. (y\_h52999@163.com)

络发展演化方面得到了推广。Pareto 为指数分布函数, 具有自相似性, 研究发现 Pareto 方程的指数能够揭示事物的规模和位序的分形现象, 称之为分形分维值, Zipf 定律是 Pareto 方程的对数变换, 满足分形分维特征。目前 Zipf 定律已广泛应用于地理、经济、城市、交通等领域<sup>[5-7]</sup>, 对分析城市规模的分布形态具有良好效果<sup>[4]</sup>; 道路网络的演化研究中, 分形理论也带来了新的视角, 道路网络的分形维数能够清楚地阐述道路网络的复杂性、覆盖性、连通性, 在道路网络分维的研究中发现, 分枝分形法的测度计算较简单、准确, 使用率较高<sup>[8-11]</sup>。目前将 zipf 定律和分枝分维方法结合起来, 分析城市经济规

模分布和道路网络发展之间的相互影响关系的研究较少。本文采用该 2 种方法, 定义了分布的差异因子和先行因子, 确定出城市发展过程中的主导因素, 明确经济分布、交通发展之间的影响关系, 为政府决策提供参考。

### 1 经济分布与道路网络发展影响机理

城市经济高发展区域产生城市聚集效应, 经济规模的演变是主导城市形态变革的关键因素。交通的补充是经济区域的重要发展条件, 二者之间存在明确的动力演化关系 (图 1)。

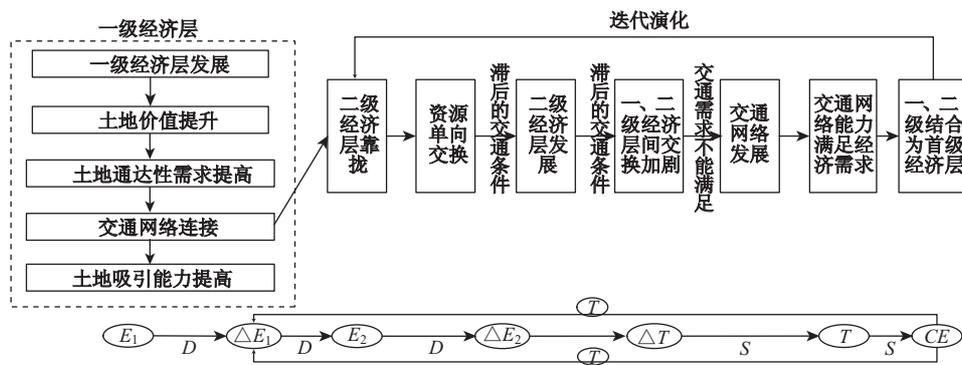


图 1 经济分布与道路网络发展关系过程

Fig. 1 Interactive process between economic distribution and road network development

按照经济发展程度, 将城市划分为多级经济层。一级经济层土地价值最高, 具有强大的土地吸引力, 由于一级经济层价值 ( $E_1$ ) 大于二级经济层 ( $E_2$ ), 两者差值 ( $\Delta E_1$ ) 促使二级经济层向一级经济层靠拢, 在初始相对滞后的交通网络条件下进行单向的资源交换, 二级经济层发展程度提高 ( $\Delta E_2$ ), 交换量加大, 引导交通网络条件改善 ( $\Delta T$ )。优化后的网络能力 ( $T$ ) 满足经济层之间双向资源的交换需求, 土地价值差距缩小和交通网络完善促使一、二级经济层结合成为首级经济层 ( $CE$ ), 经济规模分布优化, 土地价值、土地吸引力大幅提升, 能量向下级经济层扩散, 如此迭代演化, 交通网络在经济规模分布演化中发展, 以此实现协调发展的一致性。

## 2 分布模型及演化动力指数

### 2.1 城市经济的 Zipf 分布指数

城市经济规模是城市规模的关键部分, 具有自相似性, 满足分形特征<sup>[1]</sup>。由于城市经济与城市人口、岗位有着直接联系。此处城市经济规模 ( $E$ ) 定义为:

$$E = \varepsilon \frac{GDP}{POP}, \tag{1}$$

式中,  $GDP$  为区域的经济总产值;  $POP$  为区域人口数量;  $\varepsilon$  是城市土地的折算系数, 取值为 0.85 ~ 1.15, 表征单位土地的经济影响力。

基于经济规模的定义, 有 pareto 分布的等价式, 方程指数  $-q$  就是分型的分维值  $D$ , 即

$$E_{(r)} = E_{(1)} t^{-q}, \tag{2}$$

$$D = -q, \tag{3}$$

式中,  $E_{(1)}$  为第 1 位的城市经济水平;  $E_{(r)}$  表示第  $r$  位的城市经济水平;  $t$  为城市经济规模位次;  $q$  则为 zipf 分布指数。

为便于求出  $q$  值, 将式 (2) 进行对数变换, 得到经济规模分布的 Zipf 分布模型:

$$\ln E_{(r)} = \ln E_{(1)} - q \ln t. \tag{4}$$

$q$  值分布在 1 左右时, 城市经济规模分布均衡, 较理想。当  $q > 1$  时,  $D < 1$ ,  $E_1/E_r > t$ , 城市经济规模分布差异较大, 若  $q$  值较大, 可说明经济规模分布形态较差; 当  $q < 1$  时,  $D > 1$ ,  $E_1/E_r < t$ , 整体规模发展较为均衡, 若  $q$  值较小, 说明首位经济城市

对区域的经济带动效果有限。

## 2.2 道路交通网络的分枝维数

分枝维数是在长度-半径维数上发展起来的分形指数,统计区域内的网络分枝数目即为网络分枝积累数,分枝积累数能够体现出路网交通形态所呈现连通性的动态变化过程<sup>[11]</sup>。

将城市区域以  $r$  为回转半径,划分为多个同心环带,用  $k$  表示,  $N_{(k)}$  为环带  $k$  以内的所有道路分枝积累数,若各环带等宽,则系数  $d$  具有分形特征,即为道路网络的分枝维数:

$$N_{(k)} = N_{(1)} k^d \quad (5)$$

为便于  $d$  值的回归计算,进行对数变化:

$$\ln N_{(k)} = \ln N_{(1)} + d \ln k \quad (6)$$

$d$  值可以反映出道路网络的分布变化情况,当  $d < 2$ ,说明道路网络密度随半径的增大而减小, $d$  值越小区域间道路网络的差距越大,密度下降速度越快,连通性不好;当  $d > 2$  时,道路网络密度随半径增大而增大,这种情况较为少见。

## 2.3 经济分布与网络演化动力指数

由于城市区域发展存在差异,许多城市分形存在具有异化特征的多分形自仿射形式,使得不同区域的分维曲线差异较大,不同的拟合区域称作不同的标度区,若标度区数量为  $m$ ,定义差异因子  $\phi$ :

$$\phi_i = \frac{D_i}{D_{i+1}} \quad (7)$$

式中,  $i \leq m-1$ ;  $D_i$  为第  $i$  标度区的分维值。

差异因子体现的是不同分布区域之间的差异,通过各标度区经济分布和交通网络的分维值测算,得到差异因子,差异因子越大,表示区域间差距越大。

针对相同标度区的差异因子,定义先行因子  $\theta$ ,测算经济发展和交通网络演化的动力模式为:

$$\theta_i = \frac{\phi_{ei}}{\phi_{ti}} \quad (8)$$

式中,  $\phi_{ei}$  为第  $i$  标度区的经济分布差异;  $\phi_{ti}$  为第  $i$  标度区的交通网络分布差异。

当  $\theta > 1$ ,表示经济分布差异较大,经济演化动力较强,主要动力来源于经济规模分布;当  $\theta < 1$ ,表示交通分布差异较大,交通演化动力较强,主要动力来源于交通网络分布。

## 3 实例分析

### 3.1 成都市经济 Zipf 分布演变特征

根据成都市近年来的经济发展情况,按照《成

都市综合交通规划》<sup>[13]</sup>的区域划分,对中心城区、成都市二圈层、三圈层的行政区域进行统计,将2000、2003、2006、2010年各圈层行政区的经济分布数据,按照式(1)计算,结果见表1。

表1 成都市各区域年度经济数据(E)统计(单位: CNY/人)

**Tab. 1 Regional annual economic data (E) of Chengdu (unit: CNY/人)**

所属区域	2000年	2003年	2006年	2010年
	E	E	E	E
中心城区	锦江区 23 698	锦江区 35 413	锦江区 65 159	锦江区 101 887
	金牛区 21 964	青羊区 32 292	青羊区 49 317	青羊区 86 331
	青羊区 21 914	金牛区 28 745	金牛区 44 863	金牛区 70 005
	武侯区 21 140	成华区 25 353	成华区 34 229	成华区 60 627
	成华区 20 128	武侯区 20 594	武侯区 31 457	武侯区 49 954
二圈层	双流 13 089	温江 19 130	温江 28 579	龙泉 62 607
	温江 11 577	新都 17 857	双流 24 785	温江 58 466
	郫县 10 988	双流 16 717	青白江 23 548	双流 51 209
	龙泉 10 580	青白江 16 337	新都 23 130	青白江 48 626
	青白江 10 213	郫县 15 789	郫县 20 681	新都 47 056
三圈层	新都 6 700	龙泉 15 112	龙泉 20 214	郫县 45 289
	金堂 11 856	都江堰 13 417	新津 19 419	新津 38 716
	崇州 9 501	新津 13 404	都江堰 15 814	都江堰 23 547
	新津 9 174	崇州 13 102	彭州 11 418	蒲江 21 659
	都江堰 9 118	邛崃 12 249	蒲江 11 188	彭州 18 647
	大邑 9 080	大邑 11 407	大邑 10 617	大邑 17 903
	邛崃 8 857	蒲江 10 578	崇州 9 889	崇州 16 805
彭州 8 000	金堂 8 642	邛崃 9 856	邛崃 15 913	
蒲江 7 674	彭州 8 151	金堂 7 474	金堂 14 810	

对表1数据进行排序,利用式(2),对区域经济规模和位序数据转换成 Pareto 方程形式,标识于双对数坐标轴,由于篇幅限制,此处以2000年与2010年的经济规模拟合图形做对比(图2)。

如图2(a),成都市2000年经济规模分布曲线存在3个标度区,标度区1包括全部中心城5个城区,Zipf指数  $q = 0.092$ ,中心城区经济发展差距较小;标度区2由第6位城市开始,第15位城市结束,包括新都以外的二圈层城市及崇州、新津、都江堰、大邑4个三圈层城市,  $q$  值 = 0.412;标度区3由第16位城市开始,包括邛崃、彭州、蒲江3个三圈层城市 and 1个二圈层城市(新都),  $q = 1.530$ ,受到标度区1和2的城市经济影响,发展程度较低,分布差距较为明显。

2010年(图2(b)),成都市经济规模分布有一

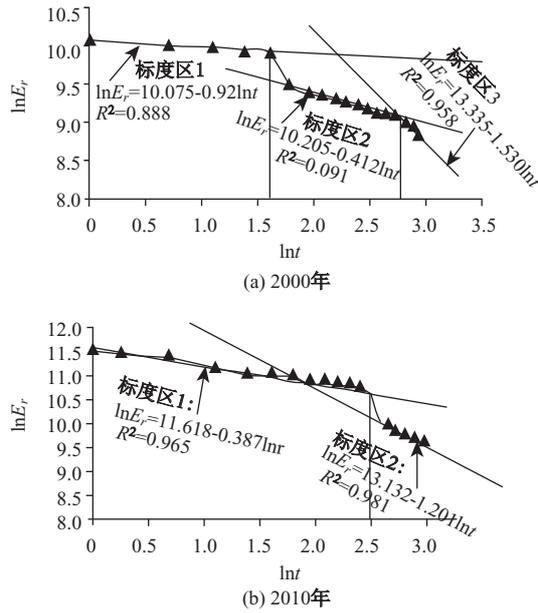


图 2 成都市经济规模 Zipf 分布演化

Fig. 2 Zipf distribution evolution of Chengdu economic size

定优化, 标度区 1 明显扩大, 包括了整个中心城区、二圈层城市 and 1 个三圈层城市 (新津), 表明成都区域经济的效应扩大, Zipf 指数  $q = 0.387$ ; 第 2 标度区

从第 13 位城市开始, 包括除新津外的所有三圈层城市,  $q = 1.201$ , 外围城市经济差距呈现逐渐缩小的趋势。成都市经济规模分布演变过程见图 3。

表 2 分年度的经济规模 Zipf 分布表

Tab. 2 Zipf distribution of annual economic size

时间	标度区	$q$ 值	$R^2$
2000	1	0.092	0.888
	2	0.412	0.981
	3	1.530	0.958
2003	1	0.477	0.982
	2	0.152	0.860
	3	1.842	0.952
2006	1	0.580	0.976
	2	0.665	0.942
2010	1	0.387	0.965
	2	1.201	0.981

成都市 10 a 来经济规模分布 Zipf 分布的演变过程见表 2, 标度区数量的减少以及 Zipf 指数的变化, 能够展现成都市二圈层的经济发展较快, 中心城稳步提高的发展趋势。

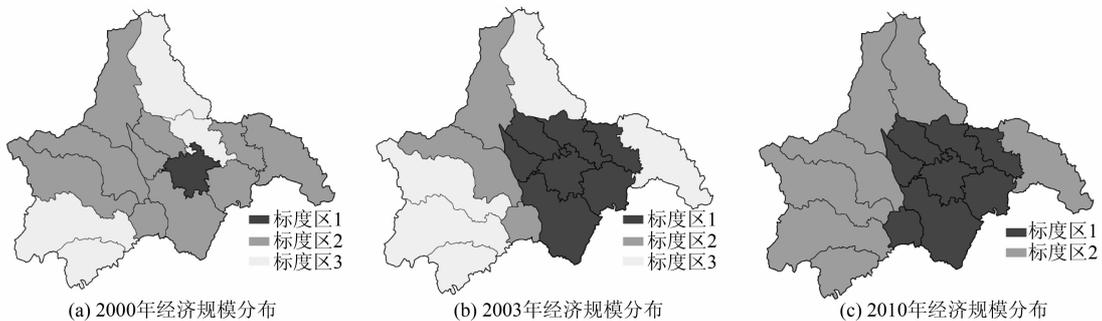


图 3 成都市经济规模分布演变过程

Fig. 3 Evolution process of Chengdu economic size distribution

### 3.2 成都市道路网络连通性演变特征

道路网络的分支维数可以作为衡量城市路网交通形态连通性一种标度<sup>[9]</sup>, 对成都 2000 年和 2010 年的路网情况进行分析比对, 以天府广场为中心, 取  $r = 5$  km, 将成都市划分为 18 个同心圆 ( $k = 18$ ),  $k < 3$  基本属于中心城范围,  $k > 7$  以外基本属于三圈层范围, 利用式 (6), 计算成都市道路网络演变的分支维数, 分布曲线见图 4。

为对应分析经济规模的 Zipf 分布, 按照经济分布的 3 个标度区对 2000 年路网进行拟合 (图 4 (a)), 转折点分别在第 3 环带  $k = 3$  (15 km) 和第 8

环带  $k = 8$  (40 km) 处, 基本与经济规模分布的中心城 ( $k < 3$ )、三圈层 ( $k > 7$ ) 界线相一致。在  $k < 3$  处, 分支维数  $d = 1.360$ , 与陈彦光通过半径维数 ( $r$ ) 测算的 1.409 相近<sup>[9]</sup>, 说明本次通过环带数 ( $k$ ) 的拟合值可信。3 个标度区  $d$  值分别为 1.360、0.795、0.229,  $R^2$  分别为 0.992、0.998、0.957, 拟合程度较好, 拟合结果表现出成都市道路网密度随着向外扩散, 减小的速度越快。

按照 2010 年经济规模 Zipf 分布, 将 2010 年路网拟合为双标度区 (图 4 (b)), 转折点在  $k = 8$  (40 km) 处, 与经济规模 Zipf 分布的标度区界限基本一致。中

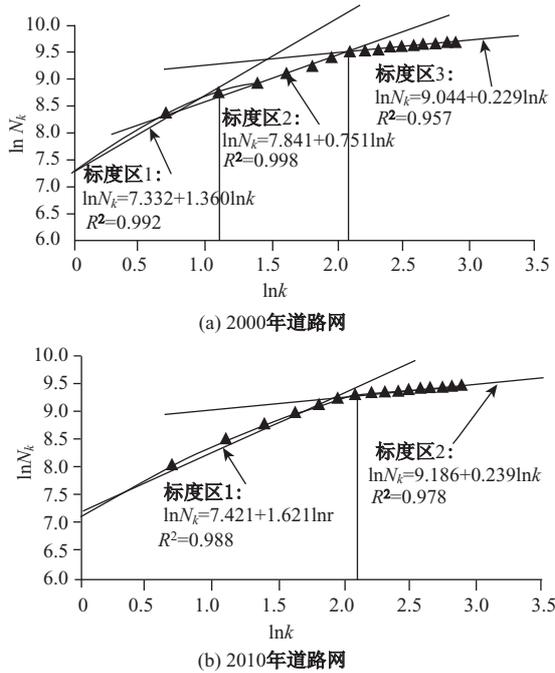


图4 成都市道路网络分枝分维演化曲线

Fig. 4 Branch dimension evolution curves of road network in Chengdu

心城和二圈层交通网络连通有了较大发展,三圈层交通水平仍存在较大差距。2 标度区的分维值为 1.162 和 0.239,三圈层区域道路网络密度的衰减速率仍较快。

为进一步研究,对 2000 年第 1、2 标度区进行了综合拟合,拟合的综合分维值  $d' = 1.004$ ,  $R^2 = 0.969$ 。与 2010 年的分维值 (1.162) 相比,2010 年增加了 0.158,从分维值的演变中能够发现,经过 10 a 的建设成都市道路网络连通度有一定提高,其中二圈层范围(原 2000 年第 2 标度区)效果明显。维数演化对比见表 3。

表3 成都市道路网络分枝维数对比

Tab. 3 Branch dimension comparison of road network in Chengdu

时间	标度区	K	分枝数/个	分枝维数 d	R <sup>2</sup>	综合分维 d'	R <sup>2</sup>
2000	1	K < 3	6 479	1.360	0.992	1.004 (k < 8)	0.966
	2	3 < k < 8	6 755	0.795	0.998		
	3	k > 8	2 909	0.229	0.957	/	/
2010	1	K < 8	15 866	1.162	0.988	/	/
	2	k > 8	3 009	0.239	0.978	/	/

3.3 协调性分析

成都市第 1 经济标度区由中心城 5 个城区扩大

到 2010 年二圈层的范围,道路网络在经济分布演变的过程中也在不断优化,二圈层 ( $k < 6、7$ ) 网络分枝维数由 1.004 增加到 1.162,道路网络连通性增强。对不同标度区,利用式 (7)、(8),测算出 2000 年和 2010 年的差异因子和先行因子,见表 4。

表4 经济规模分布与道路网络分维的协调分析统计

Tab. 4 Coordination analytic statistics between economic size distribution and road network branch dimension

时间	标度区	$q^{-1}$	$\phi_c$	d	$\phi_t$	$\theta$
2000	1	10.869	4.48	1.360	1.71	2.62
	2	2.427	3.71	0.795	3.47	1.07
	3	0.654	0.229			
2010	1	2.584	3.10	1.162	4.86	0.64
	2	0.833	0.239			

2000 年,第 1、2 标度区由于道路网络,特别是中心城道路网络基本成形,但区域间经济差异大,先行因子为 2.62,表明经济分布的差异是主要的协调动力,经济在现存的交通网络上发展,并且检验交通网络的能力;在 2、3 标度区间,虽然协调因子靠近 1,但由于经济建设和道路发展的先天条件较差,差异因子较高,属于低发展区域。

经过 10 a 时间的经济建设,二圈层融入中心城区的经济体系,三圈层受到二圈层强烈的经济刺激,经济开始活跃发展,需要向更广的范围提高连通性,2010 年先行因子为 0.64,表明道路网络体系的能力差异矛盾突出,交通网络连通差异成为主要的协调动力,促进交通网络的优化,以满足区域经济辐射,资源扩展的需求。

从政府决策角度来讲,当先行因子过大,说明城市交通能力富余,应加大对经济发展的扶持,促进产业发展和经济交换;当先行因子过小,说明城市交通能力紧缺,不能满足经济交换需求,对城市发展有一定阻碍,应加大对城市交通网络的完善力度,加强交通供给能力,以满足发展需求。论文测算 2010 年成都市先行因子为 0.64,道路发展有一定滞后,需要改善,这与成都市政府近 2 a 大力发展交通事业的实际情况相一致。

4 结论

(1) 城市的经济规模分布和道路交通网络具有相互影响的动力协调模式,通过经济规模差异、道路网络连通差异引导城市的互补式发展。

(2) 从标度区的数目和维数的大小变化,可以

看出经济规模和交通网络分布差异都呈现随时间减小的趋势, 这与城市发展, 交通水平提升的事实相吻合。

(3) 本文以行政区划和回转半径为明确的界限, 计算经济分布和分枝积累数。在实际情况下, 经济规模 Zipf 分布和道路网络分形无明确的区域界限, 本文为便于研究二者的演变趋势, 做了模糊处理, 从结果上看, 对研究结论影响不大。

(4) 本文提出的差异因子和先行因子, 能够确定城市未来发展的引导属性, 明确经济和交通的发展侧重点, 对政府进行决策有着重要的作用。

(5) 理论上讲, 在城市发展过程中, 先行因子应该在 1 左右不断波动, 大于 1 表明经济分布差异为主导动力, 小于 1 表明道路网络分布差异为主导动力, 二者的相互磨合带动城市体系的结构优化。

#### 参考文献:

#### References:

- [1] 陈彦光, 罗静. 城市形态的分维变化特征及其对城市规划的启示 [J]. 城市发展研究, 2006, 35 (6): 35-40.  
CHEN Yanguang, LUO Jing. A Tentative Theoretical Interpretation of the Fractal Dimension of Urban Form [J]. Urban Studies, 2006, 35 (6): 35-40.
- [2] 李江. 城市空间形态的分形维数及应用 [J]. 武汉大学学报, 2005, 38 (3): 99-103.  
LI Jiang, Fractal Dimension of Urban Spatial Morphology and its Application [J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2005, 38 (3): 99-103.
- [3] FRANKHOUSER P. Aspects Fractals Des Structures Urbaines [J]. L'Espace Géographique, 1990, 19 (1): 45-69.
- [4] SINGH S L, PRASAD B, KUMAR A. Fractals via Iterated Functions and Multifunctions [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2009, 39 (3): 1224-1231.
- [5] 薛飞. 中国城市规模的 zipf 法则检验及其影响因素 [D]. 厦门: 厦门大学, 2007.  
XUE Fei. Zipf Law for Cities in China: An Empirical Examination [D]. Xiamen: Xiamen University, 2007
- [6] GABAIX X. Zipf's Law and the Growth of Cities [J]. The American Economic Review, 1999, 89 (2): 129-32.
- [7] DE KEERSMAECKER M L, FRANKHAUSER P, THOMAS I. Using Fractal Dimensions for Characterizing Intra-urban Diversity: the Example of Brussels [J]. Geographical Analysis, 2003, 35 (4): 310-328.
- [8] 刘继生, 陈彦光. 交通网络空间结构的的分形维数及其测算方法探讨 [J]. 地理学报, 1999, 54 (5): 472-477.  
LIU Jisheng, CHEN Yanguang. A Study on Fractal Dimensions of Spatial Structure of Transport Networks and the Methods of Their Determination [J]. Acta Geographica Sinica, 1999, 54 (5): 472-477.
- [9] 陈彦光, 刘继生. 区域交通网络分形的 DBM 特征: 交通网络 Laplacian 分形性质的实证研究 [J]. 地理科学, 1999, 19 (2): 114-118.  
CHEN Yanguang, LIU Jisheng. The DBM Features of Transport Network of a District: A Study on the Laplacian Fractals of Networks of Communication Lines [J]. Scientia Geographica Sinica, 1999, 19 (2): 114-118.
- [10] 孙壮志. 城市交通网络形态特征分形计量研究 [J]. 交通运输系统工程与信息, 2007, 7 (1): 29-36.  
SUN Zhuangzhi. The Study of Fractal Approach to Measure Urban Rail Transit Network Morphology [J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2007, 7 (1): 29-36.
- [11] 王秋平, 张琦, 刘茂. 基于分形方法的城市路网交通形态分析 [J]. 城市问题, 2007, 23 (5): 52-55.  
WANG Qiuping, ZHANG Qi, LIU Mao. The Traffic Morphology Analysis of Urban Transportation Networks with Fractal Approach [J]. Urban Problems, 2007, 23 (5): 52-55.
- [12] 杨国良, 张捷, 刘波. 旅游流规模结构的 zipf 特征与差异度对比研究: 以四川省为例 [J]. 南京大学学报, 2007, 43 (3): 319-328.  
YANG Guoliang, ZHANG Jie, LIU Bo. Zipf Structure and Difference Degree Study of Tourist Flow Size System: Taking Sichuan Province as the Empirical Study Area [J]. Journal of Nanjing University, 2007, 43 (3): 319-328.
- [13] 张殿业, 姜克锦. 成都市综合交通运输规划 [R]. 成都: 西南交通大学, 2008.  
ZHANG Dianye, JIANG Kejin. Chengdu Integrative Transportation Planning [R]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2008.