doi：10.3969/j.issn.1002－0268.2016.01.018

城市路网的复杂网络特性和鲁棒性研究

赵国锋[1]，苑少伟[1]，慈玉生[2]
（1. 广州市交通规划研究院，广东 广州 510030；2. 哈尔滨工业大学 交通科学与工程学院，黑龙江 哈尔滨 150090）

摘要：为分析城市路网的复杂网络特性和遭受攻击时的鲁棒性，采用对偶法将城市路网转化成拓扑结构图，以连通度、最大连通子图的相对大小、网络效率和圈数率4项指标作为城市路网遭受攻击时的鲁棒性评价指标，并按照节点度、点介数和边介数的大小对广州市海珠区的规划路网进行了选择性攻击。结果表明：按照节点度的大小对网络进行攻击时，节点失效比例达到20%后整个网络已基本瘫痪；按照点介数的大小进行攻击时，网络瘫痪速度相对较慢，失效节点达到60%时，网络才基本崩溃；而按照边介数进行攻击时，网络则呈现出较强的鲁棒性，当失效边比例达到80%时，网络才完全瘫痪。

关键词：交通工程；城市道路网；复杂网络；鲁棒性；网络瘫痪
中图分类号：U491.1⁺3 **文献标识码**：A **文章编号**：1002－0268（2016）01－0119－06

Analysis of Complex Network Property and Robustness of Urban Road Network

ZHAO Guo-feng[1], YUAN Shao-wei[1], CI Yu-sheng[2]
（1. Guangzhou Transport Planning Research Institute, Guangzhou Guangdong 510030, China;
2. School of Transportation Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150090, China）

Abstract: In order to analysis the complex network property of urban road network and the robustness when the urban road network are attacked, we transformed the urban road network into topological structure by adopting dual approach, and set the connectivity, the relative size of maximum connected subgraph, network efficiency and circle rate as the evaluation indexes of the robustness when urban road network is attacked. According to the sizes of the node degree, the node betweenness and the edge betweenness, we selective attacked the planning road network of Haizhu district in Guangzhou. The result shows that (1) when the network is attacked according to size of node degree, it is largely paralyzed when the node failure ratio reaches 20%; (2) when the network is attacked according to size of node betweenness, it is relative slowly paralyzed when the node failure ratio reaches 60%; (3) but when the network is attacked according to size of edge betweenness, it shows a strong robustness, it is completely paralyzed until the failure edge ratio reaches 80%.

Key words: traffic engineering; urban road network; complex network; robustness; network paralysis

0 引言

城市交通系统是维持城市交通活动正常运转的载体，是维持城市居民日常生活及城市经济发展的物质基础。城市交通系统是由道路系统、流量系统和管理系统组成的典型的具有开放性和复杂性的庞大系统[1]，错综复杂的道路网络则是城市交通系统的重要组成要素。城市道路网一方面在遭受自然灾害攻击时，会造成路网大面积瘫痪[2]，另一方面由于交通量逐年增加，造成部分路段排队溢出，引发

收稿日期：2014－07－31
基金项目：国家高技术研究发展计划（八六三计划）项目（2012AA112305）
作者简介：赵国锋（1975－），男，黑龙江肇源人，高级工程师，硕士.（jys_zgf@163.com）

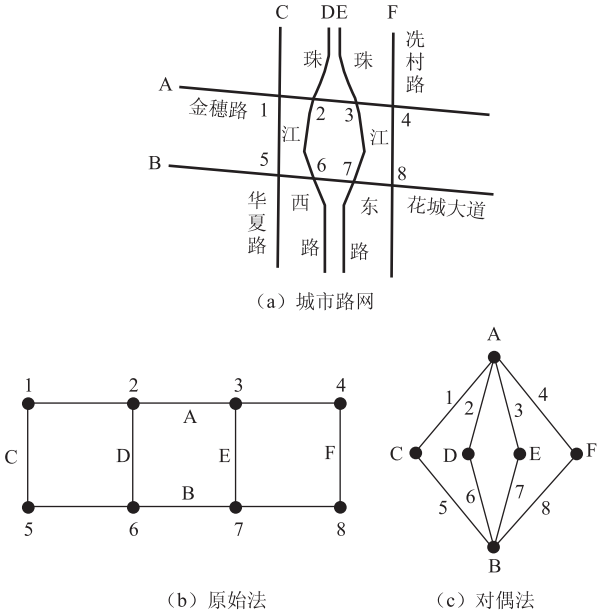
相关路段出现连锁效应[3]，进而造成大面积路网出现交通堵塞。城市路网在承受以上攻击或某些人为破坏的情况下，都会导致路网的局部失效，使路网的网络运营效率及运输能力下降。然而，城市路网作为城市交通系统的基础网络所呈现的网络特性极为复杂，因此深化研究城市路网的拓扑结构及复杂网络特性，深刻剖析其鲁棒性和可靠性，对于优化城市路网结构布局，预防和降低自然灾害和交通拥堵对路网整体效率的影响十分重要。

目前，随着复杂网络理论的兴起，国内外学者对交通网络的结构复杂性和时空复杂性进行了深入研究[4]。Zou 等[5]基于复杂网络理论，对城市路网的拓扑结构演化建模进行了深入研究；Sergio Prota 等[6]对城市路网抽象化方法中的对偶法进行了深入研究；张勇等[3]建立了路段排队容量和断面通行能力双重约束的网络交通流模型，并基于该模型对城市路网的脆弱性进行了评价；杨露萍等[7]选择路网用户最终损失旅行时间为指标，对城市路网的脆弱性进行了评估；赵玲等[2]应用复杂网络的理论，分析了不同结构的城市路网在不同攻击方式下所呈现的可靠性；闫文彩等[8]以济南市区路网为例，以节点度、边介数和网络可靠性等指标评价了城市路网的结构特征。综上所述，目前针对城市路网复杂特性的研究主要偏向于网络拓扑结构、脆弱性和可靠性的研究，对于城市路网的鲁棒性研究较少。本文在路网拓扑结构和复杂网络特性分析的基础上，研究城市路网在承受攻击时所表现的鲁棒性，以期对城市路网结构有更深层次的了解。

1 城市路网拓扑结构分析

在分析城市路网复杂网络特性之前，应采用科学的拓扑方法对城市路网的拓扑结构进行分析。路网通常由路段和交叉口两大元素构成，然而在对路网进行拓扑结构分析时，拓扑结构中的“路段”不完全等同于现实中的“道路”，因此，需要对道路的起终点重新定义，一般按照如下规则对现实路网中的“道路”进行界定：（1）一条道路按长度分为两条或两条以上时，若标准横断面相同则视为同一路段；（2）剔除路网中的孤立路段，所谓孤立路段是指路网中的断头路，由于断头路与其他道路无交叉联系，故对路网的整体特性无影响；（3）只研究路网中次干道以上等级的道路，因为支路可代替路径较多，局部拥堵对整个城市路网影响较小，故在对城市路网进行复杂网络特性分析时不予考虑。

图论最早被应用于路网拓扑结构的研究（图1），然而这种传统的方法只能在宏观角度上对路网的结构进行简单描述，无法对现在复杂的城市路网进行定量化的研究。目前，国内外学者开始运用空间句法、分形几何学、agent-based 仿真以及复杂网络理论对城市路网展开更深层次的研究。基于复杂网络理论的城市路网抽象化方法主要有原始法和对偶法，两种方法的说明和对比见表1。



（a）城市路网　（b）原始法　（c）对偶法

图1 城市路网拓扑结构示例

Fig. 1 Examples of urban road network topology structure

表1 城市路网拓扑结构构建方法对比

Tab. 1 Comparison of methods for building urban road network topology

方法	方法描述	优点	缺点
原始法	该方法是将交叉口抽象为网络中的节点，将路段抽象为网络中连接节点的边	（1）可以直接反映城市路网的连通性； （2）简单、直观、便于理解； （3）节点之间的距离可以通过边权的形式映射在边上，便于分析节点区位特性。	不能体现两个路网布局在道路衔接结构上的差异
对偶法	该方法是将路网中的路段抽象为节点，将交叉口抽象为连接节点的边	（1）保留了交通网络的布局特点以及各条道路之间的空间关系； （2）可以更好地反映城市路网结构的深层特性； （3）由于城市路网结构复杂且不规则，该方法可以降低建模难度，减少工作量。	忽略了道路长度及属性，将其视为无量纲实体

通过对原始法和对偶法的对比可知，两种方法均能反映路网的空间关系和组成结构，但是对偶法可以将现实路网转化为更为简洁的拓扑结构，对于城市路网这种庞大的复杂网络更能凸显其优点。

2　城市路网的复杂网络特性

通常对于由不同抽象方法所得到的拓扑网络来说，可以将其分为规则网络、随机网络、小世界网络和无标度网络。城市路网结构的演化与城市空间结构的演化是一致的，在城市路网结构不断演变的过程当中，影响规划决策的因素较多，以至于有些城市的路网具有一定的规则性，而有些城市的路网则呈现较大的随机性，因此城市路网既不是规则网络，也不是完全随机网络。区分城市路网是复杂网络还是一般网络最主要的是看小世界效应和无标度分布特性。

目前，随着国内外学者对复杂网络相关问题研究的关注，从多个方面提出了度量和刻画复杂网络的指标，然而对于小世界效应和无标度分布特性主要通过点的度、度分布、平均路径长度、聚类系数、网络直径、有效性和介数等指标来描述。在此不再详细阐述各项指标的含义和计算方法，仅对点的度和介数两个指标进行说明。

（1）点的度

点的度是指节点 i 所拥有边的数量[9]，是刻画和衡量网络中节点特性最重要的指标。一个节点的度越大说明该节点在网路中的重要性越高。其计算式为：

$$k_i = \sum_{j \in N} e_{ij}, \tag{1}$$

式中，N 为自然数；i，j 为网络中的任意两个节点；e 为节点 i，j 之间边的数量。

（2）介数

介数包括节点介数和边介数两种，所谓节点介数是指整个复杂网络中经过该节点的最短路径的数量比例，边介数与其相似[8]。介数是网络中的节点和边在整个网络中的作用和影响力的体现，对于在城市路网中发现和保护关键路段具有较强的现实意义。

①节点 n 的介数计算式为：

$$B_n = \sum_{i \geqslant j} \frac{d_{inj}}{d_{ij}}, \tag{2}$$

式中，d_{inj} 为经过节点 n 的节点 i 与 j 之间的最短路径数目；d_{ij} 为节点 i 与节点 j 之间的最短路径数目。

②边 l_{mn} 的介数计算式为：

$$B_{mn} = \sum_{i \geqslant j} \frac{d_{imnj}}{d_{ij}}, \tag{3}$$

式中 d_{imnj} 为经过边 l_{mn} 的节点 i 与 j 之间的最短路径数目。

3　城市路网鲁棒性分析

3.1　城市路网鲁棒性的涵义

所谓鲁棒性，是指如果移走网络中的少量节点或边后网络中的绝大部分节点仍是连通的，那么称这个网络具有鲁棒性。鲁棒性反映了网络系统在受到外界破坏或内部结构发生变化时，所能保持网络原有功能的能力。对于城市路网来说，鲁棒性是指路网中的路段或交叉口在遭受攻击时，路网能保持正常运作的能力。为深入理解鲁棒性的涵义，需要理解鲁棒性、脆弱性、可靠性 3 个概念的区别。城市路网的鲁棒性与脆弱性是复杂网络所特有的两大特性，两者都是网络弹性的体现，即除去网络中节点或边所带来的攻击效果。两者呈现对立统一的辩证关系[10]。城市路网可靠性则是一个与鲁棒性紧密相关的概念，两者极易混淆，认为可靠性就是鲁棒性，其实不然。可靠性是一种概率型指标，是指在一定的交通需求和交通供给波动情况下，路网性能能维持一定要求的概率。然而鲁棒性是指路网在承受攻击时所呈现的后果，它不是概率值。

3.2　城市路网遭受攻击的方式

城市路网在遭受外界攻击时通常呈现出两种状态。

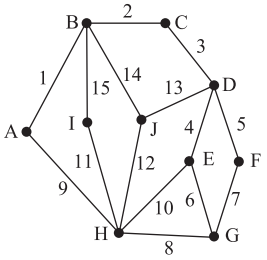
情形 1：网络中的一个点被去除时，连通该节点的边也将被去除，如图 2 所示。

情形 2：网络中的一条边被去除时，节点还会继续发挥作用，只有当连接节点的边都断裂时，节点才会失效，如图 3 所示。

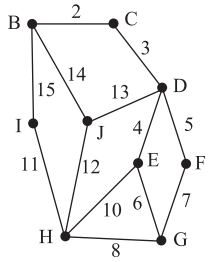
对于复杂网络的攻击可分为随机性攻击和蓄意攻击两种。复杂网络因为具有小世界和无标度特性，可以承受意外的随机性攻击，但面对协同式攻击却很脆弱（5% ~10% 的重要节点失效后会导致整个网络的瘫痪）[11-15]，而在随机性攻击网络中高达 80% 的节点后，交通网络仍然可以继续运作。因此本文着重对城市路网遭受蓄意攻击时的鲁棒性进行研究。具体攻击方式如下。

（1）基于节点度的攻击方式：按照节点度的大小依次删除网络中的节点；

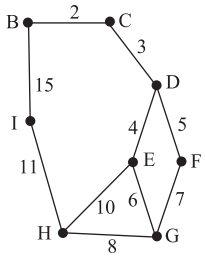
（2）基于节点介数的攻击方式：按照网络中节



（a）原始拓扑结构图



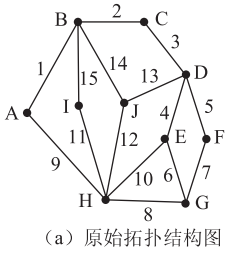
（b）节点A失效



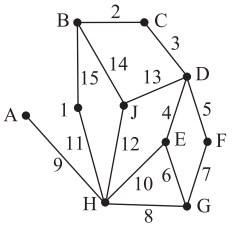
（c）节点J失效

图2 路网拓扑结构图中节点失效

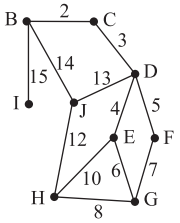
Fig. 2 Node failure in road network topology structure



（a）原始拓扑结构图



（b）边1失效



（c）边9、边11失效

图3 路网拓扑结构图中边失效

Fig. 3 Edge failure in road network topology structure

点介数的大小依次删除网络中的节点；

（3）基于边介数的攻击方式：按照网络中边介数的大小依次删除边介数较大的边。

3.3 城市路网鲁棒性指标

对于城市路网在遭受不同攻击方式下的鲁棒性的研究，需要建立一个鲁棒性评价指标体系，基于复杂网络理论中关于鲁棒性评价的研究，主要评价指标有：

（1）连通度

连通度是指网络中实际边数目与理论最大边数目的比值。在网络遭受攻击时，连通度越大，表明网络的应变能力越强。其计算式为：

$$\gamma = \frac{|D|}{3|V_d| - 6}, \tag{4}$$

式中，$|D|$ 为网络中边的数目；$|V_d|$ 为网络中节点的数目。

（2）最大连通子图的相对大小

最大连通子图是指以最少的边把网络中的所有节点连接起来的子图。其相对大小反映了网络在遭受攻击后，网络拓扑结构发生的变化，是网络破坏程度的体现。最大连通子图的相对大小等于最大连通子图中节点的数目与网络中节点数目之比，即：

$$S = \frac{|V'_d|}{|V_d|}, \tag{5}$$

式中 $|V'_d|$ 为最大连通子图中节点的数目。

（3）网络效率

网络效率是指所有节点对之间的效率的平均值，是用以衡量网络通行能力的重要指标。其计算式为：

$$E = \frac{1}{y(y-1)} \sum_{i,j \in N, i \neq j} \frac{1}{d_{ij}}, \tag{6}$$

式中，y 为网络中节点的总数；d_{ij} 为节点 i 到节点 j 的最短距离。

（4）圈数率

圈数是指网络破坏时能提供替代路线的数量，圈数率是圈数与网络中节点数目的比值。该项指标用来反映网络在遭受攻击时提供替代路线的能力。圈数的计算式为：

$$\mu = |D| - |V_d| + 1。 \tag{7}$$

圈数率的计算式为：

$$\mu^T = \frac{\mu}{|V_d|}。 \tag{8}$$

通过以上4项指标，可以评价城市路网的鲁棒性，从而反映出该城市路网规划的合理与否，可以为城市路网的布局优化、解决和应对突发事件、提高路网稳定性和可靠性等问题提供科学、客观的理论依据。

4 实例分析

本文针对广州市海珠区规划路网进行研究，海珠区是由珠江水系所环绕的相对封闭的路网，因此以该区的路网作为城市路网复杂网络特性的研究对象较为合适。根据前文所提出的路网拓扑结构路段抽象化的规则，海珠区路网中共包含102个路段。海珠区路网图如图4所示。将该区路网以对偶法转化为网络拓扑结构图，如图5所示。

图 4　广州市海珠区规划路网图

Fig. 4　Road network planning of Haizhu district in Guangzhou

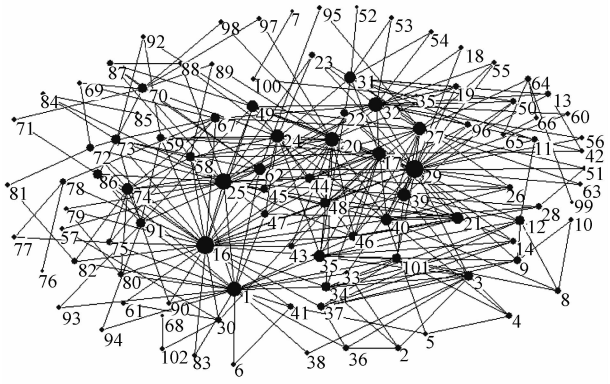


图 5　广州市海珠区路网拓扑结构图

Fig. 5　Road network topology structure of Haizhu district in Guangzhou

图 5 中各点的大小反映了其节点度的大小，在网络中节点度为 10 以上的点共有 25 个，占整个网络的 24.5%，节点度在 1 ~ 9 之间的点有 77 个，其中节点度在 2 ~ 4 之间的点占了整个网络的 51%，说明网络中大部分道路的交叉口为 2 ~ 4 个。通过对海珠区路网拓扑结构图的统计分析，得到该路网的整体拓扑结构特征值，如表 2 所示。

表 2　海珠区路网络拓扑特征值

Tab. 2　Topology characteristic values of Haizhu district road network

平均度	平均最短路径/m	聚类系数	最大直径/m
6.44	2.75	0.14	6

针对海珠区路网按照节点度、点介数、边介数 3 种攻击方式进行破坏，依此删除网络中节点度相对较大的点，得到网络的连通度、圈数率、最大连通子图的相对大小、网络效率 4 项指标的变化规律。

图 6 为基于节点度攻击的网络鲁棒性指标。可以看出，当网络按照节点度遭受攻击，失效节点达到 20% 时，连通度和最大连通子图的相对大小已降为原网络的 10%，圈数率和网络效率两项指标降为 0，整个路网已基本瘫痪。

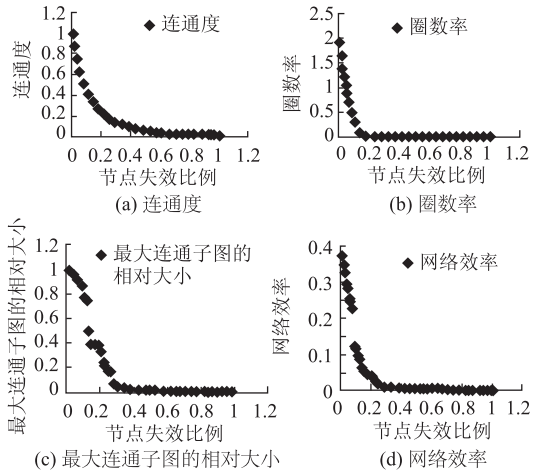


图 6　基于节点度攻击的网络鲁棒性指标

Fig. 6　Network robustness indexes based on node degree attack

图 7 为基于节点介数攻击的网络鲁棒性指标。可以看出，当网络按照节点介数遭受攻击，失效节点达到 60% 时，连通度和最大连通子图的相对大小已降为原网络的 10% 以下，圈数率和网络效率已降为 0，整个网络已完全瘫痪。

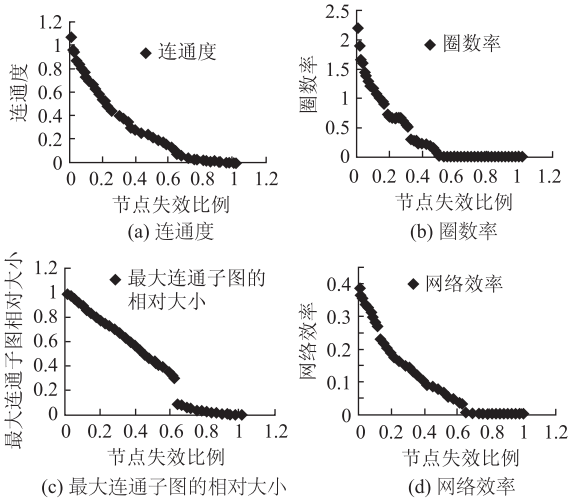


图 7　基于节点介数攻击的网络鲁棒性指标

Fig. 7　Network robustness indexes based on node betweenness attack

图 8 为基于边介数攻击的网络鲁棒性指标。可以看出，当网络按照边介数遭受攻击，失效边达到整个网络的 80% 时，连通度、最大连通子图的相对大小、网络效率 3 项指标均已降至原网络的 10% 以下，圈数率已降为 0，整个路网已基本瘫痪。

5　结论

本文采用对偶法将城市路网转化成拓扑结构图，

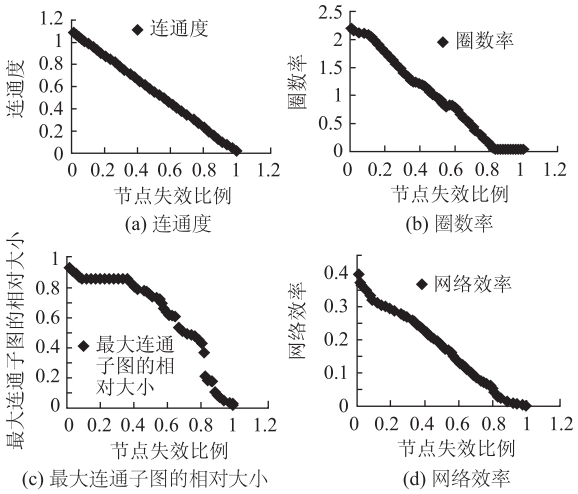


图8 基于边介数攻击的网络鲁棒性指标

Fig. 8 Network robustness indexes based on edge betweenness attack

并在此基础上对其复杂网络特性进行了分析。以基于节点度的攻击、基于节点介数的攻击和基于边介数的攻击3种方式，选择性攻击路网，以连通度、最大连通子图的相对大小、网络效率和圈数率4项指标作为城市路网鲁棒性的基本评价指标。最后以广州市海珠区路网为研究对象，并对该网络按照上述3种攻击方式进行了破坏。结果表明，城市路网遭受攻击，基于节点度的攻击时，整个网络瘫痪最快；基于节点介数的攻击时，网络的瘫痪速度相对较慢，基于边介数的攻击时，网络表现出较强的鲁棒性。因此，对于城市的管理与建设者来说，对于节点度较大的道路应予重视，对于规划路网中道路的建设计划可以参照节点度的大小来制订，对于城市交通管理部门在制订突发事件应急预案时，则可以此作为科学依据。

参考文献：

References：

[1] 高自友，赵小梅，黄海军，等. 复杂网络理论与城市交通系统复杂性问题的相关研究［J］. 交通运输系统工程与信息，2006，6（3）：41－47.
GAO Zi-you，ZHAO Xiao-mei，HUANG Hai-jun，et al. Research on Problems Related to Complex Networks and Urban Traffic Systems［J］. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology，2006，6（3）：41－47.

[2] 赵玲，邓敏，王佳璆，等. 应用复杂网络理论的城市路网可靠性分析［J］. 测绘科学，2013，38（3）：83－86.
ZHAO Ling，DENG Min，WANG Jia-qiu，et al. Reliability Analysis of Urban Street Network Based on Complex Network Theory［J］. Science of Surveying and Mapping，2013，38（3）：83－86.

[3] 张勇，屠宁霞，姚林泉. 城市道路交通网络脆弱性辨识方法［J］. 中国公路学报，2013，26（4）：154－161.
ZHANG Yong，TU Ning-xia，YAO Lin-quan. Urban Road Traffic Network Vulnerability Identification Method［J］. China Journal of Highway and Transport，2013，26（4）：154－161.

[4] 于海宁，张宏莉，余翔湛. 交通网络拓扑结构及特性研究综述［J］. 华中科技大学学报：自然科学版，2012，40（增1）：274－279.
YU Hai-ning，ZHANG Hong-li，YU Xiang-zhan. A Survey on Transportation Network Topology and Its Properties［J］ Journal of Huazhong University of Science and Technology：Natural Science Edition，2012，40（S1）：274－279.

[5] ZOU Zhi-yun，LIU Peng，LEI Li，et al. An Evolving Network Model with Modular Growth［J］. Chinese Physics B，2012，21（2）：615－621.

[6] PORTA S，CRUCITTI P，LATORA V. The Network Analysis of Urban Streets：A Dual Approach［J］. Physica A，2006，369（2）：853－866.

[7] 杨露萍，钱大琳. 道路交通网络脆弱性研究［J］. 交通运输系统工程与信息，2012，12（1）：105－110.
YANG Lu-ping，QIAN Da-lin. Vulnerability Analysis of Road Networks［J］. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology，2012，12（1）：105－110.

[8] 闫文彩，张玉林，赵茂先，等. 基于复杂网络的城市路网可靠性分析［J］. 山东科学，2011，24（2）：65－70.
YAN Wen-cai，ZHANG Yu-lin，ZHAO Mao-xian，et al. Complex Network Based Reliability Analysis of Urban Road Networks［J］. Shangdong Science，2011，24（2）：65－70.

[9] 吴建军，高自友. 城市交通复杂性：复杂网络方法及其应用［M］. 北京：科学出版社，2010：24－30.
WU Jian-jun，GAO Zi-you. Urban Traffic Complexity：Complex Network Method And Its Application［M］. Beijing：Science Press，2010：24－30.

[10] 接婧. 国际学术界对鲁棒性的研究［J］. 系统工程学报，2005，20（2）：153－159.
JIE Jing. Study of Robustness in the World［J］. Journal of Systems Engineering，2005，20（2）：153－159.

（下转第146页）

[3] RAO S K. Unit Curve for Design of Highway Transition [J]. Journal of Transportation Engineering, 1995, 121 (2): 169 – 175.

[4] 张金水, 张廷楷. 道路勘测与设计 [M]. 上海: 同济大学出版社, 2005.
ZHANG Jin-shui, ZHANG Ting-kai. Road Survey and Design [M]. Shanghai: Tongji University Press, 2005.

[5] JTGB 01—2003, 公路工程技术标准 [S].
JTGB 01—2003, Technical Standard of Highway Engineering [S].

[6] 杜瑞国, 王中元, 李振军. 车辆转弯不容忽略的力学问题 [J]. 力学与实践, 2011, 33 (4): 90 – 91.
DU Rui-guo, WANG Zhong-yuan, LI Zhen-jun. Mechanical Problem of Vehicle Turning Cannot be Ignored [J]. Mechanics and Engineering, 2011, 33 (4): 90 – 91.

[7] 杨英. 大客车操纵稳定性动力学研究 [D]. 吉林: 吉林大学, 2002.
YANG Ying. Research of Coach Steering Stability Dynamics [D]. Jilin: Jilin University, 2002.

[8] MANFRED M, HENNING W, 陈荫三, 等. 汽车动力学 [M]. 4 版. 北京: 清华大学出版社, 2009.
MANFRED M, HENNING W, CHEN Yin-san, et al. Vehicle Dynamics [M]. 4th ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2009.

[9] 郭志勇, 王宏建. HQ6112A15 型客车底盘悬架侧倾计算 [J]. 机械工程师, 2007 (2): 110 – 111.
GUO Zhi-yong, WANG Hong-jian. Calculation of Chassis Suspension Roll of HQ6112A15 Type Coach [J]. Mechanical Engineer, 2007 (2): 110 – 111.

[10] 郭孔辉, 李宁, 庄晔. 轮胎侧向力影响因素试验 [J]. 农业机械学报, 2011, 42 (12): 1 – 5.
GUO Kong-hui, LI Ning, ZHUANG Ye. Affecting Factors Experiment in Tire Lateral Force [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42 (12): 1 – 5.

[11] 郭孔辉, 隋军. 轮胎垂直载荷分布与侧向力模型及纵向力之间的关系 [J]. 汽车研究与开发, 1995 (1): 22 – 25.
GUO Kong-hui, SUI Jun. Relationship of Tire Vertical Load Distribution with Lateral Force Model and Longitudinal Force [J]. Automotive Research and Development, 1995 (1): 22 – 25.

[12] GB 1589—2004, 道路车辆外廓尺寸、轴荷及质量限值 [S].
GB 1589—2004, Limits of Dimensions, Axle Load and Masses for Road Vehicles [S].

[13] 王喜斌, 闫成柱. HQ6112A15 型后置长途客车底盘与发动机的匹配设计计算 [J]. 专用汽车, 1990 (2): 29 – 32.
WANG Xi-bin, YAN Cheng-zhu. Matching Design and Calculation of HQ6112A15 Type Long Distance Rear Coach Chassis and Engine [J]. Special Purpose Vehicle, 1990 (2): 29 – 32.

[14] AWADALLAH F. Theoretical Analysis for Horizontal Curves Based on Actual Discomfort Speed [J]. Journal of Transportation Engineering, 2005, 131 (11): 843 – 850.

[15] HILDEBRAND E D, LEWIS J. Driver Tolerance of Lateral Accelerations on Horizontal Curves [J]. Canadian Journal of Civil Engineering, 2010, 37 (3): 413 – 419.

(上接第 124 页)

[11] 张勇, 杨晓光. 城市路网的复杂网络特性及可靠性仿真分析 [J]. 系统仿真学报, 2008, 20 (2): 464 – 513.
ZHANG Yong, YANG Xiao-guang. Complex Network Property and Reliability Simulation Analysis of Urban Street Networks [J]. Journal of System Simulation, 2008, 20 (2): 464 – 513.

[12] ALBERT R, BARABÁSI A L. Statistical Mechanics of Complex Networks [J]. Reviews of Modern Physics, 2002, 74 (1): 47 – 97.

[13] JEONG H, TOMBOR B, ALBERT R, et al. The Large-scale Organization of Metabolic Networks [J]. Nature, 2000, 407 (6804): 651 – 654.

[14] ALBERT R, JEONG H, BARABÁSI A L. Error and Attack Tolerance of Complex Networks [J]. Nature, 2000, 406 (6794): 387 – 482.

[15] 赖丽萍. 城市轨道交通网络鲁棒性研究 [D]. 北京: 北京交通大学, 2012: 31 – 36.
LAI Li-ping. Research on Robustness of Urban Rail Transit Network [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2012: 31 – 36.