

伪卫星辅助的北斗定位系统的 GDOP 研究^{*}

王 玮 刘宗玉 谢荣荣

(西北工业大学自动化学院 西安 710072)

摘 要 我国建成的北斗导航定位系统由于卫星数目有限, 不能实现实时三维无源定位. 若利用地面伪卫星辅助, 则能够很好地弥补这一缺陷, 在地面伪卫星的作用范围内实现高精度的无源定位. 卫星定位系统的精度等性能, 很大程度上取决于定位卫星的数目和几何布局, 而 GDOP 正是衡量定位卫星几何布局优劣的一个量度. 本文从 GDOP 的角度研究了不同伪卫星位置及布局对系统定位精度的影响, 得到的结论为合理设置伪卫星以进一步提高系统性能提供了有力的参考依据.

关键词 伪卫星; 北斗系统; 无源定位; GDOP

中图法分类号 P 412

The Research on GDOP of PL-Aided Beidou Positioning System

WANG Wei LIU Zongyu XIE Rongrong

(Automation School, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

Abstract The Beidou Positioning and Navigation System in the stand-alone mode cannot accomplish real-time 3-D passive positioning due to the limited number of constellation, but when aided by Pseudolites, through which the number and geometry of constellation is improved, it is capable of realizing high-precision passive positioning. Pseudo-satellites, also called pseudolites (PLs), which are the transmitters of navigation satellite-like signals, have the similar principle and function as spaceborne satellites, hence can provide the additional ranging source and thereby improving the geometry and increasing the accuracy, integrity, availability and reliability of the positioning results. And by simple, software only modifications, an existing satellite receiver can acquire PL signals and derive pseudoranges or carrier-phase measurements to be used in a navigation algorithm. As well known, such performances as accuracy of satellite-based positioning system are heavily dependent on the number and geometric distribution of satellites being tracked, and GDOP is a right measure of the geometry of the constellation. Therefore in the paper, the impacts of various locations and geometries of PLs on the accuracy of the augmented system are comprehensively investigated based on GDOP, and the conclusions obtained are the useful references for configuring PLs rationally as to improve further the performances of the system.

Key words Pseudolites, Beidou system, Passive positioning, GDOP

^{*} 西北工业大学博士论文创新基金资助

2004-03-15 收到原稿, 2004-11-04 收到修定稿

1 引言

GPS 系统自从正式投入运行以来, 就以其优越的性能在越来越多的领域中受到了重视和应用^{[1],[3]}. 卫星导航在军用、民用等方面的重要意义也越来越突出. 然而, 由于美国政府的限制性政策, 出于经济和国防的考虑, 一些国家和地区也先后开展了卫星导航系统的研究, 例如, 俄罗斯的 GLONASS, 欧洲航天局正在研制的 Galileo 系统等.

我国也已建成了北斗双星定位系统, 但由于卫星数目所限, 只能确定用户的二维坐标且属于有源定位^{[4]-[6]}. 这大大限制了北斗系统的应用. 如果在某区域内增加若干颗伪卫星, 即陆基卫星, 则可以弥补北斗系统的缺陷, 实现区域无源定位.

卫星定位系统确定的用户位置, 其精度不仅取决于伪距测量的质量, 而且与参与定位解算的卫星数目及几何布局密切相关^{[1],[3],[7]}, 即 $\sigma_p = \text{GDOP} \cdot \sigma_m$, 其中 σ_p 为用户的位置解算误差, σ_m 是伪距测量误差, GDOP 表示几何精度因子. GDOP 与用户和定位卫星间的相对几何关系有关. 这意味着 GDOP 实际上就是误差几何放大因子, 对定位和钟差精度有着重要的影响. 要获得最好的定位精度, 参与定位的卫星应具有最小的 GDOP. 由于伪卫星与用户之间的距离远远小于卫星与用户的距离, 因而伪卫星增强系统的几何布局对系统性能的影响也要严重得多. 而另一方面, 利用伪卫星设置灵活的特点, 可以将伪卫星设置在几何布局最佳的位置上, 从而提高整个定位系统的性能. 因此深入研究伪卫星增强系统的几何布局是非常重要和必要的. 基于此, 我们通过研究伪卫星辅助的北斗系统的 GDOP 来选择和优化伪卫星的位置和布局, 从而进一步提高系统的定位精度.

2 北斗定位系统和伪卫星技术

2.1 北斗系统的组成和特点

北斗双星定位导航系统是我国自主开发研制的卫星导航定位通信系统, 由两颗地球同步卫星, 一颗在轨备份卫星, 中心控制系统、标校系统和用户设备等组成, 在覆盖区内能实现全天候导航、定位、简短通信和授时.

北斗定位系统的优点是发射的卫星少, 成本低; 在覆盖区内能实现全天候导航、定位和授时;

定位精度一般为 10 m 至几十米; 设备轻便、操作简单、价格低廉. 但是北斗系统也有其局限性: 所有用户的定位都是在中心站完成, 对中心站设备的处理能力要求极高且限制了用户的数目; 只能确定用户的二维坐标, 需要其他方法辅助方可实现三维定位; 系统采用有源工作方式, 用户需要发射信号, 不能满足军用用户隐蔽性的要求, 同时由于定位数据更新率低, 也不能满足高动态用户实时定位的要求; 覆盖范围有限, 无法进行全球定位.

2.2 伪卫星

伪卫星也被称为陆基发射机或陆基卫星, 其功能和原理与导航卫星类似, 包括接收机, 发射机和天线, 它能发出与导航卫星相同格式的电文. 普通的卫星接收机只需在软件上稍作修改即可接收它的信号, 并得到用于导航计算的伪距或载波相位量测. 因此利用两颗或两颗以上的伪卫星与北斗双星组合就能实现独立的定位与授时.

伪卫星具有以下特点: (1) 设置灵活机动. 伪卫星可以根据需要方便地设置在适当的位置上, 不需要发射, 另外还可以放置在车上或空中飞行器上. (2) 抗干扰性能好. 伪卫星与用户的距离从几十公里到几百公里, 为真正导航卫星与用户距离的 1/50—1/1000, 因此信号强度比 GPS、GLONASS 和北斗双星强得多, 抗干扰能力自然明显提高. (3) 成本低. 伪卫星本身单价和维护费用要比导航星便宜得多, 而且现有的用户接收机只需对相应的软件稍作升级即可接收伪卫星的信号, 降低了应用成本.

3 地面伪卫星辅助的北斗定位系统的 GDOP 研究

3.1 GDOP 因子

假设用户位置的三维坐标可用 (x_u, y_u, z_u) 表示, 接收机的时钟偏差用 t_u 表示. 接收机测量的第 j 颗卫星到用户的伪距 ρ_j 为

$$\rho_j = \sqrt{(x_j - x_u)^2 + (y_j - y_u)^2 + (z_j - z_u)^2} + ct_u. \quad (1)$$

其中, (x_j, y_j, z_j) 表示第 j 颗卫星的位置, c 为光速. 卫星位置可由导航电文计算得到, 因而上式中含有 4 个未知数, 需要至少 4 个这样的方程联立求解, 即用户需要同时观测到至少 4 颗卫星.

假设利用 n 颗卫星定位得到用户位置和时钟偏差的误差向量 $d\mathbf{x} = [dx \ dy \ dz \ -ct_u]^T$, 伪距误差向量 $d\boldsymbol{\rho} = [d\rho_1 \ d\rho_2 \ \dots \ d\rho_n]^T$, ($n \geq 4$), 它们的关系可用下式表示:

$$d\boldsymbol{\rho} = \mathbf{H}^- d\mathbf{x}, \quad (2)$$

式中, $\mathbf{H} = [E_1 \ E_2 \ \dots \ E_n]^T$, $E_i = [l_i \ m_i \ n_i \ 1]^T$ 是由用户到第 i 颗卫星视线方向余弦向量. 称 $\mathbf{H}^-$ 为伪逆, 定义为 $\mathbf{H}^- = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T$. 若 $\mathbf{H}$ 满秩, $\mathbf{H}^- = \mathbf{H}^{-1}$. 分析定位误差的方差可得

$$\begin{aligned} \text{cov}(d\mathbf{x}) &= E[d\mathbf{x}d\mathbf{x}^T] = E[\mathbf{H}^-(d\boldsymbol{\rho}d\boldsymbol{\rho}^T)(\mathbf{H}^-)^T] \\ &= \mathbf{H}^- \text{cov}(d\boldsymbol{\rho})(\mathbf{H}^-)^T. \end{aligned} \quad (3)$$

进一步假设 $d\boldsymbol{\rho}$ 各分量独立同分布, 且方差为 σ_0^2 , 则其方差为

$$\text{cov}(d\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{I}_n \sigma_0^2, \quad (4)$$

其中, $\mathbf{I}_n$ 是 n 阶单位阵. 则有

$$\begin{aligned} \text{cov}(d\mathbf{x}) &= (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{I}_n \sigma_0^2 \\ &= (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \sigma_0^2 = \sigma_0^2 \cdot \mathbf{Q}. \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} & q_{44} \end{bmatrix}$, 则将 GDOP 定义为

$$\begin{aligned} \text{GDOP} &= \frac{\sigma_{d\mathbf{x}}}{\sigma_{d\boldsymbol{\rho}}} = \frac{\sqrt{\sigma_{x_u}^2 + \sigma_{y_u}^2 + \sigma_{z_u}^2 + \sigma_{ct_b}^2}}{\sigma_{d\boldsymbol{\rho}}} \\ &= \frac{\sqrt{q_{11} + q_{22} + q_{33} + q_{44}} \cdot \sigma_0}{\sigma_0} \\ &= \sqrt{\text{tr}(\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1}}. \end{aligned} \quad (6)$$

类似地, 可定义其他的精度因子 (DOPs) 为

$$\text{位置 DOP: } \text{PDOP} = \sqrt{q_{11} + q_{22} + q_{33}}. \quad (7)$$

$$\text{水平 DOP: } \text{HDOP} = \sqrt{q_{11} + q_{22}}. \quad (8)$$

$$\text{垂直 DOP: } \text{VDOP} = \sqrt{q_{33}}. \quad (9)$$

$$\text{时间 DOP: } \text{TDOP} = \sqrt{q_{44}}/c. \quad (10)$$

由此可以得出 GDOP 具有如下特性.

(1) GDOP 是量测误差到位置解算误差的几何放大因子.

(2) GDOP 只与用户位置和定位卫星的相对几何布局有关, 与所选坐标系无关.

(3) GDOP 是选择位置解算卫星的一个判据. 对于使用伪卫星定位的情况, GDOP 也是选择伪卫星位置和几何布局的一个原则, 即尽量减小伪卫星辅助的北斗系统的 GDOP 数值以提高定位精度.

3.2 地面伪卫星辅助的北斗系统的 GDOP 仿真研究及结果

在上面 GDOP 的定义中假设 $d\boldsymbol{\rho}$ 的各分量独立同分布且具有相同的方差, 但是对于伪卫星增强的双星系统来说, 由于各种误差源对在轨卫星和地面伪卫星的伪距测量精度影响不同, 这一假设并不总是成立的. 因此可将式 (4) 修改为

$$\text{cov}(d\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{K}_n \sigma_0^2,$$

其中 $\mathbf{K}_n$ 为对角加权矩阵^[7], k_{ii} 表示第 i 颗卫星的测量伪距误差的方差相对于参考方差 (σ_0^2) 的加权系数, 其数值确定详见文献 [8]. 利用加权系数能较全面地描述在轨卫星和地面伪卫星的伪距测量精度之间的关系, 从而更加准确地反映实际系统的几何布局情况. 相应地, GDOP 的计算公式可改写为

$$\text{GDOP} = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{H}^T \mathbf{K}_n^{-1} \mathbf{H})^{-1}}.$$

其他 DOPs 的计算公式变化相同, 不再赘述. 在本文的研究中, 采用北斗卫星的测量伪距误差的方差作为参考方差, 即其加权系数设为 1, 并根据文献 [1],[8] 中的数据和方法将地面伪卫星测量伪距误差方差的加权系数设为 1.25.

通过仿真计算发现当地面伪卫星都位于同一纬度时, 系统的几何配置很差, GDOP 极大. 这是由于北斗系统的两颗卫星都位于赤道上空, 而伪卫星间的高度差远远小于北斗卫星轨道的高度, 若伪卫星都位于同一纬度上则北斗卫星和伪卫星将近似处于同一个平面内, 使得系统几何精度因子极大. 因此, 在设计伪卫星的布局时应尽量使各伪卫星处在不同的纬度上.

由于地球曲率的影响, 伪卫星的覆盖区域与其高度有关, 即所谓“视距”. 可以假设伪卫星都处在 30 m 的高度上, 用户高度为 6000 m, 则伪卫星与用户之间的有效视距约为 280 km. 本文考虑了两种情况: 4 星和 5 星系统, 即分别布置 2 颗和 3 颗地面伪卫星的情况.

在 4 星系统中, 2 颗伪卫星的位置及用户位置如图 1 所示. 图中, PL_1 和 PL_2 分别代表 2 颗伪卫

星. 图 1(a) 中两颗伪卫星都位于中心经度上且以中心纬度对称分布, 图 1(b) 中 2 颗伪卫星分别偏离中心经度 30 km. D_1, D_2, D_3, D_4 和 D_5 分别代表 5 个用户位置. 针对每一种情况, 我们分别计算了当中心经度为 118° 不变, 纬度从 5° 变化到 55° 时, 以及纬度在 12° 附近, 经度从 70° 变化到 140° 时, 与伪卫星相对位置相同的各个用户位置的 GDOP 和 VDOP, 计算结果分别示于图 2—5 中.

由计算结果可以得出, 在中心经度及伪卫星和用户相对位置不变的情况下, 伪卫星分布在低纬度时系统的几何精度因子要优于伪卫星分布在高纬度的情况. 这主要与不同纬度上北斗双星的仰角不同有关.

当中心经度变化时, 整体而言系统的几何配置在伪卫星位于 110°E 左右时最好. 这主要是因为北斗双星位于 $(80^\circ\text{E}, 0^\circ\text{N})$ 和 $(140^\circ\text{E}, 0^\circ\text{N})$, 所以伪卫

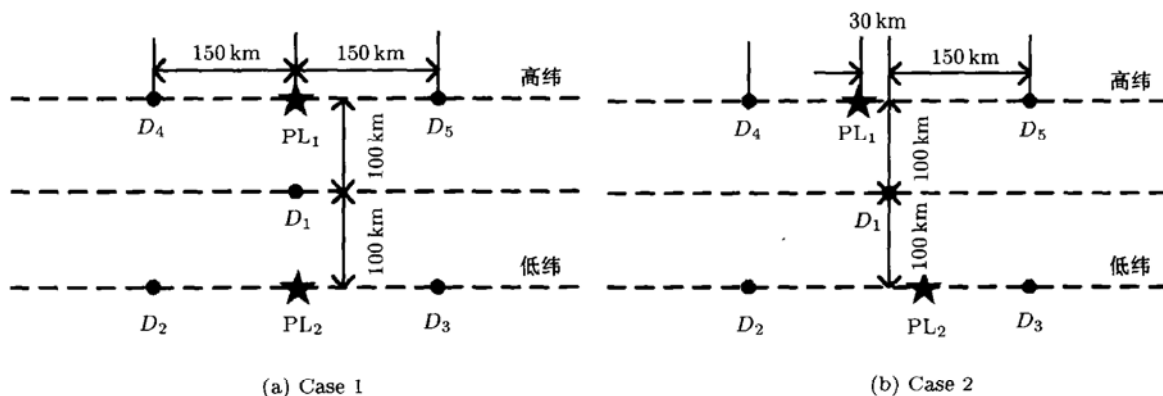


图 1 4 星系统中两颗伪卫星及用户位置布局示意图

Fig.1 The geometry of two pseudolites and user

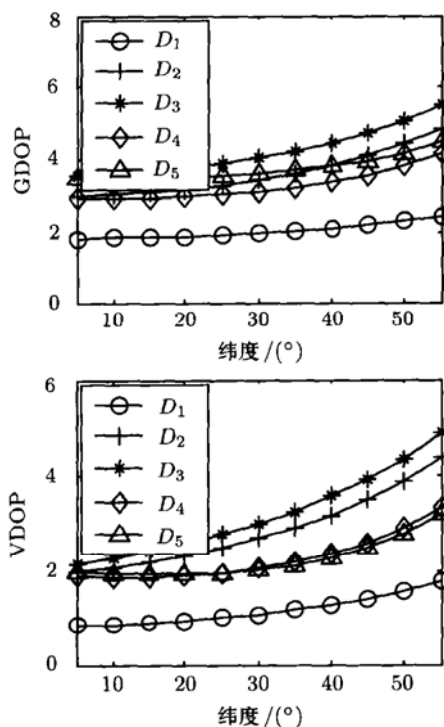


图 2 Case 1: GDOP 和 VDOP 与伪卫星分布纬度的关系

Fig.2 Case 1: The GDOP and VDOP of two pseudolites located in the different latitude

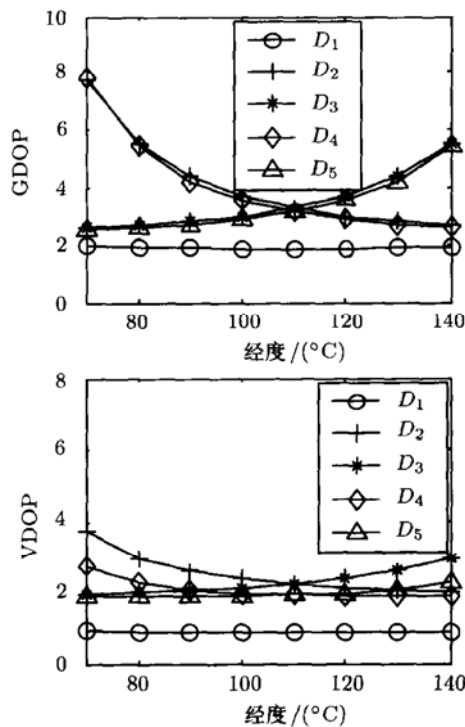


图 3 Case 1: GDOP 和 VDOP 与伪卫星分布经度的关系

Fig.3 Case 1: The GDOP and VDOP of two pseudolites located in the different longitude

表 1 同一点的几何精度因子与伪卫星布局的关系

Table 1 The GDOP of different three pseudolites aided beidou system geometry					
4 星系统	5 星系统	5 星系统	5 星系统	5 星系统	5 星系统
伪卫星的几何布局	2 颗伪卫星位于 110°E 上, 纬度不同	3 颗伪卫星都位于 110°E 上, 排成一条直线	3 颗伪卫星构成一个等边三角形, 用户位于底边的中心	3 颗伪卫星构成一个等边三角形, 用户位于一个顶点	3 颗伪卫星构成一个等边三角形, 用户位于其中心
GDOP	1.8439	1.7078	1.5983	1.7357	1.5473

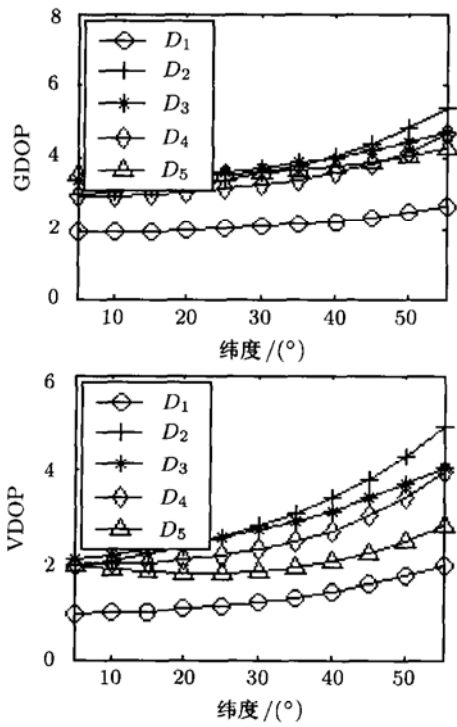


图 4 Case 2: GDOP 和 VDOP 与伪卫星分布纬度的关系
Fig.4 Case 2: The GDOP and VDOP of two pseudolites located in the different latitude

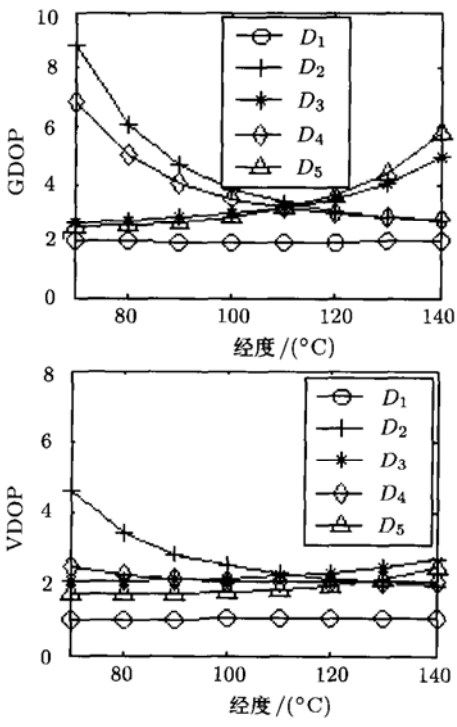


图 5 Case 2: GDOP 和 VDOP 与伪卫星分布经度的关系
Fig.5 Case 2: The GDOP and VDOP of two pseudolites located in the different longitude

星的经度坐标位于北斗双星中间时系统的几何配置最好. 就局部来看, 作用范围内不同的位置其几何精度因子的变化也不同. 在伪卫星作用的中心地区, 其几何精度因子随经度的变化很小; 而当用户位于伪卫星作用范围的边际地区时, 几何精度因子的变化比较明显.

本文在上述研究的基础上还研究了 5 星定位系统即设置 3 颗伪卫星辅助北斗双星的几何精度因子问题. 在文献 [1] 和 [7] 中都指出增加参与定位的卫星数目将会使几何精度因子减小, 因此对于 5 星系统我们重点考虑了 3 颗伪卫星的布局对某一用户位置几何精度因子的影响. 我们假设用户位于 (110°E, 12°N) 的 6000 m 空中, 经过计算, 各种伪卫星布局下的 GDOP 如表 1 所示.

可以看出, 无论 3 颗伪卫星是如何布局的, 精度因子都要小于两颗伪卫星的情况. 对于 3 颗伪卫星来说, 不同的几何布局具有不同的精度因子, 在伪卫星以用户位置为中心分布的情况中, 几何精度因子最小.

此外, 在 3 颗伪卫星布局不变的情况下, 系统几何精度因子与伪卫星所在的经纬度的变化规律与布置两颗伪卫星的情况是基本相同的.

4 结论

伪卫星辅助的北斗定位系统既不依靠 GPS 卫星, 也不依靠 GLONASS 卫星即可在覆盖区内完成三维无源定位, 确保了自主性和安全性. 只要适当

选择伪卫星的位置及其几何布局, 就能够使系统的 GDOP 尽可能小, 在作用范围内保证一定的导航和定位精度.

本文对地面伪卫星辅助的北斗系统的 GDOP 进行了研究, 得到以下结论.

(1) 所有的伪卫星应尽量不要布置在同一纬度上.

(2) 对于相同布局的伪卫星, 当其位于低纬度时整个系统的几何配置要优于其位于高纬度的情况.

(3) 对于相同布局的伪卫星, 当其位于 110°E 左右时, 就整体而言系统的几何配置最好.

(4) 布置 3 颗伪卫星时系统的几何精度因子要小于布置两颗伪卫星的情况. 而在布置 3 颗伪卫星的情况中, 当伪卫星以用户位置为中心分布时系统的几何精度因子最小.

这些结论为选择伪卫星的位置及优化其布局提供了有力的参考依据. 然而地面伪卫星由于视距的原因, 作用范围有限, 必要时需建立空中伪卫星, 进一步扩大系统的作用范围. 对于这样系统的 GDOP 还有待进一步的研究.

参考文献

- [1] Parkinson B W, Spilker Jr J J *et al.* Global positioning system: Theory and applications. AIAA, 1996, **I/II**:177—208
- [2] Lin Xueyuan, Liu Jianye. The study on improvement of "Beidou" Double-Star navigation system and it's algorithm. *Chin. J. Space Sci.*, 2003, **23**(2):149—154. in Chinese (林雪原, 刘建业. 北斗双星定位系统改进及其算法的研究. 空间科学学报, 2003, **23**(2):149—154)
- [3] Kaplan E D. Understanding GPS: Principles and Applications. Artech House Inc., 1996. 168—175
- [4] Sun Guoliang, Ding Ziming. Working method improvements of Beidou satellite system. *Acta Elec. Sin.*, 2001, **29**(9):1218—1220. in Chinese (孙国良, 丁子明. 双星系统工作方式改进的探讨. 电子学报, 2001, **29**(9):1218—1220)
- [5] Ji Liping. An application of pseudo-satellite technology based on the Beidou navigation satellite in local positioning. *Sci. Surv. Map.*, 2002, **27**(4):53—56. in Chinese (籍利平. 基于北斗导航卫星的伪卫星技术在区域定位中的应用. 测绘科学, 2002, **27**(4):53—56)
- [6] Hao Yanling, Chen Shiru, Xu Dingjie. Integrated navigation system for terrestrial improvement and dual satellite positioning system. *J. Harbin Eng. Univ.*, 2002, **23**(1):47—51. in Chinese (郝燕玲, 陈实如, 徐定杰. 陆基增强 / 双星定位组合系统. 哈尔滨工程大学学报, 2002, **23**(1):47—51)
- [7] Yarlagadda R, Ali I, Al-Dhahir N, Hershey J. GPS GDOP metric. *IEEE Proc. Radar, Sonar Nav.*, 2000, **147**(5):259—264
- [8] Song Maozhong. Multipath mitigation positioning technique with weighted GDOP in selecting GPS satellites. *J. Nanjing Univ. Aeron. Astron.*, 2000, **32**(5):510—515. in Chinese (宋茂忠. 用加权几何精度因子选星的 GPS 抗多径定位方法. 南京航空航天大学学报, 2000, **32**(5):510—515)
- [9] Wen Fuzhong, Sun Keyu, Xu Dingjie. Algorithm of navigation fixing error and optimum radio launch pads design based on GDOP. *J. Harbin Eng. Univ.*, 2002, **23**(2):47—50. in Chinese (文富忠, 孙克宇, 徐定杰. 基于 GDOP 的导航定位误差和最优岸台设计算法的研究. 哈尔滨工程大学学报, 2002, **23**(2):47—50)