包含Biot机制和分数阶黏弹性机制的波传播模型

杨佳明¹, 杨顶辉^{1*}, 韩宏伟², 邱凌云³, 程远锋²

1. 清华大学数学科学系, 北京 100084;

2. 中国石油化工股份有限公司胜利油田分公司物探研究院, 东营 257000;

3. 清华大学丘成桐数学中心, 北京 100084

* 通讯作者, E-mail: ydh@tsinghua.edu.cn

收稿日期: 2020-01-02; 收修改稿日期: 2020-07-24; 接受日期: 2020-08-03; 网络版发表日期: 2020-10-29

国家自然科学基金项目(批准号: 91730306和41390452)资助

摘要 含流体孔隙介质中的波能量耗散通常由多种力学机制造成. 传统Biot理论中的能量耗散仅仅考虑了固流两相相对运动引起的摩擦耗散, 无法准确预测波在孔隙介质中低频段出现的高频散与强衰减现象. 为了建立一个能准确预测地震波频段高频散与强衰减现象的动力学模型, 我们在Biot理论的基础上引入黏弹性机制, 并利用分数阶导数刻画黏弹性本构关系, 最终获得了一种新的孔隙介质波传播模型. 与传统的Biot模型相比, 新模型考虑了含流体孔隙介质中固体骨架的内耗散, 对波能量耗散的刻画更为精准. 通过数值算例, 我们研究了分数阶导数的阶数参数对快P波和S波频散和衰减的影响, 并通过来自不同地区且具有不同物理性质的几组流体饱和岩芯实验数据, 对比研究了新模型的有效性. 结果表明, 文章提出的新模型能更准确地预测快P波和S波在低频段出现的高频散和强衰减现象.

关键词 孔隙黏弹性, 波传播模型, 频散与衰减, 分数阶导数

1 引言

油气资源是人类社会最重要的能源之一, 其勘探与开发一直是过去几十年的研究热点. 为了寻找油气储层, 获取准确的地层分布与地质构造信息尤为重要. 在众多方法中, 最常见的一种方法就是基于波传播模型的储层反演. 因此, 建立一种能准确刻画含流体孔隙介质中波传播规律的数学物理模型至关重要. 其中最简单的一类模型是各向同性介质中的弹性波传播模型(王美霞等, 2012). 然而, 实际的地下储层介质通常是由岩石骨架、油、水及气构成的多相混合物(Nie和

Yang, 2008), 这导致储层介质中多种力学机制共存且相互耦合. 因此, 储层介质不应当被视为弹性体, 弹性波模型也并不适用.

Biot(1956a, 1956b)考虑了孔隙介质中由固、流相对运动的动力学机制造成的摩擦耗散, 建立了孔隙双相介质中的波传播模型, 为刻画含流体多孔介质中的波传播规律奠定了理论基础. 随后, Plona(1980)通过实验在超声波频段观测到了流体饱和多孔介质中的慢P波, 验证了Biot理论的有效性. 此后, 众多学者在Biot模型思想的基础上发展了一系列孔隙介质波传播模型(White, 1975; Berryman和Thigpen, 1985; Dvorkin

中文引用格式: 杨佳明, 杨顶辉, 韩宏伟, 邱凌云, 程远锋. 2021. 包含Biot机制和分数阶黏弹性机制的波传播模型. 中国科学: 地球科学, 51(3): 339–352, doi: 10.1360/N072020-0001

英文引用格式: Yang J, Yang D, Han H, Qiu L, Cheng Y. 2021. A wave propagation model with the Biot and the fractional viscoelastic mechanisms. Science China Earth Sciences, 64(3): 364–376, <https://doi.org/10.1007/s11430-020-9668-5>

和Nur, 1993; Johnson, 2001; Pride等, 2004; Ba等, 2008a, 2008b, 2017). 然而, Biot理论中波的能量耗散仅仅考虑了固、流两相在宏观尺度下相对运动造成的摩擦耗散. 在含高黏性流体的致密岩石中, 流体和固体之间通常难以发生宏观相对运动. 然而诸多实验证实, 此类介质中的波在地震波频段有明显的速度频散和能量衰减(Pimienta等, 2017; Yin等, 2017; Morozov和Deng, 2018), 而Biot理论难以解释这种物理现象.

为了更合理解释油气储层中波在低频段出现的频散和衰减, 许多学者考虑了其他的耗散机制并进行了深入研究. 许多实验表明, 孔隙形状和分布的非均匀性也是造成波衰减的原因之一(Cheng等, 2019; Zhang L等, 2019). 基于介观尺度下孔隙形状和分布的差异性, Mavko和Nur(1979)首先考虑了喷射流(squirt flow)对波传播的影响, 建立了喷射流模型. 他们认为, 在波的激励下, 岩石孔喉中的流体在挤压作用下向空腔内喷射, 形成垂直于波行进方向的喷射流, 对波产生影响. 之后, 众多学者提出了基于喷射流耗散机制的波动模型. 其中的代表模型是兼具Biot耗散机制和喷射流耗散机制的Biot-Squirt(BISQ)模型(Dvorkin和Nur, 1993; Diallo和Appel, 2000; Parra, 1997; Yang和Zhang, 2000, 2002; Yang等, 2014)以及用可测参数进行简化的喷射流模型(Gurevich等, 2010). 总的来说, 喷射流模型确实能合理解释波在含流体低渗透率孔隙介质中传播出现的强衰减(Dvorkin和Nur, 1993; Diallo等, 2003; Subramanian等, 2015). 然而, 对实际的地下储层而言, 喷射流模型所预测的相速度频散和能量衰减大多出现在声波和超声波频段(Dvorkin等, 1994, 1995; Gurevich等, 2010). 而对于储层(尤其是致密油气储层)在地震波频段出现的强衰减与高频散现象, 喷射流理论仍无法给出合理的解释.

实际上, 在流体饱和岩石中, 孔隙的形状、分布及方向都存在非均匀性, 因此不同孔隙会呈现出不同的可压缩性. 在部分硬孔隙中, 孔隙内部的流体无法与外部流体发生物质交换, 可以将这部分流体和原来的岩石骨架视为新的“骨架”. 自然地, 新的骨架在波激励下会产生内耗散, 这与固、流相对运动导致的摩擦耗散具有不同的力学机制. 黏弹性理论被广泛用于描述此类耗散机制. 黏弹性理论很早之前就已经被提出, Maxwell(1867)、Voigt(1892)、Kelvin(1882)和Boltzmann(1878)等人相继发展了线性黏弹性理论. 此后, 黏

弹性理论被引入到各种孔隙弹性模型中, 用以刻画波的频散和衰减(Biot, 1962a, 1962b; Cheng等, 2002; Nie和Yang, 2008; 聂建新等, 2010; 谢佩瑜和杨顶辉, 2018; Zhang B Y等, 2019)以及对波场进行正演模拟(Arntsen和Carcione, 2001; 杜启振, 2004; 张金波等, 2018). 通过在已有模型中引入黏弹性机制, 复杂致密岩石中的高频散和强衰减现象可以得到更合理的解释.

然而, 如今常见的黏弹性模型都是基于线黏弹性假设, 即其本构关系可以用弹簧和粘壶进行串并联组合后的弹性元件来刻画. 但是, 含流体多孔隙介质中的力学机制非常复杂, 常用的线黏弹性理论无法精确地刻画此类介质中的应力应变关系. 为了改进现有的线黏弹性模型使其适用于更为复杂的一般储层介质情况, 本文利用分数阶导数来替换线黏弹性本构关系中应力与应变的整数阶时间导数. 当导数阶数均取整数时, 分数阶黏弹性模型可退化为线黏弹性模型. 另一方面, 根据黏弹性的定义, 物体当前的应力应变状态与其历史状态相关, 用数学语言描述, 即物体的当前应力或应变可以视为其历史应力或应变在时间域上的积分. 这正好与分数阶导数的定义相一致(Samko等, 1993). 因此, 通过将分数阶导数应用于黏弹性本构关系中, 介质的黏弹性物理性质可以得到更准确地刻画(Deng和Morozov, 2018). 此外, 分数阶黏弹性模型也可以用来近似刻画由其他物理机制造成的频散与衰减, 例如喷射流(Carcione和Gurevich, 2011)和斑块饱和(Picotti和Carcione, 2017), 具有更广泛的应用前景.

在本文中, 我们利用分数阶黏弹性本构关系刻画含流体孔隙介质中固体骨架的内耗散机制, 并与Biot理论相结合, 建立新的含流体多孔隙介质中的波传播模型.

2 波传播模型

在本节中, 我们从三维均匀各向同性弹性介质的本构关系出发, 将其推广至分数阶黏弹性情形; 之后, 我们将新的分数阶本构关系与Biot模型结合, 用其刻画孔隙介质中骨架的黏弹性物理性质, 获得了新的波传播模型.

2.1 分数阶黏弹性本构关系

三维各向同性弹性体的应力应变本构关系表示

如下:

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \quad (1)$$

式中, σ_{ij} 表示应力张量的分量, ε_{ij} 表示应变张量的分量, λ 和 μ 为拉梅系数. 这里我们使用了爱因斯坦求和指标, 即 $\sigma_{kk} = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$ 和 $\varepsilon_{kk} = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$. 现将式(1)改写为

$$\begin{cases} \sigma_{kk} = (3\lambda + 2\mu)\varepsilon_{kk} = 3K\varepsilon_{kk}, \\ S_{ij} = 2\mu d_{ij}, \end{cases} \quad (2)$$

式中, $S_{ij} = \sigma_{ij} - 1/3\sigma_{kk}\delta_{ij}$, $d_{ij} = \varepsilon_{ij} - 1/3\varepsilon_{kk}\delta_{ij}$, 分别是应力偏张量分量和应变偏张量分量. K 表示体积模量. 从式(2)可看出, 体应力(σ_{kk})与体应变(ε_{kk})成正比, 而应力偏张量的分量 S_{ij} 与应变偏张量分量 d_{ij} 成正比. 这种应力应变关系类似于二维情况的胡克定律. 同时, 式(2)也启发我们可以将三维各向同性介质的本构关系解耦成两部分. 其中一部分可表示为体应变与正应力的应力应变关系, 另一部分表示为剪切应变与剪切应力的应力应变关系. 对于不同介质, 这两组应力应变关系可能会有所不同. 例如, 对于理想流体, 其体应力与体应变之间成正比, 但其剪切应力恒为0; 而对于不可压的牛顿流体, 其体应力与体应变成正比, 而其剪切应力则与剪切应变的时间一阶导数成正比. 因此, 我们认为对不同的材料而言, 其体积变化引起的弹性行为与形状变化引起的弹性行为可能有所不同, 可以用不同类型的本构关系来表示.

另一方面, 许多实验已经表明地震波在地下储层(即使是致密储层)中传播时会出现强衰减(Batzle等, 2006; Chapman等, 2016). 由此, 我们希望引进黏弹性机制来刻画这种强的能量耗散现象. 本研究借鉴材料力学中利用分数阶黏弹性本构关系表示材料黏弹性的思想(Pritz, 2003; Konjik等, 2010), 将式(2)推广至分数阶黏弹性情形, 得到如下新的黏弹性本构关系:

$$\begin{cases} \sigma_{kk} + \tau_{\varepsilon_1} \frac{\partial \xi_1}{\partial t} \sigma_{kk} = 3M_1 \left(\varepsilon_{kk} + \tau_{\varepsilon_2} \frac{\partial \xi_2}{\partial t} \varepsilon_{kk} \right), \\ S_{ij} + \tau_{\sigma_1} \frac{\partial \beta_1}{\partial t} S_{ij} = 2M_2 \left(d_{ij} + \tau_{\sigma_2} \frac{\partial \beta_2}{\partial t} d_{ij} \right), \end{cases} \quad (3)$$

式中, M_1 、 τ_{ε_1} 、 τ_{σ_1} 、 M_2 、 τ_{ε_2} 和 τ_{σ_2} 均为黏弹性参数. 具体而言, M_1 和 M_2 分别表示静态的体积与剪切模量, τ_{ε_1} 、 τ_{σ_1} 、 τ_{ε_2} 和 τ_{σ_2} 为弛豫时间. 我们将在下一节中讨论如何确定它们的取值. ξ_1 、 ξ_2 、 β_1 和 β_2 是分数阶导数的

阶数. 根据Caputo对分数阶导数的定义, 函数 $f(t)$ 的 α 阶导数可以表示为(Caputo, 1976)

$$D^\alpha f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{n-\alpha-1} f^{(n)}(\tau) d\tau, & \alpha \neq n, \\ f^{(n)}(t), & \alpha = n, \end{cases} \quad (4)$$

式中, $\alpha \in R^+$, $n \in N$ 且 $n-1 < \alpha \leq n$. $\Gamma(x)$ 表示伽马函数.

实际上, 新的分数阶黏弹性本构关系(式(3))可以退化弹性本构关系或者Zener型黏弹性本构关系. 一方面, 对于弹性介质情况, 应力的变化会立即引起介质发生应变, 即式(3)中的所有弛豫时间(τ_{ε_1} 、 τ_{σ_1} 、 τ_{ε_2} 和 τ_{σ_2})都为0. 当式(3)中 $\tau_{\varepsilon_1} = \tau_{\sigma_1} = \tau_{\varepsilon_2} = \tau_{\sigma_2} = 0$ 时, 分数阶黏弹性本构关系(式(3))自然退化成弹性本构关系(式(2)). 另一方面, 当阶数参数 $\xi_1 = \xi_2 = \beta_1 = \beta_2 = 1$ 时, 本构关系式(3)退化成Zener型黏弹性本构关系(Zener, 1948). 一句话, 新的分数阶模型(式(3))是一种广义的应力应变本构关系, 是弹性模型和Zener模型的一种推广. 与Zener模型相比, 分数阶黏弹性模型中时间导数的阶数可以取任意正实数, 这使得新模型能更准确地刻画介质的黏弹性机制. 换言之, 新模型能够更好地表示材料的黏弹性形变对应力的连续变化关系. 从数学的角度来看, 分数阶导数是由积分公式(4)来定义的, 因此, 通过在黏弹性本构关系中引入分数阶导数建立的本构关系包含了应力与应变的历史积累效应, 这正好与黏弹性的概念是一致的. 对于新本构关系(式(3))中的分数阶导数参数, 根据其他研究者提供的大量实验数据(Batzle等, 2006; Pimienta等, 2015, 2016, 2017; Spencer和Shine, 2016; Chapman等, 2016, 2017; Borgomano等, 2017; Yin等, 2017; Szweczyk等, 2018), 在本文的数值实验中我们选取参数 $\xi_1, \xi_2, \beta_1, \beta_2 \in (0, 2)$. 相关细节将在后文中讨论.

现在我们将黏弹性本构关系(式(3))改写成如下卷积形式:

$$\begin{cases} \sigma_{kk} = 3\psi_1 * \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_{kk}, \\ S_{ij} = 2\psi_2 * \frac{\partial}{\partial t} d_{ij}, \end{cases} \quad (5)$$

式中, ψ_1 和 ψ_2 为松弛函数. 对式(3)和(5)应用Fourier变换将其转化至频率域, 则有

$$\begin{cases} F[\psi_1] = M_1 \left(\frac{1 + (i\omega)^{\xi_2} \tau_{\varepsilon_1}}{i\omega + (i\omega)^{\xi_1+1} \tau_{\sigma_1}} \right), \\ F[\psi_2] = M_2 \left(\frac{1 + (i\omega)^{\beta_2} \tau_{\varepsilon_2}}{i\omega + (i\omega)^{\beta_1+1} \tau_{\sigma_2}} \right), \end{cases} \quad (6)$$

式中, $F[\cdot]$ 表示Fourier变换. 为了给出 ψ_1 和 ψ_2 在时间域的表达式, 我们借助Mittag-Leffler函数(Samko等, 1993) 可得 ψ_1 和 ψ_2 , 具体表达式详见网络版附录A (<http://earthcn.scichina.com>). 再改写式(5)可得

$$\sigma_{ij} = \left(\psi_1 - \frac{2}{3} \psi_2 \right) * \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\psi_2 * \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_{ij}. \quad (7)$$

式(7)即为我们新获得的分数阶黏弹性本构关系. 在下一小节中, 我们将黏弹性本构关系(式(7))与Biot模型相结合, 发展新的波传播模型.

2.2 流体饱和孔隙介质中的波传播模型

在Biot理论中, 含流体饱和孔隙各向同性介质中的一个代表体积元(representative volume element, RVE)被选作为研究对象. 基于RVE的控制方程有如下表达式(Biot, 1956a, 1956b):

$$\begin{cases} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} \mathbf{u} + \rho_{12} \mathbf{U}) \\ \quad - \frac{\eta \phi^2}{\kappa} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{U} - \mathbf{u}), \\ \nabla \cdot (-\phi \mathbf{P} \mathbf{I}) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12} \mathbf{u} + \rho_{22} \mathbf{U}) \\ \quad + \frac{\eta \phi^2}{\kappa} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{U} - \mathbf{u}), \end{cases} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \rho_{12} &= -\rho_a, \\ \rho_{11} &= (1 - \phi) \rho_s - \rho_{12}, \\ \rho_{22} &= \phi \rho_f - \rho_{12}, \end{aligned} \quad (9)$$

在上式中, ρ_a 表示固流两相的耦合密度, ϕ 表示孔隙度, ρ_s 表示组成骨架固体物质的密度, ρ_f 表示孔隙流体的密度; $\mathbf{u}$ 和 $\mathbf{U}$ 分别为固体骨架与孔隙流体的位移向量, 也表示RVE上的平均位移向量; $\boldsymbol{\sigma}=(\sigma_{ij})$ 表示固体骨架的应力张量, $\mathbf{P}$ 表示流体压力, $\mathbf{I}$ 表示二阶单位张量. 式(8)

右侧表达式中的 $\frac{\eta \phi^2}{\kappa} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{U} - \mathbf{u})$ 源自Biot理论中的耗散函数, 其中 η 表示流体的黏度系数, κ 表示固体骨架的渗透率. 实际上, 式(8)就是代表体积元的运动方程. 将固

体骨架的本构关系(Yang和Zhang, 2002)以及流体压力与应变的关系式(Dvorkin和Nur, 1993)

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{A} \boldsymbol{\varepsilon} - (\alpha - \phi) \mathbf{P} \mathbf{I}, \quad (10)$$

$$P = -F \frac{\alpha - \phi}{\phi} e - F \gamma, \quad (11)$$

代入式(8), 即可得如下波传播方程:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \left(\mathbf{A} \boldsymbol{\varepsilon} + F \frac{(\alpha - \phi)^2}{\phi} e \mathbf{I} + F(\alpha - \phi) \gamma \mathbf{I} \right) \\ = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} \mathbf{u} + \rho_{12} \mathbf{U}) - \frac{\eta \phi^2}{\kappa} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{U} - \mathbf{u}), \\ \nabla \cdot (F(\alpha - \phi) e \mathbf{I} + F \phi \gamma \mathbf{I}) \\ = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12} \mathbf{u} + \rho_{22} \mathbf{U}) + \frac{\eta \phi^2}{\kappa} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{U} - \mathbf{u}). \end{cases} \quad (12)$$

在式(10)~(12)中, $\boldsymbol{\varepsilon}=(\varepsilon_{ij})$ 代表固体骨架的应变张量, 而 $\mathbf{A}=(a_{ijkl})$ 表示固体骨架的四阶弹性张量. 其中, ε_{ij} 可以根据变形协调方程用 $\mathbf{u}$ 表示为 $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$. α 为Biot-Willis系数, F 为Biot流体储存系数, 由如下公式(Dvorkin和Nur, 1993)给出:

$$\alpha = 1 - \frac{K_m}{K_s}, \quad F = \left(\frac{1}{K_f} + \frac{\alpha - \phi}{\phi K_s} \right)^{-1}, \quad (13)$$

式中, K_f 、 K_m 和 K_s 分别为流体、固体骨架以及固体矿物颗粒的体积模量. $e = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3}$ 和 $\gamma = \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \frac{\partial U_2}{\partial x_2} + \frac{\partial U_3}{\partial x_3}$ 分别对应固体骨架的体应变和孔隙流体的体应变. 实际上, 式(12)等价于Biot(1956a)提出的含流体孔隙介质中的波传播方程.

在Biot理论当中, 所有本构关系都建立在固体骨架是理想弹性体的假设之上. 然而, 对于实际的多孔材料, 其固体骨架通常不是理想的弹性体, 而是黏弹性体. 在式(10)中, 方程右侧的“ $\mathbf{A} \boldsymbol{\varepsilon}$ ”正是刻画固体骨架弹性性质的部分. 为了更准确地刻画固体骨架的黏弹性力学机制, 我们用式(7)的右端项来替换方程(10)中的“ $\mathbf{A} \boldsymbol{\varepsilon}$ ”即获得如下新的固体骨架本构关系:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= \left(\psi_1 - \frac{2}{3} \psi_2 \right) * \frac{\partial}{\partial t} e \mathbf{I} \\ &+ \psi_2 * \frac{\partial}{\partial t} [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] - (\alpha - \phi) \mathbf{P} \mathbf{I}. \end{aligned} \quad (14)$$

再将式(11)和(14)代入式(8)中, 即可获得同时包含黏弹性和Biot流两种力学机制的分数阶黏弹性波传播方程(简称为FRVE模型):

$$\left\{ \begin{aligned} & \nabla \cdot \left(\left(\psi_1 - \frac{2}{3} \psi_2 \right) * \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{e} \mathbf{I} + \psi_2 * \frac{\partial}{\partial t} [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] \right. \\ & \left. + F \frac{(\alpha - \phi)^2}{\phi} \mathbf{e} \mathbf{I} + F(\alpha - \phi) \gamma \mathbf{I} \right) \\ & = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} \mathbf{u} + \rho_{12} \mathbf{U}) - \frac{\eta \phi^2}{k} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{U} - \mathbf{u}), \\ & \nabla \cdot (F(\alpha - \phi) \mathbf{e} \mathbf{I} + F \phi \gamma \mathbf{I}) = \\ & \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12} \mathbf{u} + \rho_{22} \mathbf{U}) + \frac{\eta \phi^2}{k} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{U} - \mathbf{u}). \end{aligned} \right. \quad (15)$$

与Biot模型相比, FRVE模型最大的不同体现在式(15)中的第一式, 即固相的运动方程. 若将方程(15)中的 ψ_1 和 ψ_2 分别替换为固体骨架的体积模量 K_m 和剪切模量 μ_m , FRVE模型即可退化为Biot模型. 这表明FRVE模型可以视为Biot模型的一种推广, 它包含了固体骨架的内耗散机制. 在下一小节, 我们将分析基于新模型的波频散和衰减.

2.3 波的相速度与衰减

我们应用平面波分析方法来研究基于新模型(式(15))的波相速度频散和能量衰减. 从网络版附录B的平面波分析, 我们可得基于本文新模型的快P波(V_{p1} , Q_{p1}^{-1})、慢P波(V_{p2} , Q_{p2}^{-1})和S波(V_s , Q_s^{-1})的相速度和逆品质因子计算公式如下:

$$V_{p1,p2} = \frac{1}{\text{Re}(\sqrt{Y_{p1,p2}})}, \quad Q_{p1,p2}^{-1} = \frac{2\text{Im}(\sqrt{Y_{p1,p2}})}{\text{Re}(\sqrt{Y_{p1,p2}})}, \quad (16)$$

$$\left\{ \begin{aligned} V_s &= \frac{1}{\text{Re}\left(\sqrt{\frac{\rho_1 + (1-\theta)\rho_2}{M_2^*}}\right)}, \\ Q_s^{-1} &= \frac{2\text{Im}\left(\sqrt{\frac{\rho_1 + (1-\theta)\rho_2}{M_2^*}}\right)}{\text{Re}\left(\sqrt{\frac{\rho_1 + (1-\theta)\rho_2}{M_2^*}}\right)}, \end{aligned} \right. \quad (17)$$

其中, $Y_{p1,p2} = -\frac{B}{2A} \pm \sqrt{\left(\frac{B}{2A}\right)^2 - \frac{C}{A}}$. 相关参数的计算公式详见附录B.

3 黏弹性参数

在本文中, 我们的研究重点是未压裂的油气储层. 因此, 我们不考虑储层介质中由散射造成的能量衰减和负速度频散(Winkler, 1983; Jakobsen和Chapman, 2009)问题. 基于这种假设, 我们可以证明 $\beta_1 = \beta_2$ 和 $\xi_1 = \xi_2$, 详细推导见网络版附录C. 为方便起见, 在后面的论述中记 $\beta = \beta_1 = \beta_2$, $\xi = \xi_1 = \xi_2$. 在这种特殊情况下, 本文提出的分数阶黏弹性本构关系(式(3))可以退化为Cole-Cole型黏弹性本构关系(Cole和Cole, 1941), 并有8个黏弹性参数(M_1 、 ω_1 、 Q_1 、 M_2 、 ω_2 、 Q_2 、 β 和 ξ)需要确定. 参照Carcione(2007)的工作, 我们可以重新定义一组黏弹性参数(ω_1 、 Q_1 、 ω_2 和 Q_2)如下:

$$\left\{ \begin{aligned} \omega_1 &= (\tau_{\epsilon_1} \tau_{\sigma_1})^{-\frac{1}{2}}, \quad \omega_2 = (\tau_{\epsilon_1} \tau_{\sigma_1})^{-\frac{1}{2}}, \\ Q_1^{-1} &= \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\tau_{\epsilon_1}}{\tau_{\sigma_1}}} - \sqrt{\frac{\tau_{\sigma_1}}{\tau_{\epsilon_1}}} \right), \\ Q_2^{-1} &= \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\tau_{\epsilon_2}}{\tau_{\sigma_2}}} - \sqrt{\frac{\tau_{\sigma_2}}{\tau_{\epsilon_2}}} \right), \end{aligned} \right. \quad (18)$$

并用这4个参数来表示前述弛豫时间参数(τ_{ϵ_1} 、 τ_{σ_1} 、 τ_{ϵ_2} 和 τ_{σ_2}). 新定义的黏弹性参数可以更直接地反映波的频散与衰减特性. 这里我们称黏弹性参数 ω_1 和 ω_2 为参考角频率, 称 Q_1^{-1} 和 Q_2^{-1} 为参考逆品质因子.

这8个黏弹性参数(M_1 、 ω_1 、 Q_1 、 M_2 、 ω_2 、 Q_2 、 β 和 ξ)都与宏观物理性质相关. 具体地说, M_1 、 ω_1 、 Q_1 和 ξ 所刻画的是体积变化造成的黏弹性机制, 而 M_2 、 ω_2 、 Q_2 和 β 所刻画的是形状变化所造成的黏弹性机制. 基于公式(16)和(17), 并根据Carcione(2007)有关黏弹性参数的研究工作, 我们就这些黏弹性参数给出如下的理论分析.

M_1 和 M_2 分别对应松弛状态下固体骨架的体积与剪切模量, 它们刻画的是骨架有充足时间回归到受力平衡状态时的刚度特性, 由此可知

$$M_1 = K_m, \quad M_2 = \mu_m, \quad (19)$$

式中, K_m 和 μ_m 分别对应干燥固体骨架的体积与剪切模量. 同时, 它们还与快P波和S波相速度的低频极限密切相关. 两个参考角频率 ω_1 和 ω_2 与快P波和S波黏弹性衰减峰所对应的频率紧密相关. 两个参考逆品质因子 Q_1^{-1} 和 Q_2^{-1} 与快P波和S波黏弹性衰减峰的峰值相关,

并且能够反应快P波和S波相速度的频散幅度。 ζ 和 β 主要刻画了快P波和S波松弛与非松弛状态之间过渡带的性质, 与过渡带的宽窄相关。

为了确定黏弹性参数 ω_1 、 Q_1 、 ω_2 、 Q_2 、 ζ 和 β , 我们提供如下两种方法。一种是基于宽频段内所测得的相速度数据或衰减数据进行参数反演, 以获得这些黏弹性参数(Yang等, 2014; Liu等, 2018)。另一种方法基于应力振荡实验来实现(Pimienta等, 2015, 2016)。通过对实验样本施加一个周期振荡的围压, 可以测量应变的周期变化曲线, 进一步通过分析应力应变间的相位差和振幅衰减以计算出这些黏弹性参数。

4 数值算例

本节将研究 ζ 和 β 对快P波和S波频散和衰减的影响。这里假设岩样是水饱和的, 相关物理参数如表1所示。在第一个数值实验中, 我们固定 $\zeta=1$, 选取不同的 β 值以考查快P波和S波相速度及逆品质因子的变化趋势。类似地, 在第二个数值实验中固定 $\beta=1$ 并选取不同的 ζ 以考查 ζ 对快P波和S波的影响。计算结果如图1所示。

图1a~1d对应 $\zeta=1$ 的情况, 显示 β 的变化对快P波及S波频散与衰减的影响。其中图1a和图1c分别给出了几种模型所计算的S波相速度和快P波相速度。从图可看出, FRVE模型对于不同的参数 β (分别取值为0.8、1和1.2)给出的数值结果在10~1000Hz频段有明显的频散, 且随 β 值增加, 相速度频散的过渡带变得更窄。但是, Biot模型的计算结果在此低频段并未表现出明显的速度频散。同时, 在三种不同情况下, FRVE模型给出的相速度高频极限值是一致的, 并且明显高于Biot模型预测的高频极限值。此外, 从图1a和图1c可看到一个有趣的现象: 当 $\beta=1.2$ 时, FRVE模型预测的快P波和S波相速度在1~10Hz频段随频率增加会出现小的下降。根据一些学者对孔隙弹性介质中波色散现象的研究(Hudson, 1981; Blair, 1990; Morozhnik和Bardet, 1996), 我们认为这种特殊的频散现象类似于孔隙介质中随机分布的裂隙造成的Rayleigh散射现象。这也暗示我们可以应用FRVE模型($\beta>1$)来刻画由波散射造成的能量衰减。在图1b和图1d可看到, FRVE模型预测的衰减峰出现在低频段, 且随着 β 增加, 衰减峰向更低频移动, 同时其峰值变大。这些数值结果表明在低频段分数阶参

表1 流体饱和样本的物理参数和部分黏弹性参数

物理量	取值
流体密度 $\rho_f(\text{kg m}^{-3})$	1000
流体黏度系数 $\eta(\text{Pa}\cdot\text{s})$	0.001
流体体积模量 $K_f(\text{GPa})$	2
孔隙度 $\phi(\%)$	10
渗透率 $\kappa(\text{mD})$	1
固体密度 $\rho_s(\text{kg m}^{-3})$	2650
固体骨架的体积模量 $K_m(\text{GPa})$	16
矿物颗粒的体积模量 $K_s(\text{GPa})$	38
固体骨架的剪切模量 $\mu_m(\text{GPa})$	8
固流耦合密度 $\rho_a(\text{kg m}^{-3})$	420
参考角频率 ω_1	100
参考角频率 ω_2	100
参考品质因子 Q_1	20
参考品质因子 Q_2	20

数 β 对快P波和S波的频散和衰减有重要影响。

图1e~1h对应 $\beta=1$ 的情况, 反映了 ζ 取值变化对快P波和S波频散和衰减带来的影响。其中, 图1g和图1h分别给出了快P波相速度和逆品质因子的计算结果。与图1c和图1d的结果类似, 黏弹性机制导致了快P波在低频段的高频散与强衰减。此外, 当 ζ 增加时, 快P波相速度的频散过渡带变得越来越窄, 其衰减峰趋向于低频且峰值增大。从图1e和图1f可看出, 对应于三种不同的 ζ 取值(0.8、1和1.2), FRVE模型给出的S波相速度和逆品质因子频散曲线完全重合。这表明 ζ 对S波的频散与衰减没有影响, 即分数阶参数 ζ 只对快P波的频散与衰减有影响。

5 实际应用

5.1 非常规油气储层应用示例

本小节利用两组水饱和致密岩芯的相速度频散数据来验证新模型的有效性和准确性。实验岩芯由中国石油天然气股份有限公司长庆油田分公司勘探开发研究院提供, 中国石油天然气股份有限公司地球物理重点实验室对岩芯进行了测量。实验中所用的两块岩芯均来自于苏格里气田。其中一块为砂岩, 编号为A11, 另一块为白云岩, 编号为C12。两块实验品均为低孔低

图 1 分数阶参数(ξ 和 β)对波频散和衰减的影响

相关物理参数和黏弹性参数见表1. (a)和(e)展示S波的相速度; (b)和(f)展示S波的逆品质因子; (c)和(g)展示快P波的相速度; (d)和(h)展示快P波的逆品质因子. (a)~(d)中, $\xi=1$; (e)~(h)中, $\beta=1$

渗岩芯, 其渗透率小于0.3mD, 孔隙度小于10%, 孔隙流体为水. 实验测量了两块岩样在1~1171Hz范围内的P波和S波相速度. 其余相关的物理参数见表2.

根据表2中的物理参数, 我们分别应用Biot模型和FRVE模型计算了快P波和S波的相速度, 并将预测结果与实验数据进行了比较, 见图2. 从图2可以看出, 快P波和S波的实测相速度在1~100Hz频段有较高的频散. 然而, 由Biot模型计算的理论相速度在低频段未表现出可见的频散. 实际上, Biot理论的特征频率定义为 (Biot, 1956a)

$$f_c = \frac{\eta\phi}{2\pi\kappa\rho_f}, \quad (20)$$

它对应Biot衰减峰所在的频率. 根据式(20)计算, 两块岩芯A11和C12的Biot特征频率分别为 5.34×10^7 Hz和 1.15×10^8 Hz. 这表明, 对这两块岩芯来说, 由Biot模型所预测的波频散与衰减主要发生在 $10^7 \sim 10^9$ Hz频段, 与实验数据不符. 因此, Biot理论无法解释这两个实验中在 seismic 频段出现的高频散现象. 与此相反, 由FRVE模型所计算的理论相速度与实验数据有非常好的契合度 (图2). 这表明黏弹性机制是含流体致密岩石中造成波在低频范围出现高频散与强衰减现象的主要原因.

基于上述的数值结果, 我们有如下的物理解释. 在前面引言中提到, Biot模型中的能量损失主要源于流体和固体的宏观相对运动所造成的摩擦耗散. 然而, 由于本实验中的致密岩石具有低孔低渗的特性, 孔隙内流体的流动未必是黏性层流, 甚至岩石骨架与孔隙流体间不存在宏观相对位移. 因此, 对这种岩芯而言, Biot机制造成的能量耗散可以忽略不计. 另一方面, 对于这里考虑的岩石样品, 其岩石骨架占据了致密岩石90%以上的体积, 所以骨架本身的内耗散不能被忽略. 由于致密岩石的孔隙联通性较差, 大部分孔隙呈闭合状态, 即孔隙内的流体无法与外界流体发生物质交换, 而是随着岩石骨架一同运动. 而在其余孔隙中, 孔隙内的部分流体由于静电力的束缚, 吸附在孔隙内壁上. 以上两部分孔隙流体在宏观尺度意义下都与岩石骨架无相对运动, 但在孔隙压力发生变化的情况下, 仍会对整个双相介质的弹性性质产生影响. 因此, 我们可以将这部分流体与岩石骨架视为新的“固体骨架”. 很显然, 新的骨架是黏弹性体, 其内摩擦会造成波的能量衰减, 最终导致弹性波的相速度在 seismic 频段出现高频散现象.

表2 长庆油田水饱和岩芯(A11与C12)的物性参数

物理量	A11	C12
流体密度 ρ_f (kg m ⁻³)	1000	1000
流体黏度系数 η (Pa·s)	0.001	0.001
流体体积模量 K_f (GPa)	2.18	2.18
孔隙度 ϕ (%)	9.39	8.55
渗透率 κ (mD)	0.280	0.118
固体密度 ρ_s (kg m ⁻³)	2664.2	2894.9
固体骨架的体积模量 K_m (GPa)	16.53	32.68
矿物颗粒的体积模量 K_g (GPa)	38.00	89.65
固体骨架的剪切模量 μ_m (GPa)	21.55	26.83
固流耦合密度 ρ_a (kg m ⁻³)	420	420

基于上述对数值结果的讨论和对物理机制的分析, 我们得出结论: 与Biot模型相比, FRVE模型能更好地预测非常规油气储层中波在 seismic 频段发生的频散与衰减.

5.2 常规油气储层应用示例

在本小节, 我们将应用实例来说明FVRE模型同样适用于常规油气储层的波速预测. 这里使用的实验数据来自Spencer和Shine(2016)的工作. 实验中所用的两块岩芯(分别编号为LF176和LF177)来自于墨西哥湾深水, 为Lower Miocene砂岩, 其主要矿物组分为石英. 岩芯截面的扫描成像结果呈现均匀分布的特性, 因此两块岩石样本均可以视为各向同性的孔隙介质. 两块岩芯的孔隙度分别是20.9%和19.7%、渗透率为115和58mD, 且分别被Cannon碳氢化合物标准黏性流(N100和N35)体所充满. 在Spencer和Shine(2016)的实验中, 所有实验数据在室温条件下测量, 并保持围压为17.24MPa(即2500psi)、孔压为3.45MPa(即500psi). 标准黏性流体和岩石的物理性质分别在表3和4中给出.

在Spencer和Shine(2016)的实验中, 他们测量了含流体岩石在0.2~205Hz范围内杨氏模量 E 与泊松比 ν 的频散与衰减数据. 为了获得P波和S波的频散与衰减数据, 我们需要对 E 和 ν 的频散与衰减数据做一些转换.

基于弹性波理论, 各向同性介质中P波和S波的相速度与 E 和 ν 有如下关系:

$$V_p = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}, \quad V_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}, \quad (21)$$

图2 理论相速度与实验数据的比较

实验样本为非常规油气储层岩芯, 相关物性参数见表2. (a)和(b)分别对应岩芯A11的S波和P波相速度; (c)和(d)分别对应岩芯C12的S波和P波相速度

表3 Cannon碳氢化合物标准黏性流体(N100与N35)的物理参数

物理量	N100	N35
流体密度 $\rho_f(\text{kg m}^{-3})$	875.6	867.3
流体黏度系数 $\eta(\text{Pa}\cdot\text{s})$	0.301	0.077
流体体积模量 $K_f(\text{GPa})$	2.136	2.015

其中 $\rho = \phi\rho_f + (1-\phi)\rho_s$ 表示流体饱和和岩芯的密度. 在网络版附录D中, 我们对E和 ν 的数据进行一系列变换获得了P波和S波的逆品质因子数据. 根据P波和S波的相速

度, 我们通过最小二乘拟合的方法反演得到了FRVE模型中所需要的黏弹性参数(ω_1 、 Q_1 、 ω_2 、 Q_2 、 β 和 ζ)值. 具体地, 岩芯LF176的阶数参数为 $\beta=0.63$ 和 $\zeta=0.50$, 而LF177的阶数参数为 $\beta=0.47$ 和 $\zeta=0.36$. 基于上述已经得到的黏弹性参数和表3、表4中的物理参数, 我们即可利用FRVE模型来计算两块岩石中的弹性波相速度和逆品质因子, 结果展示在图3和图4中. 为了与其他模型做对比, 我们同样在图3和图4中给出了由Biot模型(点线)和线性黏弹性模型(虚线)所计算的理论结果. 需要说明的是, 这里的线性黏弹性模型(以下简称为LV模型)是FRVE模型的一类特殊情形, 即阶数参数 $\zeta=\beta=1$ 时

表 4 墨西哥湾深水Lower Miocene砂岩(LF176与LF177)的物理参数

物理量	LF176	LF177
孔隙度 ϕ (%)	20.9	19.7
渗透率 κ (mD)	115	58
固体密度 ρ_s (kg m ⁻³)	2650	2650
固体骨架的体积模量 K_m (GPa)	9.04	10.21
矿物颗粒的体积模量 K_s (GPa)	44.24	44.24
固体骨架的剪切模量 μ_m (GPa)	9.81	10.40
固流耦合密度 ρ_a (kg m ⁻³)	420	420

的FRVE模型.

从图3a、图3c、图4a和图4c可看出快P波和S波的实测相速度在 seismic 频段有较为明显的频散, 其中快P

波的频散幅度在2.6%~4.3%, S波的频散幅度在2.1%~2.9%. 但是, 由Biot模型所计算的理论相速度在这一频段基本保持不变, 与实验数据相差很大. 类似于上一小节的分析, 我们计算了两块岩芯各自的Biot特征频率, 其特征频率分别为 9.94×10^7 和 5.10×10^8 Hz. 这表明对于这两块岩石LF176和LF177, 其Biot耗散主要发生在 $10^7 \sim 10^8$ Hz的超声波频段. 这进一步说明在 seismic 频段发生的波频散并非由Biot机制引起. 相反地, 由FRVE模型和LV模型计算的相速度与实验数据有较好的匹配, 比Biot模型更精确. 这一结果表明黏弹性机制是引起 seismic 波高频散的主要原因. 同时, 从图3和图4中也可看出, FRVE模型预测的结果比LV模型计算的结果更精确.

图 3 三种不同模型计算的理论与实验数据的比较

实验样本为岩芯LF176, 孔隙流体为N100. (a) S波相速度; (b) S波逆品质因子; (c) 快P波相速度; (d) 快P波逆品质因子

图 4 三种不同模型计算的理论与实验数据的比较

实验样本为岩芯LF177, 孔隙流体为N35. (a) S波相速度; (b) S波逆品质因子; (c) 快P波相速度; (d) 快P波逆品质因子

从图3b、图3d、图4b和图4d中的实验数据可看到在0.2~205Hz的范围内快P波和S波有较强的衰减, 且逆品质因子随频率的增加而增大. 但是, 由Biot模型预测的逆品质因子并未给出明显的衰减, 这表明在地震频率范围Biot理论不能给出正确的衰减预测. 而相反地, 由FRVE模型和LV模型计算的逆品质因子表现出明显的强衰减, 与实验数据更为接近. 进一步地, 在图3d、图4b和图4d中, 由LV模型计算的逆品质因子曲线在10~100Hz频段都出现了一个衰减峰, 而FRVE模型计算的结果与实验数据更一致, 在1000Hz以内没有衰减峰出现. 上述三种模型的理论预测结果与实验数据的比较表明, 对于常规油气储层中地震波的频散与衰

减, 新的FRVE模型比Biot模型和LV模型能给出更精确的预测结果.

6 结论

本研究用分数阶导数替换Zener型黏弹性本构关系中的整数阶时间导数, 构建了一种新的分数阶黏弹性本构关系, 并将新的分数阶黏弹性本构关系用于刻画含流体孔隙介质中固体骨架的应力应变关系; 同时与Biot理论结合, 发展了一种包含分数阶黏弹性和Biot流体力学机制的波传播方程, 简称为FRVE模型. 新的FRVE模型是线黏弹性孔隙介质中波传播模型的一种

推广。换句话说, 当FRVE模型中分数阶导数的阶数参数 β 和 ζ 取值为整数时, FRVE模型即可退化为常规的线黏弹性孔隙介质波传播模型。

利用本文提出的新模型和另外几种著名的孔隙介质模型, 我们计算了几种不同岩石样品的快P波和S波理论相速度和逆品质因子, 并与实验数据进行了对比。结果表明, 不论是常规油气储层还是非常规油气储层, 新的FRVE模型的预测结果都好于Biot模型和线黏弹性模型, 证实了新模型的有效性和准确性。同时, 数值实验结果也表明, 分数阶导数的阶数参数 β 对快P波和S波的频散和衰减均有影响, 但导数阶数参数 ζ 只影响快P波的频散和衰减, 对S波没有影响。

由于新模型中的分数阶导数比整数阶导数更具一般性且其阶数 β 和 ζ 是连续参数, 因此FRVE模型能更准确地刻画复杂油气储层介质中的波传播规律, 且可适用于不同类型的复杂孔隙介质, 例如含流体致密白云岩、高孔隙度高渗透率的砂岩等。同时, 基于时间域的FRVE新模型, 可以对孔隙介质中的波传播进行正演模拟, 也可以对常规或非常规油气储层的储层参数进行反演, 为实际油气勘探提供有价值的储层信息, 进而提高储层预测的准确率。

致谢 感谢为本研究提供实验数据的中国石油天然气股份有限公司长庆油田分公司勘探开发研究院。

参考文献

- 杜启振. 2004. 各向异性黏弹性介质伪谱法波场模拟. 物理学报, 53: 4428–4434
- 聂建新, 杨顶辉, 巴晶. 2010. 含泥质低孔渗各向异性黏弹性介质中的波频散和衰减研究. 地球物理学报, 53: 385–392
- 王美霞, 杨顶辉, 宋国杰. 2012. 二维SH波方程的半解析解及其数值模拟. 地球物理学报, 55: 914–924
- 谢佩瑜, 杨顶辉. 2018. 近地表强衰减介质中的地震波传播模型. 地球物理学报, 61: 917–925
- 张金波, 杨顶辉, 贺茜君, 马啸. 2018. 求解双相和黏弹性介质波传播方程的间断有限元方法及其波场模拟. 地球物理学报, 61: 926–937
- Arntsen B, Carcione J M. 2001. Numerical simulation of the Biot slow wave in water-saturated Nivelsteiner Sandstone. *Geophysics*, 66: 890–896
- Ba J, Cao H, Yao F, Nie J, Yang H. 2008a. Double-porosity rock model and squirt flow in the laboratory frequency band. *Appl Geophys*, 5:

- 261–276
- Ba J, Nie J X, Cao H, Yang H Z. 2008b. Mesoscopic fluid flow simulation in double-porosity rocks. *Geophys Res Lett*, 35: L04303
- Ba J, Xu W, Fu L Y, Carcione J M, Zhang L. 2017. Rock anelasticity due to patchy saturation and fabric heterogeneity: A double double-porosity model of wave propagation. *J Geophys Res-Solid Earth*, 122: 1949–1976
- Batzle M L, Han D H, Hofmann R. 2006. Fluid mobility and frequency-dependent seismic velocity—Direct measurements. *Geophysics*, 71: N1–N9
- Berryman J G, Thigpen L. 1985. Effective constants for wave propagation through partially saturated porous media. *Appl Phys Lett*, 46: 722–724
- Biot M A. 1956a. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range. *J Acoust Soc Am*, 28: 168–178
- Biot M A. 1956b. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range. *J Acoust Soc Am*, 28: 179–191
- Biot M A. 1962a. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media. *J Acoust Soc Am*, 34: 1254–1264
- Biot M A. 1962b. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. *J Appl Phys*, 33: 1482–1498
- Blair D P. 1990. A direct comparison between vibrational resonance and pulse transmission data for assessment of seismic attenuation in rock. *Geophysics*, 55: 51–60
- Boltzmann L. 1878. Zur theorie der elastischen nachwirkung. *Ann Phys Chem*, 241: 430–432
- Borgomano J V M, Pimienta L, Fortin J, Guéguen Y. 2017. Dispersion and attenuation measurements of the elastic moduli of a dual-porosity limestone. *J Geophys Res-Solid Earth*, 122: 2690–2711
- Caputo M. 1976. Vibrations of an infinite plate with a frequency independent Q . *J Acoust Soc Am*, 60: 634–639
- Carcione J M. 2007. Wave Fields in Real Media: Wave Propagation in Anisotropic, Anelastic, Porous and Electromagnetic Media. 2nd ed. Amsterdam: Elsevier
- Carcione J M, Gurevich B. 2011. Differential form and numerical implementation of Biot's poroelasticity equations with squirt dissipation. *Geophysics*, 76: N55–N64
- Chapman S, Quintal B, Tisato N, Holliger K. 2017. Frequency scaling of seismic attenuation in rocks saturated with two fluid phases. *Geophys J Int*, 208: 221–225
- Chapman S, Tisato N, Quintal B, Holliger K. 2016. Seismic attenuation in partially saturated berea sandstone submitted to a range of confining pressures. *J Geophys Res-Solid Earth*, 121: 1664–1676
- Cheng W, Ba J, Fu L Y, Lebedev M. 2019. Wave-velocity dispersion

- and rock microstructure. *J Pet Sci Eng*, 183: 106466
- Cheng Y F, Yang D H, Yang H Z. 2002. Biot/squirt model in viscoelastic porous media. *Chin Phys Lett*, 19: 445–448
- Cole K S, Cole R H. 1941. Dispersion and absorption in dielectrics i. Alternating current characteristics. *J Chem Phys*, 9: 341–351
- Deng W, Morozov I B. 2018. Mechanical interpretation and generalization of the cole-cole model in viscoelasticity. *Geophysics*, 83: MR345–MR352
- Diallo M S, Appel E. 2000. Acoustic wave propagation in saturated porous media: Reformulation of the biot/squirt flow theory. *J Appl Geophys*, 44: 313–325
- Diallo M S, Prasad M, Appel E. 2003. Comparison between experimental results and theoretical predictions for p-wave velocity and attenuation at ultrasonic frequency. *Wave Motion*, 37: 1–16
- Dvorkin J, Mavko G, Nur A. 1995. Squirt flow in fully saturated rocks. *Geophysics*, 60: 97–107
- Dvorkin J, Nolen-Hoeksema R, Nur A. 1994. The squirt-flow mechanism: Macroscopic description. *Geophysics*, 59: 428–438
- Dvorkin J, Nur A. 1993. Dynamic poroelasticity: A unified model with the squirt and the Biot mechanisms. *Geophysics*, 58: 524–533
- Gurevich B, Makarynska D, de Paula O B, Pervukhina M. 2010. A simple model for squirt-flow dispersion and attenuation in fluid-saturated granular rocks. *Geophysics*, 75: N109–N120
- Hudson J A. 1981. Wave speeds and attenuation of elastic waves in material containing cracks. *Geophys J Int*, 64: 133–150
- Jakobsen M, Chapman M. 2009. Unified theory of global flow and squirt flow in cracked porous media. *Geophysics*, 74: WA65–WA76
- Johnson D L. 2001. Theory of frequency dependent acoustics in patchy-saturated porous media. *J Acoust Soc Am*, 110: 682–694
- Kelvin W T B. 1882. Mathematical and Physical Papers: Vol 3: Elasticity, Heat, Electro-Magnetism. Cambridge: Cambridge University Press
- Konjik S, Oparnica L, Zorica D. 2010. Waves in fractional zener type viscoelastic media. *J Math Anal Appl*, 365: 259–268
- Liu X, Greenhalgh S, Zhou B, Greenhalgh M. 2018. Effective biot theory and its generalization to poroviscoelastic models. *Geophys J Int*, 212: 1255–1273
- Mavko G M, Nur A. 1979. Wave attenuation in partially saturated rocks. *Geophysics*, 44: 161–178
- Maxwell J C. 1867. On the dynamical theory of gases. *Philos Trans R Soc London*, 157: 49–88
- Morochnik V, Bardet J P. 1996. Viscoelastic approximation of poroelastic media for wave scattering problems. *Soil Dyn Earthq Eng*, 15: 337–346
- Morozov I B, Deng W. 2018. Inversion for biot-consistent material properties in subresonant oscillation experiments with fluid-saturated porous rock. *Geophysics*, 83: MR67–MR79
- Nie J X, Yang D H. 2008. Viscoelastic BISQ model for low-permeability sandstone with clay. *Chin Phys Lett*, 25: 3079–3082
- Parra J O. 1997. The transversely isotropic poroelastic wave equation including the biot and the squirt mechanisms: Theory and application. *Geophysics*, 62: 309–318
- Picotti S, Carcione J M. 2017. Numerical simulation of wave-induced fluid flow seismic attenuation based on the cole-cole model. *J Acoust Soc Am*, 142: 134–145
- Pimienta L, Borgomano J V M, Fortin J, Guéguen Y. 2017. Elastic dispersion and attenuation in fully saturated sandstones: Role of mineral content, porosity, and pressures. *J Geophys Res-Solid Earth*, 122: 9950–9965
- Pimienta L, Fortin J, Guéguen Y. 2015. Experimental study of Young's modulus dispersion and attenuation in fully saturated sandstones. *Geophysics*, 80: L57–L72
- Pimienta L, Fortin J, Guéguen Y. 2016. Effect of fluids and frequencies on Poisson's ratio of sandstone samples. *Geophysics*, 81: D183–D195
- Plona T J. 1980. Observation of a second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonic frequencies. *Appl Phys Lett*, 36: 259–261
- Pride S R, Berryman J G, Harris J M. 2004. Seismic attenuation due to wave-induced flow. *J Geophys Res*, 109: B01201
- Pritz T. 2003. Five-parameter fractional derivative model for polymeric damping materials. *J Sound Vib*, 265: 935–952
- Samko S G, Kilbas A A, Marichev O I. 1993. Fractional Integrals and Derivatives: Theory and Applications. New York: CRC
- Spencer J W, Shine J. 2016. Seismic wave attenuation and modulus dispersion in sandstones. *Geophysics*, 81: D211–D231
- Subramaniyan S, Quintal B, Madonna C, Saenger E H. 2015. Laboratory-based seismic attenuation in fontainebleau sandstone: Evidence of squirt flow. *J Geophys Res-Solid Earth*, 120: 7526–7535
- Szewczyk D, Bauer A, Holt R M. 2018. Stress-dependent elastic properties of shales—Laboratory experiments at seismic and ultrasonic frequencies. *Geophys J Int*, 212: 189–210
- Voigt W. 1892. Ueber innere reibung fester körper, insbesondere der metalle. *Ann Phys Chem*, 283: 671–693
- White J E. 1975. Computed seismic speeds and attenuation in rocks with partial gas saturation. *Geophysics*, 40: 224–232
- Winkler K W. 1983. Frequency dependent ultrasonic properties of high-porosity sandstones. *J Geophys Res*, 88: 9493–9499
- Yang D H, Zhang Z J. 2000. Effects of the biot and the squirt-flow coupling interaction on anisotropic elastic waves. *Chin Sci Bull*, 45: 2130–2138

- Yang D H, Zhang Z J. 2002. Poroelastic wave equation including the biot/squirt mechanism and the solid/fluid coupling anisotropy. *Wave Motion*, 35: 223–245
- Yang L, Yang D H, Nie J X. 2014. Wave dispersion and attenuation in viscoelastic isotropic media containing multiphase flow and its application. *Sci China-Phys Mech Astron*, 57: 1068–1077
- Yin H J, Zhao J G, Tang G Y, Zhao L M, Ma X Y, Wang S X. 2017. Pressure and fluid effect on frequency-dependent elastic moduli in fully saturated tight sandstone. *J Geophys Res-Solid Earth*, 122: 8925–8942
- Zener C. 1948. *Elasticity and Anelasticity of Metals*. Chicago: University of Chicago Press. 544–568
- Zhang B Y, Yang D H, Cheng Y F, Zhang Y Y. 2019. A unified poroviscoelastic model with mesoscopic and microscopic heterogeneities. *Sci Bull*, 64: 1246–1254
- Zhang L, Ba J, Fu L Y, Carcione J M, Cao C H. 2019. Estimation of pore microstructure by using the static and dynamic moduli. *Int J Rock Mech Min Sci*, 113: 24–30

(责任编辑: 陈凌)