

# 视超光速现象的相对论激波模型

梁宝鎏 崔振兴

(中国科学院北京天文台)

## 摘 要

本文对河外致密射电源的视超光速膨胀运动提出了一种理论模型。此模型假设两个相反方向高速喷射的粒子流,在其前沿激发两个半球状相对论激波,这两个既抛射又膨胀的相对论激波,在其遗迹中产生射电源。由此出发,不仅得到了视超光速分离的双源形态,而且还计算了各种情况下的视分离速度、强度比,以及它们的几率分布。在合乎观测的分离速度及强度比情况下,得到超光速源出现的几率 $<20\%$ 。由此解决了以往多种模型所遇到的两子源强度比过大和几率过小的问题。对比观测的结果也符合得比较好。

六十年代中期,人们发现一些类星体和致密射电源流量有快速时间变化<sup>[1,2]</sup>,从而对超光速运动作了设想。近十年来,甚长基线干涉仪(VLBI),尤其是近几年由多个点组成的VLBI网对河外致密射电源的出色观测,证实了3C345, 3C120, 3C273和3C279的子源以视超光速互相分离<sup>[3]</sup>(在宇宙论红移假定下)。这一惊人现象,使问题变得更加尖锐了。

Cohen等(1977)<sup>[3]</sup>综合了超光速膨胀源的观测事实为:双子源有2—8倍光速的分离运动;只有膨胀而没有收缩运动;膨胀的位置角基本保持恒定;虽然子源的频谱可以互异,但子源间的分离并不随频率而变化;两子源的光度一般没有太大的差别;这种超光速膨胀源大约占同级流量致密源的40%。即超光速膨胀源出现的几率还是比较大的。Cohen等(1979)<sup>[4]</sup>和Readhead等(1979)<sup>[5]</sup>更加详细地给出了这些超光源的射电结构和频谱的观测特征。

目前,许多作者以各种不同观点对上述视超光速现象提出了解释。Blandford等(1977)<sup>[6]</sup>综述了这些模型。除了那些非宇宙论红移或非因果关系(不同时刻,不同区域活动的视效应)等解释之外,更多的作者还是在宇宙论红移前提下提出各种模型的。如以介质的散射、折射、引力、磁力、冲击压、“探照灯”等等原因形成的模型。但目前看来,最富有生命力的理论仍然是以Rees提出的相对论效应为基础而演变的模型。

早在1967年,Rees<sup>[7]</sup>就用超相对论速度膨胀的等离子体云模型解释视超光流量变化,以后证明它也可以解释视超光速膨胀现象。但要得到双子源形态,还得附加各式介质“屏幕”,或直接两个以相对论速度沿相反方向抛射的子源来达到。

遗憾的是,上述各种模型虽然能够产生超光速分离的双子源形态,但多数都遇到两子源强度比不是差异极大就是绝对相等,以及出现几率极小的困难。

本文从既抛射又膨胀的相对论激波模型出发,得到了双子源形态和视超光速分离速度.同时基本上克服了上述的强度比大和几率小两个困难.这使我们相信,在现有物理框架下,这一天文学现象是能够得到解释的.

## 一、模 型

1967年 Ryle 和 Longair<sup>[8]</sup> 提出,由于类星体或星系核爆炸,很快形成在固定方向上两边抛射而又膨胀的等离子体云,最终成为射电延展双源. 1974年 Blandford 和 Rees<sup>[9]</sup> 提出射电双源的能量是由核中相反方向两个相对论喷束连续提供的. 近年来,这两种理论都得到了很大的发展,并取得一些观测结果的支持. 我们采用了后者的相对论等离子体双喷束为起因,它所激发出的相对论激波壳层效果,像是既抛射又膨胀的半球面.

假定爆炸的初期是从两个相反方向(例如自转轴或磁极轴)喷射高速相对论粒子流,它与核中介质作用,在其前沿将产生强激波. 由于连续不断喷出的粒子流持续推向前方,形成比较稳定持续的激波面,它既向前运动又向四外扩张. 我们近似地把这两方向激波面作为既抛射又膨胀的两个半球面来处理. 一般情况下,激波传播速度比物质流速快,加上越外面介质的密度越低,压力越小. 一段时间内,膨胀速度可以大于抛射速度. 按文献[9],喷流速度可以达到相对论速度(声速量级:  $C/\sqrt{3}$ ),因而产生的是相对论强激波. 根据 Blandford 和 Mckee<sup>[10]</sup> 的计算知道,激波面是一很薄的壳层. 七十年代对超新星遗迹的观测研究表明,激波可以有效地加速高能粒子和形成射电源. 因此,我们就把激波面后的壳层区看作是射电辐射区.

根据 Jones 等(1977)<sup>[11]</sup> 的研究结果,由相对论激波引起的壳层辐射比之均匀膨胀体辐射,更易于产生超光流量变化. 因此,我们这个模型是能够产生视超光流量变化现象的. 但本文对此不作讨论,而只讨论视超光速的分离现象.

## 二、形态和分离速度的计算

壳层的视观测形态,参照文献[12],并采用相同的符号. 假定抛射速度  $\beta = v/C$ , 激波面相对膨胀中心的膨胀速度  $\alpha = u/C$ , 抛射方向与视线  $x$  方向夹角为  $b$ , 并取此平面为  $xy$  面,  $s$  为子源膨胀中心点静止参考系,  $s'$  为观测坐标系,  $\alpha$  和  $\beta$  夹角为  $\theta$ ,  $\alpha$  和  $x$  夹角为  $c$ ,  $\alpha$  在  $yz$  面投影与  $y$  夹角为  $A_1$ , 如图 1 所示.

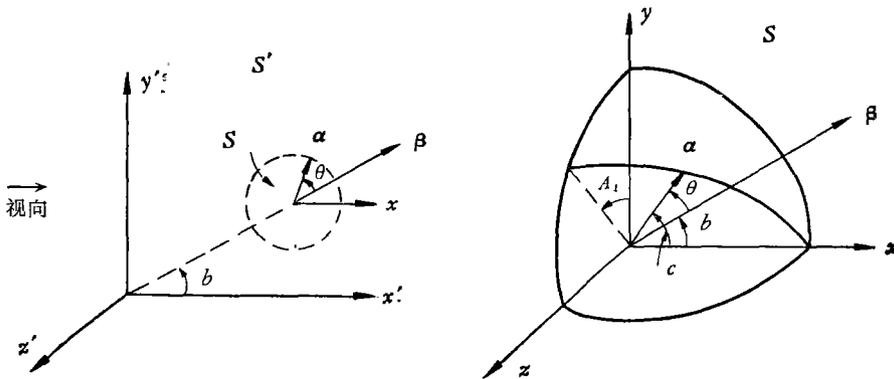


图 1

形成激波面的起始时刻和位置并不确切知道，为简便起见，把它作为同时在原点开始计算，这对产生超光速现象效果是一样的。得到激波面球壳  $T'$  时刻观测的视形态，

$$\begin{cases} x' = \frac{CT'}{M} \left( \alpha \cos c + \frac{\alpha \cos \theta (1 - \sqrt{1 - \beta^2}) + \beta \cos b}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right), \\ y' = \frac{CT'}{M} \left( \alpha \sin c \cos A_1 + \frac{\alpha \cos \theta (1 - \sqrt{1 - \beta^2}) + \beta \sin b}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right), \\ z' = \frac{CT'}{M} \alpha \sin c \sin A_1, \end{cases} \quad (1)$$

其中

$$M = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \{ 1 + \beta \cos b + \alpha \cos c \sqrt{1 - \beta^2} + \alpha \cos \theta [\beta + \cos b (1 - \sqrt{1 - \beta^2})] \}, \quad (2)$$

两球壳在  $y'z'$  面投影(即观测形状)可参阅文献[12]。两球壳分离形态在  $X'Y'$  面(即  $A_1 = 0$ )

的投影同样可以计算。为了突出效果，我们把  $b = 80^\circ/100^\circ$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\alpha = 0.5, 0.7, 0.9, 0.94, 0.98$  五个形态画于图 2。图中实线部分表示两半球激波面的视形态；另一半面(虚线表示)实际上不存在。考虑到壳层临边增亮效应，我们显然可以看到边缘两个强峰的分离子源情况。

此形态图也反映速度图，坐标的单位就

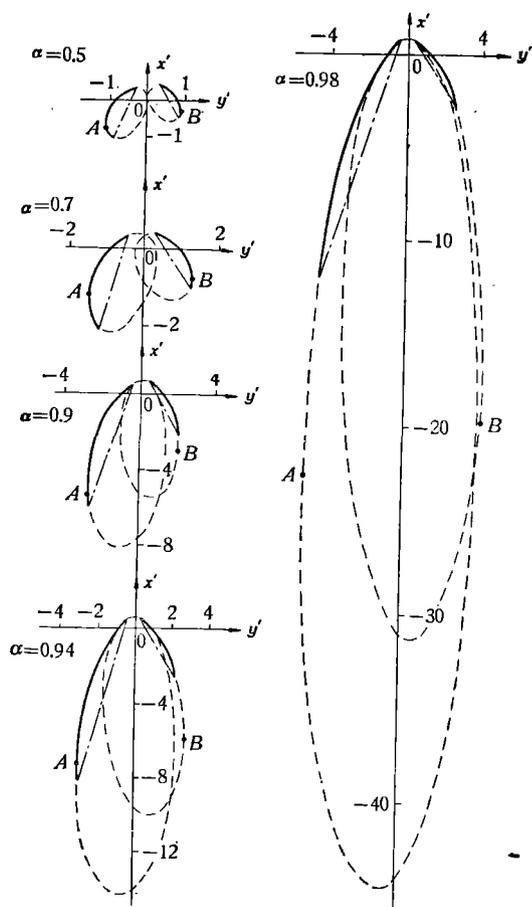


图 2 视线与抛射轴平面 ( $x'y'$  面) 球壳视形态 ( $b = 80^\circ/100^\circ$ ,  $\beta = 0.5$  情况下,  $\alpha$  分别为 0.5, 0.7, 0.9, 0.94, 0.98。实线为两半球面位置,  $A, B$  为最外点位置)

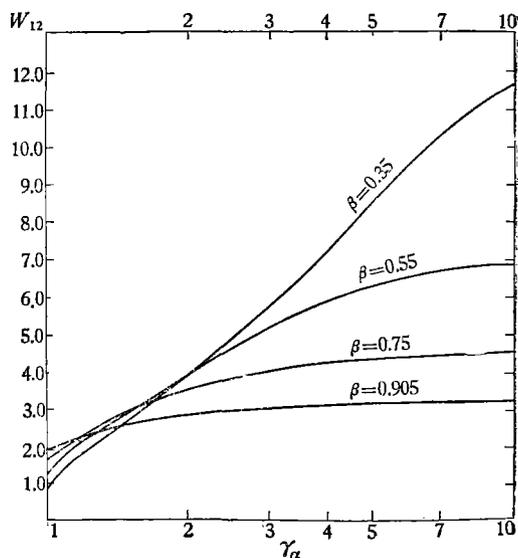


图 3 双源分离速度  $W_{12}$  与  $\alpha, \beta$  关系 ( $\gamma_\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha^2}}$ ),  $b = 81^\circ 22'$  情况

是超光速因子值。

对于两球壳最外点(图 2 中  $A, B$  两点)的分离速度仍可以由 (1) 式求出。令  $A_1 = 0$ , 求在  $dy'/dc = 0$  时的  $y'_m$  值(见附录)。由附录得到的关系

$$\alpha(1 + \beta \cos b) + \bar{u} \cos c + \bar{v} \sin b \sin c = 0 \quad (3)$$

其中

$$\bar{u} = \cos^2 b(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) + \beta \cos b + \sqrt{1 - \beta^2}, \quad (4)$$

$$\bar{v} = \beta + \cos b(1 - \sqrt{1 - \beta^2}). \quad (5)$$

令  $d = \arccos\left(\frac{\bar{u}}{\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2 \sin^2 b}}\right)$ , 则  $C_0 = d + \arccos\left(-\frac{\alpha(1 + \beta \cos b)}{\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2 \sin^2 b}}\right)$ , 于是单个球壳

最外点相对爆发中心视分离速度为:

$$W = \frac{y'_m}{CT'} = \frac{\beta \sin b + \alpha[1 - \cos^2 b(1 - \sqrt{1 - \beta^2})] \sin C_0 + \alpha \cos b \sin b(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \cos C_0}{(1 + \beta \cos b)(1 - \alpha^2)}. \quad (6)$$

对于我们的半球模型, 如果半球面最远点不超过 (6) 式决定的最外点(特别在远离我们的半球情况), 那么最远点应该直接使用公式 (1) 中  $y'$  式, 即以  $A_1 = 0, \theta = 90^\circ, c = b + 90^\circ$  代入, 得到

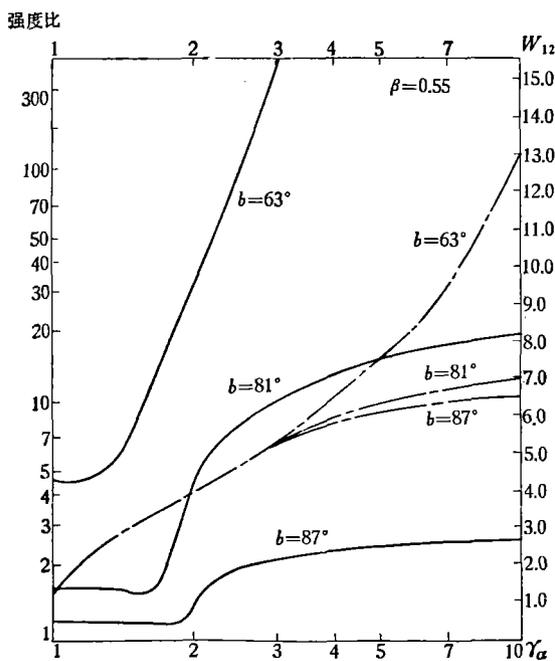


图 4 分离速度(点划线), 强度比(实线), 在  $\beta = 0.55$  情况下随抛射角  $b$  的变化 ( $\gamma_\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha^2}}$ )

$$W = \frac{\alpha \sqrt{1 - \beta^2} \cos b + \beta \sin b}{1 + \beta \cos b - \alpha \sqrt{1 - \beta^2} \sin b}. \quad (6)'$$

根据多种情况的计算, 综合结果(两半球最远点相互分离视速度  $W_{12}$ ) 如图 3, 4 所表示. 由图可见, 在中等相对论速度抛射、膨胀的情况下, 很易得到与目前观测大致接近的结果 (2—8 倍光速).

### 三、强度比与几率的计算和讨论

如果不考虑更多因素的话, 观测者接收到抛射子源的流量密度正比于多普勒因子的  $3 + \alpha'$  次方, 即  $\propto D^{3+\alpha'}$  ( $\alpha'$  为频谱指数  $\propto \nu^{-\alpha'}$ ). 多普勒因子  $D = \frac{1}{\gamma(1 + \mathbf{W} \cdot \mathbf{x}'_0)}$ ,  $\mathbf{x}'_0$  为视向单位向量. 对于目前的模型, 球壳各点的多普勒因子  $D$  由该点的洛伦兹因子  $\gamma$  和讯号发射与接收时刻换算(即  $1 + \mathbf{W} \cdot \mathbf{x}'_0$  因子)两个因素组成.

壳层上各点相对观测者  $S'$  坐标系的空间速度

$$\mathbf{W} = \frac{\alpha + \beta + (a - 1) \frac{\beta}{\beta^2} [(\beta \cdot \alpha) + \beta^2]}{a(1 + \beta \cdot \alpha)}, \quad a = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (7)$$

$$1 - W^2 = \frac{(1 - \beta^2)(1 - \alpha^2)}{(1 + \beta \cdot \alpha)^2}. \quad (8)$$

所以洛伦兹因子

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - W^2}} = \frac{1 + \alpha\beta \cos \theta}{\sqrt{1 - \beta^2} \sqrt{1 - \alpha^2}}, \quad (9)$$

$\theta$  为该点  $\alpha, \beta$  间的夹角.

$$\begin{aligned} 1 + \mathbf{W} \cdot \mathbf{x}'_0 &= 1 + \frac{\alpha \cos c + \beta \cos b + (a - 1) \cos b (\alpha \cos \theta + \beta)}{a(1 + \alpha\beta \cos \theta)} \\ &= \frac{1 + \beta \cos b + \alpha \cos c \sqrt{1 - \beta^2} + \alpha \cos \theta [\beta + \cos b (1 - \sqrt{1 - \beta^2})]}{1 + \alpha\beta \cos \theta} \\ &= \frac{1 + \beta \cos b + a\bar{u} \cos c + a\bar{v} \sin b \sin c}{1 + \alpha\beta \cos \theta}. \end{aligned} \quad (10)$$

于是各点的多普勒因子

$$D = \frac{\sqrt{1 - \beta^2} \sqrt{1 - \alpha^2}}{(1 + \beta \cos b + a\bar{u} \cos c + a\bar{v} \sin b \sin c)}. \quad (11)$$

通过 (3) 式得到最外点

$$D = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\sqrt{1 - \alpha^2} (1 + \beta \cos b)}. \quad (12)$$

这样, 我们可以求出两亮峰大致强度比, 即到达子源与退却子源的强度比为:

$$\frac{S_A}{S_B} = \left( \frac{D_A}{D_B} \right)^{3+\alpha'} = \left[ \frac{(1 + \beta \cos b)}{(1 - \beta \cos b)} \right]^{3+\alpha'}, \quad (13)$$

结果和  $\alpha, \theta$  都无关.

我们知道,两个个体抛射子源强度比正好也是  $\left[\frac{1 + \beta \cos b}{1 - \beta \cos b}\right]^{3+\alpha'}$ ,但在达到视超光速时,  $\cos b \sim \beta \sim 1$ ,则  $S_A/S_B \sim (2\gamma^2)^{3+\alpha'} \gg 1$ . 现在  $\beta$  只是抛射速度 ( $\sim 0.5$ ),而不是更接近光速的膨胀速度  $\alpha$ ,抛射角  $b$  又可以是任意角(包括  $\sim 90^\circ$  角),故此强度比得到很大的改善.

对于我们的半球模型,如果半球面最远点不超过(6)式决定的最远点,则外边缘亮峰点多普勒因子也不能由(12)式决定,而是由(11)式代入最外点( $c = b + 90^\circ$ ),得到

$$D = \frac{\sqrt{1 - \beta^2} \sqrt{1 - \alpha^2}}{1 + \beta \cos b - \alpha \sqrt{1 - \beta^2} \sin b} \quad (12)'$$

这也可以粗略地算出两亮峰子源强度比  $(D_2/D_1)^3$  (令  $\alpha' \sim 0$ ),其结果表示于图 4, 5 中. 可见小的强度比(1—3 之间)也能在一个大范围中出现.

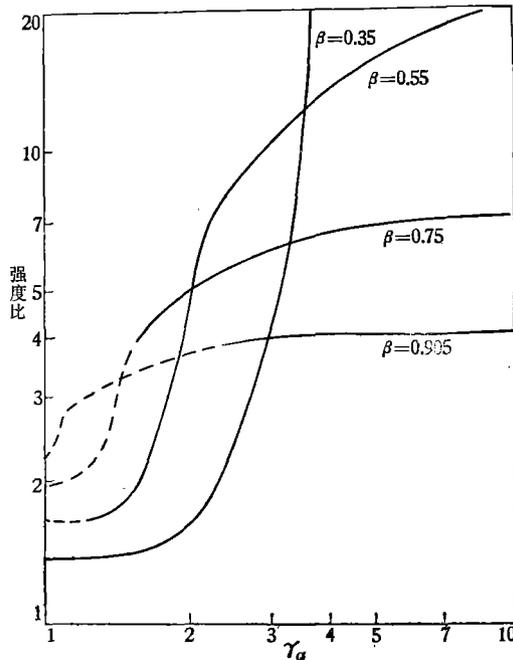


图 5 双源强度比与  $\alpha, \beta$  关系 ( $\gamma_\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha^2}}$ ),  $b = 81^\circ 22'$  情况

实际两子源强度比并不正好是分离最远点的多普勒因子的立方之比. 它们的强度分布,即垂直于视线沿  $y$  轴线(源主轴)分布,可以依  $y$  分段,再积分辐射层厚度 ( $\Delta x$ ) 的多普勒因子立方而得到. 经归一化,强度分布

$$p_y \propto \int_{\Delta c} \frac{dc}{(1 + \beta \cos b + \alpha \bar{u} \cos c + \alpha \bar{v} \sin b \sin c)^3} \quad (14)$$

对图 2 中的两极端情况,计算结果画于图 6a 中. 可见,两个亮峰值能够出现,强度比亦有可能出现理想情况. 但对比观测情况<sup>[5]</sup>(图 6b),我们的结果显得亮度强弱分布太尖锐. 相信在略加修正的情况下,例如,考虑三维半球总效果、壳层厚度、激波辐射尾迹寿命(增加层厚度)和减速膨胀等等因素(都能起平滑作用),不难得到更符合观测的结果.

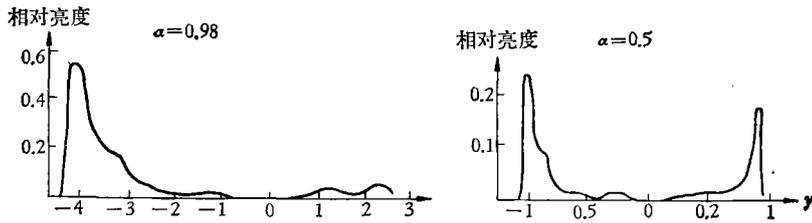


图 6a 模型计算亮分布图 ( $b = 80^\circ/100^\circ, \beta = 0.5$ )

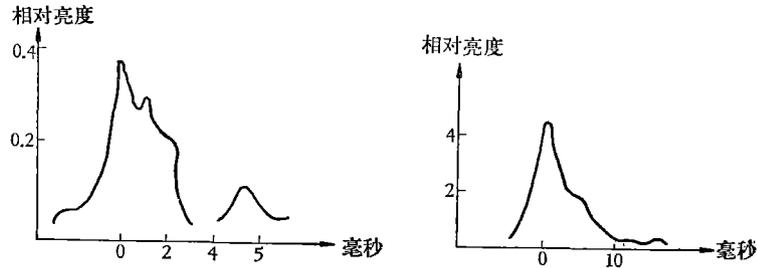


图 6b 3C120, 3C273 沿位置角亮度分布图<sup>[5]</sup>

左: 3C120 (1977, 7, 10651 兆赫); 右: 3C273 (1977, 7, 10651 兆赫)

我们知道,假定双源在随机抛射时,它们依抛射与视线夹角  $b$  出现的几率密度分布函数为  $\sin b$  ( $b = 60^\circ - 90^\circ$  范围内,源出现的几率为 50%)。对于能产生超光速分离的单纯抛射子源模型,一般要求  $b$  角极小 ( $b \leq 10^\circ$ ), 因而以超光速分离的双源出现几率就很小 ( $\leq 2\%$ )。虽然观测上没有很好的办法确定超光源出现的几率,但从各方面分析看来,有人认为至少有 10% 的致密源会出现超光速。实测统计,十个强致密源中有四个是超光速源。

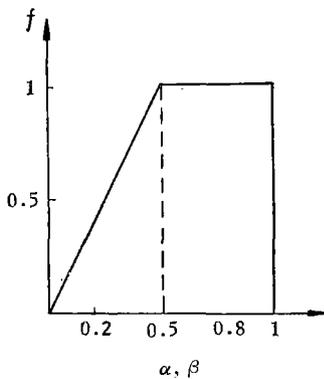


图 7  $\alpha, \beta$  的非均匀分布

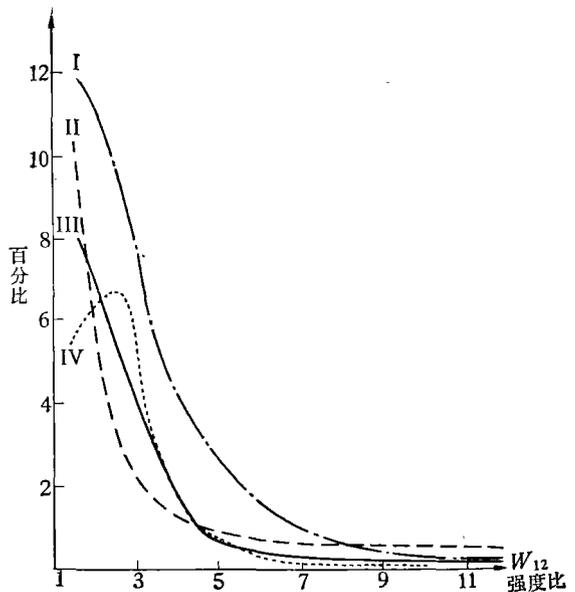


图 8 超光速源几率分布

(I. 分离速度  $W_{12}$ , II. 强度比, III. 强度比  $\leq 3$  时  $W_{12}$ , IV.  $\alpha, \beta$  非均匀分布,强度比  $\leq 3$  时  $W_{12}$ )

现在, 我们选取  $b$  量在随机分布情况下,  $\alpha, \beta$  取 0—1 均匀分布, 用数字法计算出模型要求 ( $\alpha \geq \beta$ ) 的两半球最远点分离大于光速的几率分布, 大于光速时强度比的几率分布, 以及在强度比  $\leq 3$  情况下[此时加算了  $\alpha, \beta$  非均匀分布(如图 7) 情况], 分离速度的几率分布. 它分别以曲线 I—IV 表示于图 8 中. 如果认为强度比  $\leq 3$  时才能见到双源形态, 那么曲线 III, IV 便是观测的超光速双源几率分布. 可见其总的出现几率为 19% (均匀) 和 16% (非均匀). 但主要集中在 4 倍光速以下, 而大于 10 倍光速的源几率只是 0.14% (均匀) 和 0.03% (非均匀). 因此能达到 10 倍于光速分离的双源是很不容易出现的.

#### 四、结 论

由二、三两节的计算结果表明, 这个模型最大优点是把分离速度、强度比、出现几率三者统一起来考虑. 得到视超光速的条件并不苛刻, 只需要中等相对论速度的抛射和膨胀; 并且, 即使考虑到强度比差异对观测的影响情况下, 超光速源的出现仍是比较常见的现象, 几率  $\sim 19\%$  (16%), 但大于 10 倍光速的源却是很难出现. 此模型还有一个重要的优点, 就是不用附加一些难于验证的介质“屏幕”条件, 就能得到双源形态. 一维强度分布图反映一强一弱的双峰, 或是一强峰和一弱延伸部分, 这都比较符合于观测情况. 二维亮分布图是有相当宽度的长条形, 在其一宽边缘处出现强峰, 而向另一边减弱. 这也接近 Readhead 等<sup>[5]</sup>给出的超光源结构图样. 当然, 要做亮度分布的细致对比, 还需对模型做细致的修正和计算.

致谢: 在我们的工作过程中, 马驹同志曾热情参与了讨论, 并提出了许多宝贵意见, 姜淑惠同志协助进行了计算, 特此一并致谢.

#### 附录. 最外点分离速度解

此点必在  $A_1 = 0$  面上, 所以代入 (1) 式中  $y'$  式, 并找  $y'$  最大点  $y'_m$ , 即找出  $dy'/dc = 0$  时的  $y'$  值.

令  $y' = CT' \frac{y}{M}$ , 由  $\cos \theta = \cos b \cos c + \sin b \sin c$ , 又  $\bar{u}, \bar{v}$  见(4)(5)式, 则

$$M = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} (1 + \beta \cos b + \alpha \bar{u} \cos c + \alpha \bar{v} \sin b \sin c), \quad (2)'$$

$$y = \alpha \sin c + \frac{\alpha (\cos b \cos c + \sin b \sin c) (1 - \sqrt{1 - \beta^2}) + \beta \sin b}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$= \frac{\alpha [\sin^2 b + \sqrt{1 - \beta^2} \cos^2 b] \sin c + \alpha (1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \cos b \sin b \cos c + \beta \sin b}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$\frac{dM}{dc} = \frac{-\alpha \bar{u} \sin c + \alpha \bar{v} \sin b \cos c}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$\frac{dy}{dc} = \frac{\alpha [\sin^2 b + \sqrt{1 - \beta^2} \cos^2 b] \cos c - \alpha (1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \cos b \sin b \sin c}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

$$\text{由 } \frac{dy'}{dc} = CT' \frac{d(y/M)}{dc} = \frac{CT'}{M^2} \left( M \frac{dy}{dc} - y \frac{dM}{dc} \right) = 0,$$

则要求  $M \frac{dy}{dc} - y \frac{dM}{dc} = 0$ , 即

$$[(1 + \beta \cos b) + \alpha \bar{u} \cos c + \alpha \bar{v} \sin b \sin c] [\alpha (\sin^2 b + \sqrt{1 - \beta^2} \cos^2 b) \cos c$$

$$\begin{aligned}
 & -\alpha(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \cos b \sin b \sin c] - [\alpha(\sin^2 b + \sqrt{1 - \beta^2} \cos^2 b) \sin c \\
 & + \alpha(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \cos b \sin b \cos c + \beta \sin b][\alpha \bar{v} \sin b \cos c - \alpha \bar{u} \sin c] = 0
 \end{aligned}$$

把前面  $M$  中  $(1 + \beta \cos b)$ ,  $\alpha \bar{u} \cos c$ ,  $\alpha \bar{v} \sin b \sin c$  分别乘  $dy/dc$  中两个因子, 记为: 1, 2, 3, 4, 5, 6 项. 把后面  $dM/dc$  中  $\alpha \bar{v} \sin b \cos c$ ,  $-\alpha \bar{u} \sin c$  分别乘  $y$  中三个因子, 记为: 7, 8, 9, 10, 11, 12 项.

各项分别处理如下:

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} 4 \quad \alpha \bar{u} \cos c \cdot (-\alpha \cos b \sin b(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \sin c) \\ 11 \quad -[\alpha \cos b \sin b(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \sin c \cdot (-\alpha \bar{u} \sin c)] \end{array} \right\} = 0; \\
 & \left\{ \begin{array}{l} 5 \quad \alpha \bar{v} \sin b \sin c \cdot \alpha(\sin^2 b + \sqrt{1 - \beta^2} \cos^2 b) \\ 7 \quad -\alpha(\sin^2 b + \sqrt{1 - \beta^2} \cos^2 b) \sin c \cdot \alpha \sin b \cos c \bar{v} \end{array} \right\} = 0; \\
 & \left\{ \begin{array}{l} 1 \quad (1 + \beta \cos b) \cdot [\alpha(\sin^2 b + \sqrt{1 - \beta^2} \cos^2 b) \cos c] \\ 9 \quad -[\beta \sin b \cdot \alpha \bar{v} \sin b \cos c] \end{array} \right\} \\
 & = \alpha \cos c[\sin^2 b + \sqrt{1 - \beta^2} \cos^2 b + \beta \cos b \sin^2 b + \beta \sqrt{1 - \beta^2} \cos^3 b - \beta \bar{v} \sin^2 b] \\
 & = \alpha \cos c[\sin^2 b(1 - \beta^2) + \beta \sqrt{1 - \beta^2} \cos b + \sqrt{1 - \beta^2} \cos^2 b] \\
 & = \alpha \bar{u} \cos c \sqrt{1 - \beta^2}; \\
 & \left\{ \begin{array}{l} 2 \quad (1 + \beta \cos b) \cdot [-\alpha(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \cos b \sin b \sin c] \\ 12 \quad -[\beta \sin b \cdot (-\alpha \bar{u} \sin c)] \end{array} \right\} \\
 & = \alpha \sin b \sin c(\beta \bar{u} - \cos b(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) - \beta \cos^2 b(1 - \sqrt{1 - \beta^2})) \\
 & = \alpha \sin b \sin c[\beta^2 \cos b + \beta \sqrt{1 - \beta^2} - \cos b(1 - \sqrt{1 - \beta^2})] \\
 & = \alpha \sin b \sin c[\cos b \sqrt{1 - \beta^2} - \cos b(1 - \beta^2) + \beta \sqrt{1 - \beta^2}] \\
 & = \alpha \bar{v} \sin b \sin c \sqrt{1 - \beta^2}; \\
 & \left\{ \begin{array}{l} 8 \quad -[\alpha(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \cos b \sin b \cos c \cdot \alpha \bar{v} \sin b \cos c] \\ 6 \quad \alpha \bar{v} \sin b \sin c \cdot [-\alpha(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \cos b \sin b \sin c] \end{array} \right\} = \\
 & \quad = -\alpha^2 \bar{v} \cos b \sin^2 b(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) \\
 & \left\{ \begin{array}{l} 3 \quad \alpha \bar{u} \cos c \cdot \alpha(\sin^2 b + \sqrt{1 - \beta^2} \cos^2 b) \\ 10 \quad -[\alpha(\sin^2 b + \sqrt{1 - \beta^2} \cos^2 b) \cdot (-\alpha \bar{u} \sin c)] \end{array} \right\} = \\
 & \quad = \alpha^2 \bar{u}(\sin^2 b + \sqrt{1 - \beta^2} \cos^2 b) \\
 & \quad = \alpha^2 \bar{u}[\sin^2 b(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) + \sqrt{1 - \beta^2}] \quad \rightarrow = \\
 & \quad = -\alpha^2 \bar{v} \cos b \sin^2 b(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) + \alpha^2(\bar{v} \cos b + \sqrt{1 - \beta^2}) \\
 & \quad \times [\sin^2 b(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) + \sqrt{1 - \beta^2}] \\
 & \quad = \alpha^2 \sin^2 b \sqrt{1 - \beta^2}(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) + \alpha^2 \sqrt{1 - \beta^2}(\bar{v} \cos b + \sqrt{1 - \beta^2}) \\
 & \quad = \alpha^2 \sqrt{1 - \beta^2}[\sin^2 b(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) + \cos^2 b(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) + \beta \cos b + \sqrt{1 - \beta^2}] \\
 & \quad = \alpha^2 \sqrt{1 - \beta^2}[1 - \sqrt{1 - \beta^2} + \beta \cos b + \sqrt{1 - \beta^2}] \\
 & \quad = \alpha^2 \sqrt{1 - \beta^2}(1 + \beta \cos b).
 \end{aligned}$$

把全部三项结果相加, 并乘以  $\frac{1}{\alpha \sqrt{1 - \beta^2}}$ , 最后结果则为

$$\alpha(1 + \beta \cos b) + \bar{u} \cos c + \bar{v} \sin b \sin c = 0 \quad (3)$$

### 参 考 文 献

[1] Dent, W. A., *Science*, 148(1965), 1458.

- 
- [ 2 ] Adgie, R. L., et al., *Nature*, 208(1965), 275.
  - [ 3 ] Cohen, M. H., et al., *Nature*, 268(1977), 405.
  - [ 4 ] Cohen, M. H., et al., *Astrophys. J.*, 231(1979), 293.
  - [ 5 ] Readhead, A. C. S., et al., *Astrophys. J.*, 231(1979), 299.
  - [ 6 ] Blandford, R. D., McKeel, C. F. & Rees, M. J., *Nature*, 267(1977), 211.
  - [ 7 ] Rees, M. J., *Mon. Not. Roy. Astr. Soc.*, 135(1967), 345.
  - [ 8 ] Ryle, M. & Longair, M. S., *ibid.*, 136(1967), 123.
  - [ 9 ] Blandford, R. D. & Rees, M. J., *ibid.*, 169(1974), 395.
  - [10] Blandford, R. D. & McKeel, C. F., *Phys. Fluids*, 19(1976), 1130.
  - [11] Jones, J. W. & William, Tobin, *Astrophys. J.*, 215(1977), 474.
  - [12] 梁宝莲, 天文学报, 21(1980), 3: 219.