

文章编号: 1002-0268 (2003) 02-0057-06

交通网络设计问题的模型与算法的研究

刘灿齐

(同济大学道交系, 上海 200092)

摘要: 交通网络设计问题是研究如何用定量的方法在已有交通网络上添加或扩容某些路段的问题。本文用基于均衡分配的双层最优化数学模型描述该问题, 给出求解这类优化模型的算法, 通过实例比较这些算法的性能, 并探讨该研究领域未来值得进一步研究的问题。

关键词: 交通网络设计问题; 模型; 算法

中图分类号: U491.17

文献标识码: A

Study on Traffic Network Design Model and Algorithm

LIU Can-qi

(Road and Traffic Department, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: The traffic network design problems deals with how to add or improvement some links on an existing traffic network using quantitative analysis method. In this paper, the problem is described with bi-level optimum models on account of equilibrium assignment. Algorithms for the optimum models are proposed, and these algorithms are compared by numerical examples. At last, further study in this field is discussed.

Key words: Network design problem; Model; Algorithm

交通调查、背景(相关的社会经济参量)预测、交通预测、规划方案设计、方案评价是交通规划的5个技术步骤。其中方案设计是整个交通规划最终的着眼点和最关键的工作,它有两个内容:交通网络设计和交通枢纽设计,其中交通网络设计是重点。然而,在传统交通规划理论中,恰恰是方案设计这个关键的环节缺乏定量的模型和规范的方法。传统上是由若干规划者根据自己的感性知识和经验提出多套方案;而后用评价模型对各套方案进行评价选优。这样做的缺点是:

- (1) 不能全域选优。被选出的“最优”方案其实只是备选方案中的“最优”,非全域最优。
- (2) 易犯头痛医头、足痛医足的错误。往往把注意点孤立地放在某个局部,而忽视局部交通设施的改变将会导致交通流在整个网络上重新分配。
- (3) 难以提出较为精确的方案。如不能准确地确定最佳工程规模(如车道数)。

Braess 通过一个简单的反例说明了一个客观规律:对相同布局的 OD 点集和相同的 OD 矩阵,并不一定路段越多,网络上的拥挤程度就越低。此称 Braess 悖论^[1]。因此,单凭经验和感觉设计出的方案是不可靠的,就有一套定量的、科学规范的网络设计理论和方法。

1973 年, Morlok 首次提出了定量的交通网络设计问题,此后在国际上形成了交通规划领域中的一个新的研究方向——网络设计问题 (NDP——Network Design Problem)^[1,2]。本文首先讨论 NDP 问题的分类,接着给出各类 NDP 的双层优化模型,阐述求解各类模型的各种算法,最后探讨进一步研究的方向。

1 问题的分类

细究起来, NDP 所研究的问题可分两类:对已有路段改进和添加新路段。前者被称作连续型网络设计问题 (CNDP——Continuous NDP); 后者被称作离散型网络设计问题 (DNDP——Discrete NDP)。这里的连续

是指路段通行能力的增加是连续的、渐进的, 而离散则是指路段通行能力的增加是跳跃性的, 例如新修路段, 从无到有。

下面分别介绍离散型 NDP (DNDP) 和连续型 NDP (CNDP) 的模型和算法。

2 离散型 NDP 模型及算法

首先, 列出下面常用的符号。

x_a 为路段 a 上的交通流量, 它们组成的向量为 $x = (\dots, x_a, \dots)$;

y_a 为路段 a 上投资决策变量, $y_a = \begin{cases} 1, & \text{路段 } a \text{ 为投资对象} \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$, 共 m 个, 它们组成的向量为 $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$;

m 为备选路段 (待添加和待改进路段) 的条数;

t_a 为路段 a 的走行时间, $t_a = t_a(x_a, y_a)$, 即路段 a 的走行时间是流量的函数;

f_k^{rs} 为点对 (r, s) 间的第 k 条路径的交通流量, 其向量为 $f = (\dots, f_k^{rs}, \dots)$;

b_a 为路段 a 上 (预计) 投资额, 其向量为 $b = (\dots, b_a, \dots)$;

S 为预算总投资额上限;

$\delta_{a,k}^{rs}$ 为路段-路径相关变量, $\delta_{a,k}^{rs} = \begin{cases} 1, & \text{如果路段 } a \text{ 在 } (r, s) \text{ 间的第 } k \text{ 条路径上;} \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$

A 为网络中路段的集合, 包括已有路段和待添加的备选路段;

q_{rs} 为点对 (r, s) 间的出行交通量;

a, k, r, s 分别为路段下标、路径下标、出行产生点下标、吸引点下标。

DNDP 的模型可分为两类: 预算约束模型和无预算约束模型。

(1) 预算约束的 DNDP

规划的特点是假定管理者处于主动地位, 用户处在适从地位。管理者以整个网络的系统最优 (SO——System Optimal) 为设计交通网络的依据; 系统最优即是全体用户的总阻抗值最小。各分散的用户并不步调一致地服从管理者的愿望, 一般都不愿意为系统或他人的最优牺牲自己的出行成本, 而是选择最小阻抗或自认为是最小阻抗的路径出行, 即他们的决策依据是用户最优, 总体上表现为“用户均衡 (UE—Users' Equilibrium)”。然而, 管理者和用户又不能完全各行其事, 用户是在管理者设计的网络上进行

均衡或随机均衡分配, 反过来, 管理者在确定各路段阻抗时只能依据用户均衡分配或随机分析的结果。因此, 我们采用管理者为领导者-用户为跟随者的双层决策数学规划模型。

$$\text{上层: } \min: Z(y) = \sum_{a \in A} x_a^*(y) \cdot t_a(x_a^*(y), y_a) \quad (1a)$$

$$\text{s. t. : } \sum_{a=1}^m b_a y_a \leq S \quad (1b)$$

$$y_a = 0 \text{ 或 } 1, (a = 1, 2, \dots, m) \quad (1c)$$

其中, $x^* = (\dots, x_a^*(y), \dots)$ 是下层数学规划的解。

$$\text{下层: } \min: Z(x) = \sum_{a \in A} \int_0^a t_a(w, y_a) dw \quad (2a)$$

$$\text{s. t. : } \sum_k f_k^{rs} = q_{rs}, \forall r, s \quad (2b)$$

$$x_a = \sum_{r,s} \sum_k f_k^{rs} \cdot \delta_{a,k}^{rs}, \forall a \quad (2c)$$

$$f_k^{rs} \geq 0, \forall r, s \quad (2d)$$

其中, 式 (1a)、(2a) 中的非备选路段的 y_a ($a \neq 1, 2, \dots, m$) 必为 0。

(2) 无预算约束的 DNDP

无预算约束并不意味着可以允许用于新路段的建设投资任意地大, 而是将建设成本与用户的走行时间成本一起考虑, 将两者之和作为目标函数, 求最小值。其数学规划模型为

$$\text{上层: } \min: Z(y) = \sum_{a \in A} x_a^*(y) \cdot t_a(x_a^*, y_a) + \lambda \sum_{a=1}^m b_a y_a \quad (3a)$$

$$\text{s. t. } y_a = 0 \text{ 或 } 1 (a = 1, 2, \dots, m) \quad (3b)$$

其中, $x^* = (\dots, x_a^*(y), \dots)$ 是下层数学规划的极值。 λ 是因交通阻抗与投资额的物理量纲不同而设置的转换系数。

下层: 同式 (2)。

目前, 关于 NDPD 模型的解法都是采用枚举算法和隐枚举算法, 我们知道, 枚举算法的计算量是很大的。就无预算约束的 DNDP 模型而言, 令 H 表示所有 2^m 个解向量的集合, 对 H 中各个解进行枚举试算, 就要进行 2^m 次计算, 每次计算都要解一次下层的均衡分配问题 ($F-W$ 算法), 而每求解一次均衡分配问题都比较费时, 这样一来, 计算量就大得惊人。如当 $m = 20$ 时, 就要进行一百多万次 $F-W$ 均衡配流计算。预算约束的 DNDP 的算法虽然不到 2^m 次 $F-W$ 均衡配流计算, 但经分析, 计算次数仍然是很大的, 一般在无预算约束模型的一半以上。因此设计一种较为省时的算法来计算 DNDP 模型就显得有意义了。

文献[3]设计了一个较为省时的算法,该算法建立在 Braess 悖论不会出现的假定之上。Braess 悖论具有较好的理论意义,但在实际中还是很少出现。如果忽视 Braess 悖论出现的可能性,那么枚举算法就可以修改为很省时的算法。具体算法可参见文献[3]。严格地说,当出现 Braess 悖论现象时,文献[3]中算法求得的解不一定是最优解,而我们事实上并不能保证 Braess 悖论现象一定不会出现,因此这些算法只能算是启发式算法,求得的解是近似最优解,尽管在绝大多数情况下,它就是最优解。

3 连续型 NDP 模型及算法

首先,重新或增加定义以下符号:

e_a 表示路段 a 的通行能力;

y_a 表示路段 a 的通行能力的增加值,共 m 个,它们组成的向量为 $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$,称之为扩容向量;

$g_a = g_a(y_a)$ 表示路段 a 上通行能力增加 y_a 所需的投资值。

CNDP 同样分为预算约束和无预算约束两类。模型也是分上下两层。

(1) 预算约束的 CNDP

参照前节的模型,不难得知预算约束的 CNDP 模型为

$$\text{上层: min: } Z(y) = \sum_{a \in A} x_a^*(y) \cdot t_a(x_a^*(y), y_a) \quad (4a)$$

$$\text{s.t. } \sum_{a=1}^m g_a(y_a) \leq S \quad (4b)$$

$$y_a \geq 0, (a = 1, 2, \dots, m) \quad (4c)$$

其中, $x^* = (\dots, x_a^*(y), \dots)$ 是下层数学规划的极值。

下层: 同式 (2)。

(2) 无预算约束的 CNDP

无预算约束的 CNDP 的模型为

$$\text{上层 min: } Z(y) = \sum_{a \in A} x_a^*(y) \cdot t_a(x_a^*(y), y_a) + \lambda \sum_{a=1}^m g_a(y_a) \quad (5a)$$

$$\text{s.t. } y_a \geq 0, (a = 1, 2, \dots, m) \quad (5b)$$

其中, $x^* = (\dots, x_a^*(y), \dots)$ 是下层数学规划的极值。

下层同式 (2)。

这里主要以无预算约束 CNDP 为研究对象,讨论 CNDP 模型的求解方法。由非线性规划理论可知,预算约束的极值问题可以用罚函数法或障碍函数法转化

成无约束的极值问题。这里将从简到繁介绍 4 种求解关于 CNDP 的算法: IOA 法、H-J 法、EDO 法、模拟退火 (SA) 法。

(1) 迭代优化算法 (IOA 法)

步 1: 取定一个初始解 y^0 , 如 $y^0 = (0, \dots, 0)$, $k = 0$ 。

步 2: 在网络 $N(y^k)$ ($N(y^k)$ 表示在原网络上添加 y^k 中为 1 的路段, 后同) 上进 UE 分配计算, 得解 x^k 。

步 3: 令 $x^* = x^k$, 作为常量代入上层问题, 这就得到一个关于 y 的无约束极值问题, 解之, 得解 y^{k+1} , 即

$$Z(y^{k+1}) = \min_y Z(y) = \sum_{a \in A} x_a^* \cdot t_a(x_a^*, y_a) + \lambda \sum_{a=1}^m g_a(y_a) \quad (6)$$

步 4: 检验 $|y^{k+1} - y^k| < \varepsilon$? 若是, 令 $y^* = y^{k+1}$, 此即为问题的最终解, 停止; 否则, 令 $k = k + 1$, 返回步 2。

算法结束。IOA 法简单, 但可能不收敛^[4]。

(2) Hooke-Jeeves 算法 (H-J 法)

1961 年 Hooke 和 Jeeves 提出了一个用于搜索无约束的非凸规划问题极值的启发式算法。解无预算约束 CNDP 的 H-J 算法如下^[5]。

步 1: 初始化。

1-1 设 $N_0 = (k, A_0)$ 为原始网, 选定一个初始解 y^0 , 令 $y = y^0$;

1-2 在网络 N_0 上进 UE 分配计算, 得配流结果为 $x = (\dots, x_a, \dots)$, 并将之代入式 (5a), 计算目标函数值 $Z(y)$;

1-3 选定外层步长 $\alpha > 0$ 、初始内层步长 $\delta > 0$, 令方向系数 $\beta = 1$, 并令 $j = 1, k = 0$ 。

步 2: 内层搜索。

2-1 若 $j = m + 1$, 这意味着内层循环结束, 跳到步 3;

2-2 令 $\hat{y} = y + \beta \delta e_j$, ($e_j = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$, 即 e_j 是除第 j 个分量为 1 外, 其它分量均为 0 的 m 维向量), 在网络 $N(\hat{y})$ 上进行 UE 分配计算, 得配流结果为 $x^* = (\dots, x_a^*, \dots)$, 并将之代入式 (5a), 计算目标函数值 $Z(\hat{y})$;

2-3 若 $Z(\hat{y}) < Z(y)$, 令 $y = \hat{y}, j = j + 1, \beta = 1$, 返回 2-1 步, 否则执行 2-4 步;

2-4 若 $\beta = 1$, 令 $\beta = -1$, 返回 2-2, 否则 ($\beta = -1$), $j = j + 1, \beta = 1$, 返回 2-1。

步 3: 外层搜索。

3-1 若 $Z(\hat{y}) < Z(y^k)$, 则令 $y^{k+1} = \hat{y}$, $y = y^k + a(y^{k+1} - y^k)$, $k = k + 1$, 在网络 $N(y)$ 上进行 UE 分配计算, 得配流结果为 $x^* = (\dots, x_a^*, \dots)$, 并将之代入式 (5a), 计算目标函数值 $Z(y)$, $j = 1$, 返回第 2 步; 否则, 执行 3-2 步;

3-2 若 $\delta < \varepsilon$ (ε 为预先给定的临界值), 令 $y^* = y^k$, y^* 为之所求, 停止; 否则, 令 $\delta = 0.5\delta$, $j = 1$, $y = y^k$, 返回第 2 步。

算法结束。

分析知, 此算法进行计算量为 $K(1.5m + 1)$ 次 UE 分配计算, 其中, K 为外层循环次数。

(3) 分解平衡优化算法 (EDO 法)

前面两个算法各有缺陷, IOA 法存在可能不收敛的问题, H-J 法则计算量比较大。1987 年 Suwansirikul 和 Friesz 提出了分解平衡优化算法 (Equilibrium Decomposed Optimization)^[6], 简称 EDO 法, 有效地克服了这些缺陷。EDO 法将 CNDP 的上层问题按路段分解成 m 个子问题

$$\min: Z(y_a) = x_a^*(y) \cdot t_a(x_a^*(y), y_a) + \lambda g_a(y_a)$$

$$a = 1, \dots, m \quad (7)$$

应该注意到, 各个子问题并不相互独立, 它们之间的联系纽带是 $x^*(y)$, 这个值是基于整个路网的扩容向量 $y = (\dots, y_a, \dots)$ 经 UE 分配计算确定的。每个子问题的求解是一个一维搜索的问题, 这可用黄金分割法。算法如下。

步 1: 初始化。取定投资向量的上、下限向量 $l^0 = (\dots, l_a^0, \dots)$, $u^0 = (\dots, u_a^0, \dots)$; 在 $N(l^0)$ 、 $N(u^0)$ 上进行 UE 分配计算, 得 $x^*(l^0)$ 、 $x^*(u^0)$; 对所有的 $a = 1, \dots, m$, 计算 $Z_a(l^0)$ 、 $Z_a(u^0)$; 令 $j = 1$, 集合 $A_1 = \{1, \dots, m\}$, $A_2 = \phi$ 。

步 2: 进行搜索。

2-1 按黄金分割法确定两个试点 s_a^j 、 t_a^j ($\forall a \in A_1$), 令 $s_a^j = t_a^j = y_a^*$ ($\forall a \in A_2$);

2-2 分别就扩容向量 $\hat{s} = (\dots, s_a^j, \dots)$ 和 $\hat{t} = (\dots, t_a^j, \dots)$ (其中 $a \in A_1 \cup A_2$), 在网络 $N(\hat{s})$ 、 $N(\hat{t})$ 上进入 UE 分配, 得 $x^*(\hat{s})$ 、 $x^*(\hat{t})$;

2-3 在此基础上, 依次对 A_1 中的每个路段 a 做计算目标函数 $Z_a(\hat{s}_a)$ 、 $Z_a(\hat{t}_a)$, 若 $Z_a(\hat{s}_a) < Z_a(\hat{t}_a)$, 则令 $\hat{l}_a = \hat{s}_a$, $\hat{u}_a = \hat{t}_a$, 否则, 令 $\hat{l}_a = \hat{t}_a$, $\hat{u}_a = \hat{s}_a$; 当 $\hat{u}_a - \hat{l}_a < \varepsilon$, 令 $y_a^* = (\hat{u}_a + \hat{l}_a)/2$, 从 A_1 中删除 a , 在 A_2 中添加 a 。

步 3: $A_1 = \phi$? 若是, 输出 $y^* = (\dots, y_a^*, \dots)$, 停

止; 否则, 令 $j = j + 1$, 返回第 2 步。

算法结束。

算法中, A_1 表示尚未求出 y_a^* 的路段的集合, A_2 表示已经求出 y_a^* 的集合。易知, 该算法的计算量为 $2K$ 次 UE 分配计算 (K 为外循环的次数)。可见, 计算量明显少于 H-J 算法。

(4) 模拟退火算法 (SA 法)

无预算约束 CNDP 的上层模型 (4) 的目标函数是非线性的; 再来看它的约束条件, 下层模型 (2) 描述了一个隐函数 $x_a^* = x_a^*(y)$, 相当于是上层优化问题的一个约束条件, 无法证明它是线性或是凸的。因此就不能肯定整个双层优化问题的约束区域是凸的。这意味着, CNDP 将可能有多多个局部极小点, 后面的算例也正好证明了这一点。

对于 CNDP 这样非线性、多下峰的优化问题, 尚未发现一种方法能够保证求得真正最优解。但也发现了一些比较好的算法, 能在相当大的程度上, 可以肯定能求出这类非线性、多下峰的优化问题的最优解或近似最优解。如: 模拟退火算法、遗传算法。下面用模拟退火法解 CNDP。

Metropolis 于 1953 年模仿热力学的退火方法发明了一个计算多下峰目标函数优化问题的模拟退火算法 (SA——simulating annealing)。1986 年 Lundy 和 Mees 研究发现这个算法找到全域最优解的概率接近 1, 因此我们可以大胆放心地运用它。用于 CNDP 的 SA 算法如下^[7]。

步 1: 初始化。

1-1 给定一个初始解 y^0 , 在 $N(y^0)$ 上进行 UE 分配, 得目标值 $Z(y^0)$, 令 $y = y^0$;

1-2 取定内循环次数 M , 常数 h , 一个步长初始值 a , “温度”的初始值 T_0 、最小值 ε , 令 $T = T_0$, 令外循环次数 $n = 1$ 。

步 2: 对给定的参数 T , 作

2-1 令内循环轮次计数 $k = 0$;

2-2 令 $\hat{y} = y + aU$, $n = n + 1$, 此处 U 是一个随机向量, $U = (\dots, U_j, \dots)$, U_j 是独立同服从 $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ 上的均匀分布的随机变量 (每个 U_j 的方差为 1);

2-3 在 $N(\hat{y})$ 上进行 UE 分配计算, 得到 x^* , 代入 (5a) 式计算目标函数 $Z(\hat{y})$;

2-4 若 $\Delta Z = Z(\hat{y}) - Z(y) < 0$, 接受 $\hat{y}$, 即令 $y = \hat{y}$, 否则以概率 $P(\Delta E) = \exp(-\Delta Z/k_B T)$ 接受 $\hat{y}$, 即在 $[0, 1]$ 上产生一个随机数 R , 当 $R < P(\Delta Z)$ 时, 令 $y = \hat{y}$;

2-5 $k = M$? 若是, 执行第 3 步; 否则, $k = k + 1$, 返回 2-1。

步 3: 终止判断。
3-1 问 $T < \varepsilon$? 若是, 令 $y^* = y$, 停止; 否则, 令 $\alpha = \alpha \cdot \sqrt{9h/M}$, 执行 3-2 步;
3-2 问 $n = 12$? 若是, 令 $T = 0.5T$, $n = n + 1$, 否则, $T = 0.8T$, $n = n + 1$, 返回第 2 步。

算法结束。
(5) 算例
以图 1 所示的交通网络为例。设走行时间公式为 $t_a = \alpha_a + \beta_a [x_a / e_a + y_a]^4$, 投资函数为 $g_a(y_a) = d_a y_a$,

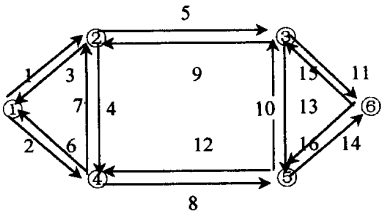


图 1 算例的交通网络图

其中各参数如表 1 所列。针对出行量 $q_{16} = 5, q_{61} = 10$, 分别应用上述 4 种算法求解 CNDP。计算结果列于表 2。从表 2 可见:

算例中的各参数																表 1
路段	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
α_a	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	2.0	1.0	1.0	2.0	3.0	9.0	4.0	4.0	2.0	5.0	4
β_a	10.0	5.0	3.0	20.0	50.0	20.0	10.0	1.0	8.0	3.0	2.0	10.0	25.0	33.0	5.0	1.0
e_a	3.0	10.0	9.0	4.0	3.0	2.0	1.0	10.0	45.0	3.0	2.0	6.0	44.0	20.0	1.0	4.6
d_a	2.0	3.0	5.0	4.0	9.0	1.0	4.0	3.0	2.0	5.0	6.0	8.0	5.0	3.0	6.0	1.0
$T = 500$				$M = 300$				$h = 3$				$\varepsilon = 0.01$				

算例的 IOA 法、H-J 法、EDO 法、SA 法的计算结果																		表 2
算法	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}	y_{13}	y_{14}	y_{15}	y_{16}	Z	n
IOA															5.66		210.9	9
H-J			1.20			3.00									3.00	2.80	215.1	54
EDO			0.13			6.26									0.13	6.26	201.8	10
SA						3.16										6.72	198.1	18300

注: 表中空格中的内容为 0, n 表示 UE 分配次数。
(1) 不同的算法得出不同的解, 这说明存在多个极小值, 是多下峰问题;
(2) SA 法所计算出来的目标函数值比前 3 个算法的小, 这说明它优于前 3 个算法;
(3) SA 法所花的计算量大大多于前两个算法, 这说明该算法是以计算时间换取更优的解, 好在现在计算机的运行速度已经非常高, 该算法的这个缺陷不很突出。

4 扩展

上述的 NDP 模型是以 Bechmann 的均衡分配模型 (UE) 为基础的, 而这是最简单的均衡分配模型, 它与道路网络上交通流分配的实际情况还有些差距, 随机 UE、弹性需求 UE 模型要比它更接近于实际的交通分配情况。相应的有 NDP 的扩展, 现以 CNDP 为例, 讨论 NDP 的扩展。

(1) 基于随机分配的 CNDP
双层模型与 CNDP 类似, 以无预算约束的问题为例, 就是

上层: 同式 (5)。
下层: $\min_x Z(x) = - \sum_{r,s} q_{rs} S[c^{rs}(x)] + \sum_a x_a t_a(x_a, y_a) - \sum_a \int_0^a t_a(w, y_a) dw$ (8a)
其中, $S[c^{rs}(x)] = E[\min_k \{C_k^{rs}\} / c^{rs}(x)]$ (8b)

对应的解法与上节的双层 CNDP 模型类似, 仍可用前述的 IOA 法、EDO 法、H-J 法、SA 法等算法, 只是将相应的“在 $N(y)$ 上 (或 $N(\hat{y})$ 上、或 $N(y^k)$ 上) 进行 UE 分配计算”改成: 在 $N(y)$ 上 (或 $N(\hat{y})$ 上、或 $N(y^k)$ 上) 进行随机配流计算。

(2) 基于弹性需求的 CNDP
实际上一个非常普遍的情况是, 随着交通网络的改善, 不仅缓解了当前网络上的交通拥挤, 还会刺激交通需求的进一步增加。当出行需求是弹性的时, 再用出行成本加建设成本最小化作为优化的目标就不合适了。因为如果这样, 就可以通过减少出行需求量来降低这个目标函数值, 而不必花费建设成本来优化交

通网络，这显然是不合情理的。因此，应该在目标函数中加入效益这个因素。一般可用周转量来表示效益，周转量就是： $\sum_{r,s} q_{rs} c_{rs} = \sum_{r,s} q_{rs} D_{rs}^{-1}(q_{rs})$ 。基于弹性需求的 CNDP 模型为

上层：min: $Z(Y) = \sum_{a \in A} x_a^* t_a(x_a^*, y) + \lambda \sum_{a=1}^m g_a(y_a) - \sum_{r,s} q_{rs}^* D_{rs}^{-1}(q_{rs}^*)$ (9a)

s. t. $y_a \geq 0, (a = 1, 2, \dots, m)$ (9b)

其中， $x^* = (\dots, x_a^*(y), \dots)$ 、 $q^* = (\dots, q_{rs}^*(y), \dots)$ 是下层数学规划的极值。

下层：min_x: $Z(x) = \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} t_a(w, y_a) dw - \sum_{r,s} \int_0^{q_{rs}} D_{rs}^{-1}(u, y_a) du$ (10a)

s. t. $0 \leq q_{rs} < \bar{q}_{rs} \quad \forall r, s$ (10b)

$\sum_k f_k^{rs} = q_{rs}, \quad \forall r, s$ (10c)

$x_a = \sum_{r,s} \sum_k f_k^{rs} \cdot \delta_{a,k}^{rs} \quad \forall a$ (10d)

$f_d^{rs} \geq 0, \quad \forall r, s \quad \forall k$ (10e)

其中， $q_{rs} = D_{rs}(c_{rs})$ 为出行需求函数， q_{rs} 、 c_{rs} 分别是 PA 点对 (r, s) 间的出行量和阻抗。

关于模型的解法，可以用基于一般 UE 分配 CNDP 的任何一种算法，只是要把相应的“在 $N(y)$ 上 (或 $N(\hat{y})$ 上、或 $N(y^k)$ 上) 进行 UE 分配计算”改成：在 $N(y)$ 上 (或 $N(\hat{y})$ 上、或 $N(y^k)$ 上) 进行弹性需求的 UE 配流计算。

(3) 多目标 CNDP

在进行实际的交通网络设计优化时，往往面临的优化要求是多方面的，相应的，应该用多目标优化问题来描述。多目标优化问题有多种方法，其中最常用的是线性加权法。

设优化的目标有 3 个：阻抗 (出行时间) 最小，建设成本最小，交通污染最小，即

$f_1(y) = \sum_a x_a t_a(x), f_2(y) = \sum_{a=1}^m g_a(y_a), f_3(y) = \sum_a h_a x_a$ (h_a 为污染常数)

优化问题就为

min_y: $Z(y) = w_1 \sum_a x_a t_a(x) + w_2 \sum_{a=1}^m g_a(y_a) + w_3 \sum_a h_a x_a$ (11)

事实上，不难看出，前面的 (5)、(10) 都是特定权重系数的多目标优化 NDP。

解法：用 (12) 式作为上层问题，适当的均衡分配模型作为下层问题。用前述的某种算法就可解多目标 CNDP。

5 值得进一步研究的问题

上面讨论的 NDP 模型和算法其实只适用于道路交通网络，准确地说，只适用于地区公路网络，连城市道路网络都不大适用。为了使这些成果能推广到其它交通网络，还要对以下问题进行研究。

(1) 普通公交网络的设计问题

就一条普通公交线路而言，有两类决策变量：线路和发车频率。其中线路变量又包含：两个端点、线路长度、路径 (途径街道)、中途站点几个分变量，简化一些，可以认为只包含：两个端点、路径。这样一来，就有 3 个决策变量：端点、路径、发车频率，其中最关键也是最复杂的是路径的设计。对构成网络的多条普通公交的设计问题就有 3 组决策变量，而道路网络的设计问题只有 1 组决策变量：投资变量 (0 - 1 变量) 或通行能力扩容变量，可见普通公交网络设计所面临的问题要比道路网络设计所面临的问题复杂得多。关于该问题的数学描述及其求解方法的研究已见到了一些报道，如 Brill (1979)、Andersson 等 (1981)、Chang (1991)、Sutanto 等 (1999)。但总的看来，关于这个问题的研究还没有理想的、公认的数学模型。求解问题时基本上都是采用针对上述 3 个决策变量分阶段分别进行建模和求解，各个阶段的分析过程中，都参进了相当程度的定性成分；尤其是没有理想的数学模型描述其中最关键的问题——路径设计。因此，这是一个值得进一步深入研究的问题。

(2) 城市快速轨道交通的网络设计问题

虽然轨道交通也属于公共交通，但它的网络设计问题具有不同于普通公共交通网络的设计问题许多特殊之处。它的线路建成后的不可更改性，以及对城市发展强大的拉动作用，使得在进行其网络设计时要特别慎重，更需要理性化而非“艺术化”。因此关于轨道交通的网络设计的量化、模型化和规范化的研究就尤其显得具有实际价值。

(3) 城市道路的网络设计问题

在交通分配和交通网络设计中，路段走行时间函数都是一个十分基本的函数，目前有关结论和算法都要求它单调递增。到目前为止，唯一公认的来自于实际观测的阻抗函数实例就是 BPR 走行时间公式，它也确实合乎这个条件。然而，它来源于市际公路，虽然对城市道路的路段部分基本适用 (下转第 67 页)

10 分钟。也就是说, 对于每一个有向路段, 对应一个 30 维的特征向量。而实验所用的路网有 48 个有向路段, 因此总共有 $48 \times 30=1\,440$ 维向量。

为了压缩特征向量的维数, 利用主成分分析方法实现特征提取。对每一个路段 10×3 的原始数据矩阵进行主成分分析, 提取其第一主成分, 得到一个新的 10×1 特征量矩阵。这样, 对每个路段来说, 就将原来 30 维的特征向量降为 10 维。对于整个路网, 特征向量则从 1 440 维降为 480 维。

对每一类模式, 都进行了 8 次仿真 (通过对 OD 矩阵进行调整)。用其中的一半, 即对每一类模式, 都利用其中的 4 次仿真数据, 对支持向量机进行训练。然后用其余的 4 次仿真数据进行性能检验, 实验结果表明, 所有的测试样本向量都被正确分类。

参考文献:

[1] Jiuyi Hua, Ardeshir Faghri. Dynamic Traffic Pattern Classification Using Artificial Neural Networks [R] .Transportation Research Record 1399:

14- 19

[2] Adel W Sadek, Michael J Demetsky, Brain L Smith. Case-Basd Reasoning for Real-Time Traffic Flow Management [J] . Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 1999, 14: 347- 356.

[3] Attoor Sanju Nair, Jyh-Cham Liu, Laurence Rilett, Saunabh Gupta. Non-Linear Analysis of Traffic Flow [C] . 2001 IEEE Intelligent Transportation Systems Conference Proceedings, 2001: 683- 687.

[4] Hojjat Adeli, Asim Karim. Fuzzy-Wavelet RBFNN Model for Freeway Incident Detection [J] . Journal of Transportation Engineering, 2000: 464- 471.

[5] 边肇祺, 张学工, 等. 模式识别 (第二版) [M] . 清华大学出版社, 2000

[6] Karlene A Kosanovich, Michael J Piovoso. PCA of Wavelet Transformed Process Data for Monitoring [J] . Intelligent Data Analysis, 1997 (1): 85- 99

[7] Vladimir N Vapnik. Statistical Learning Theory [M] . New York: Wiley, 1988

[8] Vladimir N Vapnik. The Nature of Statistical Learning Theory [M] . New York: Springer, 1995

[9] PARAMICS User Guide-Version 3.0. U. K. Quadstone Limited [R] . Edinburgh, 1999

(上接第 62 页) (参数要作修改), 但城市道路网络上的车辆除了在路段部分要花费行驶时间外, 在信号灯交叉口还往往存在延误。实际上, 这个延误在整个出行时间中占相当大的比例, 约为 20% ~ 40%: 并且不同流向的平均延误明显不同, 一般是: 右转< 直行< 左转。根据我们作的问卷调查, 熟悉路网的驾驶员在出行选择路径时, 对备选的各路径将要通过几个信号灯交叉口以及各交叉口的不同转向都有充分的考虑和估量。因此, 如果只考虑路段行驶时间而忽略节点分流向延误时间的阻抗公式是不适合城市道路网的, 基于这样的阻抗公式 (如 BPR 公式) 进行的交通均衡分配与实际的城市道路网上的交通分配状况无疑会存在一定的出入。因此, 建立在这样交通均衡分配方法之上的网络设计算法对城市道路网络最多只有参考价值。所以, 对于城市道路网络, 急需研究开发节点分流向延误的阻抗函数, 以及相应的交通均衡分配方法、网络设计模型和算法。

参考文献:

[1] Yang H, Bell M G H. Models and Algorithms for Road Network Design: A Review and Some New Developments [J] .Transport Review, 1998, 18 (3): 257- 278.

[2] Friesz T L. Transportation Network Equilibrium, Design and Aggregation: Key Developments and Research Opportunities [J] .Transportation Research, 19A (56): 413- 427.

[3] 刘灿齐. 预算约束的离散交通网络设计问题 [J] . 中国公路学报, 2002, 15 (2): 87- 90.

[4] 刘灿齐. 现代交通规划学[M]. 北京: 人民交通出版社, 2001

[5] Abdulaal M, LeBlanc L J. Continuous Equilibrium Network Design Models [J] .Transportation Research, 1979, 13B (1): 19- 32

[6] Suwansirikul C, Friesz T L, Tobin R L. Equilibrium Decomposed Optimization: A Heuristic for Continuous Equilibrium Network Design Problem [J] .Transportation Science, 1987, 21 (4): 254- 263.

[7] Friesz T L, Cho H J, Mehta N J, Tobin R L, Anandalingam G. A Simulated Annealing Approach to Network Design Problem with Variational Inequality Constraints[J] Transportation Science, 1992, 26(1): 18- 6.