

文章编号:1009-3087(2014)04-0006-07

边坡稳定数值计算中失稳判据和岩土强度屈服准则

周正军,陈建康*,吴震宇,裴亮,何坤

(四川大学 水力学与山区河流开发保护国家重点实验室 水利水电学院,四川 成都 610065)

摘要:通过理论分析和典型算例计算,对边坡稳定数值计算中边坡的失稳判据和失稳模式进行了深入的讨论,旨在使数值计算方法更好地服务于工程实际。边坡失稳破坏的力学分析表明,排除人为主观因素的影响,在严格收敛标准下数值计算不收敛、边坡塑性区贯通和特定监测点位移突变这3类常用判据内在的力学表现是一致的,算例1的分析结果进一步证实了该观点。边坡的失稳模式与岩土体的屈服准则密切相关,为使理论计算符合工程实践,应根据岩土体实际抗拉能力对以M-C为典型代表的基于剪切破坏的强度准则进行抗拉修正。以抗拉修正后的M-C强度准则为基础,进一步提出了拉剪复合破坏的强度折减计算流程,算例2的计算结果表明,该计算流程是合理的且计算结果的精度要高于现行的计算方法。

关键词:边坡稳定;数值计算;失稳判据;屈服准则

中图分类号:TV39;TU45

文献标志码:A

Failure Criteria and the Yield Criterion in the Numerical Calculations of Slope Stability

ZHOU Zhengjun, CHEN Jiankang*, WU Zhenyu, PEI Liang, HE Kun

(State Key Lab. of Hydraulics and Mountain River Eng., College of Water Resource and Hydropower, Sichuan Univ., Chengdu 610065, China)

Abstract: The failure criteria and failure models of slopes in the numerical calculations of slope stability were discussed extensively by using theoretical analysis and two typical examples. Qualitative mechanical analyses showed that, if subjective factor was avoided, the frequently-used three types of criterion could reflect concordantly the slope failures under strict convergence criteria, which was verified by the numerical example 1. Failure modes of the slope were determined by the yield criterion of rock and soil mass. In order to make the numerical analyses satisfied with the engineering practice, the tensile modification should be carried out in the yield criterion based on shear failure like Mohr-Coulomb yield criterion. On the basis of shear and tensile composite failure of rock and earth mass, a numerical strength reduction process was set up, and this process was proved more reasonable and justified by the calculation example 2.

Key words: slope stability; numerical calculations; failure criteria; yield criterion

随着计算机技术的发展和岩土强度理论的日趋成熟,数值方法被广泛应用于边坡的稳定性分析,指导边坡的开挖和支护设计。相对于传统的刚体极限平衡法,数值方法具有自身的优点^[1],但也存在一定不足^[2],其中,边坡稳定数值计算过程中边坡失稳破坏判据和岩土体强度屈服准则的选取一直存在广泛争议。

边坡失稳破坏判据在边坡稳定数值计算中用于控制计算时步,建立数值迭代过程与边坡失稳力学

过程的统一关系。目前广泛使用的边坡失稳破坏判据主要有3类^[3-6]:以数值计算过程不收敛为判据;以剪切塑性应变从坡脚到坡顶贯通为判据;以特定监测点位移的突变特征或变形趋势为判据。3类判据分别从数值计算的表现现象来判定边坡的失稳破坏^[2]。而实质上,边坡失稳破坏是潜在滑面上岩土体单元屈服破坏的综合反映,受诸多因素的综合影响。因此,无论选用何种失稳判据,所选的判据应对边坡的破坏机理给予合理的解释。

收稿日期:2013-10-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51109151)

作者简介:周正军(1986—),男,博士生。研究方向:水工结构工程。E-mail:zhouzhengjun66@126.com

*通信联系人 E-mail:scu-jingkang@163.com

http://jsuese.scu.edu.cn

在边坡稳定数值计算中,岩土体主要采用理想的弹塑性本构关系^[2-6],岩土体塑性屈服即发生强度破坏。而常用于边坡稳定分析的D-P准则和M-C准则是基于剪切破坏的理论,会夸大某些岩土体的抗拉强度,使边坡稳定计算结果偏大^[7],对于某些岩土材料需对其进行抗拉强度修正。

作者旨在从力学角度出发,分析影响岩土强度和变形的关键因素,并以力的收敛标准为基础,解释边坡失稳和岩土塑性屈服的内在关系,为边坡失稳破坏判据的选取提供理论依据;以M-C屈服准则为例,结合岩土体可能出现的破坏模式,提出更为合理的拉剪复合的强度折减计算流程求解边坡稳定安全系数。

1 边坡的失稳破坏及判据选择

失稳破坏判据的选择在边坡稳定数值计算中一直备受争议。文献[8]指出,塑性区贯通是边坡失稳破坏的必要条件而非充分条件,应以数值计算过程不收敛作为边坡失稳破坏的判据。但用数值计算不收敛判定边坡的失稳破坏存在主观臆断性,因此,文献[3,6]建议通过特定监测点的位移变化趋势来判定边坡的失稳破坏。但是,无论选用哪种失稳破坏判据,判据应与采用的数值计算的迭代方法、应变模式假定等问题相匹配^[9],综合体现潜在滑面上岩土单元塑性屈服破坏。为简化分析,下面以岩土体的理想弹塑性本构关系为例分析边坡失稳在数值计算中的内在表现。

1.1 理想弹塑性本构关系

对于非应变硬化的材料,在一般应力状态下,屈服准则可用应力张量的函数来表示,即

$$f(\sigma_{ij}) = 0 \quad (1)$$

岩土体应变增量可分解为弹性应变增量和塑性应变增量,即

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p \quad (2)$$

由理想弹塑性应力-应变关系可知,岩土体塑性屈服时即发生破坏,应力增量仅与应变增量中的弹性部分有关,即

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl} d\epsilon_{kl}^e \quad (3)$$

按塑性流动规则,岩土体的塑性应变增量只与空间点的应力状态有关,与施加应力增量的方向无关,如式(4):

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4)$$

式(1)~(4)中, $d\epsilon_{ij}^e$ 、 $d\epsilon_{ij}^p$ 分别为弹性应变增量张量及塑性应变增量张量; D_{ijkl} 为弹性模量张量; g 为与塑性功能函数; $d\lambda$ 为塑性因子,取值如下:

$$\begin{cases} d\lambda = 0, f < 0 \text{ 或 } f = 0 \text{ 且 } df < 0; \\ d\lambda > 0, f = 0 \text{ 且 } df = 0 \end{cases} \quad (5)$$

将式(1)和(3)分别代入式(2)可得弹塑性本构关系中应力增量与应变增量的关系,如式(6):

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl} d\epsilon_{kl} - D_{ijkl} d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (6)$$

联立式(5)和(6)可得:

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} (D_{ijkl} \epsilon_{kl} - D_{ijkl} d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}) = 0 \quad (7)$$

求解式(7)可得:

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl} d\epsilon_{kl}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}} \quad (8)$$

屈服函数 f 、塑性势函数 g 为应力张量的函数,且与岩土体的强度参数和剪胀角有关。

结合式(6)和(8)可知,数值计算中影响岩土体应力和变形的主要因素有:弹性模量、泊松比、屈服准则和塑性势函数的形式、岩土体的强度参数和剪胀角。

1.2 节点不平衡力和力的收敛标准

对于任意岩土单元,单元上节点 L 的不平衡力为:

$$F_i^{(L)} = P_i^{(L)} + \left[\frac{T_i^{(l)}}{m} + \frac{\rho b_i V}{n} \right]^{(L)} \quad (9)$$

式中, $[\bullet]^{(L)}$ 表示围绕节点 L 所有单元对该节点贡献值的总和, $P_i^{(L)}$ 为作用于节点 L 的外荷载集中力, ρ 为介质密度, b_i 为单位质量介质的体积力, V 为单元的体积, m 为单元一个面上的节点数, n 为单元的总节点数, $T_i^{(l)}$ 为作用力,其表达式为:

$$T_i^{(l)} = \sigma_{ij} n_j^{(l)} S^{(l)} \quad (10)$$

式中, σ_{ij} 为单元的应力, $n_j^{(l)}$ 单元 l 面单位外法向的 j 分量($j = 1, 2, 3$,分别代表3维空间 X, Y, Z 3个方向), $S^{(l)}$ 为单元 l 面的面积。

若任意单元的不平衡力都满足式(11)的条件时,边坡稳定数值计算收敛^[10],岩土单元节点处于力的平衡状态。

因此,在单元网格划分合理的条件下,数值计算收敛是边坡稳定的必要条件。

$$T_i^{(l)} \leq \langle F_i^{(L)} \rangle \quad (11)$$

式中, $\langle F_i^{(L)} \rangle$ 为节点不平衡力收敛阈值。

1.3 边坡的失稳破坏的数值表现

边坡稳定数值分析中采用的计算单元一定时,单元节点上分配的体积力和外荷载集中力为固定值,此时不平衡力仅与单元应力有关(式(9))。当岩土体单元处于弹性状态时,节点的不平衡力总能通过变形产生应力增量进行应力调整(式(3))。当单元达到塑性屈服时,单元产生塑性变形(式(4)),而塑性变形不产生单元应力增量(式(6)),节点的不平衡力只能通过单元的塑性变形转移到周围未屈服的单元上,使这些单元逐渐进入塑性状态,一旦边坡产生贯通的塑性带,节点的不平衡力在塑性带范围内经过分配和调整后仍不能满足阈值条件(式(11))时,数值计算不收敛,滑体范围内岩土单元处于力的不平衡状态且单元变形的呈现不收敛的增长。因此,当收敛阈值绝对严格时,排除人为因素影响,通过数值计算不收敛、边坡塑性区贯通和特定监测点位移变化趋势这 3 类边坡失稳破坏判据判定边坡失稳是一致的。在屈服准则和塑性势函数一定时,收敛准则的精度为影响边坡失稳破坏判据选择的关键因素。

为说明收敛标准的精度对边坡失稳破坏的判定,以澳大利亚计算机学会提出标准考题 1 为例进行计算分析。考题中,边坡的几何尺寸及网格划分如图 1 所示,计算模型共含 9 732 个节点,4 531 个单元。土体容重 γ 为 20 kN/m²,弹模 E 为 1.0×10^7 Pa,泊松比 ν 为 0.25,摩擦角 φ 为 19.6°,粘聚力 c 为 3.0 kN/m²。按强度折减计算流程对土体的强度参数进行折减,并用非关联的 M-C 强度准则进行计算,按正常固结土取土体的剪胀角为 0,选坡面顶部为位移监测点。

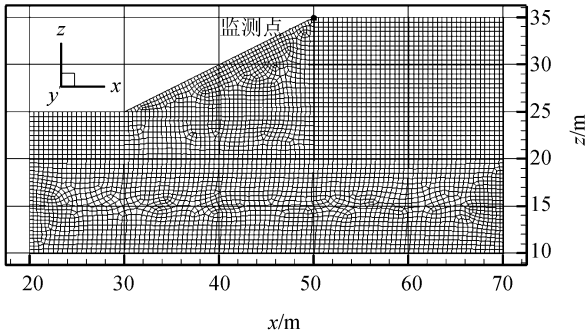


图 1 边坡几何形状和网格划分

Fig. 1 Geometry shape and mesh generation of the slope in example 2

若以数值计算不收敛为边坡失稳破坏判据,不同精度收敛标准 R (体系最大不平衡力与典型内力的比率) 对应的边坡安全稳定系数计算值如表 1 所示,当收敛标准足够严格,计算值趋于 1.0。

表 1 不同收敛标准下稳定系数计算值

Tab. 1 Stability factors in different convergence norms					
R	8×10^{-5}	6×10^{-5}	4×10^{-5}	2×10^{-5}	1×10^{-5}
稳定系数	1.28	1.20	1.13	1.06	1.03
R	5×10^{-6}	1×10^{-6}	5×10^{-7}	1×10^{-7}	1×10^{-8}
稳定系数	1.01	1.00	1.00	1.00	1.00

图 2 显示了坡顶监测点水平位移随强度折减系数变化的趋势,包括线性增长和加速增长 2 个阶段。如果以监测点位移随强度折减系数的突变特性为边坡失稳破坏判据,在收敛标准足够严格时,位移突变点对应的强度折减系数为 0.99。

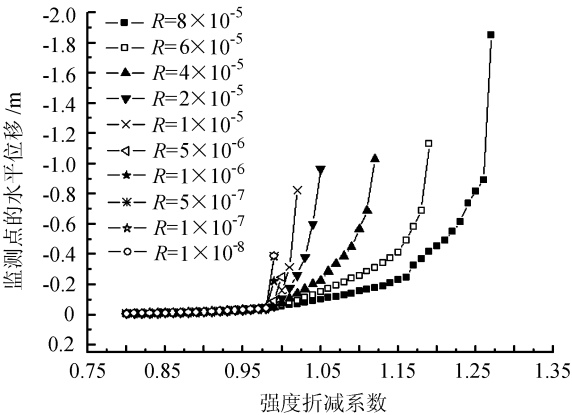


图 2 收敛准则和折减系数不同时监测点的水平位移
Fig. 5 Relationships between horizontal displacement of monitoring point under different convergence norms

结合边坡的塑性区分布(图 3),通过分析收敛准则为 1×10^{-6} 时的剪切应变增量可知(图 4),若以剪切塑性区一致贯通作为边坡失稳判据,可取边坡的稳定系数为 0.99。

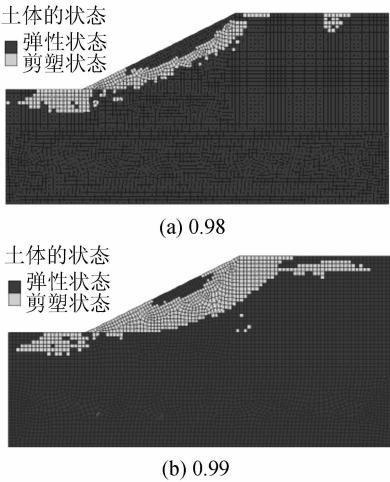


图 3 折减系数为 0.98 和 0.99 塑性区分布
Fig. 3 Plastic zone distributions with reduction factor 0.98 and 0.99

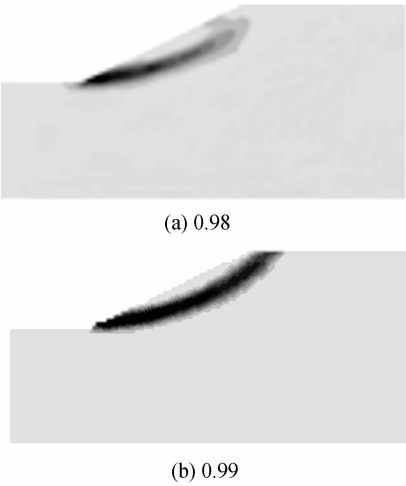


图4 折减系数为 0.98 和 0.99 剪切应变增量云图
Fig.4 Shear strain increment contours with reduction factor 0.98 and 0.99

在相同失稳破坏模式下,当收敛标准的精度较为严格时,按 3 类边坡失稳判据计算边坡安全系数的结果一致,都与考题的裁判答案 1.0 十分接近。本例的计算结果也进一步证实,收敛准则的精度是影响计算结果的关键因素之一。

2 边坡滑面上岩土体的可能破坏模式

文献[11]通过力学分析表明,边坡的失稳滑面应由张拉破坏段和剪切破坏段复合而成,这一结论与大量滑坡事故现场踏勘和勘察实际相符。以工程中广泛使用的 M-C 强度准则为例从理论上对边坡的破坏模式进行全面分析。

2.1 剪切破坏

传统的 M-C 强度准则建立了空间点的正应力和抗剪强度的线性函数关系,如图 5 所示。

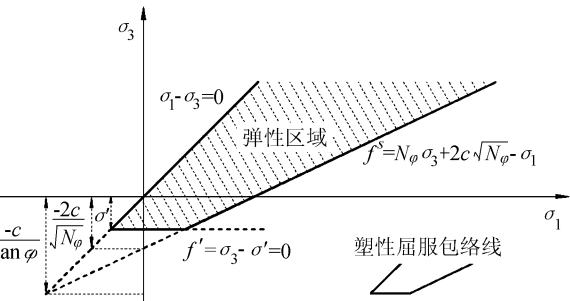


图5 $\sigma_1 - \sigma_3$ 平面内 Mohr-Coulomb 强度包络线
Fig.5 M-C strength envelope in the plane of $\sigma_1 - \sigma_3$
若空间点 3 个主应力满足 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ (压为正,拉为负), 岩土体的剪切屈服函数如式(12)所示:

$$f^s = N_\varphi \sigma_3 + 2c \sqrt{N_\varphi} - \sigma_1 \tag{12}$$

$$N_\varphi = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \tag{13}$$

2.2 张拉破坏

岩体和粘性土体通常具有可观的抗拉力学强度。在线性 M-C 强度准则中,岩土体的最大抗拉力学强度可由式(14)进行计算:

$$\sigma_{t \max} = \frac{c}{\tan \varphi} \tag{14}$$

但岩土材料的抗拉强度与其抗剪强度参数间并不都能满足式(14)所示的关系,如表 2 所示,某些岩土材料在某应力水平下会先于剪切破坏而发生张拉破坏。因此,对于某些岩土边坡,边坡稳定计算时还应考虑岩土体的张拉破坏。

表 2 几类岩土材料的强度参数^[12-14]

Tab.2 Shear and tensile strength parameters of materials

岩土类别	$c /$ kPa	$\varphi /$ ($^\circ$)	$\sigma_t /$ (kPa)	$\frac{\sigma_t}{(c / \tan \varphi)}$
非饱和粘土	47 ~ 131	22.1 ~ 30	—	< 1.00
击实砾石土	—	—	20 ~ 80	—
安庆铜矿大理岩	18 500	48.0	6 100	0.37
桃中矿大理岩	11 500	36.9	4 600	0.30
李家峡斜长片岩	18 000	58.9	7 500	0.69
沙溪口云母片岩	910	42.0	900	0.89
内蒙舒兰矿砂页岩	2 080	27.0	1 920	0.51
彭水页岩	2 680	34.4	1 530	0.39

岩土体的抗拉强度通常可由室内外试验获取,如单轴拉伸试验、三轴拉伸试验、劈裂试验等。如无试验数据,也可进行工程类比取值,或通过其他强度参数进行转换,例如,满足 M-C 强度准则的岩土材料在单轴受拉时可认为:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 0, \sigma_3 = \sigma_t < 0 \tag{15}$$

根据图 5 所示的几何关系,可用式(16)计算岩土材料的单轴抗拉强度:

$$\sigma_t = -\frac{2c}{\sqrt{N_\varphi}} = -\frac{2c}{\tan \varphi + \sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} \tag{16}$$

2.3 拉剪复合破坏

若按最大拉应力理论(式(17))对强度包络线(图 5)中主拉应力部分进行截断处理,岩土体表现出 3 种可能的破坏形式:剪破坏、拉破坏、同时张拉和剪切破坏。

$$f_t = \sigma_3 - \sigma_1 \tag{17}$$

实际工程中天然土坡浅表层常为残积土、坡积或冲、洪积土、碎石土、杂填土等较为松散土层,土体抗拉强度极低且不可靠,为安全起见,常可忽略其抗拉能力,将其视为不能承受拉应力的材料。对于岩质边坡,岩体和结构面通常具有可观的抗拉力学强

度,边坡的稳定由岩体和结构面的抗拉和抗剪强度共同决定。下面用 1 个简单的例子进行示意说明。

图 6 为某岩质边坡, AB 与 BC 为地质结构面, 当 BD 段抗滑安全系数大于 BC 段, 且岩体的抗拉强度足够大时, 对于块体 ABC 的失稳有如下 2 种情况: 若不考虑结构面 AB 的抗拉强度时, 块体 ABC 失稳时沿 AB 结构面拉开, 顺 BC 发生剪切滑动破坏, 记安全系数为 K_1 ; 若考虑结构面 AB 的抗拉强度, 块体 ABC 失稳时沿 AB 结构面张开(剪切或张拉), 顺 BC 面发生剪切滑动破坏, 记安全系数记为 K_2 。在第 2 种情况中有上部岩体对块体 ABC 提供的部分拉力作用, $K_2 > K_1$, 此时, 用岩土体复合破坏的角度去认识边坡的失稳破坏模式更合理。

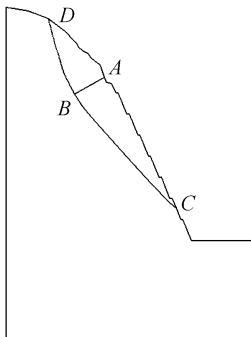


图 6 某岩质开挖边坡滑动模式示意

Fig.6 Slip modes diagram of an excavated rock slope

3 拉剪复合破坏的强度折减计算流程

3.1 计算流程建立

传统的 M-C 强度准则以岩土体的剪切破坏为物理机理, 在计算过程中选强度折减系数 F_{red} , 按照式 (18)、(19) 对抗剪强度参数进行同步折减, 直至边坡发生失稳破坏, 此时的 F_{red} 即为边坡的安全系数。

$$c_{red} = c/F_{red} \tag{18}$$

$$\varphi_{red} = \arctan((\tan \varphi)/F_{red}) \tag{19}$$

然而, 式 (18) ~ (19) 只能表现边坡岩土体的剪切破坏, 而不能反应岩土体的张拉破坏。

若要考虑岩土体的张拉破坏, 则需采用拉剪复合的强度准则。此时, 边坡潜在滑面上张拉破坏段的长度和分布区域与岩土体自身的抗拉强度密切相关。对于绝大部分土坡, 张拉破坏区通常分布浅表层, 而浅表层土体的抗拉强度较小且不稳定, 可忽略, 直接利用截断处理的 M-C 强度准则即可进行计算。对于岩质边坡, 岩体和结构面抗拉强度显著且会影响滑块的稳定计算结果, 在边坡稳定计算过程中对岩体和结构面的抗拉强度也应按合适的方式进行强度折减。因为符合 M-C 强度准则岩土材料的

单轴抗拉强度与抗剪强度参数存如式 (16) 的关系, 将式 (18)、(19) 带入式 (16) 可得到式 (20), 式 (20) 可以考虑岩土体抗拉强度在强度折减计算过程中的变化。

$$\sigma_{t\ red} = - \frac{2c}{\tan \varphi + \sqrt{F_{red}^2 + \tan^2 \varphi}} \tag{20}$$

3.2 计算实例 2

某工程料场边坡计算断面如图 7 所示, 边坡以 III₂ 类岩体为主, 断面存在潜在失稳块体 ABC, AB 段为次级小断层, BC 段为卸荷岩体。计算模型包含 4 798 个节点, 2 289 个单元。分别采用经张拉修正后的 M-C 强度准则和仅考虑剪切破坏的 M-C 强度准则进行对比计算。计算过程中在第 1 级马道处设置位移监测点, 收敛标准取 $R = 1 \times 10^{-6}$ 。

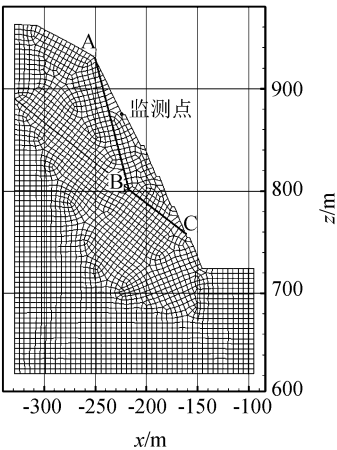


图 7 某料场边坡断面尺寸及网格划分

Fig.7 Geometry shape and mesh generation of the slope

计算参数如表 3 所示。按拉剪复合破坏的强度折减流程计算时, 岩体的抗拉强度按式 (9) 进行取值, 次级小断层的抗拉强度取 0。

表 3 料场边坡稳定计算参数

Tab.3 Parameters used in the slope stability calculation

类别	$\rho/$ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	$E/$ GPa	ν	$\Phi/(^{\circ})$	c/kPa
III ₂ 类岩体	2 750	7.5	0.3	35.0	750
卸荷岩体	2 700	3.5	0.35	31.0	350
小断层	2 500	2.0	0.35	21.7	103

若以数值计算不收敛作为边坡失稳破坏判据, 按本文提出的方法计算边坡安全系数为 1.06, 边坡的塑性区分布见图 8(a); 按现行的计算方法计算边坡的安全系数为 1.18, 边坡的塑性区分布见图 8(b)。

若以监测点位移突变为失稳判据, 见图 9, 按提出的方法计算边坡的安全系数为 1.04, 而按现行的

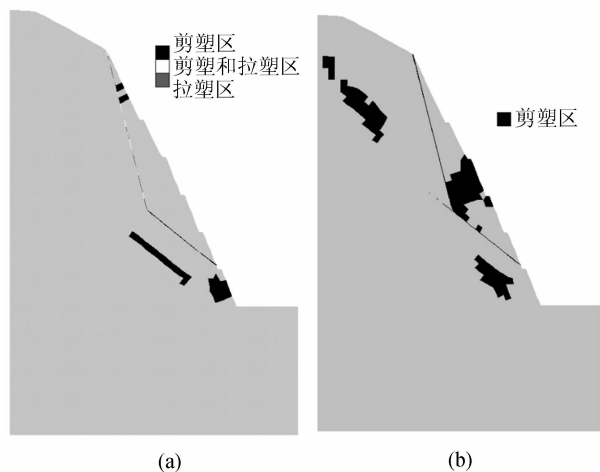


图8 边坡失稳破坏时塑性区分布

Fig.8 Distribution of plastic zones in the situation of slope failure

方法计算边坡的安全系数约为 1.16。用摩根斯坦-普莱斯法计算块体的安全系数为 1.05。因此,在边坡稳定分析中考虑拉剪复合破坏的强度折减更合理,以摩根斯坦-普莱斯法计算结果作为对比标准,算例 2 中用所提出的方法计算边坡稳定系数精度更高。

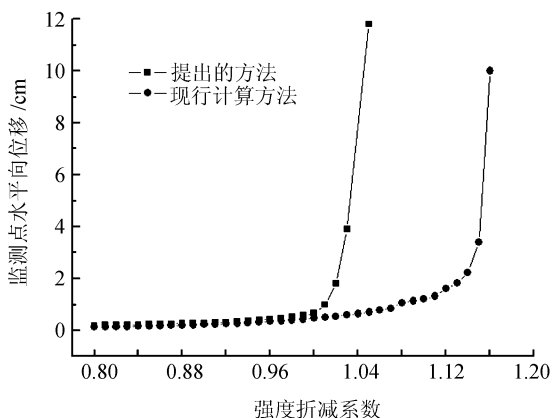


图9 不同强度折减系数下监测点的水平位移

Fig.9 Relationships between horizontal displacement of monitoring point and reduction factors

4 结论

1) 针对岩土理想的弹塑性本构关系,在严格收敛标准下,3 类判据对于边坡失稳破坏在力学上的判定相同;算例 1 分析也表明收敛标准精度合适时,运用 3 类判据的计算结果与裁判答案一致。

2) 岩土体的抗拉力学强度会影响边坡的失稳模式,广泛应用于边坡工程中的 M-C 强度准则会高估某些岩土材料的抗拉力学强度,需按合理的方式进行抗拉修正。

3) 拉剪复合破坏的边坡稳定强度折减计算流

程能考虑边坡失稳时的复合破坏模式具有普遍适用性,算例 2 分析表明提出的计算流程较现行计算方法更合理。

参考文献:

- [1] Zhang Chao, Yang Chunhe. Stability analysis of slope by strength reduction FDM[J]. Journal of Civil Engineering and Management, 2011, 28(2): 17-21. [张超, 杨春和. 有限差分强度折减法求解边坡稳定性[J]. 土木工程与管理学报, 2011, 28(2): 17-21.]
- [2] Chen Lihua, Jin Xiaoguang. Study on the applicability of three criteria for slope instability using finite element strength reduction method[J]. China Civil Engineering Journal, 2012, 45(9): 136-146. [陈力华, 靳晓光. 有限元强度折减法中边坡三种失效判据的适用性研究[J]. 土木工程学报, 2012, 45(9): 136-146.]
- [3] Lin Hang, Cao Ping, Gong Fengqiang. Analysis of locations and displacement modes of monitoring points in displacement mutation criteria[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(9): 1433-1438. [林杭, 曹平, 宫凤强. 位移突变判据中监测点的位置和位移方式分析[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(9): 1433-1438.]
- [4] Pei Lijian, Qu Benning, Qian Shanguang. Uniformity of slope instability criteria of strength reduction with FEM[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(10): 3337-3341. [裴利剑, 屈本宁, 钱闪光. 有限元强度折减法边坡失稳判据的统一性[J]. 岩土力学, 2010, 31(10): 3337-3341.]
- [5] Cheng Canyu, Luo Furong, Qi Chengzhi1, et al. Comparative analysis of slope stability by strength reduction method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(11): 3472-3477. [程灿宇, 罗富荣, 戚承志, 等. 有限元强度折减法计算边坡稳定的对比分析[J]. 岩土力学, 2012, 33(11): 3472-3477.]
- [6] Li Yasheng, Zhou Cuiying, Zhang Huiming. Stability analysis of slope by using strength reduction FEM based on the criterion of uncontrolled displacement at three characteristic nodes[J]. Yellow River, 2012, 34(2): 146-148. [李亚生, 周翠英, 张惠明. 基于位移突变判据的强度折减法边坡稳定分析[J]. 人民黄河, 2012, 34(2): 146-

148.]
- [7] Dai Zihang, Liu Zhiwei, Liu Chengyu, et al. Numerical analysis of soil slope stability considering tension and shear failures[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(2): 375 – 382. [戴自航, 刘志伟, 刘成禹, 等. 考虑张拉与剪切破坏的土坡稳定数值分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(2): 375 – 382.]
- [8] Zhao Shangyi, Zhen Yingren, Zhang Yufang. Study on slope failure criterion in strength reduction finite element method [J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(2): 332 – 336. [赵尚毅, 郑颖人, 张玉芳. 极限分析有限元法讲座——Ⅱ有限元强度折减法中边坡失稳的判据探讨[J]. 岩土力学, 2005, 26(2): 332 – 336.]
- [9] Lv Qing, Sun Hongyue, Shang Yuequan. Slope failure criteria of shear strength reduction finite element method [J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2008, 42(1): 83 – 87. [吕庆, 孙红月, 尚岳全. 强度折减有限元法中边坡失稳判据的研究[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2008, 42(1): 83 – 87.]
- [10] Chi Shijun, Guan Lijun. Slope stability analysis by Lagrangian difference method based on shear strength reduction [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(1): 42 – 46. [迟世军, 关立军. 基于强度折减的拉格朗日差分方法分析土坡稳定性[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(1): 42 – 46.]
- [11] Dai Zihang, Lu Caijin. Mechanical explanations on mechanism of slope stability[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(10): 1191 – 1197. [戴自航, 卢才金. 边坡失稳机制的力学解释[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(10): 1191 – 1197.]
- [12] Zhu Chonghui, Liu Junmin, Yan Baowen, et al. Experimental study on relationship between tensile and shear strength of unsaturation clay earth material [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(Supp 2): 3453 – 3458. [朱崇辉, 刘俊民, 严宝文, 等. 非饱和黏性土的抗拉强度与抗剪强度关系试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(增2): 3453 – 3458.]
- [13] Zhang Hui, Zhu Jungao, Wang Junjie, et al. Experimental study on tensile strength of compacted gravel soil [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 25(Supp 2): 4186 – 4190. [张辉, 朱俊高, 王俊杰, 等. 击实砾质土抗拉强度试验研究[J]. 岩土工程学报, 2006, 25(增2): 4186 – 4190.]
- [14] 叶金汉, 郝绮霞, 夏万仁, 等. 岩石力学参数手册[M]. 北京: 水利电力出版社, 1991.

(编辑 张 琼)