

大型客机水上迫降尾部吸力效应分析

张韬*, 李书, 代恒超

北京航空航天大学航空科学与工程学院, 北京 100191

* E-mail: taozhang@ase.buaa.edu.cn

收稿日期: 2012-04-26; 接受日期: 2012-06-08

国家自然科学基金(批准号: 10772013)、国家高技术研究发展计划(“863”计划)(批准号: 2012AA112201)和航空科学基金(批准号: 20100251007)资助项目

摘要 大型客机水上迫降研究在我国自行设计的运输类飞机取得适航证的过程中必不可少。在水上迫降过程中尾部吸力的作用是研究的焦点和难点。利用显示积分法求解离散的拉格朗日有限元方程, 并采用欧拉有限体积法求解欧拉控制方程, 通过一般耦合(general coupling)算法实现流固耦合计算, 运用 Dytran 给出了算例的数值仿真, 并进行了相应水池试验。通过对影响水上迫降关键因素-吸力的产生和影响进行分析, 对某工况下的飞机水上迫降进行算例分析, 得到了正确的飞机入水冲击压力和姿态。给出了仿真和试验的结果。结果说明吸力是影响水上迫降计算的关键因素, 一般流固耦合解法可以模拟出飞机水上迫降产生的尾部吸力及抬头现象, 计算出的姿态角和压力的时间历程与试验结果基本一致。考虑吸力的仿真与试验结果基本一致, 不考虑吸力的仿真与试验结果相差较大。不同重量特性、不同初始姿态角, 均对水上迫降的水载荷有影响。

关键词
大型客机
水上迫降
流固耦合
有限元
有限体积
尾部吸力

对于民用飞机来说, 必须满足适航条例。飞机、直升机跨海(水)飞行时都要考虑水面迫降的情况。美国联邦航空局及欧洲联合适航条例要求都规定: 所有大型运输机, 必须通过模型试验或借助分析及类比外推来验证其水上迫降性能。我国在民用飞机适航条例 CCAR-25-R3 部^[1]中就民用飞机的水上迫降能力的审定也做了明确的规定。民用飞机若想取得适航证, 必须满足适航条例。因此, 民用飞机水上迫降的研究对取得适航证必不可少。

波音、空客等航空公司在早期都曾进行模型试验, 但现在已经有丰富的做过水上迫降的机型来对比验证新机型。由于我国自行设计的运输类飞机几乎没有进行过系统的水上迫降性能研究, 因此开展飞

机水上迫降的模型试验以及研究水上迫降的分析方法都具有现实的意义^[2]。

飞机水上迫降的理论分析, 涉及水表面边界形状的改变, 是一个高度非线性的问题^[2], 分析相当困难。主要的研究方法有三种: 解析法、数值法、试验法。早期的求解方法多为解析法。最早发表的关于接水冲击力理论计算的是 Von Karman^[3], 其采用附加质量代替流体作用来分析入水冲击问题。1932年, Wagner^[4]将 Von Karman 的方法理论化, 又考虑到冲击时水面的抬升现象, 提出了小斜升角模型的近似平板理论, 成为现今理论研究的基础。后来许多学者都是基于他们的理论, 相继提出了一些改进措施。Eroshin 等人^[5]对压缩效应进行了大量的实验和理论

研究, 得出采用不可压缩流体计算的冲击力比实际大的原因, 这是由于实际入水冲击引起了流体可压缩效应所致. 1958年, 美国的水星计划首次进行载人航天飞行项目, 为了解决返回地球的设备在海上回收问题, 确定最大入水冲击载荷成了航天器设计的基本要求.

20世纪90年代以来, 入水冲击计算的一个重要发展方向是有限元技术的应用. 有限元技术的成熟使得流体域和固体域单独建立数值模型成为可能. 2008年胡大勇等人^[6]采用解耦的方法对飞机入水冲击进行了数值仿真, 将从试验得到的载荷和速度场直接加到模型中, 从而得到飞机的应力分布, 但未涉及到流固耦合计算. 2006年, Climent等人^[7]采用SPH法对EADS-CASA CN235-300M飞机的水上迫降进行了仿真. 文中指出, 在飞机迫降过程中, 出现在机身后部的吸力(负压力)影响重大. 2009年, Nathalie^[8]采用SPH法对飞机水上迫降中考虑吸力和不考虑吸力两种情况分别进行了数值仿真, 并给出了对比结果. 文中指出, 吸力对于飞机水上迫降的运动状态有着明显的重要作用. 飞机的姿态和速度受到显著影响. 由于SPH法无法模拟吸力, 文中吸力均由人为施加.

在连续介质力学问题的数值解法中, 空间域的分析中固体模型一般采用有限元法, 而有限差分法对于流体模型的计算仍然具有优势. 本文采用一般流固耦合法对飞机水上迫降进行数值求解, 采用拉格朗日有限元法计算固体模型, 用欧拉有限体积法求解流体模型. 本文在飞机水上迫降的数值求解中, 考虑了水平速度, 采用了耦合解法, 给出了吸力(负压力)的模拟, 飞机迫降的姿态和压力的计算结果更加合理.

1 一般流固耦合法

一般耦合法将模型的欧拉部分与拉格朗日部分之间建立起耦合关系. 耦合面定义在拉格朗日模型上, 该面是欧拉网格与拉格朗日网格之间的相互作用力的传递者. 对于欧拉网格, 该面充当流场边界. 同时, 欧拉单元内的应力使得有力作用在耦合面上, 引起拉格朗日单元发生变形.

1.1 拉格朗日有限元法

在非线性有限元的格式上采用UL方法, 即更新

的拉格朗日方法^[9], 每一步计算都进行刚度矩阵的更新, 并且计算的参考坐标系建立在变形后的当前构型基础上, 这样可以有效的处理非线性问题. 采用显式积分方法, 非线性问题的求解不需要进行迭代. 在采用低精度单元的基础上, 经过近似处理, 可以使系统的质量矩阵不包含耦合项, 从而在积分时无须进行矩阵求逆, 只需求解关于每个自由度的独立一元一次代数方程, 由于不需要迭代, 所以提高了计算效率.

显式时间积分法:

将运动微分方程

$$\mathbf{M}a_n + \mathbf{C}v_n + \mathbf{K}d_n = \mathbf{F}_n^{\text{ext}} \quad (1)$$

改写成

$$\mathbf{M}a_n = \mathbf{F}_n^{\text{ext}} - \mathbf{F}_n^{\text{int}}, \quad (2)$$

$$a_n = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{F}_n^{\text{residual}}, \quad (3)$$

其中 $\mathbf{F}_n^{\text{ext}}$ 为外载荷矢量, $\mathbf{F}_n^{\text{int}}$ 为内力矢量, $\mathbf{F}_n^{\text{int}} = \mathbf{C}v_n + \mathbf{K}d_n$, $\mathbf{F}_n^{\text{residual}}$ 为剩余力矢量, $\mathbf{F}_n^{\text{residual}} = \mathbf{F}_n^{\text{ext}} - \mathbf{F}_n^{\text{int}}$, \mathbf{M} 为质量矩阵, \mathbf{C} 为阻尼矩阵, \mathbf{K} 为刚度矩阵. 加速度可通过对质量矩阵求逆并乘以剩余力矢量求出.

1.2 欧拉有限体积法

欧拉方法主要用于流体流动问题的分析以及固体材料发生很大变形的情况. 欧拉方法的结点固定在空间中, 由相关结点连接而成的单元仅仅是空间的划分. 分析对象的材料在网格中流动.

将控制方程在流场中任一封闭曲面所包含的容积内进行积分, 得到积分形式的控制方程^[10]:

质量守恒

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\text{vol}} \rho dV = - \iint_{\text{surf}} \rho \mathbf{u} \cdot d\mathbf{S}, \quad (4)$$

动量守恒

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\text{vol}} \rho \mathbf{u} dV = - \iint_{\text{surf}} \rho \mathbf{u} \mathbf{u} \cdot d\mathbf{S} + \iint_{\text{surf}} \mathbf{T} d\mathbf{S}, \quad (5)$$

能量守恒

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\text{vol}} \rho e_t dV = - \iint_{\text{surf}} \rho e_t \mathbf{u} \cdot d\mathbf{S} + \iint_{\text{surf}} \mathbf{u} \cdot \mathbf{T} d\mathbf{S}, \quad (6)$$

其中 ρ 为密度, \mathbf{u} 为速度矢量, e_t 为单位质量的总能量, 等于单位质量的内能加上动能, \mathbf{T} 是作用于边界上单位面积上的面力.

通过控制方程从而可以解出单元形心处的物理

量(密度、流速、内能)在 t_{n+1} 时刻的值, 得到从时刻 $t_n \sim t_{n+1}$ 的变化量关系. 根据材料本构关系, 可以进一步计算出压力值.

2 吸力的产生及其对结果的影响

2.1 吸力的产生

如图1所示, 当飞机机身尾部由空气进入水中时, 由于水的密度远大于空气密度, 并且相对流速相同, 根据伯努利原理, 飞机尾部所产生的动压大大增大, 这导致了尾部压力的大幅减小, 甚至相对于大气压为负压力, 即产生了所谓的吸力^[7]. 如图2所示.

由于吸力产生于空气、水与飞机的作用, 需要采用有限体积法求解流体状态方程. 一般耦合法对于欧拉部分采用有限体积法进行计算, 符合要求.

从图2来看, 吸力在开始时分布于机身尾部的大部分面积, 而后随着飞机的抬头作用, 飞机接触水的

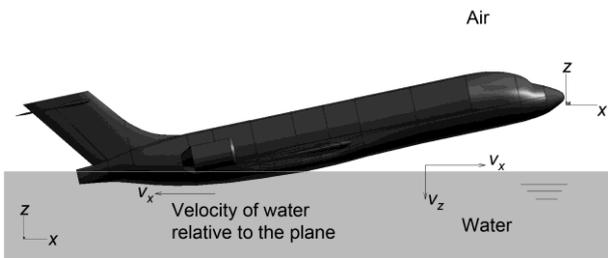


图1 12°仰角飞机入水吸力产生示意图

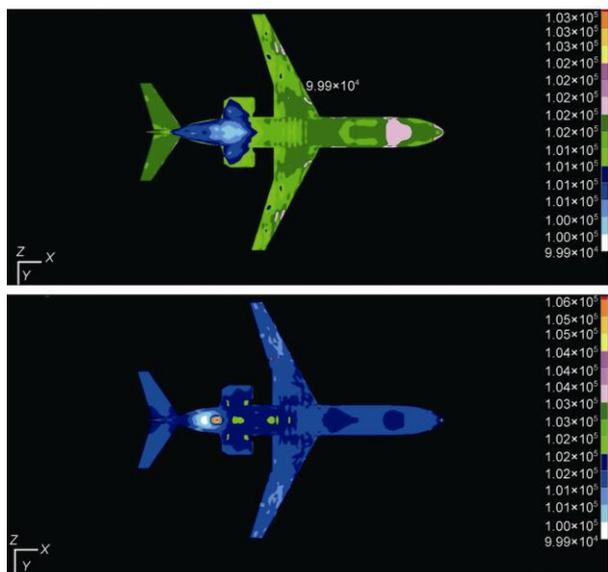


图2 12°仰角飞机入水吸力压力云图

部分减少, 吸力的分布更为集中, 相对压力值更小. 这种吸力的时间历程和分布, 使得吸力的效果会提前于姿态角.

2.2 吸力对结果的影响

吸力对于飞机迫降的姿态角有着重要的影响, 并且直接影响着水载荷的大小. 图3给出了考虑吸力和不考虑吸力两种情况下的飞机姿态角变化. 飞机模型为 1:10 缩比模型. 初始姿态角为 12°, 水平 x 方向速度: 17 m/s. 竖直 z 方向速度: -0.9 m/s. 并施加重力场 $g=9.8 \text{ m/s}^2$. 重量特性为 17%MAC, 即前重心情况.

其中吸力的产生由一般耦合法直接计算得到, 并非人为施加.

如图3所示, 考虑吸力作用的计算结果与试验结果吻合较好, 而不考虑吸力的结果与试验结果相差很远. 本文所得结果与文献[8]中的结果一致, 但是本文的吸力不是人为施加, 而是通过有限体积法计算得到.

如表1所示, 考虑吸力作用的仿真计算结果与试验较为接近, 而不考虑吸力的结果明显小于试验结果表中所示的压力值选点位置如图4所示.

2.3 吸力的大小

从图2上看, 吸力呈片状分布, 从压力时间历程

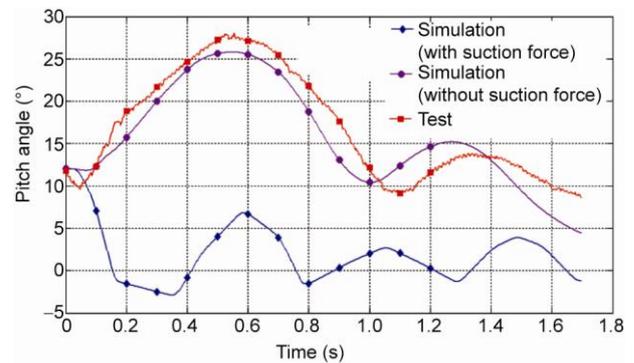


图3 姿态角随时间变化历程对比图

表1 两种仿真的压力值与试验值比较

Test point		Pressure		Test data (kPa)
		Without suction force	With suction force	
No.7	Pressure	101 (kPa)	182 (kPa)	229
	Error	56%	20%	
No.15	Pressure	35 (kPa)	154 (kPa)	121
	Error	71%	27%	

上看, 吸力随着时间的历程波动, 从 0 逐渐增大, 最高到达 14 kPa 左右. 图 5 所示为飞机尾部 15 号点处的吸力压力值(负压力), 其吸力从 0.05 s 附近开始, 于 0.08 s 到达最大值, 并逐渐减小, 于 0.18 s 左右结束, 吸力的效果直接影响姿态角的变化. 从图 3 和 5 可以看到, 姿态角的变化始终滞后于吸力的变化.

3 影响吸力的因素分析

3.1 欧拉模型

1) 空气是吸力产生的必要条件.

如果没有空气模型, 飞机与水不接触的部分将不存在空气压力, 全机只存在与水相撞产生的撞击力. 如图 6 所示. 所以飞机会有一个低头的的作用, 而不会产生使飞机抬头的吸力. 这将导致飞机的姿态角与压力值错误.

2) 空气和水的网格密度和数量对吸力的影响.

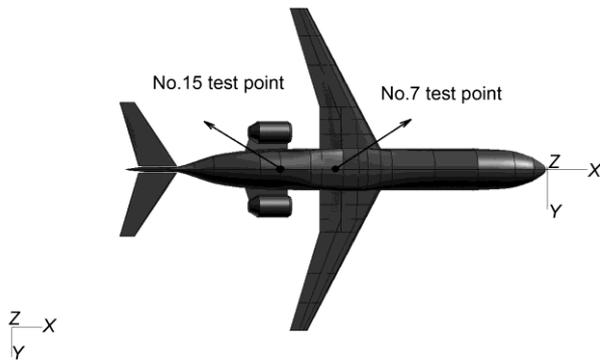


图 4 7 号和 15 号测压点位置

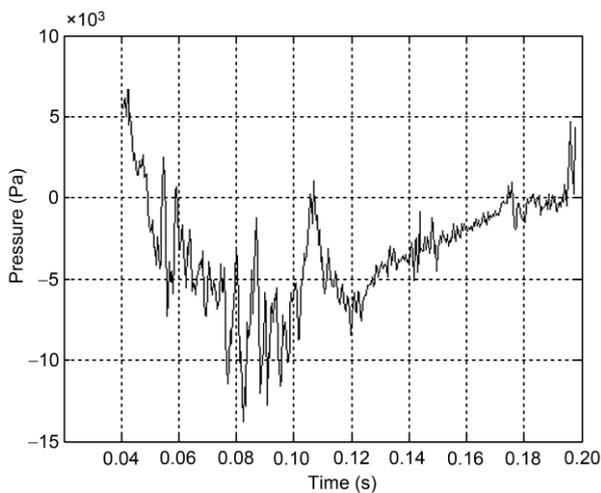


图 5 吸力压力值

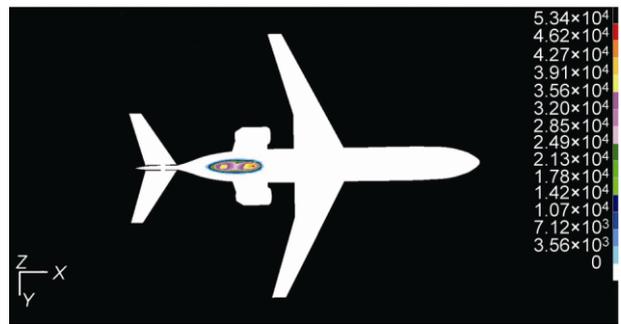


图 6 无空气底部压力云图

过于稀疏的网格将使材料的变化不精确, 导致不能反映飞机受到的吸力效应, 过于密集的网格将导致无法容纳材料. 因此, 欧拉网格的划分要保证网格足够大^[9]. 网格加密的区域应选取撞击最严重的区域.

3.2 水气交界层

由于水和空气的密度不同, 在水体网格与空气网格的相交部分, 会产生气液混合过渡层, 如图 7 所示.

飞机由空气进入水中时, 实际上与混合层相撞. 由于混合层的材料属性不同于水和空气, 使得仿真结果出现失真, 吸力的产生的时间和大小受到影响, 直接导致姿态角和压力值的不准确.

在有限体积法中, 材料的属性定义在网格的中心位置, 因此可以通过控制网格的厚度进而控制混合层的厚度. 本文通过减小混合层网格厚度, 使得混合层对于仿真结果的影响可以忽略, 如图 8 所示, 气液过度层的厚度减小到了 1/10 以上.

4 水上迫降算例分析

国际国内的水上迫降试验均取初始姿态角在 8°~12°附近. 其中很多文献中都将 12°指定为迫降时

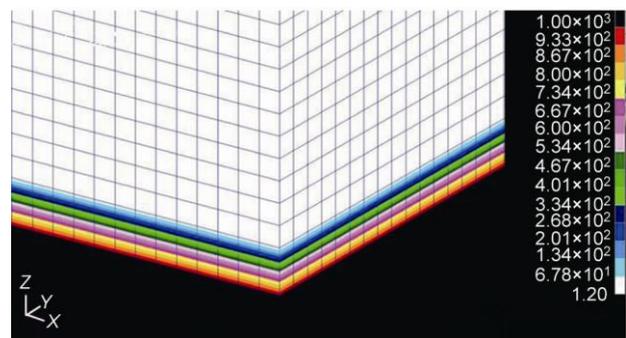


图 7 气液过渡现象

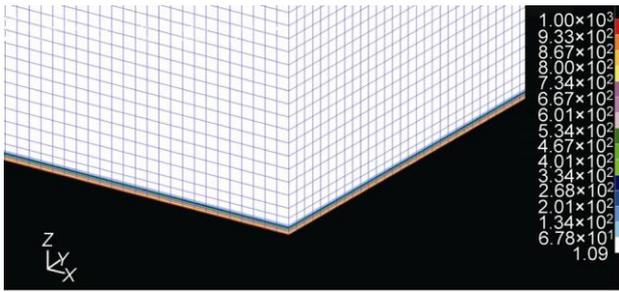


图8 网格加密后气液过渡层

的姿态角. 本文将 12° 初始姿态角作为试验对比工况, 利用一般耦合法进行考虑吸力的计算, 给出了大型客机水上迫降姿态角和压力的时间历程, 将仿真结果与试验结果进行对比.

4.1 飞机模型

飞机的几何模型按照 1:10 缩比模型图纸建立. 模型共分为 9 个组: 机身蒙皮、框、地板、机翼蒙皮、机翼肋与梁、立尾蒙皮、立尾梁、短舱和机身撞击部位. 所有工况均考虑主起和前起都收起情况. 如图 9 所示, 飞机从机头开始依次建立第 1~11 框, 其中 4~5 框, 5~6 框, 6~7 框之间均有一个半框.

飞机模型的有限单元(图 10)由二维壳单元和一维梁单元组成. 板壳元主要选取 4 节点四边型板壳元和少量 3 节点三角形板壳元, 采用 Belyschko-Tsay 板壳理论计算. 梁单元主要用来定义框的缘条和梁(图 11), 在碰撞的关键区域-飞机腹部 4 框和 7 框之间的蒙皮, 进行网格加密.

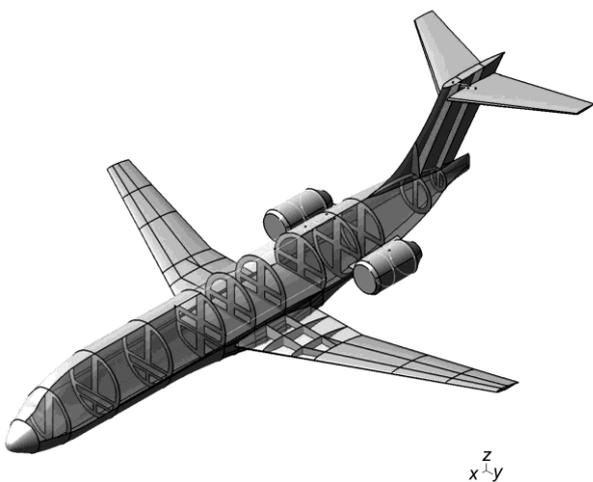


图9 飞机几何模型

4.2 流体模型

水体与空气体的几何模型均为六面体(图 12). 水和空气的欧拉有限元单元全部采用六面体单元, 以便于快速耦合算法. 越接近撞击区域, 网格应越细密, 以提高计算精度. 并且有限体积法要求网格数量需要达到一定的规模才能保证精度. 另一方面, 由于有线体积法要求网格要足够大^[9], 以容纳材料, 网格划分之后需要试算验证. 欧拉域采用不均匀划分, 在靠近撞击的区域, 网格逐渐加密. 以避免混合层影响



图10 飞机内部结构有限元模型

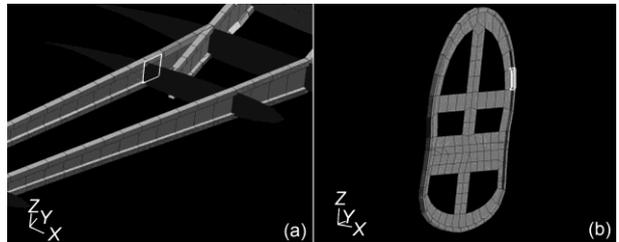


图11 框缘与梁

(a) 立尾梁单元; (b) 框缘梁单元

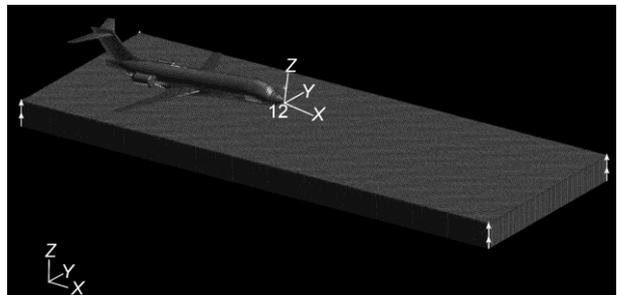


图12 水体模型

入水冲击结果. 边界条件采用刚性墙设置.

4.3 初始条件

模型试验选取了若干测量点. 模型的初始姿态角为 12° , 水平 x 方向速度: 17 m/s . 竖直 z 方向速度: -0.9 m/s . 并施加重力场 $g=9.8 \text{ m/s}^2$. 重量特性为 $17\%MAC$, 即前重心情况.

4.4 转换关系

模型试验需要将真实飞机值转化为模型值. 模型试验得到的结果再转化为真实飞机值. 模型试验与真实飞机的比例关系^[11]是基于假设: 飞机水上迫降过程中碰撞力占主要因素, 水阻力为次要因素, 因此只需考虑 Froude 准则:

$$F_r = V_H / \sqrt{gL_H} = V_M / \sqrt{gL_M}, \quad (7)$$

其中 V_H, L_H 为真实飞机的速度与长度, V_M, L_M 为模型的速度与长度. 根据 Froude 相似准则可以得到飞机与模型的转换关系, 如表 2 所示.

4.5 状态方程

流体的描述方程对于水域内的压力用多项式状态方程描述:

$$P = \begin{cases} a_1\mu + a_2\mu^2 + a_3\mu^3 + (b_0 + b_1\mu)\rho_0e, & \text{in compression } (\mu > 0), \\ a_1\mu + (b_0 + b_1\mu)\rho_0e, & \text{in tension } (\mu < 0), \end{cases} \quad (8)$$

其中 p 为压力, e 为单位质量内能, $\mu = \frac{\rho_w}{\rho_0} - 1$, ρ_w 为

水的密度, ρ_0 为参考密度, α_1 为水的体积弹性模量.

空气采用可压缩理想气体本构关系的材料定义, 空气域内的压力用 γ 律状态方程模型定义气体的状态方程, 其中压力是密度、比内能和理想气体比热比 γ 的函数:

表 2 全尺寸飞机与模型转化关系

Physical quantity	Sign	Proportion	Model value
Length	L	λ	λL
Force	F	λ^3	$\lambda^3 F$
Moment of inertia	I	λ^5	$\lambda^5 I$
Mass	M	λ^3	$\lambda^3 m$
Time	T	$\sqrt{\lambda}$	$\sqrt{\lambda} t$
Velocity	V	$\sqrt{\lambda}$	$\sqrt{\lambda} V$
Linear acceleration	A	1	α
Angular acceleration	α	λ^{-1}	$\lambda^{-1} \alpha$
Pressure	P	λ	λP

$$\rho = (\gamma - 1)\rho e, \quad (9)$$

其中 ρ 为空气总体材料的密度, γ 为空气比热比, e 为空气单位质量的比内能. 在标准状态下定义: $\rho=1.08 \text{ kg/m}^3$, $\gamma=1.4$, $e=211401 \text{ J/kg}$.

4.6 入水姿态

缩比模型(图 13)的水上迫降水池试验是在中国特种飞行器研究所进行的, 该所的高速水动力实验室是航空科技重点实验室. 如图 14 所示, 试验水池长 510 m 、池宽 6.5 m 、深 6.8 m , 水深 5 m , 配备高速拖车, 拖曳速度最高达到 22 m/s , 稳定精度为 $0.1\% \sim 0.2\%$. 水池端部安装了由交流伺服电机驱动的摇板式造波机系统, 可造波长 $0.05 \sim 15 \text{ m}$ 的规则波和最大有义波高 0.3 m 的长峰不规则波. 可以满足各种飞行器水上迫降性能的模型试验.

整个试验装置由拖车、飞机缩比模型、水池和测试系统组成. 飞机缩比模型通过吊钩与拖车相连, 在拖车达到指定速度和位置后, 松开吊钩释放模型入水, 此时模型内部的测试设备记录着水过程中压力、速度和加速度等响应信息.

试验初始条件如 4.3 节所述, 所得试验姿态角时间历程曲线如图 15 所示. 仿真计算结果如图 16 所示.

计算结果与试验数据对比表明, 飞机模型的入水冲击姿态角随时间的变化历程仿真结果与试验结果基本一致.

由于计算时间较长, 本文只选取了 12° 初始姿态角的情况进行长时间计算, 以验证飞机水上迫降的姿态角. 仿真动画序列如图 17 所示.

如图 17 所示, 飞机在空气中以 12° 初始姿态角接



图 13 缩比模型



图 14 试验水池

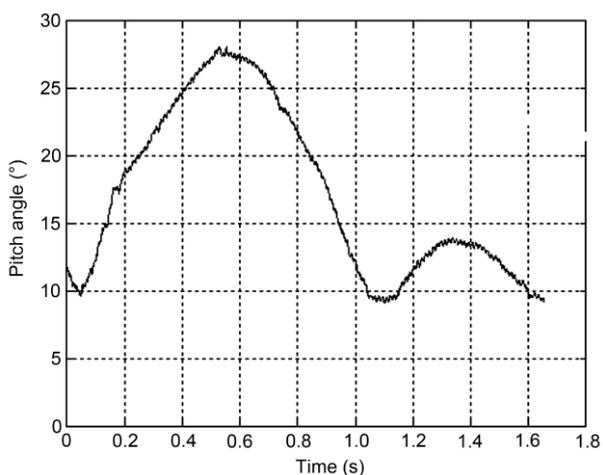


图 15 12°飞机入水试验姿态角随时间变化历程

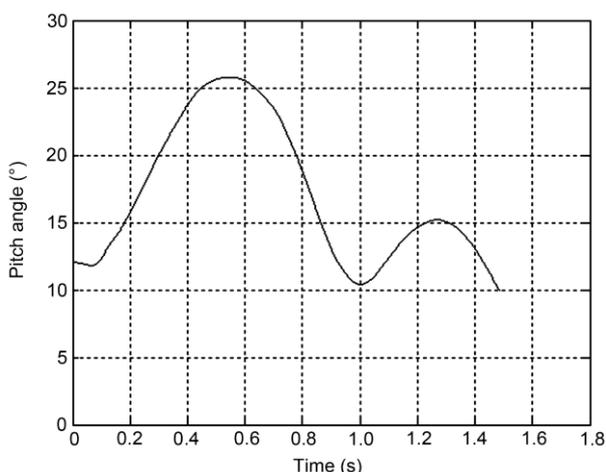


图 16 12°飞机入水仿真姿态角随时间变化历程

触水面, 由于水的吸力作用, 飞机机头抬起, 最高至 26°, 然后由于重力作用, 机头向下降至水面. 姿态角随时间变化历程如图 15 和 16 所示. 初始姿态角为 12°, 由于尾部吸力的作用, 机头抬高, 姿态角升至最高值后下降. 然后姿态角会有一个二次峰值, 最后姿态角趋于平缓.

4.7 入水载荷及时间历程

本文选取设计单位关心的最初发生撞击的和撞击最严重的 2 个测量点的仿真结果与试验值结果进行比较, 如表 3 所示. 所选两个测量点 7 号和 15 号测量点的位置如图 4 所示.

试验和仿真得到的压力时间历程曲线如图 18~21 所示. 压力的时间历程曲线的峰值都发生的撞击刚开始的时刻, 并且在极小的时间内达到峰值. 随后压力迅速降低. 由于冲击最严重的部位在 7 号测压点, 所以对 7 号测压点附近的单元进行了加密, 而飞机其它位置的网格并没有加密. 因此, 7 号点的计算结果比较平滑(如图 21), 而 15 号点的计算结果呈现波动(如图 19).

计算结果与试验数据对比表明, 飞机模型的入水冲击压力时间历程的仿真结果与试验结果基本一致.

5 其他因素对水上迫降水载荷的影响

5.1 初始姿态角对压力的影响

根据国际国内对于水上迫降的试验要求, 另外

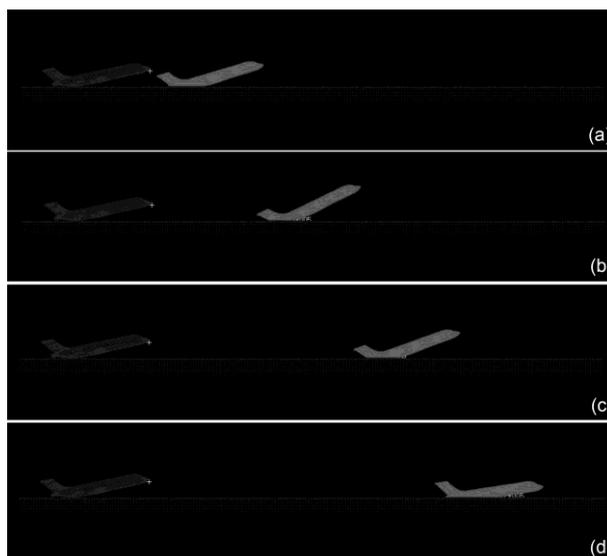


图 17 12°飞机入水仿真动画序列

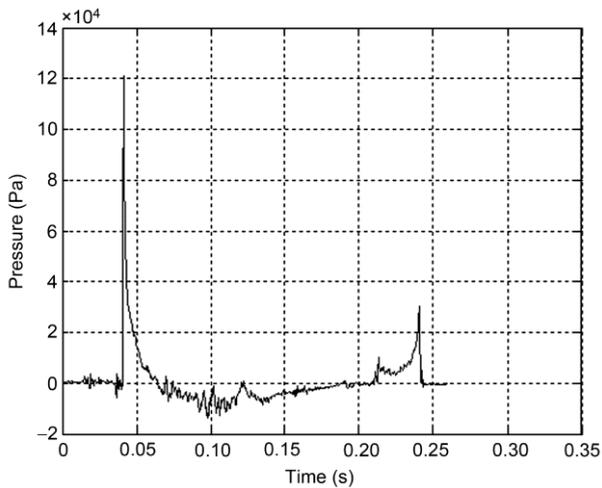


图 18 15号点压力图-试验数据

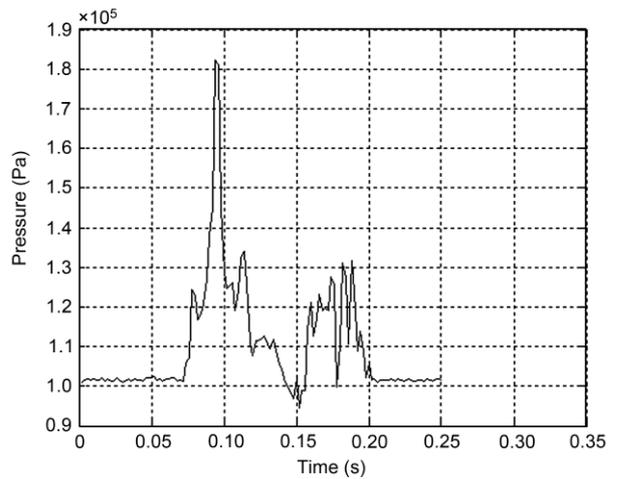


图 21 7号点压力图-计算结果

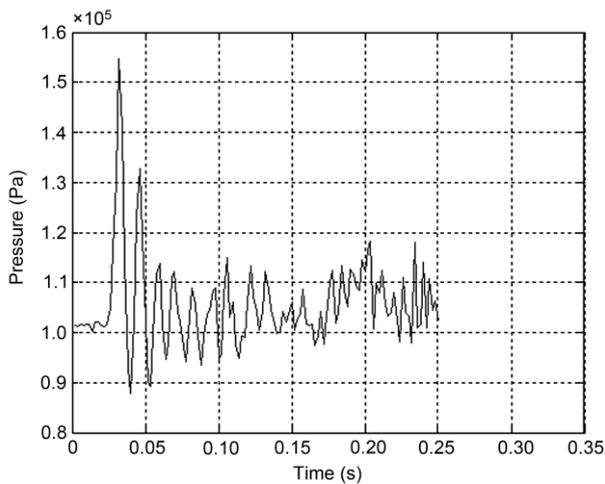


图 19 15号点压力图-计算结果

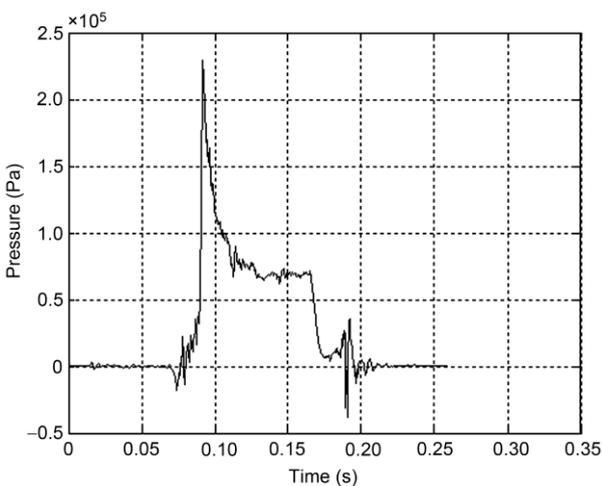


图 20 7号点压力图-试验数据

选取初始姿态角为 10° 和 8° 进行数值仿真. 所得 7 和 15 号点的压力峰值如表 3 所示, 本文仿真得到的压力随初始攻角变化规律与文献[12, 13]结果一致, 即随着初始攻角增大, 压力峰值亦增大.

5.2 重心位置对压力的影响

在大型飞机中, 重心被定义为重心位置占平均气动弦长的百分比(%MAC).

试验与仿真中所选取的前重心位于 17% MAC, 后重心情况即 31% MAC. 模型的后重心计算条件与前重心情况相同. 选取的测量点为 7 号点和 15 号点. 主要参数设置如表 4 所示.

试验和仿真中 7 号点和 15 号点的最大压力值如表 5 所示.

表 3 仿真结果与试验值比较

Test point	Pressure		
	Initial attitude (°)	Simulation pressure (kPa)	Test pressure (kPa)
No.7	12	182	229
	10	172	—
	8	168	—
No.15	12	154	121
	10	150	—
	8	145	—

表 4 仿真结果与试验值比较

Item	Value
Initial attitude (°)	12
Horizontal velocity ($m s^{-1}$)	17
Vertical velocity ($m s^{-1}$)	-0.9
Gravity field is defined ($m s^{-2}$)	9.8
Weight characteristics	31%MAC

本文通过配平法调节飞机的质量特性, 质量特性不同, 对于飞机的姿态角和压力的有一定的影响. 对于其他初始条件和边界条件相同的工况下, 本文前重心和后重心两种质量特性下的飞机压力峰值相差了 27%(表 6).

表 5 仿真结果与试验值比较

Test point	Pressure	
	Test pressure (kPa)	Simulation pressure (kPa)
No.7	180	189
No.15	153	155

表 6 两种工况下试验压力值比较

Test point	Pressure		
	CG at 17% MAC (kPa)	CG at 31% MAC (kPa)	Variation percentage (%)
No.7	229	180	27
No.15	121	153	21

6 结论

本文通过一般流固耦合法计算了考虑吸力的大型客机水上迫降的姿态角和着水载荷. 研究表明迫降过程中存在尾部吸力和抬头现象. 本文主要结论如下.

1) 吸力对于飞机水上迫降的姿态角有着重要的影响, 考虑吸力的仿真结果与试验结果基本一致, 不考虑吸力的仿真结果与试验结果相差较大.

2) 空气模型是吸力产生的必要条件. 水气交界层对吸力的产生有影响.

3) 一般流固耦合法可以计算出飞机水上迫降时产生的尾部吸力及抬头现象, 相比其它方法, 本方法不需人为施加吸力.

4) 不同质量特性和初始姿态角对飞机的压力有影响.

参考文献

- 1 中国民用航空总局. 中国民用航空规章第 25 部: 运输类飞机适航标准, 2001
- 2 李斌, 杨智春. 大型运输机水上迫降进展. 见: 中国航空学会 2007 年学术年会, 2007
- 3 Von Karman T. The impact of seaplane floats during landing. Washington DC: National Advisory Committee for Aero-nautics, NACA Technical Notes 321, 1929
- 4 Wagner V H. Phenomena associated with impacts and sliding on liquid surfaces. *Angew Math Mech*, 1932, 12(4): 193-215
- 5 Eroshin V A, Romanenkov N I, Serebryakov I V, et al. Hydrodynamic forces produced when blunt bodies strike the surface of acompressible fluid. *Mekhanika Zhidkostii Gaza*, 1979, 6: 44-51
- 6 胡大勇, 杨嘉陵, 王赞平, 等. 某型飞机水上迫降数值化模型. *北京航空航天大学学报*, 2008, 34, 12: 1369-1374
- 7 Climent H, Benitez L, Rosich F, et al. Pentecote, Aircraft Ditching Numerical Simulation. In: 25th International Congress of the Aeronautical Sciences, Hamburg, 2006
- 8 Nathalie. Contribution to the Modelling and Simulation of Aircraft Structures Impacting on Water. Dissertation of Doctoral Degree. Stuttgart: Universität Stuttgart, 2009
- 9 丁沛然, 钱纯. 非线性瞬态动力学分析-MS. *Dytran 理论及应用*. 北京: 科学出版社, 2006. 1-10
- 10 卞文杰, 万利, 吴莘馨. 瞬态动力学 CAE 解决方案 MS. *Dytran*. 北京: 北京大学出版社, 2004. 1-2
- 11 Sottorf W. Landing procedure in model ditching tests of Bf109. NACA-Tm-1247, 1945
- 12 胡大勇, 杨嘉陵, 王赞平. 客机水上迫降强度有限元分析. 见 2006 年 MS. *Software 中国用户论文集*, 2006. 1-7
- 13 贺谦, 陈效鹏, 李磊, 等. 飞机水面降落的机身载荷研究. *强度与环境*, 2009, 36: 28-33