

锦州湾污水稀释扩散数值模拟

——潮流数值计算

王凤华 张德福 宋有强 王锡侯

张砚峰 张秀云 刘恒奎

(国家海洋局海洋环境保护研究所)

一、前言

随着现代工业的迅速发展,沿海水域污染日趋严重。为了保护水域环境,必须采取适当措施。为此,首先需要了解入海污染物输送和散布的物理过程,然后在此基础上进一步正确估计污染物对生态系统的可能影响以及化学和生物的净化作用,从而为制定污水排放管理和水质区划提供科学依据。

本文应用流体动力学模式计算了锦州湾的潮流和污染物的稀释扩散,采用浅水长波模型计算了锦州湾的潮流场。由于在计算中使用了隐式方向交替差分格式和水位一流速交替控制开边界的方法,提高了计算精度,改善了模拟效果。验证结果表明,计算的流场比较符合实际。

二、数学模型

本计算依据的基本方程是浅水潮波方程:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \underline{U} \cdot \underline{\nabla} H + H \underline{\nabla} \cdot \underline{U} = Q \quad (1)$$

$$-\frac{\partial U}{\partial t} + \underline{U} \cdot \underline{\nabla} \underline{U} + f \wedge \underline{U} + g \underline{\nabla} \xi + \frac{D}{H} \underline{U} \|\underline{U}\| = 0 \quad (2)$$

式中, XY 平面取在未扰动的平均海平面上, Z 轴垂直向上, 构成右手坐标系。

式中:

$$\underline{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \underline{i} + \frac{\partial}{\partial y} \underline{j}$$

$$H = h + \xi;$$

h —平均海平面以下水深(米);

ξ —平均海平面以上的瞬时海面高度(米);

Q —源的强度;

$\underline{U}$ —垂直平均流速矢量(米/秒);

$$\underline{U} = \frac{1}{H} \int_{-h}^{\xi} \underline{u} dZ;$$

f —柯氏地转向量;

g —重力加速度;

D —海底摩擦系数;

方程 (1)、(2) 的初始条件为:

$\underline{U} = 0$, $\xi = 0$ 。边界条件分为两类: 对于沿岸闭边界, 取法向流速为零 $U_n = 0$, 而沿湾口开边界各点水位和流速为已知的时间函数, $\xi = \xi(t)$, $\underline{U} = \underline{U}(t)$ 。

三、差 分 方 程

本计算采用 ADI 法(交替方向隐式法)将偏微分方程 (1)、(2) 离散成相应的有限差分格式。为便于使用中心差分, 用交错式计算网格(图 1)。

在建立方程 (2) 的差分公式时, 为便于求解, 将其中非线性项(平流惯性项和涡动底摩擦项)做局部线性化处理。于是得到对应於基本方程 (1)、(2) 的差分方程组。对于前半时间步长 $[p\Delta t \rightarrow (p+1/2)\Delta t]$, 连续性方程隐式差分公式为:

$$A_{m-1/2,n} U_{m-1/2,n}^{p+1/2} + B_{m,n} \xi_{m,n}^{p+1/2} + C_{m+1/2,n} U_{m+1/2,n}^{p+1/2} = F_{m,n} \quad (3)$$

$$A_{m-1/2,n} = -\frac{\Delta t}{2AS} \left(\bar{h}_{m-1/2,n}^{(p)} + \bar{\xi}_{m-1/2,n}^{(p)} \right)$$

$$B_{m,n} = 1$$

$$C_{m+1/2,n} = -\frac{\Delta t}{2AS} \left(\bar{h}_{m+1/2,n}^{(p)} + \bar{\xi}_{m+1/2,n}^{(p)} \right)$$

$$F_{m,n} = \xi_{m,n}^p - \frac{\Delta t}{2AS} \left[\bar{h}_{m,n+1/2}^{(p)} + \bar{\xi}_{m,n+1/2}^{(p)} \right] V_{m,n+1/2}^p - \frac{\Delta t}{2AS} \left[\bar{h}_{m,n-1/2}^{(p)} + \bar{\xi}_{m,n-1/2}^{(p)} \right] V_{m,n-1/2}^p$$

U 分量的运动方程隐式差分公式为:

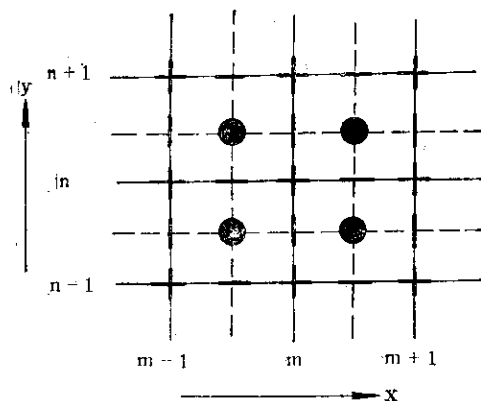
$$A_{m,n} \xi_{m,n}^{p+1/2} + B_{m+1/2,n} U_{m+1/2,n}^{p+1/2} + C_{m+1,n} \xi_{m+1,n}^{p+1/2} = F_{m+1/2,n} \quad (4)$$

$$A_{m,n} = -\frac{\Delta t}{2AS} g$$

$$B_{m+1/2,n} = 1 + \frac{\Delta t}{2} (U_{m+1/2,n}^p)_x$$

$$C_{m+1,n} = -\frac{\Delta t}{2AS} g$$

$$F_{m+1/2,n} = U_{m+1/2,n}^p + \frac{\Delta t}{4} \bar{V}_{m+1/2,n}^p \left[f - (U_{m+1/2,n}^p)_x \right]$$



+ 水位 (ξ)
 ● 冰深 (h)
 → U 的 X 方向分量 (U)
 ↑ U 的 Y 方向分量 (V)

图 1 计算网格

$$-\frac{4 \Delta t g U_{m+1/2,n}^p \sqrt{(U_{m+1/2,n}^p)^2 + (\bar{V}_{m+1/2,n})^2}}{(\bar{h}_{m+1/2,n}^y + \xi_{m+1/2,n}^{x(p)}) (\bar{C}^y)^2}$$

V 分量运动方程显式差分公式为:

$$V_{m,n+1/2}^{p+1/2} = \frac{V_{m,n+1/2}^p - \frac{\Delta t}{2} f \bar{U}_{m,n+1/2}^{p+1/2} - \frac{1}{2} \Delta t \bar{U}_{m,n+1/2}^{p+1/2} (V_{m,n+1/2}^p)_x - \Delta t g (\xi_{m,n+1/2}^y)_y}{1 + \frac{\Delta t}{2} (V_{m,n+1/2}^p)_y + \frac{4 \Delta t g \sqrt{(\bar{U}_{m,n+1/2}^{p+1/2})^2 + (V_{m,n+1/2}^p)^2}}{(\bar{h}_{m,n+1/2}^x + \xi_{m,n+1/2}^{y(p+1/2)}) (\bar{C}^x)^2}} \quad (5)$$

对于后半时间步长 $[(p+1/2)\Delta t \rightarrow (p+1)\Delta t]$, 以同样方法求得连续性方程和运动方程的相应差分公式。

对于每一计算行(沿 x 方向)或计算列(沿 y 方向), 将连续性方程和运动方程联立, 便构成一代数方程组 $[A][F] = [B]$ 。其中, 向量 $[F] = \begin{bmatrix} \xi \\ U \end{bmatrix}$ 或 $[F] = \begin{bmatrix} \xi \\ V \end{bmatrix}$ 包括所有要计算的 ξ 、 U 或 ξ 、 V 值。在计算时, 采用隐式方向交替步骤: 在前半时间步长上沿 x 方向对 ξ 、 U 进行隐式运算, 而对 V 进行显式计算。在后半时间步长上沿 y 方向对 ξ 、 V 进行隐式运算, 而对 U 进行显式运算。显然, 隐式运算每步求解的方程组系数矩阵均为三对角阵, 使用追赶法很容易求解。

四、初值及边值处理

海区中, 潮流的初始状态是难以确定的。鉴于方程类型, 初始条件不影响最终计算结果, 故取 $t=0$ 时, $\xi = U = 0$ 作为本计算的初始条件。

对于锦州湾这样开敞的浅水海湾, 海水运动的边界条件非常复杂, 边界处理是这类数值计算关键之一。本文选取海图零米等深线作为陆边线(闭边界), 大笔架山到大酒篓为海边线(开边界)。

在闭边界上, 取法向流速为零, $\bar{U} = 0$, 而边界线外各点流速亦均取为零, $\bar{U} = 0$ (图2)。

在开边界上, 一般来说, 对于较封闭性海湾(如渤海、胶州湾)大多用水位控制, 而对较开敞的海湾, 或受外海海流影响较强的海域则多用流速控制, 或者用水位——流速交替控制, 借以提高流动的再现性。湾口边界用水位控制时, 计算精度在很大程度上取决于所选用的开边界位置。一般开边界线尽量选在与主潮流垂直的方向上。

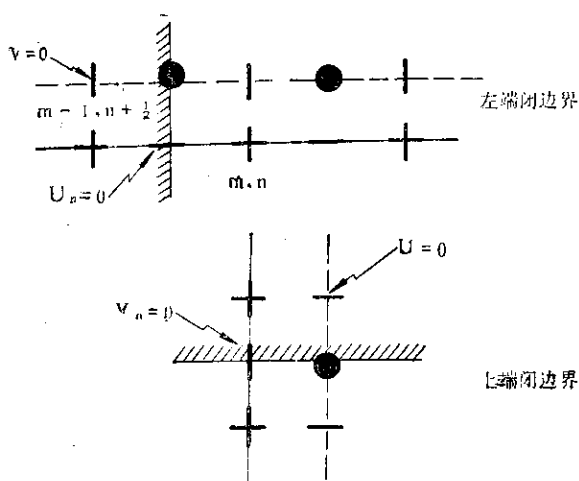


图2 闭边界处理

鉴于锦州湾比较开敞, 并直接受辽东湾海流控制, 而自大笔架山至大酒篓的自然开边界并不与主潮流正交。因此湾口边界单用水位控制来计算流场时, 其再现性很差, 特别在流向上差异更大; 而单用流速控制, 计算结果也不令人满意。为此本文为充分考虑湾外流场的影响, 开边界使用水位——流速交替方式控制, 即在开边界上交替地使用水位和流速控制, 每

半步长交替一次, 直至计算收敛为止。

用水位控制时, 在开边界水位控制点上 (图 3—*a*), 输入依潮汐调和常数求出的规则波, 对于半日潮港水位计算近似公式为:

$$\xi_i = \xi_H \cos(\omega t - g_H) \quad (6)$$

式中, ξ_H 为分潮振幅; g_H 为分潮的迟角; ω 为该分潮角速度; t 为计算时间。

而当用流速控制时, 开边界各流速控制点上 (图 3—*b*), 输入依下列公式计算的潮流值。

$$U_i = U_H \cos(\omega t - g_u) \quad (7)$$

$$V_i = V_H \cos(\omega t - g_v) \quad (8)$$

式中, U_H 和 V_H 为分潮流振幅

值; g_u 和 g_v 为相应的分潮流迟角; 实际计算中, 当用水位控制时, 假定开边界两侧流速相等, $U_{m+1/2,n} = U_{m+3/2,n}$; 而用流速控制时, 则假定控制点两侧水位相等, $\xi_{m,n} = \xi_{m+1,n}$ 。

计算按如下步骤进行: 在前半时间步长上, 依照公式 (6) 设定开边界控制水位 (图 3—*a*), 按行进行计算。然后, 在后半时间步长上, 依照公式 (7) 和 (8) 设定开边界控制流速 (图 3—*b*), 按列进行计算。结果表明: 对于像锦州湾这样开敞的浅水海湾, 开边界采用水位——流速交替控制的处理方法是很有有效的。

五、计 算 实 施

1. 计算坐标 取 y 轴平行湾口开边界线, 且与地理坐标正北方向成 30° 角。地理坐标与计算坐标方位角之间有如下关系:

$$\phi_s = 120^\circ - \phi_c \quad (9)$$

其中, ϕ_s 为地理坐标方位角; ϕ_c 为计算坐标方位角。

2. 水深与网格 从海图上读取水深, 然后订正到平均海平面深度。闭边界上的水深不小于该区大潮潮差。网格间距取 $\Delta S = 500$ 米。

3. 时间步长 参照不考虑平流项的一维重力波的显式差分格式的 CFL 条件, 即

$$\frac{\Delta t}{2} \leq \frac{\alpha \Delta S}{\sqrt{h_{max} g}} \quad (10)$$

在锦州湾条件下, $h_{max} = 10$ 米; 取 $\alpha = 1.5$, $\Delta S = 500$ 米, 取 $\frac{\Delta t}{2} = 120$ 秒, 满足 (10) 式稳定性的必要条件。

4. 柯氏参数 $f = 2\omega \sin\phi$, 其中 ϕ 取平均地理纬度, 取 $\phi = 49.5^\circ$ 。

5. 底摩擦系数 $D = g/C^2$, C 是糙度系数, 采用经验公式 $C = \frac{1}{n} \overline{h}^{1/6}$, 其中 $\overline{h}$ 是计算点周围四点的平均水深, n 是 *manning* 系数。

6. 入海径流 五里河和老河的年径流量分别为3400万立方米/年和569.4万立方米/年。

7. 初始水位和流速 计算从海区静水状态开始, 即 $t = 0$ 时, $\xi = \tilde{U} = 0$ 。

8. 开边界控制水位 以平均大潮潮高近似公式表示:

$$\xi_t = [H_{M_2} + H_{S_2}] \cos(\omega t - g_{M_2}) \tag{11}$$

式中, H_{M_2} 和 H_{S_2} 为 M_2 和 S_2 分潮振幅值, g_{M_2} 为 M_2 分潮迟角。开边界线两端点上的分潮调和常数已知, 中间的点用内插法求出。计算周期取 $T = 12$ 太阴时。

9. 开边界控制流速 以平均大潮潮流的公式表示:

$$U_t = U_{M_2} \cos(\omega t - U_{gM_2}) + U_{S_2} \cos(\omega t - U_{gS_2}) \tag{12}$$

$$V_t = V_{M_2} \cos(\omega t - V_{gM_2}) + V_{S_2} \cos(\omega t - V_{gS_2}) \tag{13}$$

式中, U_{M_2} 、 V_{M_2} 和 U_{S_2} 、 V_{S_2} 分别为 M_2 和 S_2 分潮流东分量和北分量的振幅值; U_{gM_2} 、 V_{gM_2} 和 U_{gS_2} 、 V_{gS_2} 分别为对应分潮流东分量和北分量的迟角。已知开边界线上三个控制点的潮流调和常数, 其它控制点由线性内插求得。

六、计算结果分析

1. 潮流重现性

本计算进行到第三个潮周期, 输出水位和流速值便趋于稳定 (表 1), 故计算循环时间取五个潮周期就已足够了。

为了验证计算结果, 利用锦州湾海流现场观测资料与计算值进行对比。由表 2 可以看出: M_2 分潮椭圆要素的计算值与调和和分析值很接近, 椭圆长轴除 5 号点外, 二者之差不超

代表性计算点上各周期的输出值

表 1

计算点		370	378	386	794	806	814	1204	1214	1222
水位 (米)	I	-0.024	-0.263	-1.253	-0.008	-0.294	-1.284	-0.023	-0.263	-1.228
	II	-1.124	-1.118	-1.120	-1.102	-1.092	-1.105	-1.082	-1.082	-1.062
	III	-1.125	-1.121	-1.119	-1.120	-1.102	-1.092	-1.104	-1.082	-1.062
	IV	-1.125	-1.121	-1.119	-1.120	-1.102	-1.092	-1.104	-1.082	-1.062
流速 (厘米/秒)	I	5.093	46.955	2.208	1.844	4.616	-14.336	-20.980	45.368	-23.385
	II	-3.739	-6.296	2.203	-8.761	-9.671	-2.474	-14.336	-20.980	-23.385
	III	-3.735	-6.287	2.208	-8.782	-9.758	-2.474	-14.336	-20.963	-23.385
	IV	-3.788	-6.286	2.208	-8.783	-9.752	-2.474	-14.335	-20.963	-23.385

M₂分潮流椭圆要素计算与调和析差值表

表 2

站 位	1	2	3	4	5	6	7	8	9
椭圆长轴 差值(厘米)	-6	-1	-4	1	10	-2	-6	-6	-1
长轴方向 差值(度)	25	26	3	-5	30	21	12	26	6
发生时间 差值(小时)	-0.12	0.34	0.08	1.34	1.34	0.05	-0.11	-0.33	-0.06

过 ± 6 厘米/秒,其相位差不超过 26° 。

图4及图5表示计算潮流同实测流的符合程度,大多数测点,最大流速差不超过 ± 5 厘米/秒;其流向差在 30° 以内;全域计算流速的相对误差在20%以内。

2. 潮流分布特征

为了说明一个周期(T)内的潮流运动,将第五个潮周期的计算潮流逐时输出,并分别绘制其流场图(现只例举4张图6—1~6—4)。

由图可见:全域从涨潮开始,当 $t = \frac{1}{4}T$ 时潮位接近半潮面(图6—1),此时涨潮流最强,最大涨潮流出现于湾口南侧,流速达63厘米/秒方向指向西北;而后潮位继续上升,涨潮流逐渐减弱。当 $t = \frac{2}{4}T$ 时到达高潮(图6—2),涨潮流减到最弱;高潮过后,全域开始落潮,落潮流逐渐增强,当 $t = \frac{3}{4}T$ 时,潮位落至半潮面附近(图6—3),落潮流最强,全域最大落潮流亦出现于湾口南部,流速达62厘米/秒,方向指向东南;过后,潮位继续下降,落潮流逐渐减弱,一直到低潮时($t = T$)流速减到最小(图6—4),至此完成了一个周期潮流运动。

由此可见,涨潮时,东北向的辽东湾涨潮流,主要从锦州湾南岸大体朝西北方向伸入锦州湾,而落潮时,海水仍从这一带朝东南方向流出海湾,然后汇入西南向的辽东湾落潮流。

因此,葫芦岛一大酒篓北侧是锦州湾潮流主要通道和强流区。上述计算流场与六月份实测流

分布的基本趋势是一致的,特别是最大涨落潮流,不仅发生地点相同而且流速、流向亦非常接近。

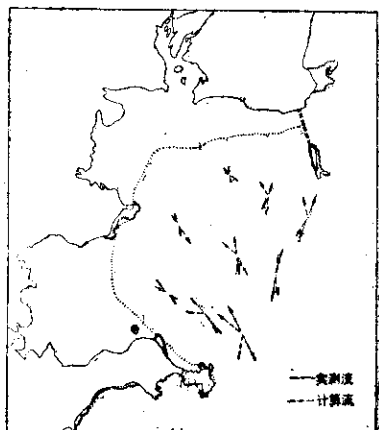


图4 最大涨落潮流分布图

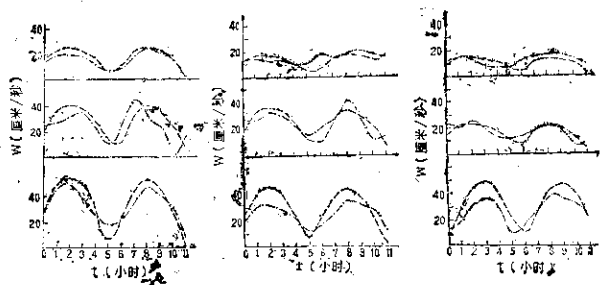


图5 流速过程曲线图

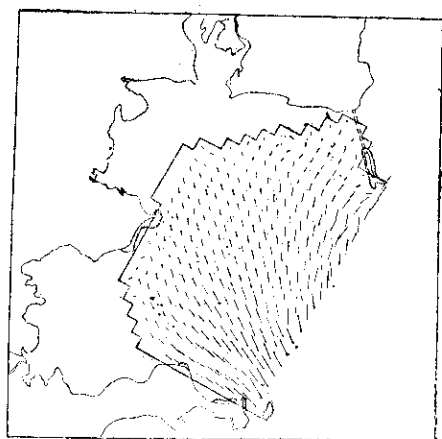


图 6—1 潮流场图 ($t = \frac{1}{4}T$)

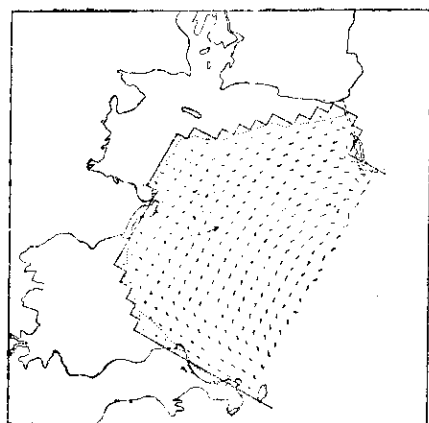


图 6—2 潮流场图 ($t = \frac{2}{4}T$)

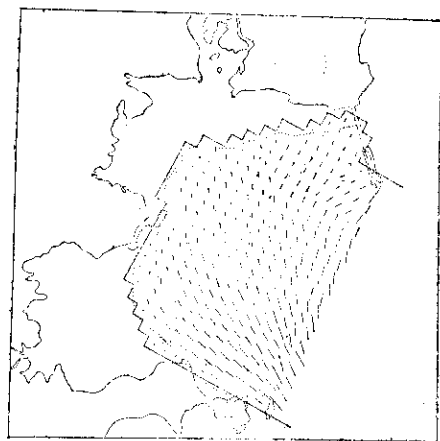


图 6—3 潮流场图 ($t = \frac{3}{4}T$)

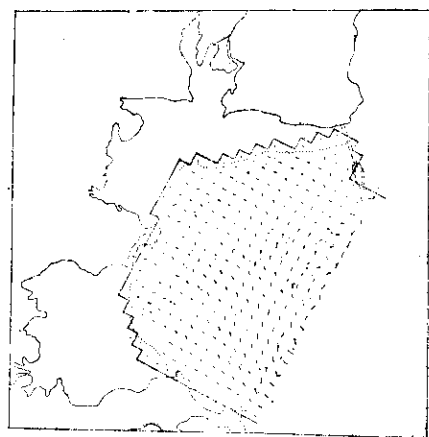


图 6—4 潮流场图 ($t = T$)

3. 潮余流

潮余流是非均匀性潮流所引起的一种长周期性流动，它对于微生物及漂移和沉积污染物的输送起着重要作用。欧拉型余流 u_R 是用流速在一个潮周期 T 内的积分值计算的。

$$u_R = \frac{1}{T} \int_0^T u dT \quad (14)$$

其离散形式：

$$u_R = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u$$

式中， N 是计算次数， $N = \frac{T}{\Delta t}$ ，本文中 $N = 720$ 。(14)式意味着强潮余流应发生于非对称性的强潮流区。潮余流的发生主要决定于海域几何形状和海底地形。显著的潮余流通常出现

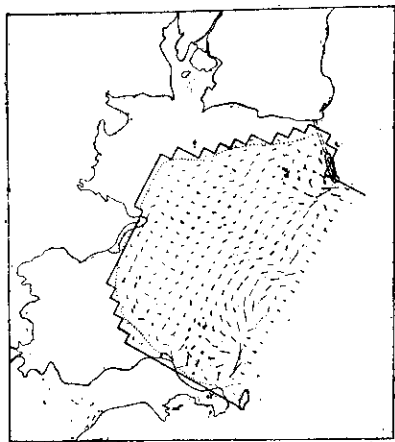


图7 计算潮余流场图

小，潮差的空间变化不明显(图8)。湾北部潮差最大，其值为2.58米，湾口南部潮差最小，其值为2.50米，二者相差仅8厘米。全域几乎同时发生高潮(图9)，湾口南端最先发生高潮。湾北部最迟，二地潮时差只有4分钟。

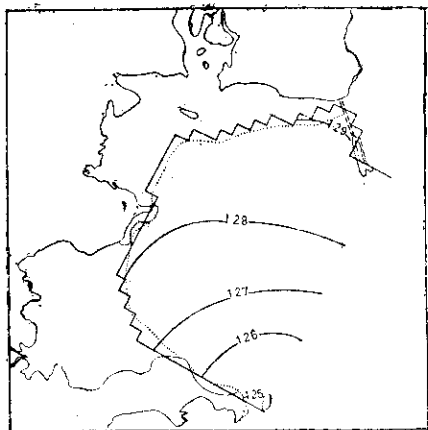


图8 等潮差线图(米)

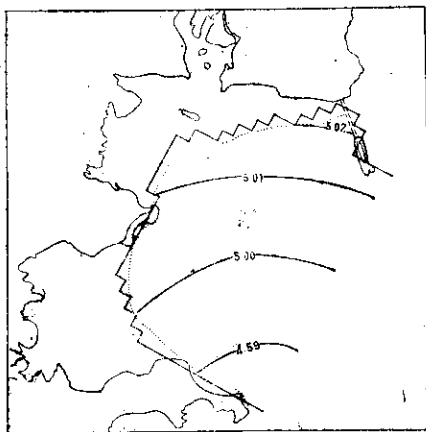


图9 同潮时线图(小时)

于有中心海角的海湾中。锦州湾是一个开敞海湾，地形又比较平坦，不具备产生强潮余流的自然地理条件，所以湾内潮余流是很弱的。从图7可见该湾潮余流分布总趋势似一顺时针“半涡”，其强度约为3厘米/秒。在浅滩附近，有两个强度很弱的方向相反的涡，其强度只有1厘米/秒；海湾北部靠大笔架山内侧有一逆时针涡，其强度亦为1厘米/秒。湾内潮余流最大值为3.8厘米/秒，见于湾口南侧附近。

4. 潮汐特征

锦州湾潮汐，受渤海潮波系统支配，潮汐性质以半日潮为主。鉴于该湾水域面积很

参 考 文 献

- [1] 金子安雄，堀江毅，村上和男，港湾技术研究所报告，第14卷第1号(1975)。
- [2] 堀江毅等，港湾技术研究所报告，第15卷第2号(1976)。
- [3] Leendertse, J.J., *Aspects of a Comutation Model for Long—period Water wave propagation* Memo, RM—5294—PR, The Rand Corp., (1976)。
- [4] Leendertse, J.J., *A Water—Quality Simulation Model for Well—mixed Estuaries and Coastal seas*, Vol.I, principles of Computation, Rand Corp., RM—6230—RC, (1970)。