

异构无人机群鲁棒一致性协议设计

孙长银^{①②}, 余瑶^{①*}, 张兰^①

① 北京科技大学自动化学院, 北京 100083;

② 东南大学自动化学院, 南京 210096

* E-mail: yuyao@ustb.edu.cn

收稿日期: 2015-04-10; 接受日期: 2015-05-05

国家杰出青年科学基金(批准号: 61125306)、高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20110092110020)和国家自然科学基金(批准号: 61473324)资助项目

摘要 研究了具有非线性不确定性的异构无人机群系统分布式一致性跟踪控制问题。文中假设领航者的输出是时变的, 无人机自体具有不同的非线性不确定空气动力特性, 设计分布式鲁棒一致性协议, 抑制非线性不确定性对闭环系统的影响, 使得跟随者可以跟随领航者。所设计的鲁棒一致性协议包括标称控制器和鲁棒补偿器两部分, 标称控制器的设计是为了使标称的无人机群具有一致性跟踪特性, 鲁棒补偿器的设计是为了抑制不确定性对系统的影响, 文中用李雅普诺夫函数分析并证明了一致性误差能以期望的速度收敛到原点任意小的邻域。最后, 通过仿真验证了一致性协议的有效性。

关键词
 异构无人机群
 非线性不确定性
 鲁棒一致性协议
 输出跟踪
 反推设计方法

1 引言

无人机是一种无人驾驶的飞行器, 通过装备各种必要的模块从而实现自主飞行。无人机具有得天独厚的“无人”优势, 符合“零伤亡”的现代战争理念, 其研制成功及战场运用, 揭开了以信息化、智能化武器为主导的“非接触性战争”的序幕^[1~4], 不过, 无人机单机完成任务时具有一定的劣势, 单个个体的存活能力、活动能力及战斗力有限而不足以单独完成整个复杂任务。为了提高无人机的生存概率和战斗力, 采取协作的方式能促使无人机群在恶劣环境及激烈竞争中出奇制胜。多个无人机的协作能够涌现出相对于单个无人机更为有效、更为复杂的行为, 通过分工协作可完成纵深目标打击、战场侦察、为轰炸机护航、反舰攻击、电子干扰、反雷达作战、近距支援、

斩首攻击等任务。

由于单无人机完成任务时有个体局限性, 多无人机协同作战成为未来无人机作战方式的重要发展趋势。多无人机系统具有空间分布的特性, 无人机个体通过通信或传感器网络相互获取相邻无人机的状态信息进行分布式计算和决策。随着大量不同类型、不同性能的无人机被投放到战场执行各种作战任务, 必然需要合理高效的自主协同控制手段, 以增强其任务执行能力, 提高作战效能^[5~7]。近年来, 出现了一些有关于多智能体协调控制的工作, 其基本问题包括一致性控制、聚合控制、编队控制、合围控制、围捕问题等。其中, 后几种可视为一致性问题推广或特例^[8~10]。

群体一致性问题作为群系统协同控制的一个基本问题, 已经有很多成熟的研究成果。针对异构群系

引用格式: 孙长银, 余瑶, 张兰. 异构无人机群鲁棒一致性协议设计. 中国科学: 技术科学, 2015, 45: 573~582
 Sun C Y, Yu Y, Zhang L. Robust consensus controller design for heterogeneous multi-UAV systems (in Chinese). Sci Sin Tech, 2015, 45: 573~582, doi: 10.1360/N092015-00129

统, 文献[11]探讨了一类下三角型异构非线性多智能体的输出一致问题, 将多智能体的一致性问题转化为由多个输入输出稳定子系统构成的大系统的稳定性问题, 利用小增益定理, 给出了观测器结构和一致性协议。文献[12]考虑了高阶非线性异构多智能体的一致性问题, 结合反推设计方法和自适应控制方法给出了一致性控制策略, 并指出这种控制策略可以应用于作用拓扑时变的情形。文献[13]讨论了不确定性满足匹配条件的非线性异构多智能体的一致性问题, 给出了基于自适应控制方法的一致性协议, 并给出了多智能体系统可一致的充分条件, 即每个主体是可稳定的。文献[14]则考虑了一组带有有界外部干扰的二阶非线性异构群系统的分布式协同跟踪问题。文献[15]解决了一组带有非线性不确定项异构智能体系统的一致性问题。针对群系统的输出一致问题, 文献[16]研究了一类最小相位非线性不确定多智能体的一致性问题, 将输出一致问题转化为输出调节问题, 结合利用内模原理、backstepping、高增益反馈及高增益观测器设计输出协议, 使得跟随者的输出与领导者的输出一致。文献[17]考虑了带有不确定项的非线性多无人机系统的输出一致性问题, 基于惯性模型提出了一种分布式控制策略。文献[18]用一种分布式模型将协同控制输出问题转化为多智能体的鲁棒稳定性问题, 然后设计分布式的状态反馈控制律实现群体的输出一致。文献[19]提出了一种分布式自适应增益设计策略来解决有领导者和无领导者的二阶非线性多智能体系统的一致性问题。针对带通信约束(如通信范围有限、通信时延等)的多智能体系统的一致性问题也有很多研究成果^[20~22]。文献[20]考虑了具有时滞的高阶多智能体的一致性问题, 分别讨论了状态反馈和输出反馈一致性协议的设计方法。文献[21]针对具有通信约束(通信范围有限及通信时滞)的二阶非线性异构多智能体, 设计了鲁棒分布式一致性协议, 并指出鲁棒一致性协议的参数仅与自主体及其邻居的动态特性相关。对于领航-跟随者群系统问题, 文献[22]则解决了带测量噪声的多智能体系统的跟踪问题, 并提出了一种带分布式估计器的跟踪协议。

由于无人机系统是一个典型的强耦合、静不稳定、非线性、多变量下三角型系统, 是一个复杂的控制对象^[23~25], 其广泛的应用背景使得无人机群协调问题的研究引起了学者们的广泛关注。文献[26]针对

无人机群编队队形的可行性给出了详细的讨论, 给出了实现编队的充要条件, 并基于一致性分析方法, 给出了控制协议的设计方法, 其方法已在四旋翼无人机的编队中得以应用。文献[27]利用一致性控制策略实现了多个卫星的姿态同步与跟踪。文献[28]研究了基于一致性的无人机群的协同编队控制, 将一致性协议和领航-跟随者结构应用到无人机群中, 有效的实现无人机群的避碰和状态一致。文献[29]提出了一种分层体系结构以实现多无人机的编队控制, 实现多无人机的编队, 队形保持, 避碰和重新配置。文献[30]针对多无人机编队形成与保持控制问题, 提出了一种基于非线性动态逆的编队控制方法。文献[31]针对无人机编队控制中模型的不确定性及外界干扰, 提出了基于鲁棒 H 无穷控制理论的编队控制器设计方法。

非线性系统控制方法的研究已经有日臻完善, 目前有很多学者将非线性系统的控制器设计方法应用于具有非线性不确定性的多智能体协调控制问题中。20世纪90年代, 学者提出了反推设计方法^[32], 成为非线性系统分析与设计非常有力的工具, 该方法能够克服相对阶、匹配条件的约束。我们利用反推设计方法解决了高超声速飞行的姿态控制问题^[33]。反推设计方法与其他的控制方法相结合利用各自的优点能够取得更好的控制性能。结合反推设计方法与信号补偿方法, 我们提出了一种新的鲁棒控制方法, 解决了具有非线性不确定函数, 外界有界干扰, 非线性未知虚拟系统的下三角型系统的鲁棒跟踪问题, 并将结果推广到多变量非线性系统的鲁棒分散控制问题^[34,35]。

本文考虑了具有非线性不确定性和有界干扰的异构无人机群系统的分布式鲁棒一致性跟踪控制问题。假设领航者的输出是时变的, 空气动力学特性是非线性不确定的。本文不要求非线性不确定函数是光滑的, 甚至不用是连续的。将无人机动力学模型看成完全已知的标称部分和未知的非线性函数两部分, 结合反推设计方法和信号补偿方法, 设计分布式鲁棒一致性协议, 包括标称一致性协议和鲁棒补偿信号, 标称一致性协议与标称系统组成的闭环系统具有一致性特性, 鲁棒补偿信号的设计是为了抑制非线性不确定性及外界干扰对闭环系统的影响。文中用李雅普诺夫函数分析并证明了一致性误差能以期望的速度收敛到原点任意小的邻域。

本文结构安排如下: 第 2 节介绍了图论的一些基本概念; 第 3 节描述了系统的拓扑结构, 给出了系统的动态模型; 第 4 节提出了分布式一致性控制器的设计方案; 第 5 节用李雅普诺夫函数分析并证明一致性误差能以期望的速度收敛到原点任意小的邻域; 第 6 节通过数值仿真验证了本文提出一致性协议的有效性; 第 7 节对全文进行了总结.

2 图论基础

设 $G \triangleq (\nu, \varepsilon)$ 是一个有向图, 其中设节点或顶点 $\nu \triangleq \{1, \dots, M\}$, 边集合 $\varepsilon \subseteq \nu \times \nu$. 边 $(j, i) \in \varepsilon$ 表示无人机 i 可以获得无人机 j 的信息. 但反过来 j 和 i 并不是相应的父节点和子节点. 设节点 i 的邻居为 $N_i = \{j | (j, i) \in \varepsilon\}$, 这些节点均有边连入节点 i . 在一个有向图中, 一条从节点 i_1 到节点 i_k 的有向路径是形如 $(i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, (i_{k-1}, i_k)$ 的一系列的边. 如果有一个节点至少存在一条有向路径到其他所有节点, 那么称该有向图包含生成树.

对于图 G , 其邻接矩阵 $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{M \times M}$ 定义为: 当且仅当 $(j, i) \in \varepsilon$ 时 $a_{ij} > 0$, 否则 $a_{ij} = 0$, 拉普拉斯矩阵(非对称) $L = D - A \in \mathbb{R}^{M \times M}$, 其中 $D = \text{diag}[d_1, \dots, d_M]$; $d_i = \sum_{j=1, j \neq i}^M a_{ij}$ 是度矩阵 D 的对角元素.

引理 1. 有向图 G 的拉普拉斯矩阵 L 至少具有一个零特征根, 其余的非零特征根均具有正实部. 零是拉普拉斯矩阵的简单特征根, 且其对应的右特征向量为 1_N , 当且仅当图 G 有一个生成树^[36].

引理 2. 对于有向图 G , 度矩阵 D 的所有特征根或在开的单位球内, 或等于 1. 进一步, 1 是度矩阵 D 的一个简单特征根, 当且仅当图 G 具有一个生成树^[36].

3 问题描述

假设在一个有向通信拓扑图中存在 M 个跟随者, 记作无人机 1 到 M , 一个领导者, 可记作无人机 0. 每架无人机都有一套传感器系统用来接受其相邻无人机的(相对)位置信息, 并调整自身在惯性坐标系下

的位置和姿态^[37,38]. M 个跟随者的动态模型可设定为^[38]

$$\begin{aligned}\dot{x}_{i1} &= g_i(\Theta_i)x_{i2}, \\ \dot{x}_{i2} &= u_i + \Phi_i(x_{i1}, x_{i2}, \kappa_i), \\ y_i &= x_{i1}.\end{aligned}\quad (1)$$

其中, $i = 1, \dots, M$, $x_{i1} = [X_i, Y_i, Z_i]^T$, $\Theta_i = [\phi_i, \theta_i, \psi_i]^T$ 分别表示惯性坐标下无人机的位置和角度(包括滚转角 ϕ_i , 倾仰角 θ_i , 偏航角 ψ_i)向量, $x_{i2} \in \mathbb{R}^3$ 表示机体坐标系下无人机的平动速度向量, $u_i \in \mathbb{R}^3$ 表示第 i 个无人机的控制输入向量, $g_i(\Theta_i)$ 是机体坐标系转化为惯性坐标系的运动学旋转矩阵, $y_i \in \mathbb{R}^3$ 为系统的输出, 其表示第 i 个无人机惯性坐标下的位置向量, $\Phi_i(x_{i1}, x_{i2}, \kappa_i) \in \mathbb{R}^3$ 是非线性不确定向量, 表示空气动力特性及外界风扰. 假定领导者的运动独立于 M 个跟随者.

对于某个角度 $\alpha \in \mathbb{R}$, 可记 $s_\alpha = \sin \alpha$, $c_\alpha = \cos \alpha$, $g_i(\Theta_i)$ 定义如下:

$$g_i(\Theta_i) = \begin{bmatrix} c_{\psi_i} c_{\theta_i} & -s_{\psi_i} c_{\phi_i} + s_{\phi_i} s_{\theta_i} c_{\psi_i} & s_{\psi_i} s_{\phi_i} + s_{\theta_i} c_{\psi_i} c_{\phi_i} \\ s_{\psi_i} c_{\theta_i} & c_{\psi_i} c_{\phi_i} + s_{\phi_i} s_{\theta_i} s_{\psi_i} & -c_{\psi_i} s_{\phi_i} + s_{\theta_i} s_{\psi_i} c_{\phi_i} \\ -s_{\theta_i} & s_{\phi_i} c_{\theta_i} & c_{\phi_i} c_{\theta_i} \end{bmatrix}.$$

$M+1$ 个无人机群的连接拓扑可以用 $G \triangleq (\nu, \varepsilon)$ 来描述, 其中 $\nu \triangleq \{0, 1, 2, \dots, M\}$. 定义一个子图 $\bar{G} \triangleq (\bar{\nu}, \bar{\varepsilon})$ 用来描述 M 个跟随者之间的连接, 其中 $\bar{\nu} \triangleq \{1, 2, \dots, M\}$. 则子图 \bar{G} 的邻接矩阵 $\bar{A} = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{M \times M}$, 当且仅当 $(j, i) \in \bar{\varepsilon}$ 时 $a_{ij} > 0$, 否则 $a_{ij} = 0$, 并且 $a_{ii} = 0$. 那么拉普拉斯矩阵 L 可以表示为

$$L = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0}_{1 \times M} \\ -\mathbf{b} & \bar{L} + \mathbf{B} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中, $\mathbf{b} = [b_1, \dots, b_M]^T$, 当领导者 $0 \in N_i$ 时 $b_i > 0$, 否则 $b_i = 0$. $\mathbf{B} = \text{diag}[b_1, \dots, b_M]^T$ 表示领导者到跟随者的连接权重, $\bar{L} = \bar{D} - \bar{A}$ 用来表示跟随者之间的连接子图的拉普拉斯矩阵, 其中 $\bar{D} = \text{diag}[d_1, \dots, d_M]^T$.

标注 1. 如果有向图 G 有一个生成树, 则

$\text{rank}(\bar{\mathbf{L}}) = M$. 由 $(\bar{\mathbf{L}} + \mathbf{B})\mathbf{1}_M = \mathbf{b}$ 可知 $\text{rank}(\bar{\mathbf{L}} + \mathbf{B}) = M$, 其中 $\mathbf{1}_M$ 是全为 1 的 M 行向量. 因此, $\bar{\mathbf{L}} + \mathbf{B}$ 是可逆的.

假设 1. 对于 i 个跟随者满足 $i \in N_i$, $i = 1, \dots, M$, 其领导者的输出信号 $\mathbf{r}(t) \in \mathbb{C}_3^2$, 即 $\dot{\mathbf{r}}(t) \in \mathbb{R}^3$ 和 $\ddot{\mathbf{r}}(t) \in \mathbb{R}^3$ 存在且有界, 即 $\|\dot{\mathbf{r}}(t)\| \leq \beta_1$, $\|\ddot{\mathbf{r}}(t)\| \leq \beta_2$, 其中 β_1, β_2 是常数.

假设 2. 第 i 个跟随者的信息对于第 j 个跟随者来说是可得的, 当且仅当 $i \in N_j$, $i = 1, \dots, M$, $j = 1, \dots, M$ 且 $i \neq j$.

假设 3. 对于有向图 G , 非线性函数 $\Phi_i(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \kappa_i)$ 是未知的. 存在已知常数 $\varsigma_{i,1}$, $\varsigma_{i,2}$ 和 η 使得如下不等式成立:

$$\|\Phi_i(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \kappa_i)\| \leq \varsigma_{i,1} |\mathbf{x}_{i,1}| + \varsigma_{i,2} |\mathbf{x}_{i,2}| + \eta.$$

4 分布式鲁棒一致性协议设计

第 i 个跟随者是一个二阶系统, 根据反推设计方法的设计思想, 对于第 i 个跟随者的设计共分为两步, 在第二步时设计系统的实际控制器协议. 首先定义如下基于图的误差面 $\mathbf{s}_{i,1}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{i,1} &= \sum_{j=1}^M a_{ij} (\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j) + b_i (\mathbf{y}_i - \mathbf{r}), \\ \mathbf{s}_{i,2} &= \mathbf{x}_{i,2} - \mathbf{v}_{i,2}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $i = 1, \dots, M$, $\mathbf{v}_{i,2}$ 是虚拟控制输入.

标注 2. 由 $\mathbf{s}_1 = ((\bar{\mathbf{L}} + \mathbf{B}) \otimes \mathbf{I}_p)(\mathbf{y} - (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{r}))$, 其中 $\mathbf{s}_1 = [\mathbf{s}_{1,1}^\top, \dots, \mathbf{s}_{M,1}^\top]^\top$, $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1^\top, \dots, \mathbf{y}_M^\top]^\top$, \mathbf{I}_p 是 p 阶单位阵, \otimes 表示克罗内克积, 结合标注 1 可知, \mathbf{s}_1 趋近于 0, 当且仅当整个闭环系统中的一致性跟踪误差收敛到原点附近.

因此, 如果基于图的误差面 $\mathbf{s}_{i,1} = \sum_{j=1}^M a_{ij} (\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j) + b_i (\mathbf{y}_i - \mathbf{r})$ 趋于 0, 那么跟随者的输出 \mathbf{y}_i 与领导者的输出 \mathbf{r} 保持一致. 下面利用反推设计方法给出鲁棒一致性协议.

第 1 步. 对 $\mathbf{s}_{i,1}$ 求导, 由(1)和(3)式得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{s}}_{i,1} &= \sum_{j=1}^M a_{ij} (\dot{\mathbf{y}}_i - \dot{\mathbf{y}}_j) + b_i (\dot{\mathbf{y}}_i - \dot{\mathbf{r}}) \\ &= -\sum_{j=1}^M a_{ij} \mathbf{g}_j(\boldsymbol{\Theta}_j) \mathbf{x}_{j,2} - b_i \dot{\mathbf{r}} \\ &\quad + \left(\sum_{j=1}^M a_{ij} + b_i \right) \mathbf{g}_i(\boldsymbol{\Theta}_i) \mathbf{x}_{i,2} \\ &= -\sum_{j=1}^M a_{ij} \mathbf{g}_j(\boldsymbol{\Theta}_j) \mathbf{x}_{j,2} - b_i \dot{\mathbf{r}} \\ &\quad + (d_i + b_i) \mathbf{g}_i(\boldsymbol{\Theta}_i) (\mathbf{s}_{i,2} + \mathbf{v}_{i,2}). \end{aligned} \quad (4)$$

为使(4)式收敛到原点, 分布式虚拟控制律 $\mathbf{v}_{i,2}$ 可设计为

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{i,2} &= \frac{1}{(d_i + b_i)} \mathbf{g}_i^{-1}(\boldsymbol{\Theta}_i) \left(-\rho \mathbf{s}_{i,1} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=1}^M a_{ij} \mathbf{g}_j(\boldsymbol{\Theta}_j) \mathbf{x}_{j,2} + b_i \dot{\mathbf{r}} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

其中 ρ 是正常数.

将(5)带入(4)式可得

$$\dot{\mathbf{s}}_{i,1} = -\rho \mathbf{s}_{i,1} + (d_i + b_i) \mathbf{g}_i(\boldsymbol{\Theta}_i) \mathbf{s}_{i,2}. \quad (6)$$

第 2 步. 对 $\mathbf{s}_{i,2}$ 进行求导, 由(1)和(3)式可得

$$\dot{\mathbf{s}}_{i,2} = \mathbf{u}_i + \hat{\Phi}_i(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \kappa_i), \quad (7)$$

其中,

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_i(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \kappa_i) &= \Phi_i(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \kappa_i) - \dot{\mathbf{v}}_{i,2} \\ &= \Phi_i(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \kappa_i) + \rho \left[-\frac{1}{(d_i + b_i)} \mathbf{g}_i^{-1}(\boldsymbol{\Theta}_i) \rho \mathbf{s}_{i,1} + \mathbf{s}_{i,2} \right] \\ &\quad - \frac{1}{(d_i + b_i)} \mathbf{g}_i^{-1}(\boldsymbol{\Theta}_i) \left(\sum_{j=1}^M a_{ij} \mathbf{g}_j(\boldsymbol{\Theta}_j) \dot{\mathbf{x}}_{j,2} + b_i \dot{\mathbf{r}} \right). \end{aligned}$$

对于第 i 个跟随者, 实际的分布式鲁棒一致性协议设计如下:

$$\mathbf{u}_i = -\rho \mathbf{s}_{i,2} + f \mathbf{w}_i, \quad (8)$$

其中, $-\rho \mathbf{s}_{i,2}$ 为标称控制器, 其设计是为了使其与标称系统组成的闭环系统实现一致; $f \mathbf{w}_i$ 为鲁棒补偿器, 其设计是为了抑制等价干扰 $\hat{\Phi}_i(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \kappa_i)$ 对闭环系统的影响.

由(7)和(8)式可得到

$$\dot{\mathbf{s}}_{i,2} = -\rho \mathbf{s}_{i,2} + f \mathbf{w}_i + \hat{\Phi}_i(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \kappa_i). \quad (9)$$

为了得到一个可以实现的鲁棒补偿器, 其设计如下:

$$\mathbf{w}_i = -\frac{1}{s+f} \hat{\Phi}_i(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \boldsymbol{\kappa}_i). \quad (10)$$

由(10)式可知, 鲁棒补偿器是一个低通滤波器, 当 f 足够大时, $f\mathbf{w}_i$ 可以近似等于 $-\hat{\Phi}_i(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \boldsymbol{\kappa}_i)$, 从而抑制等价干扰对一致性的影响. 由(9)式可得

$$\hat{\Phi}_i(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \boldsymbol{\kappa}_i) = (s + \rho)\mathbf{s}_{i,2} - f\mathbf{w}_i. \quad (11)$$

结合(10)和(11)式, \mathbf{w}_i 可表示为

$$\mathbf{w}_i = -\left(1 + \frac{\rho}{s}\right)\mathbf{s}_{i,2}. \quad (12)$$

综上所述, 整个一致性协议为

$$\begin{cases} \mathbf{u}_i = -\rho\mathbf{s}_{i,2} + f\mathbf{w}_i, \\ \mathbf{w}_i = -\left(1 + \frac{\rho}{s}\right)\mathbf{s}_{i,2}, \\ \mathbf{s}_{i,1} = \sum_{j=1}^M a_{ij}(\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j) + b_i(\mathbf{y}_i - \mathbf{r}), \\ \mathbf{s}_{i,2} = \mathbf{x}_{i,2} - \frac{1}{(d_i + b_i)} \mathbf{g}_i^{-1}(\boldsymbol{\Theta}_i) \\ \quad \left(-\rho\mathbf{s}_{i,1} + \sum_{j=1}^M a_{ij}\mathbf{g}_j(\boldsymbol{\Theta}_j)\mathbf{x}_{j,2} + b_i\dot{\mathbf{r}} \right). \end{cases} \quad (13)$$

5 一致性分析

定理 1. 在假设 1~3 下, 异构无人机群系统(1)与鲁棒一致性协议组成的闭环系统具有鲁棒一致性. 即对于任意给定的有界初始状态和任意给定的正常数 ε , 存在足够大的常数 f 和常数 $T > t_0$, 如果使得所有的状态均有界, 并且

$$\|\mathbf{s}(t)\| \leq \varepsilon, \quad \|\mathbf{w}(t)\| \leq \varepsilon, \quad t \geq T. \quad (14)$$

如果初始值 $\mathbf{s}(t_0)$, $\mathbf{w}(t_0)$ 为 0, 则

$$\|\mathbf{s}(t)\| \leq \varepsilon, \quad \|\mathbf{w}(t)\| \leq \varepsilon, \quad t \geq t_0, \quad (15)$$

其中 t_0 为初始时间.

引理 3. 对于任意给定的正常数 $\varepsilon_{\hat{\phi}}$, 总能找到足够的正常数 f , 使得对于 $\forall t > t_0$, 有

$$\frac{\|\hat{\Phi}_i^2(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \boldsymbol{\kappa}_i)\|}{f} \leq \frac{\varepsilon_{\hat{\phi}}^2}{2} (\|\mathbf{s}\|^2 + 1). \quad (16)$$

证明: 由 $\hat{\Phi}_i(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \boldsymbol{\kappa}_i)$ 的定义可得

$$\begin{aligned} \|\hat{\Phi}_i(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \boldsymbol{\kappa}_i)\| &= \|\Phi_i(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \boldsymbol{\kappa}_i) \\ &\quad + \rho \left(-\frac{1}{d_i + b_i} \mathbf{g}_i^{-1}(\boldsymbol{\Theta}_i) \rho \mathbf{s}_{i,1} + \mathbf{s}_{i,2} \right) - \sum_{j=1}^M a_{ij} \mathbf{g}_j(\boldsymbol{\Theta}_j) \dot{\mathbf{x}}_{j,2} - b_i \dot{\mathbf{r}} \| \\ &\leq \mu_i \|\mathbf{s}\| + \zeta_{\hat{\phi}}(t), \end{aligned}$$

其中, μ_i 是正常数, $\zeta_{\hat{\phi}}(t)$ 是取值为正且有界的函数. 因此, 对于任意给定的 ε_{ϕ} , 可得到足够大的正常数 f , 使得

$$\frac{\mu_i}{f} \leq \varepsilon_{\phi}, \quad \frac{\zeta_{\hat{\phi}}(t)}{f} \leq \varepsilon_{\phi};$$

然后得

$$\frac{\|\hat{\Phi}_i(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \boldsymbol{\kappa}_i)\|}{\sqrt{f}} \leq \varepsilon_{\phi} (\|\mathbf{s}\| + 1).$$

若选择 $\sqrt{2}\varepsilon_{\phi} \leq \varepsilon_{\hat{\phi}}$, 则有

$$\frac{\|\hat{\Phi}_i^2(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \boldsymbol{\kappa}_i)\|}{f} \leq \frac{\varepsilon_{\hat{\phi}}^2}{2} (\|\mathbf{s}\|^2 + 1).$$

定理 1 的证明. 定义如下李雅普诺夫方程:

$$V_i = \mathbf{s}_{i,1}^2 + [\mathbf{s}_{i,2} \quad \mathbf{w}_i] \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{i,2} \\ \mathbf{w}_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

定义 $V = \sum_{i=1}^M V_i$, 对 V 进行求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -2 \sum_{i=1}^M \left[\rho \mathbf{s}_{i,1}^2 - (d_i + b_i) \mathbf{g}_i(\boldsymbol{\Theta}_i) \mathbf{s}_{i,1} \mathbf{s}_{i,2} \right. \\ &\quad \left. + \rho \mathbf{s}_{i,2}^2 + \rho \mathbf{w}_i \mathbf{s}_{i,2} + \mathbf{w}_i \hat{\Phi}_i(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \boldsymbol{\kappa}_i) + f \mathbf{w}_i^2 \right] \\ &= - \sum_{i=1}^M \left[\rho V_i - \rho (\mathbf{s}_{i,2}^2 + 2 \mathbf{w}_i \mathbf{s}_{i,2} + 2 \mathbf{w}_i^2) \right. \\ &\quad \left. + \rho \mathbf{s}_{i,1}^2 - 2(d_i + b_i) \mathbf{g}_i(\boldsymbol{\Theta}_i) \mathbf{s}_{i,1} \mathbf{s}_{i,2} \right. \\ &\quad \left. + 2(\rho \mathbf{s}_{i,2}^2 + \rho \mathbf{w}_i \mathbf{s}_{i,2} + \mathbf{w}_i \hat{\Phi}_i(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \boldsymbol{\kappa}_i) + f \mathbf{w}_i^2) \right] \\ &= - \sum_{i=1}^M \left[\rho V_i + \rho \mathbf{s}_{i,1}^2 - 2(d_i + b_i) \mathbf{g}_i(\boldsymbol{\Theta}_i) \mathbf{s}_{i,1} \mathbf{s}_{i,2} \right. \\ &\quad \left. + \rho \mathbf{s}_{i,2}^2 + 2 \mathbf{w}_i \hat{\Phi}_i(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \boldsymbol{\kappa}_i) + 2(f - \rho) \mathbf{w}_i^2 \right] \\ &\leq \sum_{i=1}^M \left[-\rho V_i + (-\rho + (d_i + b_i) \mathbf{g}_i(\boldsymbol{\Theta}_i)) (\mathbf{s}_{i,1}^2 + \mathbf{s}_{i,2}^2) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\hat{\Phi}_i^2(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \boldsymbol{\kappa}_i)}{f} + (f - 2\rho) \mathbf{w}_i^2 \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

选择参数 $\rho = \rho^* + (d_i + b_i) \mathbf{g}_i(\boldsymbol{\Theta}_i)$, ρ^* 为正常数, 则

$$\begin{aligned}\dot{V} &\leq \sum_{i=1}^M \left[-\rho V_i - \rho^* (\mathbf{s}_{i,1}^2 + \mathbf{s}_{i,2}^2) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\hat{\Phi}_i^2(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \boldsymbol{\kappa}_i)}{f} + (f - 2\rho) \|\mathbf{w}_i\|^2 \right] \\ &\leq -\rho V - \rho^* \|\mathbf{s}\|^2 + \frac{\varepsilon_{\hat{\phi}}^2}{2} (\|\mathbf{s}\|^2 + 1) + (f - 2\rho) \|\mathbf{w}\|^2.\end{aligned}$$

如果 $f > 2\rho$ 且 $\varepsilon_{\hat{\phi}} < 2\rho^*$, 则可得

$$\dot{V} \leq -\rho V + \frac{\varepsilon_{\hat{\phi}}^2}{2}, \quad (19)$$

所以有

$$V(t) \leq \varepsilon^{-\rho(t-t_0)} V(t_0) + \frac{\varepsilon_{\hat{\phi}}^2}{2\rho}. \quad (20)$$

如果 $\varepsilon_{\hat{\phi}} < \sqrt{\lambda\rho\varepsilon}$, 其中 $\lambda = \lambda_{\min}(P)$, 则有

$$\sum_{i=1}^M [\mathbf{s}_{i,1}^2 + \mathbf{s}_{i,2}^2 + \mathbf{w}_i^2] \leq \frac{\varepsilon^{-\rho(t-t_0)} V(t_0) + \varepsilon^2}{\lambda} + \frac{\varepsilon^2}{2}.$$

因此, 上面的不等式表示对于任意有界的初始条件, 总能找到足够大的常数 f 和有限时间 $T \geq t_0$ 使得不等式 $\|\mathbf{s}(t)\| \leq \varepsilon$, $\|\mathbf{w}(t)\| \leq \varepsilon$, $t \geq T$ 成立. 如果初始值 $\mathbf{s}(t_0)$, $\mathbf{w}(t_0)$ 为 0, 也就是 $V(t_0) = 0$, 那么 $\|\mathbf{s}(t)\| \leq \varepsilon$, $\|\mathbf{w}(t)\| \leq \varepsilon$, $t \geq t_0$. 由标注 2 可知, 整个闭环系统的一致性跟踪误差可以收敛到原点任意小的邻域.

6 数值仿真

为了验证本文提出的异构无人机群分散式鲁棒一致性协议的有效性, 我们用同样的一致性协议在两组不同情况下做了数值仿真. 在数值仿真中, 有一个领导者 0 以及四个跟随者 $i (i=1, \dots, 4)$, 四个跟随者的动力学模型如(1)所示, 每个无人机的动力学特性如(1)式所示. 非线性不确定函数和外界有界干扰满足 $|\Phi_i(\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}, \boldsymbol{\kappa}_i)| \leq |\mathbf{x}_{i,1}| + |\mathbf{x}_{i,2}| + \text{rand}(5)$, 其中 $\text{rand}(5)$ 为幅值在 $[-5, 5]$ 范围内的均匀分布随机数, $\mathbf{x}_{i,1}$ 表示第 i 个无人机惯性坐标下的位置, $\mathbf{x}_{i,2}$ 表示第 i 个无人机机体坐标系下的平动速向量. 无人机群有向连通图的拓扑结构如图 1 所示, 因此邻接矩阵为

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

所设计的控制器如(13)式所示, 其中 \mathbf{r} 为领导者的运动轨迹. 我们假定跟随者的初始位置为 $\mathbf{y}_1 = [-4 \ 3 \ 0]^T$, $\mathbf{y}_2 = [3 \ 6 \ 5]^T$, $\mathbf{y}_3 = [0 \ 4 \ -1]^T$, $\mathbf{y}_4 = [6 \ -3 \ 7]^T$. 取一致性协议参数如下: $\rho = 2$, 鲁棒控制器参数 $f = 300$.

下面将通过跟踪具有不同运动轨迹的领导者验证以上设计的鲁棒一致性协议的性能.

情况 1 给定领导者的运动轨线 \mathbf{r} 为阶跃信号, 初值为 1, 终值为 3, 阶跃时刻 1 s, 四个跟随的无人机群的运动轨迹如图 2 所示.

情况 2 给定领导者的运动轨线 $r_i = 2 \sin \left(t + \frac{\pi}{2} \right) (i=1, 2, 3)$, 四个跟随的无人机群的运动轨迹如图 3 所示.

情况 3 给定领导者的运动轨线

$$r_i = \begin{cases} 0.5t, & 0 < t \leq 2, \\ \frac{t}{2} - 10, & 2 < t \leq 4, \\ 8, & 4 < t \leq 6, \\ -\frac{t}{5} + 3, & 6 < t. \end{cases} \quad (i=1, 2, 3).$$

四个跟随的无人机群的运动轨迹如图 4 所示.

情况 4 给定领导者的运动轨线为非周期正弦信号 $\sin(t+2) + \sin(t^2+10) + 5$, 四个跟随无人机的轨迹如图 5 所示.

仿真结果可知, 所设计的一致性控制器具有很好的鲁棒性, 在同样的一致性协议的控制参数下, 无人机群能有效地抑制外界干扰和非线性不确定性函数对无人机动态特性的影响, 使其跟踪具有不同运动轨线的领导者, 并达到无人机群位置的一致.

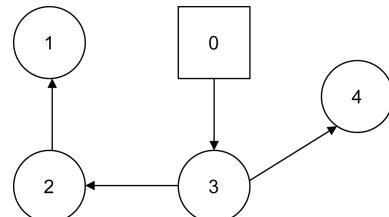
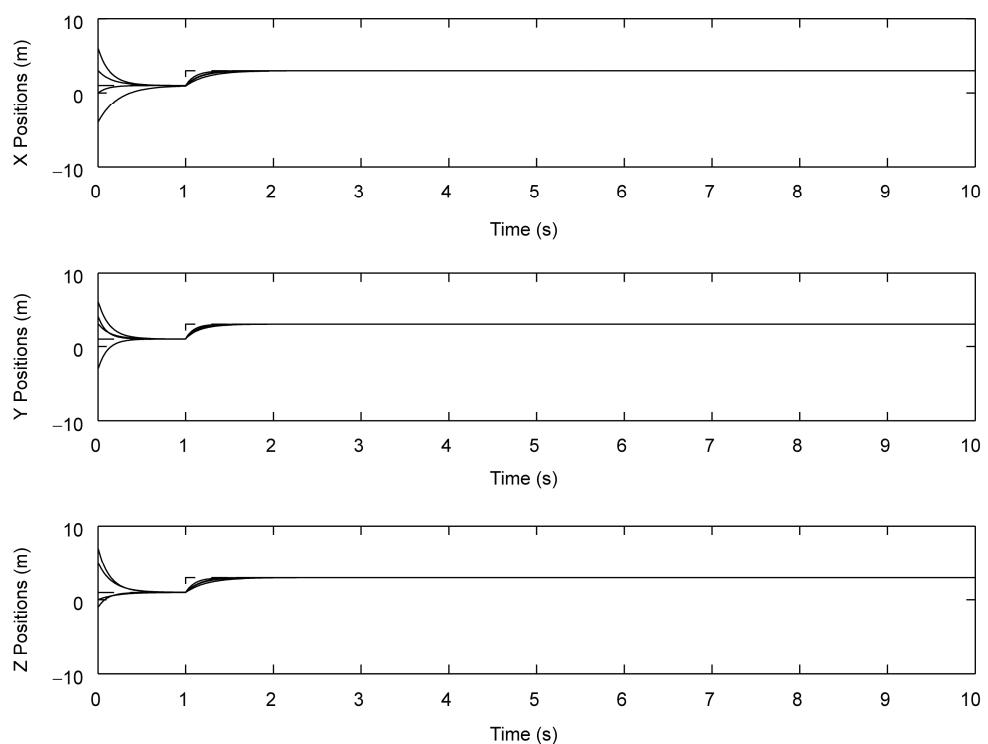
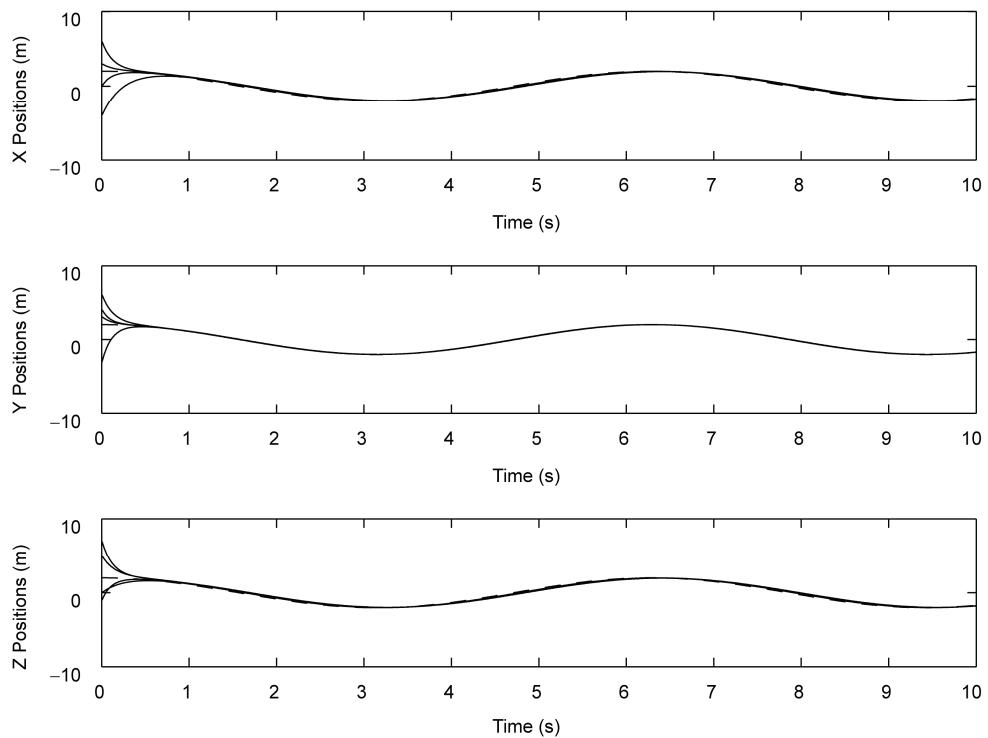
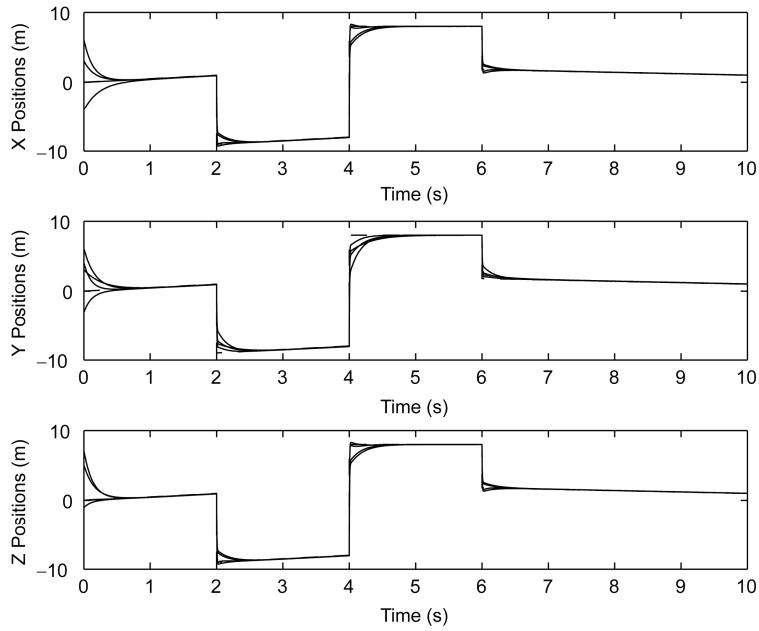
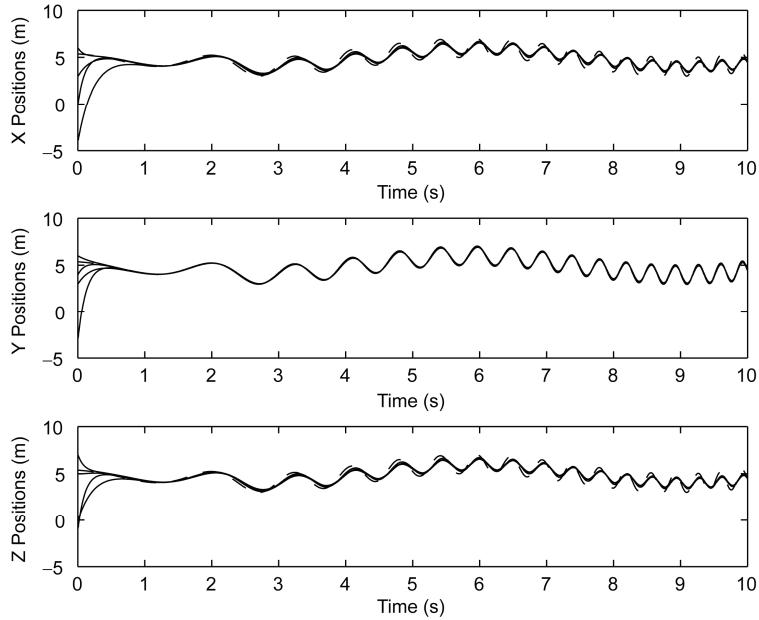


图 1 无人机群通信拓扑图

图 2 r 为阶跃信号的无人机群 X-Y-Z 轴运动轨迹图 3 $r_i = 2\sin(t + \pi/2)$ 的无人机群 X-Y-Z 轴运动轨迹

图 4 r 为连续分段函数的无人机群 X-Y-Z 轴运动轨迹图 5 r 为非周期正弦信号的无人机群 X-Y-Z 轴运动轨迹

7 结论

本文针对带有非线性不确定函数和有界外界干扰的无人机群系统, 考虑了其一致性分析与设计。将单个无人机的动力学特性分为标称模型和外界等价干扰, 所设计的一致性协议也由两部分构成:

成: 标称一致性协议和鲁棒补偿信号。设计鲁棒补偿信号是为了抑制非线性不确定函数和外界干扰的影响。利用李雅普诺夫函数分析证明了系统的一致性误差在有限时间收敛到原点的任意小邻域。最后通过数值仿真验证了本文提出的一致性协议的有效性。

参考文献

- 1 Cai G W, Chen B M, Lee T H. *Unmanned Rotorcraft Systems*. London: Springer, 2011
- 2 陈宗基, 张汝麟, 张平, 等. 飞行器控制面临的机遇与挑战. 自动化学报, 2013, 39: 703–710
- 3 孙长银, 穆朝絮, 余瑶. 近空间高超声速飞行器控制的几个科学问题研究. 自动化学报, 2013, 39: 1901–1913
- 4 孟斌, 吴宏鑫. 一类飞行器姿态动力学特征建模研究. 中国科学: 技术科学, 2010, 40: 898–903
- 5 南英, 丁全心, 陈哨东, 等. 基于自然数值算法的众多飞行器轨迹一体化全局优化设计. 中国科学: 技术科学, 2013, 43: 636–659
- 6 段海滨, 罗琪楠, 余亚翔. 基于交哺网络控制的多无人机协同编队方法研究. 中国科学: 技术科学, 2013, 43: 767–776
- 7 Ren W, Beard R W. *Distributed Consensus in Multi-vehicle Cooperative Control: Theory and Applications*. Berlin: Springer, 2008
- 8 段志生, 黄琳. 几类协调控制问题及其应用. 控制工程, 2010, S1: 1–4, 8
- 9 闵海波, 刘源, 王仕成, 等. 多个体协调控制问题综述. 自动化学报, 2012, 38: 1557–1570
- 10 Ren W, Beard R W, Atkins E M. A survey of consensus problems in multi-agent coordination. In: Proc American Control Conference, Portland, 2005. 1859–1864
- 11 Liu T, Jiang Z P. Distributed output-feedback control of nonlinear multi-agent systems. IEEE T Automat Contr, 2013, 58: 2912–2917
- 12 Huang J, Chen J, Fan H, et al. Consensus of multiple high-order nonlinear systems with uncertainty. In: Proc Chinese Control Conference, Xi'an, 2013. 7145–7149
- 13 Li Z K, Duan Z S, Lewis F L. Distributed robust consensus control of multi-agent systems with heterogeneous matching uncertainties. Automatica, 2014, 50: 883–889
- 14 Meng Z, Lin Z, Ren W. Robust cooperative tracking for multiple non-identical second-order nonlinear systems. Automatica, 2013, 49: 2363–2372
- 15 Zhu L, Chen Z. Robust homogenization and consensus of nonlinear multi-agent systems. Syst Contr Lett, 2014, 65: 50–55
- 16 Su Y F, Huang J. Cooperative semi-global robust output regulation for a class of nonlinear uncertain multi-agent systems. Automatica, 2014, 50: 1053–1065
- 17 Liu L. Robust cooperative output regulation problem for non-linear multi-agent systems. IET Control Theory A, 2012, 6: 2142–2148
- 18 Su Y F, Huang J. Cooperative global output regulation of heterogeneous second-order nonlinear uncertain multi-agent systems. Automatica, 2013, 49: 3345–3350
- 19 Yu W W, Ren W, Zheng W X. Distributed control gains design for consensus in multi-agent systems with second-order nonlinear dynamics. Automatica, 2013, 49: 2107–2115
- 20 Zhou B, and Lin Z. Consensus of high-order multi-agent systems with large input and communication delays. Automatica, 2014, 50: 452–464
- 21 Munz U, Papachristodoulou A, Allgower F. Robust consensus controller design for nonlinear relative degree two multi-agent systems with communication constraints. IEEE T Automat Contr, 2011, 56: 145–151
- 22 Hu J, Feng G. Distributed tracking control of leader–follower multi-agent systems under noisy measurement. Automatica, 2010, 46: 1382–1387
- 23 Xu B. Adaptive discrete-time controller design with neural network for hypersonic flight vehicle via back-stepping. Int J Control, 2011, 84: 1543–1552
- 24 Azinheira J R, Moutinho A. Hover control of an UAV with backstepping design including input saturations. IEEE T Contr Syst T, 2008, 16: 517–526
- 25 Hu J C, Zhang H H. Immersion and invariance based command-filtered adaptive backstepping control of VTOL vehicles. Automatica, 2013, 49: 2160–2167
- 26 Yu B C, Dong X W, Shi Z Y, et al. Formation control for quadrotor swarm systems: Algorithms and experiments. In: Proc Chinese Control Conference. Xi'an, 2013. 7099–7104
- 27 赵小方, 席建祥, 石宗英, 等. 卫星编队姿态跟踪与同步. 中国制导、导航与控制学术会议. 上海, 2010. 999–1003
- 28 Kuriki Y, Namerikawa T. Consensus-based cooperative formation control with collision avoidance for a multi-UAV system. In: Proc American Control Conference. Portland, 2014. 2077–2082
- 29 Hu Z W, Liang J H, Chen L, et al. A hierarchical architecture for formation control of multi-UAV. Elsevier Procedia Engineering, 2012, 29: 3846–3851
- 30 宋敏, 魏瑞轩, 沈东, 等. 基于非线性动态逆的无人机编队协同控制. 控制与决策, 2011, 26: 448–452
- 31 王晓燕, 王新民, 肖亚辉, 等. 无人机三维编队飞行的鲁棒 H 无穷控制器设计. 控制与决策, 2012, 27: 1907–1916
- 32 Kanellakopoulos I, Kokotovic P V, Marino R. An extended direct scheme for robust adaptive nonlinear control. Automatica, 1991, 27:

247–255

- 33 孙长银, 穆朝絮, 张瑞民. 高超声速飞行器终端滑模控制技术. 北京: 科学出版社, 2014
- 34 Sun C Y, Yu Y. Robust Control for Strict-Feedback form Nonlinear Systems and its Application. Beijing: Science Press, 2014
- 35 Yu Y, Sun C Y, Jiao Z. Robust-decentralized tracking control for a class of uncertain MIMO nonlinear systems with time-varying delays. Int J Robust Nonlin, 2014, 24: 3474–3490
- 36 Ren W. Information consensus in multivehicle cooperative control. IEEE Contr Syst Mag, 2007, 27: 71–82
- 37 Biddle D G. Inertial based control on the Kambara project. Dissertation for the Master Degree. Canberra: The Australian National University, 2003
- 38 Li S H, Wang X Y. Finite-time consensus and collision avoidance control algorithms for multiple AUVs. Automatica, 2013, 49: 3359–3367

Robust consensus controller design for heterogeneous multi-UAV systems

SUN ChangYin^{1,2}, YU Yao¹ & ZHANG Lan¹

¹ School of Automation and Electrical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China;

² School of Automation, Southeast University, Nanjing 210096, China

In this paper, distributed consensus tracking control for heterogeneous multi-uav systems with nonlinearities and uncertainty is considered. It is assumed that the leader's output is time-varying and unmanned aerial vehicles have different nonlinear uncertain dynamics. A distributed robust consensus protocol is designed to restrain the effect of nonlinear uncertainties on the multi-UAV systems and guarantee the consensus tracking between the followers and the leader. The designed robust consensus protocol includes a nominal virtual controller and a robust virtual compensator. The nominal virtual controller is first designed to get desired consensus tracking property for the nominal disturbance-free subsystem, and then the robust virtual compensator is designed to restrain the effect of the uncertainties. From the Lyapunov stability theorem, it is shown that the consensus tracking errors can be made as small as desired with expect converge rate. Finally, an example is presented to illustrate the theoretical results.

heterogeneous multi-UAV systems, nonlinear uncertainties, robust consensus protocol, output tracking, backstepping control

doi: 10.1360/N092015-00129