

基于热力数值模式的营口海域海冰单轴压缩 强度分布规律

马玉贤^{1,2}, 袁光奇³, 陈元¹, 田野⁴,
袁帅¹, 许宁¹

(1.国家海洋环境监测中心, 辽宁 大连 116023; 2.大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024; 3.大连船舶重工集团有限公司, 辽宁 大连 116083; 4.大连市气象装备保障中心, 辽宁 大连 116001)

摘 要:海冰灾害对冰区人类经济活动有着重要影响。本文基于 2020/2021 年冬季在将军石港观测的海冰温度与海冰盐度数据, 结合海冰卤水体积参数化方案, 给出基于海冰温度的海冰卤水体积分数评估公式; 结合近 67 年的海冰温度计算结果, 重现历年海冰单轴压缩强度演变过程, 发现营口海域海冰单轴压缩强度呈减小趋势 (0.0027 MPa/a); 分析海冰单轴压缩强度的概率分布, 发现 20 世纪 90 年代后低强度海冰发生概率增大; 评估营口海域 20 世纪 60 年代与近十年不同重现期下的单轴压缩强度, 发现随着重现期的增大两个年份对应的力学强度差值也越来越大, 且规范给出的重现期强度值小于上述计算结果。本文可为冰区经济活动的防灾减灾精细化管理提供科学支撑。

关键词:海冰热力学模式; 卤水体积分数; 单轴压缩强度; 概率分布

中图分类号:P731.15 **文献标识码:**A **文章编号:**1007-6336(2023)06-0834-07

Probability distribution of sea ice uniaxial compressive strength in Yingkou based on thermodynamic numerical model

MA Yuxian^{1,2}, YUAN Guangqi³, CHEN Yuan¹, TIAN Ye⁴,
YUAN Shuai¹, XU Ning¹

(1.National Marine Environment Monitoring Center, Dalian 116023, China; 2.State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 3.Dalian Shipbuilding Industry Co, Ltd, Dalian 116083, China; 4.Dalian Meteorological Equipment Support Center, Dalian 116001, China)

Abstract: Sea ice has an important impact on human economic activity in ice areas. Based on the data of sea ice temperature and sea ice salinity observed in Jiangjunshi port, combined with the parametric formula of sea ice brine volume, this paper gives the formula for evaluating the sea ice brine volume fraction based on sea ice temperature. Combined with the results of sea ice temperature profile calculation in the 1951—2018, the evolution process of uniaxial compressive strength of sea ice is reproduced. The analysis of the uniaxial compressive intensity inter-annual average showed a decreasing trend in seasons at a rate of 0.0027 MPa/a. Finally, the probability distribution of sea ice uniaxial compressive intensity in Yingkou sea area was analyzed,

收稿日期: 2022-11-17, 修订日期: 2023-03-02

基金项目: 国家自然科学基金青年基金资助项目(42206221); 辽宁省科学技术计划民生科技计划项目(2021020321-JH2/103); 大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室开放基金资助项目资助; 国家环境保护近岸海域生态环境重点实验室资助

作者简介: 马玉贤(1989—), 男, 山西大同人, 博士研究生, 主要从事海冰物理力学性质研究, E-mail: yxma@nmemc.org.cn

通信作者: 田野(1990—), 女, 辽宁大连人, 工程师, 主要从事防灾减灾研究, E-mail: 398439931@qq.com

and the occurrence probability of sea ice with less intensity increased after 1990s. The analysis of the return period of the sea ice mechanical strength in the Yingkou, showing that the difference between the 1960s and the last 10 years increases with the increase of the recurrence period, and the intensity value of the recurrence period given by the specification is smaller than the calculation results of this paper. This work will provide scientific support for the formulation of disaster prevention and mitigation management strategies for sea ice disasters.

Key words: sea ice thermodynamic model; brine volume fraction; uniaxial compressive strength; probability distribution

季节性海冰的存在对海洋石油平台、冰区港口、滨海核电等设施的运营安全有重要的影响,冰情持续时间与力学强度大小直接影响海洋石油平台的疲劳寿命^[1],海冰覆盖航道可直接影响港口的安全运营。一般来说,海冰在结构前会以挤压、弯曲、径向开裂等模式发生破坏,其中挤压破坏是工程中常见的破坏模式之一^[2],并且海冰以间歇性韧-脆压碎模式发生破坏是冰激柔性直立桩稳态振动的重要原因^[3]。基于此,本文以海冰压缩强度特性为研究对象进行力学特征评估。

海冰主要由纯冰、卤水泡盐水、卤水通道盐水等组成,卤水泡、盐水通道等被视为海冰天然的力学损伤点。受海冰温度和盐度控制的冰内卤水体积,一直是评价海冰力学强度的主要内部因子^[4-5]。在海冰生长与消融过程中,海冰内部微观结构是连续、动态变化的。当海冰温度降低时,盐水通道变窄或消失,仅存的卤水泡成为主导海冰力学性质的主要参数;当海冰温度升高,盐水通道出现或变宽,卤水泡与盐水通道共同影响海冰力学性质变化^[6-8]。可见,海冰温度与海冰盐度相互作用引发的海冰微观结构动态变化,是造成海冰力学性质复杂的根本原因。不足的是,当前海冰力学特性的研究成果是基于时间与空间离散实验获得的^[9],海冰的力学复杂性在整冰期连续力学评估尚未开展。基于此,本文以热力学消融过程的海冰温度与盐度关系为基础,结合海冰热力学模式的海冰状态分析,提出一种在整冰期对海冰力学特性进行连续评估与预测的方法。

基于现场观测的海冰盐度与海冰温度数据,结合海冰热力学数值模拟计算的海冰温度,使用海冰力学参数化方法,重现整冰期的海冰力学强度演变过程,获得了海冰强度的概率分布与演变

规律。本文工作将提高气候变化背景下辽东湾海冰物理力学特性的预测能力,为制订海冰灾害的防灾减灾精细化管理策略提供科学支撑。

1 材料与方法

1.1 现场观测

首先,本文使用 2020/2021 年辽东湾东岸将军石港现场测量的海冰温度与海冰盐度数据,给出基于海冰温度的海冰卤水体积分数评估方法;其次,基于营口气象观测站近 67 年的气象数据,结合一维高分辨率热力学模式,重现营口海域单层冰的冰温演变过程;最后,基于海冰压缩强度的参数化公式,实现营口海域海冰力学强度特征的评估。

受海冰动力因素影响,辽东湾季节性海冰消融过程中海冰温度剖面与海冰盐度剖面连续观测一直没有开展。针对这一现状,课题组在辽东湾东岸冰情严重区域进行踏勘,发现将军石港内帆船基地是天然的海冰实验场地,地理位置见图 1。

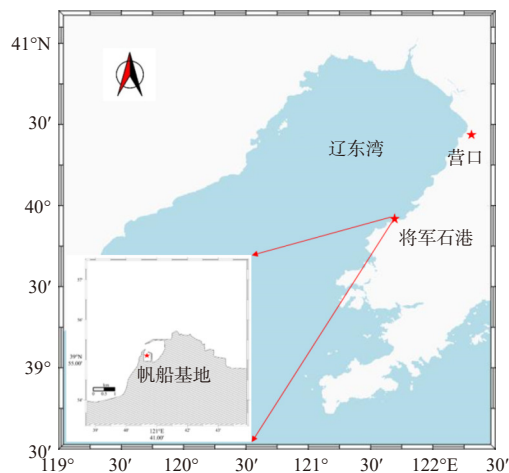


图1 研究区域

Fig. 1 Research area

该区域属将军石港内的小港,港内水深 8 m,且港内海水与港外海水自然连通。在整个冰期,海冰冻结后仅受热力过程影响。在将军石港进行海冰生消过程的温盐观测,可以填补季节性海冰温盐相互作用研究数据的空白。此外,海冰温盐过程在辽东湾东岸具有普适性,本文以将军石港海冰观测为基础,对营口海冰生消过程中的物理力学特性进行评估。

海冰温盐观测在 2020 年 12 月 30 日至 2021 年 2 月 4 日进行。自 12 月 30 日至 1 月 20 日,观测海域受 4 轮强冷空气影响。在此期间,将军石港外出现海冰并快速发展,浮冰冰量在 1 月 20 日之前维持在较高的水平。1 月 21 日至 28 日,受高气温影响,将军石港外浮冰冰量维持在较低的水平。1 月 29 日至 2 月 4 日,受两次强烈冷空气的影响,以及一次暖空气影响,将军石港外浮冰冰量变化剧烈。相对港池外浮冰在动力作用下的快速变化而言,港池内海冰在观测期间一直呈完整、平整冰的状态。从 12 月 31 日开始,港池内冰絮开始涌入并快速形成冰盖,随后海冰冰厚由 20 cm 快速生长至 50 cm 并保持稳定,直到 2 月 4 日港池内海冰快速断裂并融化。海冰盐度采集使用通用的冰芯采样方法,即采集海冰样品并进行分层分割、融化。冰样自表面向下以 8 cm 为步长进行分段采集,盐度数据为各分段的平均盐度。采样时间为 1 月 21 日至 2 月 4 日,共采集 11 组。采集海冰样本时,同步对海冰温度进行分层测量。

1.2 数值模拟

因观测条件有限,海冰整冰期热力学状态观测难度较大,因此,热力学模式海冰整冰期物理状态重现成为仅有的手段。Maykut 和 Untersteiner (1971, 即 MU71 模型)首次采用海冰的热力学模型,成功模拟了海冰随季节的生消过程^[10],其模式框架一直沿用至今。程斌^[11]利用积分插值法构造出守恒型差分格式,在已有的海冰热力学模式基础上发展了 HIGHTSI 模式,并给出了较为完整的气-冰耦合参数化方案。研究者通过积雪层、冰层中的高分辨率计算,提高了 HIGHTSI 模式的计算精度,并完成了渤海海域冰温与冰厚计算结果的检验^[12]。本文直接采用 HIGHTSI 模式

进行营口海域的雪/冰热力学生消过程模拟。HIGHTSI 模式输入包括气温、风速、云量系数、湿度等,输出结果包括海冰厚度、海冰温度等参数。HIGHTSI 模式驱动的气象数据来自中国气象网的《中国地面气候资料日值数据集》(以下简称“数据集”)。“数据集”由各省上报的全国地面月报信息化文件,根据《全国地面气候资料(1961—1990)统计方法》及《地面气象观测规范》有关规定,进行整理、统计而得。模式设置步长为 1 h,海水冰点设置为 $-1.4\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。每年计算时间为 12 月 1 日至次年的 3 月 31 日;计算的年份为 1951/1952—2017/2018 年,共 67 个冬季。

1.3 单轴压缩强度的计算方法

海冰的盐度和温度决定了冰内结晶盐、纯冰和冰内盐水的比例。由于液相和固相具有不同的性质,海冰的大、小尺度性质在很大程度上取决于海冰内部盐水的相对体积分。以海冰力学性质而言,卤水泡、盐水通道等被视为海冰天然的损伤点。海冰内部冰晶包含的盐水体积,一直被视为评价海冰力学强度的主要因子。

直接测量冰内卤水的体积较难实现,通常用卤水体积分数 v_b 来表征冰内卤水的含量。卤水体积分数定义为冰内卤水与冰体积的比值, Cox 和 Weeks (1983) 根据海冰相成分,利用海冰的温度、盐度和密度推导出海冰温度的范围为 $-22.9\text{ }^{\circ}\text{C} \sim -2.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ 的卤水体积分数经验公式为:

$$v_b = \rho S / F_1 \quad (1)$$

$$\rho = 0.917 - 1.403 \times 10^{-4} T \quad (2)$$

式中: v_b 为卤水体积分数; ρ 为海冰密度 (g/cm^3); S 为海冰盐度; T 为海冰温度 ($^{\circ}\text{C}$)。当 $-22.9\text{ }^{\circ}\text{C} \leq T \leq -2\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时,公式如下:

$$F_1(T) = -4.732 - 22.45T - 0.6397T^2 - 0.01074T^3 \quad (3)$$

Leppäranta and Manninen 在此基础上,又研究出高温海冰 ($-2.0\text{ }^{\circ}\text{C} \sim 0\text{ }^{\circ}\text{C}$) 的卤水体积分数计算公式。将 F_1 做如下变形,当 $T > -2\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时,公式如下:

$$F_1(T) = -0.041221 - 18.407T + 0.58402T^2 + 0.21454T^3 \quad (4)$$

针对卤水体积分数影响下的海冰力学强度评估,目前已开展了大量工作。不足的是,当前针对海冰生消过程中的海冰力学强度连续测

量尚未开展,本文以《工程海冰技术规范》(HYT 047—2016)^[13]给出的单轴压缩强度经验公式为基础进行力学性质评估:

$$\sigma_c = 4.42 - 0.30 \sqrt{v_b} \quad (5)$$

式中: σ_c 为单轴压缩强度; v_b 为卤水体积分数(%)。

2 结果与讨论

2.1 整冰期海冰单轴压缩强度的评估

整冰期海冰单轴压缩强度评估离不开海冰整冰期物理性质的准确评估,而海冰物理性质参数化公式大多以海冰温度与海冰盐度为基础参数。本节基于实测的海冰温度与海冰盐度数据,提出基于海冰温度的海冰卤水体积分数的计算方法;基于模式计算给出近67年的海冰温度结果,获得近67年海冰单轴压缩强度的评估结果。

(1) 整冰期卤水体积分数评估

卤水体积分数受海冰温度与海冰盐度控

制。在力学性质评估中,海冰温度与海冰盐度的观测数据是必不可少的。由于海冰盐度采样方法本身的缺陷,连续的海冰盐度观测是不现实的。基于海冰温度与海冰盐度的关系,本文将海冰卤水体积分数计算中的海冰盐度替换为海冰温度,提出仅基于海冰温度的卤水体积分数评价方案。

在整个观测期内,观测海冰盐度11组次。图2给出了1月21日至2月4日海冰盐度与海冰温度的观测结果。由图2可以发现,海冰盐度剖面在1月21日至30日表现为冰面、冰底盐度高,而中间部分盐度低;2月2日至2月4日,受新一轮降温的影响,海冰冰温逐渐降低,海冰内卤水通道自冰面向下逐渐被锁定,自冰面向下20 cm内的海冰盐度为稳定状态。单独分析冰底盐度可以发现,冰底盐度受海水浸泡与海冰大孔隙影响基本处于5以上;当冰底温度为 $-1.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时,冰底盐度约为6;当冰底温度处于 $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时,冰底盐度约为5。

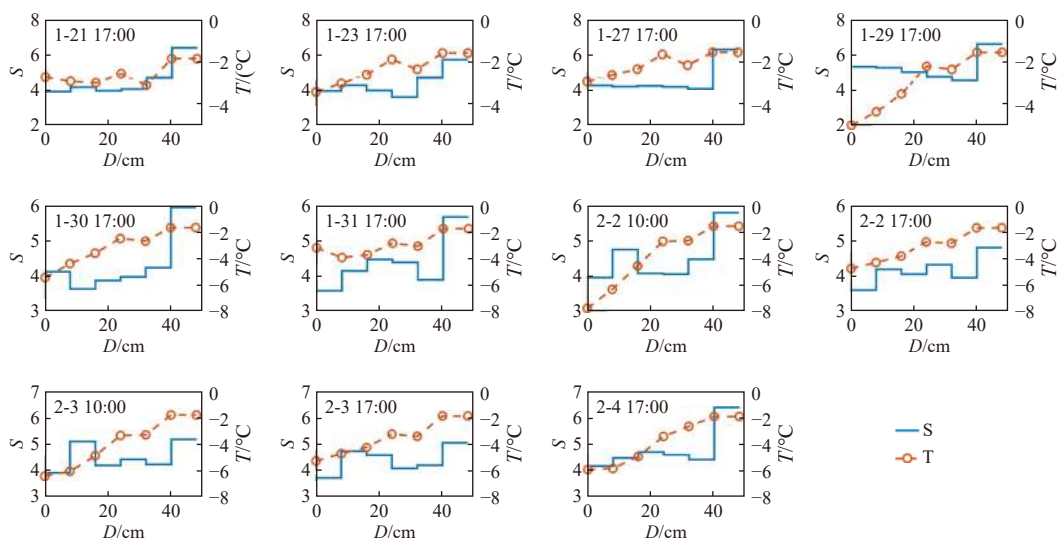


图2 海冰盐度与海冰温度观测结果(横坐标0代表海冰表面)

Fig. 2 Observations of sea ice salinity and sea ice temperature

依据海冰盐度与海冰温度数据,基于公式(1)~公式(4)对海冰卤水体积分数进行计算,并进行拟合。拟合结果见图3,拟合公式为:

$$BVF = a * T / (b + b1 * T + b2 * T^2) \quad (6)$$

式中: BVF 为卤水体积分数; $a = -0.275$; $b = -3.27$; $b1 = -1.856$; $b2 = 1.079$; T 为海冰温度; 拟

合结果的 R^2 为 0.941, 计算结果在 5% 水平上可信。由于观测区域海冰冰点为 $-1.4\text{ }^{\circ}\text{C}$, 拟合过程中最低温度约 $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$, 因此, 上述公式仅定义于 $-8\text{ }^{\circ}\text{C} \sim -1.4\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。对于 $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$ 以下的冰温, 由于低温下海冰的盐度变化不大, 卤水体积分数在小于 $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时近似认为与 $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时相同。

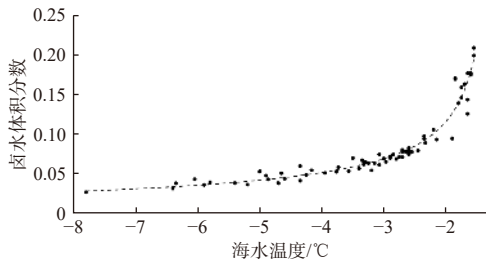


图 3 卤水体积分数随冰温的变化规律

Fig. 3 The variation laws of BVF with ice temperature

(2) 整冰期单轴压缩强度评估

如前文所述,海冰单轴压缩强度是卤水体积分数的函数[公式(5)],而卤水体积分数又被本文定义为海冰温度的函数[公式(6)]。可见,整冰期的单轴压缩强度评估的关键即为整冰期海冰温度的评估。对于辽东湾而言,可查阅的海冰温度剖面观测是中国-芬兰在 1989/1990 年冬季联合进行的鲑鱼圈近岸海域气象、海冰冰温现场调查,获得了 8 天的逐小时连续数据。Cheng 等^[14]基于这些数据,进行了一维高分辨率雪/冰热力学数值模式(HIGHTSI)的冰温检验。基于 HIGHTSI 模式,本文对辽东湾营口附近海域海冰进行热力学计算^[15-16],共获得了 67 个冬季(1951—2018 年)的海冰冰温与海冰厚度数据。HIGHTSI 模式已经进行过海冰温度检验,且计算结果已完成冰厚计算结果的验证,因此本文不再对海冰温度进行重复验证。基于公式(5)、公式(6),结合海冰温度计算结果,对 67 个冬季的海冰单轴压缩强度进行计算。在海洋工程结构抗冰设计中,冰力与力学强度一般呈线性关系。基于此,本文在海冰厚度上对各网格单轴压缩强度计算结果进行平均,以单轴压缩强度平均值代表该时刻的整体单轴压缩强度。

本文以 2017/2018 年冬季为例给出单轴压缩强度整冰期演变图,结果见图 4。将单轴压缩强度结果与海冰冰厚生长过程进行对比,海冰单轴压缩强度在海冰快速生长过程中维持较高水平,在海冰厚度出现降低趋势时(对于冰温降低)压缩强度为减弱态势。由此可见,对于海上风电工程与海上石油平台的防灾减灾,有必要对海冰强度较高时段进行重点关注。

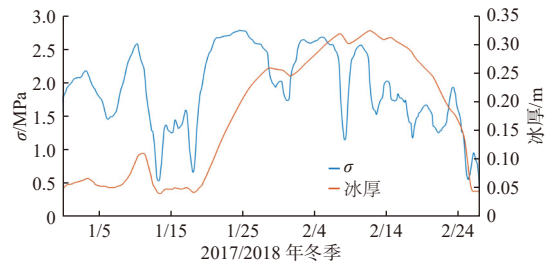


图 4 2017/2018 年冬季海冰冰厚生长与单轴压缩强度

Fig. 4 The ice thickness and uniaxial compression strength in 2017/2018 ice season

2.2 压缩强度的年际变化

图 5 给出了 67 个冬季的海冰单轴压缩强度年际平均值,可以发现,季节性海冰的单轴压缩强度演变表现出较大幅度的年际变化,且近几年海冰单轴压缩强度明显呈减小趋势。根据 67 年的统计数据,海冰单轴压缩强度的平均值为 2.0 MPa,年平均最大值为 2.35 MPa,发生在 1956/1957 年冬季;年平均最小值为 1.66 MPa,发生在 2006/2007 年冬季。

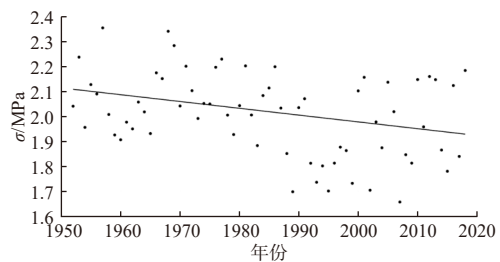


图 5 营口海域年平均单轴压缩强度(1951—2018 年)

Fig. 5 Multi-decadal (1951—2018) winter seasonal mean value of uniaxial compression strength in Yingkou

Theil-Sen 斜率估计是一种稳健的非参数趋势统计方法,该方法计算效率高,适用于长时间序列数据的趋势分析。Mann-Kendall (MK) 检验可以对拟合趋势进行评估,评估中采用的是双侧 t 检验描述样本的统计显著水平。上述方法已广泛应用于地球数据分析。为了进行多年代际单轴压缩强度的统计分析,本文应用 Theil-Sen 斜率估计对压缩强度进行拟合,采用 Mann-Kendall 检验对拟合趋势进行评估。可以发现,评价结果呈减小趋势,减小速率为 0.0027 MPa/a,评估结果在 5% 水平上可信。

2.3 压缩强度的概率分布

一般而言,引起海洋工程结构构件失效的原

因有两种,即由冰力极值引起的强度失效与由交变冰力引起的疲劳失效^[17-19]。对冰力极值引起的强度失效,在不同重现期下对应的海冰力学强度,是冰区工程结构设计的重要参考依据;对于交变冰力引起的疲劳失效,由于观测数据的缺失,工程设计过程中力学强度常被视为定值,整冰期力学强度演变引起的强度误差尚未被工程人员所关注。

对营口海域海冰的力学强度的概率分布进行分析。由于海冰冰情的年际变化较大,为减弱年际波动对计算结果的影响,本文以代际平均发生概率为数据基础进行压缩强度的概率分析。图 6 给出了自 20 世纪 50 年代以来不同强度海冰的发生概率。研究发现,20 世纪 90 年代后,强度较大海冰发生的概率逐步降低,强度较小海冰发生的概率逐步增大,可以认为气候因素对海冰的强度具有直接的影响。

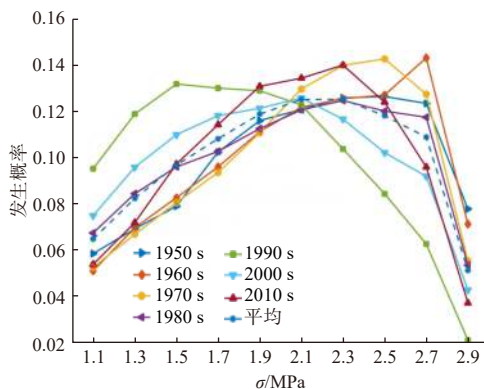


图 6 营口海域海冰单轴压缩强度发生概率

Fig. 6 Probability of uniaxial compression strength in Yingkou Sea

本文对营口海域海冰力学强度重现期进行了分析。当前单层平整冰重现期常用的推算方式有 Weibull 分布、Pearson III 分布与 Gumbel 分布等^[20]。Weibull 分布有 3 个参量,比 Pearson III 型分布和 Gumbel 分布多了 1 个参量,从而有较大的灵活性,更适合拟合实测数据的经验分布。基于此,本文以冰情较重的 20 世纪 60 年代与近 10 年海冰力学强度计算结果为基础,使用 Weibull 分布^[20]对海冰强度的重现期进行分析(图 7)。20 世纪 60 年代与近 10 年的重现期对比结果见表 1,显然,随着重现期的增大,对应的力学强度差值也越来越大。力学强度在 5 年重现期时相差仅 0.05 MPa,100 年重现期相差为 0.28 MPa。将重现期的计算结果与《工程海冰技术规范》(HYT 047—2016)进行对比(表 1),规范给出的重现期强度值均小于本文的计算值。以近 10 年计算结果为例,5 年重现期的力学强度差值为 0.07 MPa,100 年重现期的差值为 0.29 MPa。

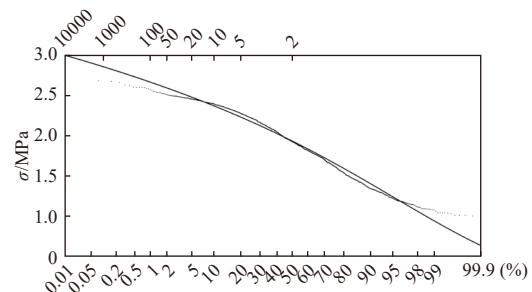


图 7 基于 Weibull 分布的近 10 年海冰单轴压缩强度重现期计算

Fig. 7 The return period of sea ice uniaxial compression strength in recent 10 years based on Weibull distribution

表 1 不同重现期下营口海域海冰单轴压缩强度对比(MPa)

Tab.1 Comparison of uniaxial compressive strength in Yingkou Sea under different return periods (MPa)

重现期(a)	5	10	20	25	50	100
Weibull(1960年)	2.28	2.49	2.65	2.70	2.83	2.94
Weibull(2010年)	2.23	2.37	2.48	2.51	2.59	2.66
作业规范	2.16	2.29	2.32	2.34	2.35	2.37

3 结论

(1) 基于现场观测的海冰盐度与海冰温度数

据,结合海冰卤水体积的参数化方案,提出了基于海冰温度的海冰卤水体积分数评估公式。

(2) 分析 67 个冬季海冰单轴压缩强度的年

际平均值发现, 季节海冰单轴压缩强度演变呈减小趋势, 减小速率为 0.0027 MPa/a。

(3) 20 世纪 90 年代以后, 强度较大的海冰发生的概率逐步降低, 强度较小的海冰发生的概率逐步增大, 气候因素对海冰的强度具有直接的影响。对营口海域海冰力学强度的重现期进行分析发现, 20 世纪 60 年代与近 10 年的单轴压缩强度随重现期的增大对应的力学强度差值也越来越大; 将重现期计算结果与《工程海冰技术规范》(HYT 047—2016) 进行对比, 发现《工程海冰技术规范》给出的重现期强度值均小于本文计算值。

不足的是, 本文力学特性评估仅是基于参数化公式计算获得, 缺乏现场力学测试数据支撑。针对这一缺陷, 今后有必要在海冰热力学性质观测过程中增加同步的力学性质测试试验, 以期更好地解析辽东湾海冰的物理力学特征, 以掌握海冰单轴压缩强度的分布规律。

参考文献:

- [1] 马玉贤, 关 湃, 许 宁, 等. 辽东湾海洋工程可靠性设计的海冰参数选取[J]. *海洋工程*, 2019, 37(3): 136-142.
- [2] 丁德文. 工程海冰学概论[M]. 北京: 海洋出版社, 1999.
- [3] HUANG Y, SHI Q Z, SONG A. Model test study of the interaction between ice and a compliant vertical narrow structure[J]. *Cold Regions Science and Technology*, 2007, 49(2): 151-160.
- [4] 王安良, 许 宁, 毕祥军, 等. 卤水体积和应力速率影响下海冰强度的统一表征[J]. *海洋学报*, 2016, 38(9): 126-133.
- [5] 孟广琳, 李志军, 李福成, 等. 渤海北部平整冰抗压强度设计标准研究[J]. *海洋工程*, 1989, 7(3): 65-73.
- [6] LIGHT B, MAYKUT G A, GRENFELL T C. Effects of temperature on the microstructure of first-year Arctic sea ice [J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2003, 108(C2): 3051.
- [7] GOUGH A J, MAHONEY A R, LANGHORNE P J, et al. Sea ice salinity and structure: a winter time series of salinity and its distribution[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2012, 117(C3): C03008.
- [8] WANG Q, LU P, LEPPÄRANTA M, et al. Physical properties of summer sea ice in the Pacific sector of the Arctic during 2008–2018[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2020, 125(9): e2020JC016371.
- [9] 李志军, 张丽敏, 卢 鹏, 等. 渤海海冰孔隙率对单轴压缩强度影响的实验研究[J]. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41(10): 1329-1335.
- [10] MAYKUT G A, UNTERSTEINER N. Some results from a time-dependent thermodynamic model of sea ice[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 1971, 76(6): 1550-1575.
- [11] 程 斌. 一维海冰热力模式的守恒型差分格式和数值模拟[J]. *海洋通报*, 1996, 15(4): 8-16.
- [12] 马玉贤, 王 玉, 於 凡, 等. 辽东湾红沿河附近海域 2017—2018 年冬季气温—水温—冰情关系研究[J]. *冰川冻土*, 2022, 44(5): 1482-1491.
- [13] HY/T 047—2016, 工程海冰技术规范[S].
- [14] LAUNIAINEN J, CHENG B. Modelling of ice thermodynamics in natural water bodies[J]. *Cold Regions Science and Technology*, 1998, 27(3): 153-178.
- [15] 马玉贤, 谭红建, 于福祥, 等. 基于海冰热力学原理的营口海域冰厚演变规律及工程应用[J]. *海洋环境科学*, 2022, 41(6): 930-936.
- [16] MA Y X, CHENG B, XU N, et al. Long-term ice conditions in Yingkou, a coastal region northeast of the Bohai Sea, between 1951/1952 and 2017/2018: modeling and observations[J]. *Remote Sensing*, 2022, 14(1): 182.
- [17] HUANG Y. Model test study of the nonsimultaneous failure of ice before wide conical structures[J]. *Cold Regions Science and Technology*, 2010, 63(3): 87-96.
- [18] SODHI D S. Crushing failure during ice-structure interaction[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2001, 68(17/18): 1889-1921.
- [19] SCHULSON E M. Brittle failure of ice[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2002, 68(17/18): 1839-1887.
- [20] 刘永青, 李辉辉, 史文奇, 等. 单层平整冰厚设计条件推算方法的比较——以辽东湾 JZ20-2 海域为例[J]. *海洋环境科学*, 2017, 36(6): 941-946.

(本文编辑: 曲丽梅)