

• 水利与土木工程 •

DOI:10.15961/j.jsuese.201900402



本刊网刊

考虑非饱和土吸力效应的圆柱孔扩张有效应力解析

翟张辉¹, 张亚国^{2*}, 李同录¹, 黄沛²

(1. 长安大学 地质工程与测绘学院, 陕西 西安 710054; 2. 长安大学 建筑工程学院, 陕西 西安 710061)

摘要: 为探究吸力效应对圆柱孔周围土体应力应变的影响, 推导了非饱和土中的圆柱孔扩张有效应力解析。在弹性区和塑性区分别采用Hooke定律和修正剑桥模型, 将非饱和吸力作为硬化参数, 建立圆柱孔周围土体的应力应变控制方程。通过引入辅助变量, 将欧拉坐标系下的平衡微分方程转至拉格朗日坐标系, 非饱和圆柱孔扩张问题转换为以弹塑性边界为边值条件求解1阶常微分方程组的问题。以弹塑性边界上的应力和初始比体积作为初值, 对非饱和土中圆柱孔扩张问题进行分析。结果表明: 受扩孔压力作用, 圆柱孔周围土体将从弹性状态进入塑性屈服状态, 土体初始吸力的变化对塑性区应力状态影响显著。随着初始吸力的增加, 圆柱孔周围相同位置处的土体各应力分量增大, 极限扩孔压力也随之增大。对于初始孔隙比较大的疏松土体, 吸力增大使得圆孔周围塑性区范围缩小; 塑性区土体比体积沿径向呈单调减小, 吸力越大, 比体积减小越明显。对于初始孔隙比较小的密实土体, 吸力变化对塑性区范围大小影响不明显; 塑性区内土体比体积沿径向先增大后减小。这是因为在弹塑性边界附近处出现了剪胀现象, 且吸力越大, 剪胀现象越明显。最后, 通过与原位旁压试验和已有数值模拟结果对比, 对本文方法的可靠性进行了验证。

关键词: 非饱和土; 吸力; 圆柱孔扩张; 修正剑桥模型; 旁压试验

中图分类号:TU473

文献标志码:A

文章编号:2096-3246(2020)03-0100-07

Effective Stress Solution for the Cylindrical Cavity Expansion in Unsaturated Soil Considering Suction Effect

Zhai Zhanghui¹, Zhang Yaguo^{2*}, Li Tonglu¹, Huang Pei²

(1. School of Geological Eng. and Surveying, Chang'an Univ., Xi'an 710054, China; 2. School of Civil Eng., Chang'an Univ., Xi'an 710061, China)

Abstract: To investigate the suction effect on the stress and strain of soil around cylindrical cavity, the analytical solution of effective stress in unsaturated soils was derived. In the elastic and plastic regions, the Hooke's law and the modified Cam–Clay model were respectively employed. Taking suction as a hardening parameter, the governing equations about stress-strain around the cylindrical cavity were established. By introducing the auxiliary variable, the equilibrium differential equation in Eulerian system was transformed into Lagrangian system. The cylindrical cavity expansion in unsaturated soils was analyzed by solving the first-order ordinary differential equations where the elastic-plastic boundary was the initial conditions. Taking the values of stress and specific volume at the elastic-plastic boundary as initial values, the effects of suction and initial specific volume on the distributions of stress and strain were calculated and analyzed. The results showed that the soil around the cylindrical cavity changed from elastic state to plastic state due to the cavity expansion, and the suction had a significant effect on the stress state of plastic region. With the suction increase, three stress components, as well as the ultimate cavity pressures increased. For loose soils with larger void ratio, the ranges of plastic region reduced with the suction increasing. The specific volume decreased monotonously along the radial direction, which tended to be obvious as the suction increasing. However, for dense soils with smaller void ratio, the effect of suction on the ranges of plastic re-

收稿日期:2019-04-30

基金项目:国家自然科学基金项目(41807242; 51608042); 中央高校基本科研业务费专项项目(300102289102)

作者简介:翟张辉(1993—), 男, 博士生。研究方向:非饱和土力学、圆孔扩张理论及其应用等。E-mail: zhaihanghui0607@163.com

*通信联系人 E-mail: yaguozhang29@chd.edu.cn

网络出版时间:2020-04-28 15:17:00 网络出版地址:<http://kns.cnki.net/kcms/detail/51.1773.TB.20200428.1358.002.html>

gion was so small that could be ignored. The specific volume near the elastic-plastic boundary increased due to the dilatancy occurring. The larger the suction were, the more obvious of the dilatancy appeared. Finally, the reliability of the proposed method was verified by comparing with the data from lateral pressure test and calculation by the finite element method.

Key words: unsaturated soil; suction; cylindrical cavity expansion; modified Cam–Clay model; pressuremeter test

岩土工程中旁压试验机理、挤密桩桩–土作用及有压隧道的围岩变形分析等均可概化为圆柱孔扩张问题。因而,在过去的40多年中,圆柱孔扩张问题受到了广泛关注。早期,Visic^[1]假定土体为理想弹塑性体,推导了服从M–C屈服准则的圆柱孔和球形孔扩张近似解;Yu等^[2]引入剪胀角描述剪胀现象,并采用对数应变考虑塑性区大变形。然而,理想弹塑性模型难以考虑土体的硬化与软化特性,也不能考虑土体应力历史的影响。随着本构模型的发展,能够克服上述缺陷的临界状态土力学模型被用于圆柱孔扩张问题求解^[3–7]。Collins等^[3]基于修正剑桥模型,利用相似解技术给出了排水和不排水两种条件下的圆柱孔扩张解析。Cao等^[4]假定塑性区偏应力与最终偏应力相等,得到最终扩孔压力和孔隙水压力的近似闭合解。Chen等^[5–6]考虑三向应力,分别给出了不排水和排水条件下更为严格的圆柱孔扩张半解析解。李镜培等^[7]采用类似的方法,推导了球形孔扩张问题的不排水解,并分析了超固结比的影响。考虑到天然沉积土层多具有各向异性的特点,Li^[8]、Chen^[9]等基于各向异性临界状态模型,对饱和土中圆孔扩张问题进行了求解。

上述研究均假定土体处于饱和状态,但实际中多数工程是在非饱和土中开展的^[10]。目前针对非饱和土中圆柱孔扩张问题的研究较少。胡伟等^[11]提出非饱和土中的圆孔扩张解,但并未考虑非饱和土–水特征的影响。Russell等^[12]考虑了两种吸力条件(常吸力和常含水率),基于修正剑桥模型将Collins等^[3]的相似解技术用于求解非饱和土圆柱孔扩张问题。随后,Yang等^[13]基于边界面塑性模型,在圆柱孔扩张解中将吸力对有效应力的贡献视为常数,并考虑了土水滞回效应等的影响。已有非饱和土中的圆柱孔扩张问题均利用相似解技术求解,求解过程中需对平均应力和剪应力进行简化,且不能考虑有限孔收缩问题。Chen等^[6]所采用的方法可规避上述相似解技术产生的问题。

鉴于此,本文通过考虑吸力效应的影响,将Chen等^[6]饱和土中的圆柱孔扩张解拓展至非饱和土中,得到非饱和土中圆柱孔扩张的半解析解。该解答能够考虑吸力效应对圆柱孔周围土体应力应变的影响,为非饱和土中旁压试验、沉桩挤土效应分析及有压隧道变形计算等提供理论依据。

1 考虑非饱和吸力的本构模型

非饱和土中平均有效应力为:

$$p' = p_{\text{net}} + \chi s \quad (1)$$

式中: p_{net} 为净应力; s 为吸力; χ 为有效应力参数,其与饱和度或吸力有关,可表示为^[13]:

$$\chi = \begin{cases} 1, & s \leq s_e; \\ \left(\frac{s}{s_e}\right)^{-0.55}, & s \geq s_e \end{cases} \quad (2)$$

式中, s_e 为进气值。

根据相关联流动法则,修正剑桥模型(MCC)中屈服函数为:

$$f = g = q^2 - [M^2 p'(p'_c - p')] p' = 0 \quad (3)$$

式中: M 为 $p'-q$ 平面中临界状态线的斜率; p'_c 为各向同性屈服应力,决定屈服面的大小。

非饱和土中,将塑性体变 ε_p^p 和吸力 s 作为硬化参数,共同影响屈服面的大小^[14]:

$$p'_c = p'_{c0} \exp\left(\frac{\nu_0 \varepsilon_p^p}{\lambda - \kappa}\right) \alpha + \beta \quad (4)$$

式中: p'_{c0} 为饱和土体的各向同性屈服应力; λ 和 κ 分别为 $v-p'$ 平面中临界状态线和回弹线的斜率, v 为比体积; ν_0 为初始比体积; α 和 β 为吸力 s 的函数,当 $\alpha=1$ 且 $\beta=f(s)$ 时为吸力解耦的形式, $\alpha=f(s)$ 且 $\beta=0$ 时为吸力耦合的形式,此外为两者共同作用的形式。

饱和土中,临界状态线可表示为 $v=f_{cs}(p')$ 。根据非饱和固结试验,假定吸力使饱和临界状态线在 $v-p'$ 平面沿 κ 线平移 $\gamma(s)$,则非饱和临界状态线可表示为^[13]:

$$v = f_{cs}(p' - \gamma(s)/2) - \kappa \ln\left(\frac{p'}{p' - \gamma(s)/2}\right) \quad (5)$$

2 圆柱孔弹塑性区应力分析

2.1 力学模型及基本假定

圆柱孔的扩张可概化为如图1所示的力学模型^[6]。无限均质土体中存在初始孔径为 a_0 的圆柱孔,周围天然应力为 σ'_0 ,当其内部扩孔压力 σ'_a 增加时,孔壁处首先出现塑性屈服。随着 σ'_a 的增大,孔径和塑性区也增大。孔径增大至 a 时,弹塑性边界扩至 r_p ,此时 $a \leq r \leq r_p$ 范围内土体处于塑性状态, $r \geq r_p$ 范围内土体仍处于弹性状态。

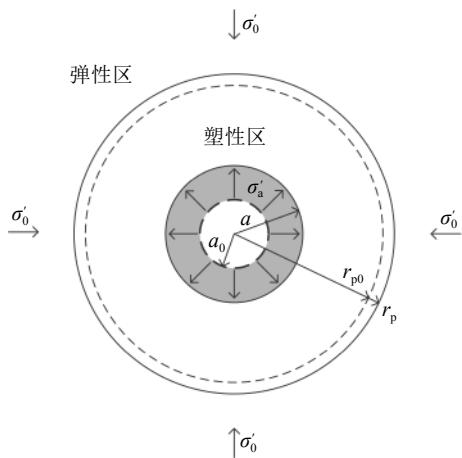


图 1 圆柱孔扩张示意图

Fig. 1 Schematic diagram of cylindrical cavity expansion

圆柱孔周围任一位置处的土单元满足总应力平衡微分方程:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (6)$$

式中, σ_r 和 σ_θ 分别为径向和切向总应力。

根据式(1), 可得式(6)的有效应力形式:

$$\frac{\partial \sigma'_r}{\partial r} + \frac{\sigma'_r - \sigma'_\theta}{r} - \frac{\partial (\chi s)}{\partial r} = 0 \quad (7)$$

式中, σ'_r 、 σ'_θ 分别为径向和切向有效应力。

记 $\psi = \partial(\chi s)/\partial s$, 式(7)可表示为:

$$\frac{\partial \sigma'_r}{\partial r} + \frac{\sigma'_r - \sigma'_\theta}{r} - \psi \frac{\partial s}{\partial r} = 0 \quad (8)$$

广义平均应力和剪应力可表示为:

$$p' = \frac{1}{3}(\sigma'_r + \sigma'_\theta + \sigma'_z) \quad (9)$$

$$q = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma'_r - \sigma'_\theta)^2 + (\sigma'_\theta - \sigma'_z)^2 + (\sigma'_z - \sigma'_r)^2]} \quad (10)$$

2.2 弹性区

弹性区土体假定服从广义 Hooke 定律, 弹性应力–应变增量关系可表示为:

$$\begin{bmatrix} d\varepsilon_r^e \\ d\varepsilon_\theta^e \\ d\varepsilon_z^e \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -v & -v \\ -v & 1 & -v \\ -v & -v & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d\sigma'_r \\ d\sigma'_\theta \\ d\sigma'_z \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中: $d\varepsilon_r^e$ 、 $d\varepsilon_\theta^e$ 和 $d\varepsilon_z^e$ 分别为弹性区单元土体的径向、切向和竖向应变增量; v 为泊松比; $d\sigma'_r$ 、 $d\sigma'_\theta$ 、 $d\sigma'_z$ 分别为弹性区单元土体的径向、切向、竖向应力增量; E 为弹性模量, 与剪切模量 G 有如下关系^[7]:

$$E = 2G(1+v) = \frac{3(1-2v)\nu p'}{\kappa} \quad (12)$$

联立式(11)~(12)、平衡微分方程(8), 可得弹性区解析解^[6]:

$$\sigma'_r = \sigma'_0 + (\sigma'_{rp} - \sigma'_0)(r_p/r)^2 \quad (13)$$

$$\sigma'_\theta = \sigma'_0 - (\sigma'_{rp} - \sigma'_0)(r_p/r)^2 \quad (14)$$

$$\sigma'_z = \sigma'_0 \quad (15)$$

$$u_r = \frac{\sigma'_{rp} - \sigma'_0}{2G_0} \frac{r_p^2}{r} \quad (16)$$

式中, σ'_{rp} 为弹塑性边界处的径向有效应力, G_0 为初始剪切模量, u_r 为土单元的位移。

2.3 塑性区

根据塑性理论, 3个分量方向的塑形应变增量可表示为^[5]:

$$\begin{aligned} d\varepsilon_r^p &= \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma'_r} = \Lambda \left(\frac{\partial F}{\partial p'} \frac{\partial p'}{\partial \sigma'_r} + \frac{\partial F}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \sigma'_r} \right) = \\ &\quad \Lambda \left(\frac{p'(M^2 - \eta^2)}{3} + 3(\sigma'_r - p') \right) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} d\varepsilon_\theta^p &= \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma'_\theta} = \Lambda \left(\frac{\partial F}{\partial p'} \frac{\partial p'}{\partial \sigma'_\theta} + \frac{\partial F}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \sigma'_\theta} \right) = \\ &\quad \Lambda \left(\frac{p'(M^2 - \eta^2)}{3} + 3(\sigma'_\theta - p') \right) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} d\varepsilon_z^p &= \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma'_z} = \Lambda \left(\frac{\partial F}{\partial p'} \frac{\partial p'}{\partial \sigma'_z} + \frac{\partial F}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \sigma'_z} \right) = \\ &\quad \Lambda \left(\frac{p'(M^2 - \eta^2)}{3} + 3(\sigma'_z - p') \right) \end{aligned} \quad (19)$$

式中, Λ 为塑性乘子, $\eta = q/p'$ 为应力比。

吸力硬化采用式(4)的解耦形式 ($\alpha=1$, $\beta=\gamma(s)$), $\gamma(s)$ 为吸力硬化使临界状态线 CSL 在 $v-p'$ 平面沿 κ 线的平移量, 其大小由土体性质决定, 则:

$$p'_c = p'_{c0} \exp\left(\frac{v\varepsilon_p^p}{\lambda - \kappa}\right) + \gamma(s) \quad (20)$$

其增量形式为:

$$\begin{aligned} dp'_c &= \frac{\partial p'_c}{\partial \varepsilon_p^p} d\varepsilon_p^p + \frac{\partial p'_c}{\partial s} ds = \\ &\quad \frac{v[p'_c - \gamma(s)]}{\lambda - \kappa} d\varepsilon_p^p + \frac{\partial \gamma(s)}{\partial s} ds \end{aligned} \quad (21)$$

若在扩孔过程中吸力保持不变 ($ds=0$), 则塑性体变为:

$$\begin{aligned} d\varepsilon_p^p &= \frac{\lambda - \kappa}{v[p'_c - \gamma(s)]} dp'_c = \frac{\lambda - \kappa}{v[p'_c - \gamma(s)] p' M^2} \cdot \\ &\quad \left[(p'(M^2 - \eta^2)) dp' + \frac{2\eta}{M^2 - \eta^2} (p'(M^2 - \eta^2)) dq \right] \end{aligned} \quad (22)$$

由 $d\varepsilon_p^p = d\varepsilon_r^p + d\varepsilon_\theta^p + d\varepsilon_z^p$ 得:

$$\Lambda = \frac{\lambda - \kappa}{v[p'_c - \gamma(s)] p' M^2} \left[dp' + \frac{2\eta}{M^2 - \eta^2} dq \right] \quad (23)$$

根据 Chen 等^[6]的方法, 引入辅助变量 $\xi = u_r/(r-$

r_0/r , 可得塑性区内关于应力分量和比体积的1阶常微分方程组:

$$\frac{d\sigma'_r}{d\xi} = -\frac{b_{11}}{\Delta} \frac{f}{v} - \frac{b_{12}-b_{11}}{\Delta(1-\xi)} \quad (24)$$

$$\frac{d\sigma'_\theta}{d\xi} = -\frac{b_{21}}{\Delta} \frac{f}{v} - \frac{b_{22}-b_{21}}{\Delta(1-\xi)} \quad (25)$$

$$\frac{d\sigma'_z}{d\xi} = -\frac{b_{31}}{\Delta} \frac{f}{v} - \frac{b_{32}-b_{31}}{\Delta(1-\xi)} \quad (26)$$

$$\frac{dv}{d\xi} = f \quad (27)$$

式中,

$$b_{11} = \frac{1}{E^2} (1 - v^2 + E a_\theta^2 y + 2 E v a_\theta a_z y + E a_z^2 y),$$

$$b_{12} = \frac{1}{E^2} [-E a_r (a_\theta + v a_z) y + v (1 + v - E a_\theta a_z y + E a_z^2 y)],$$

$$b_{13} = \frac{1}{E^2} [-E a_r (v a_\theta + a_z) y + v (1 + v + E a_\theta^2 y - E a_\theta a_z y)],$$

$$b_{22} = \frac{1}{E^2} [1 - v^2 + E a_r^2 y + 2 E v a_r a_z y + E a_z^2 y],$$

$$b_{23} = \frac{1}{E^2} [v + v^2 + E v a_r^2 y - E a_\theta a_z y - E v a_r (a_\theta + a_z) y],$$

$$b_{33} = \frac{1}{E^2} [1 - v^2 + E a_r^2 y + 2 E v a_r a_\theta y + E a_\theta^2 y],$$

$$b_{21} = b_{12}, b_{31} = b_{13}, b_{32} = b_{23},$$

$$\begin{aligned} \Delta &= -\frac{1+v}{E^3} \times [(-1+v+2v^2)+E(-1+v)a_r^2y+ \\ &\quad E(-1+v)a_\theta^2y-2Ev a_\theta a_z y- \\ &\quad Ea_z^2y+Eva_z^2y-2Ev a_r (a_\theta+a_z) y], \end{aligned}$$

$$a_r = \frac{p' (M^2 - \eta^2)}{3} + 3(\sigma'_r - p'),$$

$$a_\theta = \frac{p' (M^2 - \eta^2)}{3} + 3(\sigma'_\theta - p'),$$

$$a_z = \frac{p' (M^2 - \eta^2)}{3} + 3(\sigma'_z - p'),$$

$$y = \frac{\lambda - \kappa}{v p'^2 [p'_c - \gamma(s)] M^2 (M^2 - \eta^2)}.$$

通过辅助变量 ξ 的转化, 平衡微分方程由欧拉系转化到拉格朗日系, 代入式(24)可求得:

$$f = \frac{4v}{b_{11}} \left(\frac{\sigma'_r - \sigma'_\theta}{1 - \xi - v_0 / [v(1 - \xi)]} - \frac{b_{12} - b_{11}}{\Delta(1 - \xi)} \right) \quad (28)$$

最终圆柱孔扩张问题可归结为对1阶非线性常微分方程组(24)~(27)的求解。求解区间为(孔壁 ξ_a , 弹塑性边界 ξ_p), 边界条件为弹塑性边界 r_p 处的应

力分量 σ'_r 、 σ'_θ 、 σ'_z 和比体积 v , 其中:

$$\xi_a = 1 - a_0/a \quad (29)$$

$$\xi_p = \left(\frac{u_r}{r} \right)_{r=r_p} = \frac{\sigma'_r(\xi_p) - \sigma'_0}{2G_0} \quad (30)$$

$$\sigma'_r(\xi_p) = p'_0 + \sqrt{q_0^2/3} \quad (31)$$

$$\sigma'_\theta(\xi_p) = p'_0 - \sqrt{q_0^2/3} \quad (32)$$

$$\sigma'_z(\xi_p) = p'_0 \quad (33)$$

$$v(\xi_p) = v_0 \quad (34)$$

式中, p_0' 和 q_0 分别为弹塑性边界处的有效平均应力和剪应力, 满足屈服方程(3)。

3 算例分析

选取Speswhite高岭土的试验结果^[12, 15]作为计算参数, 正常固结线NCL的截距 $N(0)=2.636$ 1, 斜率 $\lambda(0)=0.135$ 1, 临界状态线CSL的斜率 $M=0.85$, 回弹线SL的斜率 $\kappa=0.015$, 进气值 $s_e=85$ kPa。根据常吸力固结试验, 式(20)中的 $\gamma(s)=0.6s$ 。初始净应力 $p_{net}=200$ kPa, 初始比体积 v_0 分别取1.55、1.70和1.85, 初始吸力 s_0 取340和680 kPa。对扩孔半径 $a/a_0=4$, v_0 与 s_0 正交组合6种工况下的圆柱孔扩张问题进行求解。

图2为不同初始条件下径向应力 σ'_r 、切向应力 σ'_θ 、竖向应力 σ'_z 和比体积 v 随径向位置 r/a 的分布。计算结果表明: 越靠近孔壁($r/a=1$)处各应力分量越大, v 越小, 圆柱孔周围土体挤密效应越明显。塑性区距圆柱孔中心相同位置处, 初始吸力 $s_0=680$ kPa时各应力分量大于 $s_0=340$ kPa时所对应的值; 比体积与之相反。由图2(a)可知, 初始孔隙比较小的密实土($v_0=1.55$)中, 吸力变化对塑性区范围($1 \leq r/a \leq r_p/a$)影响不明显, 靠近弹性边界的塑性区内比体积 v 大于初始比体积 v_0 , 说明土体出现剪胀现象, s_0 越大, 剪胀现象越明显。由图2(c)可知, 初始孔隙较大的疏松土($v_0=1.85$)中, 随着初始吸力的增大, 圆柱孔周围塑性区范围减小, 说明在非饱和吸力作用下, 土体出现了硬化现象。

图3和4分别为最终孔壁处某一土单元在 $p'-q$ 平面和 $v-\ln p'$ 平面内的应力轨迹。起初土单元仅发生弹性变形, 平均有效应力 p' 和比体积 v 均保持常数。应力轨迹在 $p'-q$ 平面内为平行于 q 轴的直线(图3), 其对应的是 $v-\ln p'$ 平面内的起始点(图4)。当应力状态位于屈服面上, 土体开始发生塑性变形。随着圆柱孔的扩张, p' 增大, v 减小, 应力轨迹逐渐接近并到达CSL线。

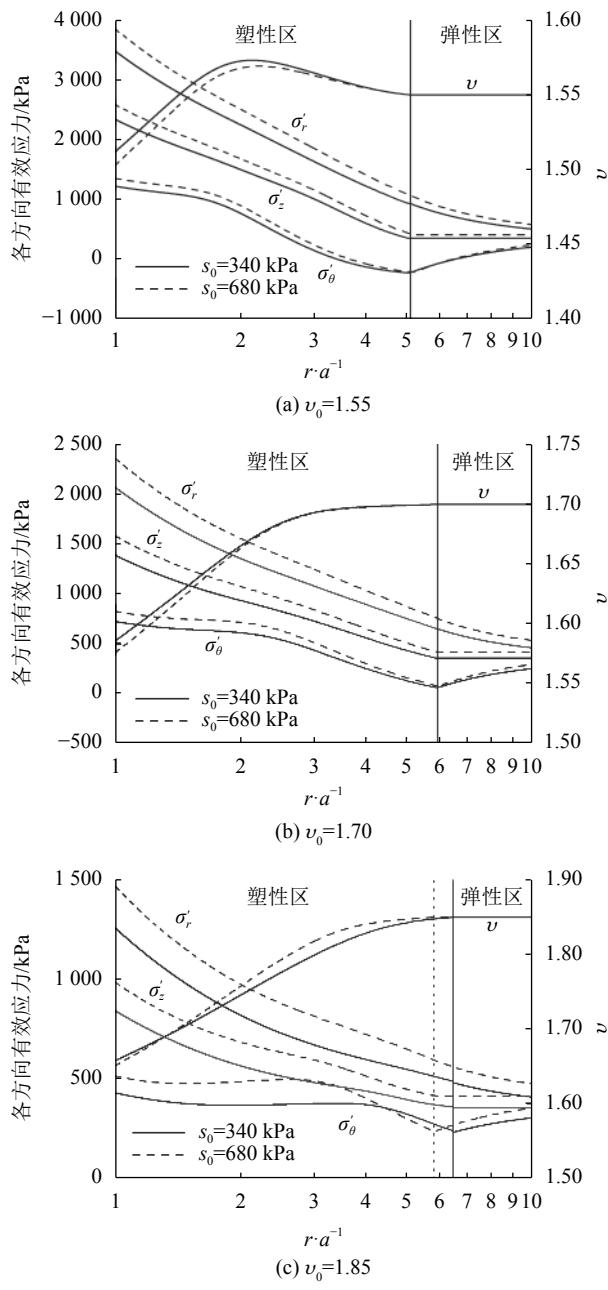


图 2 圆柱孔周围土体应力及比体积分布

Fig. 2 Distribution of stresses and the specific volume around the cylindrical cavity

如图3所示：吸力影响屈服应力 p'_c 的大小，在 $p'-q$ 平面表现为不同大小的椭圆屈服面；初始吸力 s_0 越大，椭圆屈服面越大。 $s_0=680 \text{ kPa}$ 相对于 $s_0=340 \text{ kPa}$ 时的应力路径整体右移，最终应力状态均位于CSL线上。高吸力情况下，最终孔壁处应力明显较大，表明吸力使土体产生了硬化效应；吸力越大，非饱和土中圆柱孔扩张所需压力越大。

由图4可知：吸力影响下，CSL线在 $v-\ln p'$ 平面内向右偏移， s_0 越大，CSL线右移越多。具有相同 v_0 的土体在同一 p' 作用下， s_0 越大， v 越大。这说明相同条件

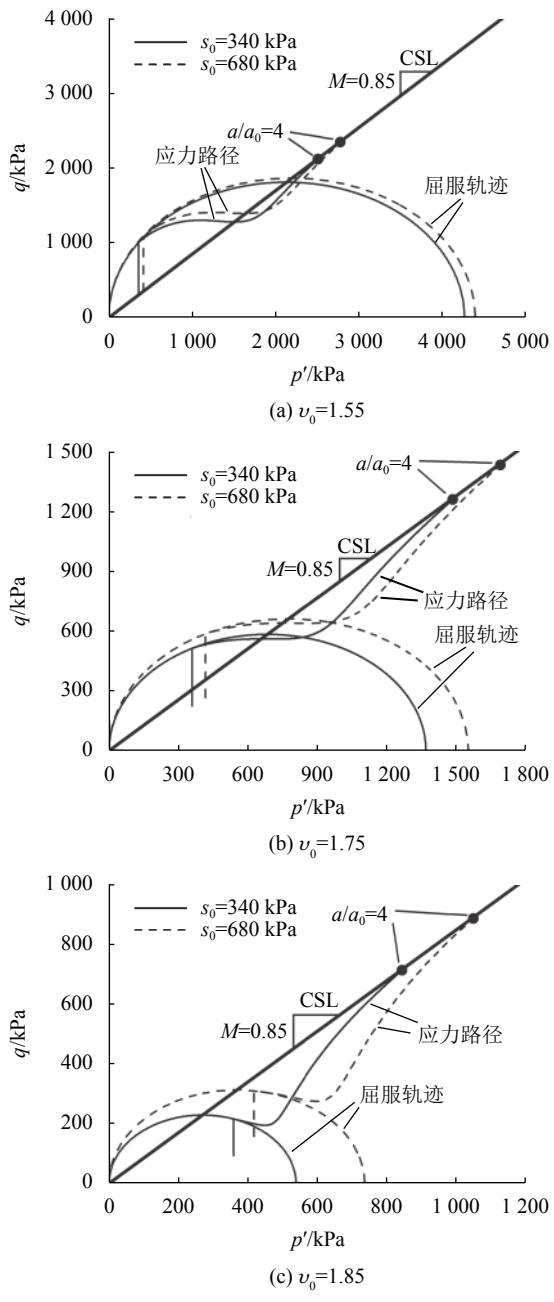
图 3 $p'-q$ 平面上的应力路径

Fig. 3 Stress path in $p'-q$ plane

下， s_0 越大，压缩至同一 v 时所需的 p' 越大。

结合图3和4，对于初始孔隙比较小的密实土($v_0=1.55$)，初始状态位于CSL线左侧。随着 p' 的增加， q 和 v 增大，土体发生塑性软化，并伴有剪胀现象的发生。当应力路径穿过临界状态线到达右侧后，随着 p' 的增加，土体被压缩， v 逐渐减小，土体发生塑性硬化。对于初始孔隙比较大的疏松土($v_0=1.85$)，初始应力状态位于CSL线右侧，随着 p' 的增加， v 单调减小，土体发生塑性硬化，并最终在孔壁处达到临界状态。

图5为扩孔压力 σ'_a 与孔径 a/a_0 的关系曲线。在 $1 \leq a/a_0 \leq 1.5$ 范围内， σ'_a 随 a/a_0 的增大急剧增加；在 $1.5 \leq$

$a/a_0 \leq 3$ 范围内,随 a/a_0 的增大 σ'_a 增加变缓; $a/a_0 \geq 3$ 之后 σ'_a 逐渐趋于一个稳定值,即为圆柱孔极限扩孔压力值。由图5可知:相同 s_0 下, v_0 越小,土体越致密,极限扩孔压力越大;相同 v_0 下, s_0 越大,极限扩孔压力越大。

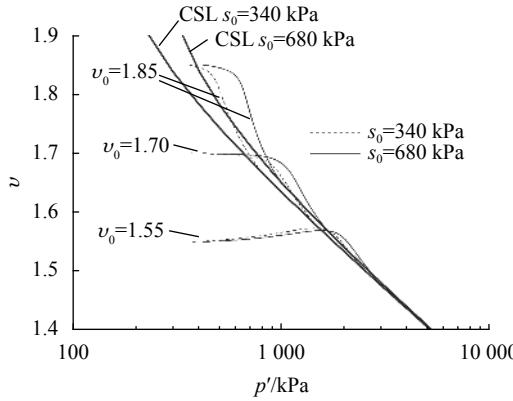


图4 $v-\ln p'$ 关系

Fig. 4 Relationship between v and $\ln p'$

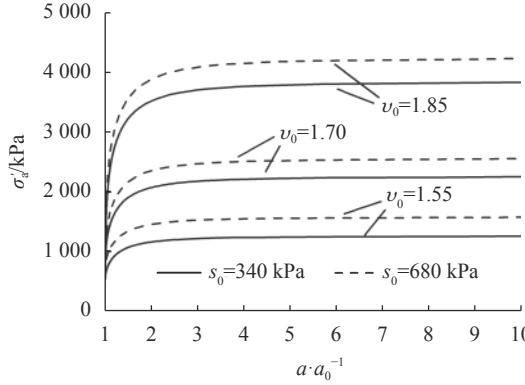


图5 扩孔压力随孔径的变化

Fig. 5 Variation of internal cavity pressure with cavity radius

4 应用分析

由于旁压试验过程可视为土体中圆柱孔的扩张,选取文献[16]中花岗岩残积土2 m深度处的旁压曲线(旁压力 p 与侧向应变 ε 之间的关系)对本文理论模型的可靠性进行验证,并与文献[17]中有限元数值计算结果进行对比。花岗岩残积土计算参数为:NCL线斜率 $\lambda=0.258$,SL线斜率 $\kappa=0.023$,泊松比 $\nu=0.3$,进气值 $s_e=8.5$ kPa,初始比体积 v_0 取1.86,临界状态摩擦角 $\varphi_{cs}=36^\circ$,CSL线斜率 M 可按式(35)计算:

$$M = \frac{6 \sin \varphi_{cs}}{3 - \sin \varphi_{cs}} \quad (35)$$

根据文献[16]中常吸力固结试验结果,该土的 $\gamma(s)$ 为 $0.45s \sim 0.65s$,本文取 $0.60s$ 进行计算。计算中初始吸力 s_0 、净应力 p_{net} 、各向同性屈服应力 p_c 和初始剪切模量 G_0 取值见表1^[16]。

表1 花岗岩残积土计算参数

初始吸力 s_0/kPa	初始净应力 p_{net}/kPa	屈服应力 p_c/kPa	初始剪切模量 G_0/MPa
0	65	235	1.8
33	79	243	2.6

图6为本文方法、旁压试验^[16]、有限元模拟^[17]得到的旁压曲线。由图6可知:对于饱和状态($s=0$)的土体,本文计算结果与试验结果很接近,优于有限元数值计算结果;对于较干的土体($s=33$ kPa),当孔壁变形较小时($\varepsilon < 0.1$),3种结果吻合的较好;当孔壁变形继续增大时($\varepsilon > 0.12$),本文结果与实测值之间出现了偏差,有限元数值方法仅提供了 $\varepsilon > 0.07$ 的计算结果^[17]。分析原因可知,花岗岩残积土为结构性土^[16],在应变较大时($\varepsilon > 0.12$),该土体发生了结构性破坏,使得旁压力有所降低。本文所采用的修正剑桥模型为硬化模型,难以描述土体的结构性破坏,使得计算旁压力在土体应变较大时高于实测值。

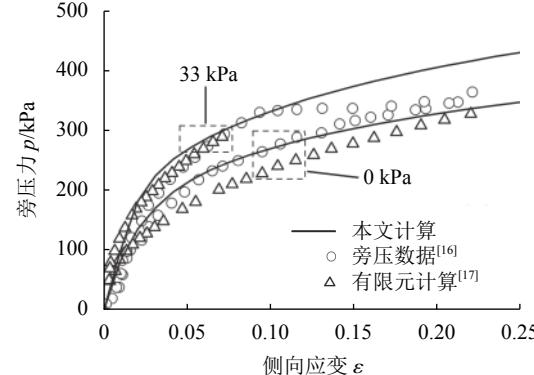


图6 实测旁压曲线与不同方法计算结果对比

Fig. 6 Comparison of the measured pressuremeter curves and the calculated results using different methods

5 结 论

基于修正剑桥模型,在考虑吸力效应的影响下,得到了非饱和土中圆柱孔扩张问题的半解析解。通过算例求解,对圆柱孔周围土体应力和变形状态进行了分析。

计算表明,在圆柱孔扩张过程中,弹性区平均有效应力和比体积均为常数;塑性区内吸力效应对圆柱孔周围土体状态影响显著,吸力越大,圆柱孔周围塑性区越小,相同位置处各应力分量越大。土体比体积随着应力的增大而减小,吸力越大,比体积减小越快;在初始孔隙比较小的密实土中,塑性区将出现剪胀现象,且吸力越大,剪胀现象越明显。

通过非饱和土中旁压试验和有限元计算结果,对本文提出的理论方法可靠性进行了检验。结果表

明,圆柱孔周围土体变形为应变硬化时,本文计算结果与旁压试验结果基本一致。这说明一定程度上本文方法能够用于原位试验结果分析,具有实际工程应用价值。

参考文献:

- [1] Vesic A S.Expansion of cavity in infinite soil mass[J]. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division,ASCE*, 1972,98(SM3):265–290.
- [2] Yu H S,Houlsby G T.Finite cavity expansion in dilatant soils:Loading analysis[J]. *Géotechnique*,1991,41(2):173–183.
- [3] Collins I F,Stimpson J R.Similarity solutions for drained a undrained cavity expansions in soils[J]. *Géotechnique*, 1994,44(1):21–34.
- [4] Cao L F,Teh C I,Chang M F.Undrained cavity expansion in modified Cam clay I:Theoretical analysis[J]. *Géotechnique*, 2001,51(4):323–334.
- [5] Chen S L,Abousleiman Y N.Exact undrained elasto-plastic solution for cylindrical cavity expansion in modified Cam Clay soil[J]. *Géotechnique*,2012,62(5):447–456.
- [6] Chen S L,Abousleiman Y N.Exact drained solution for cylindrical cavity expansion in modified Cam Clay soil[J]. *Géotechnique*,2013,63(6):510–517.
- [7] Li Jingpei,Tang Jianhua,Zhang Yaguo,et al.Elastic-plastic solution of sphere cavity expansion in saturated caly[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*,2014,46(12):71–77.[李镜培,唐剑华,张亚国,等.饱和粘土中球孔扩张问题弹塑性解析[J].哈尔滨工业大学学报,2014,46(12):71–77.]
- [8] Li L,Li J P,Sun D.Anisotropically elasto-plastic solution to undrained cylindrical cavity expansion in K_0 -consolidated clay[J]. *Computers and Geotechnics*,2016,73:83–90.
- [9] Chen S L,Liu K,Castro J,et al.Undrained cylindrical cavity expansion in anisotropic critical state soils[J]. *Géotechnique*, 2019,69(11):1026–1028.
- [10] Cheng Y,Yang H W,Sun D.Cavity expansion in unsaturated soils of finite radial extent[J]. *Computers and Geotechnics*,2018,102:216–228.
- [11] Hu Wei,Liu Mingzhen.Elastic-plastic solution of expansion of sphere cavity in unsaturated soils[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*,2006,28(10):1292–1297.[胡伟,刘明振.非饱和土中球形孔扩张的弹塑性分析[J].岩土工程学报,2006,28(10):1292–1297.]
- [12] Russell A R,Khalili N.Cavity expansion in unsaturated soils[C]//Proceedings of the 3rd International Conference on Unsaturated Soils.Recife,2002.
- [13] Yang H W,Russell A R.Cavity expansion in unsaturated soils exhibiting hydraulic hysteresis considering three drainage conditions[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*,2015,39(18):1975–2016.
- [14] Loret B,Khalili N.A three-phase model for unsaturated soils[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*,2000,24(11):893–927.
- [15] Wheeler S J,Sivakumar V.An elasto-plastic critical state framework for unsaturated soil[J]. *Geotechnique*,1995,45(1):35–53.
- [16] Schnaid F,Kratz de Oliveira L A,Gehling W Y Y.Unsaturated constitutive surfaces from pressuremeter tests[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*,2004,130(2):174–185.
- [17] Zhang Youliang,Domenico,et al.Parameter identification for elasto-plastic modelling of unsaturated soils from pressuremeter tests by parallel modified particle swarm optimization[J]. *Computers and Geotechnics*,2013,48(1):293–303.

(编辑 李轶楠)

引用格式: Zhai Zhanghui,Zhang Yaguo,Li Tonglu,et al.effective stress solution for the cylindrical cavity expansion in unsaturated soil considering suction effect[J].Advanced Engineering Sciences,2020,52(3):100–106.[翟张辉,张亚国,李同录,等.考虑非饱和土吸力效应的圆柱孔扩张有效应力解析[J].工程科学与技术,2020,52(3):100–106.]