



基于边缘和距离约束的有理多项式图像放大

张帆^{1*}, 王桦², 范辉¹, 张彩明^{1,3}

1. 山东工商学院计算机科学与技术学院, 烟台 264005

2. 鲁东大学信息与电气工程学院, 烟台 264025

3. 山东财经大学山东省数字媒体技术重点实验室, 济南 250014

* 通信作者. E-mail: zhangfan51@sina.com

收稿日期: 2020-11-25; 修回日期: 2021-01-29; 接受日期: 2021-02-27; 网络出版日期: 2021-08-09

山东省高等学校青创科技支持计划 (批准号: 2019KJN042) 和国家自然科学基金 (批准号: U1609218, 62007017) 资助项目

摘要 曲面拟合是最有效的图像放大方法之一, 其关键是构造对图像拟合的曲面. 图像细节和边缘等特征对图像的视觉效果起着关键作用, 因此, 构造拟合曲面的关键之一是保持图像细节和边缘. 基于样条和多项式方法构造的拟合曲面不能有效地保持图像的边缘信息, 从而使放大图像在边缘处锯齿状明显. 本文提出了以边缘和距离为特征约束的图像放大新算法. 算法以边缘和距离为约束, 在每个像素的邻近区域上构造一张对邻域上像素点拟合的二次多项式曲面片, 并在每个四边形网格上构造一张二次多项式中间曲面片. 在每个四边形网格上由五张曲面片加权平均生成有理多项式曲面片. 该曲面片具有二次多项式逼近精度, 产生的图像具有较好的视觉效果. 通过构造误差曲面片对二次多项式曲面片进行修正, 提高了放大图像的精度和视觉效果. 新算法把二次多项式的常数项、一次和二次项采用不同方法分别计算, 为构造带约束的多项式函数提供了新技术. 实验结果表明, 相比于其他算法, 本文算法不仅有较高的逼近精度, 而且放大图像的视觉效果也较好.

关键词 二次多项式, 边缘和距离约束, 逼近曲面, 逼近精度, 图像放大

1 引言

图像放大是大数据处理、计算机视觉、计算机图形学等领域中的基础问题, 在实际中有广泛的应用背景^[1]. 图像放大的目的是通过有效方法提高图像的分辨率, 从而使图像具有更多细节信息, 并使细节信息更加清楚. 基于不同机理产生的图像放大方法种类很多, 大致可分为如下 3 类.

基于构造拟合曲面的图像放大, 通过计算表面上的点生成放大图像. 传统多项式拟合算法中, 双三次插值^[2]是应用较多的图像放大方法, 其优点是简单、速度快, 缺点是在边缘容易产生锯齿和细节模糊. 最小二乘^[3]拟合也是常用的图像放大技术, 产生的放大图像中也有明显的锯齿和细节模糊现象.

引用格式: 张帆, 王桦, 范辉, 等. 基于边缘和距离约束的有理多项式图像放大. 中国科学: 信息科学, 2021, 51: 1270–1286, doi: 10.1360/SSI-2020-0364
Zhang F, Wang H, Fan H, et al. Rational polynomial image magnification based on edge and distance constraints (in Chinese). Sci Sin Inform, 2021, 51: 1270–1286, doi: 10.1360/SSI-2020-0364

为去掉放大图像中的锯齿和模糊现象,文献[4~7]提出了以梯度方向为导向的图像放大算法,但这些算法通常也会在边缘和纹理区域周围产生失真.文献[4]将每个缺失样本的相邻像素划分为两个相互正交的方向子集,从每个子集进行定向插值,并对两个插值进行融合.但构造的相互正交的方向子集往往含有明显误差,难以保证最终结果正确.文献[5]提出了边缘导向插值方法,该方法判断比较明显的边缘相对有效,对其他边缘判断精度不高,其阈值设定是一个难度极大的问题.文献[6]在边缘检测时采用了 Canny 算子的基本思想,而 Canny 算子只对强边界较为有效.文献[7]引进了像素沿边缘的变化为常数值假定,而实际情况中的图像边缘大多数不满足该假定,因此,该算法在很多情况下得不到理想的结果.文献[8~10]提出了由二次多项式曲面组合生成双三次多项式曲面放大图像,得到的放大图像在如下意义下具有二次多项式精度,即如果给定图像是从二次多项式曲面上采样得到的,则生成的双三次多项式曲面重构出该二次多项式曲面. Liu 等^[11]讨论了拟合和滤波相结合的图像放大,以边缘和距离为约束构造不同大小的双三次拟合曲面片,通过二次滤波技术降低了高分辨误差图像中的噪声,但比较复杂的区域仍然存在高频信息缺失.文献[12]提出了插值和相似性相结合的图像放大方法,先用边缘约束构造拟合曲面产生基础放大图像,然后基于相似性对基础放大图像进行修改,但整体上该方法对放大图像的质量改进不大.最近,基于自然图像可被视为 sinc 核函数表面上的离散数据点集的假设,文献[13]将高分辨率图像重建视为一个逐渐逼近真实曲面的迭代插值过程,算法利用非下采样轮廓线变换将图像划分为平滑区域、纹理区域和边缘,提出了基于曲线和曲面混合插值、渐进迭代逼近的图像超分辨算法.算法在保证边缘清晰和消除锯齿现象方面有提升,但把图像正确地划分为平滑区域、纹理区域和边缘是一个难度极大的问题,该算法得到的放大图像有时也不理想.

近年来,基于学习的图像放大技术引起了广泛的关注.基于学习的方法^[14~21]通过外部图像库或者放大图像本身构造对应的 LR 图像块集和 HR 图像块集.然后对 LR 图像块集和 HR 图像块集进行训练得到映射关系,从而获得 LR 图像中缺失的高频信息.较早的机器学习方法包括基于稀疏表达的方法^[14]和基于回归的方法^[15]等.文献[16]中提出了一种非局部自回归建模(nonlocal autoregressive modeling, NARM)和稀疏表示结合的图像放大方法,提高了图像的视觉效果.在图像放大中,文献[17]对于每个 LR 图像块都计算其自相似的图像块,然后通过学习产生一个线性函数,把 LR 图像块映射到 HR 图像块,然而,通过搜索压缩图像块获取 LR 和 HR 的图像块不可避免地产生误差. Huang 等^[18]提出了基于自相似性的高分率图像生成算法(SelfExSR),通过几何变换提高图像的视觉效果,但对相似块较少的图像块会产生明显失真的图像边缘.文献[19]讨论了图像修复和放大,把图像恢复和放大归结为一个问题.该方法将图像分解为平滑分量和稀疏残差,后者利用 L1 范数进行正则化.该方法用于图像放大时,得到的放大图像效果也不太理想,且计算量较大.基于卷积网络的方法需要的网络层数通常较深,给训练和使用带来困难,且在重构高频细节时结果不够理想,文献[20]提出的网络能够在小波域内更好地保留纹理细节.该网络由特征提取层、残差通道注意力组(residual channel attention groups, RCAG)以及一个基于逆小波变换的残差上采样层 3 部分构成.通道注意力和空间注意力被引入到残差通道与空间注意力模块(residual channel and spatial attention blocks, RCSAB)中,增强了网络对高频信息的学习能力,得到的超分辨图像质量有明显的提升.

和基于拟合的方法及基于学习的方法相比,其他方法在图像放大中也起着重要作用.分形是描述图像边缘和纹理的有效技术. Xu 等^[21]提出了一种分形维数不变的滤波方法用于边缘检测.文献[22]提出了一种利用局部分形分析增强图像纹理的算法,对部分图像可有效地增强图像细节,该算法在不遵循局部分形性质的随机纹理区域中的图像放大效果不理想.文献[23]提出了基于分形理论的图像放大方法,可以较好地保持图像的边缘特征和细节.该方法首先将图像划分为纹理区域和非纹理区域,然后在纹理区域中采用有理分形插值模型,在非纹理区域使用有理插值模型,最后通过像素映射获得

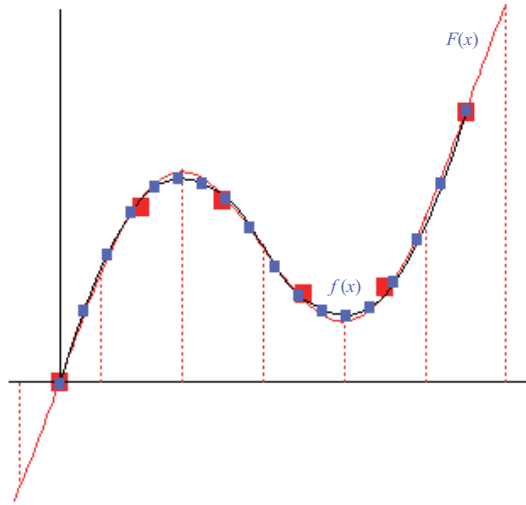


图 1 (网络版彩图) 曲线采样
Figure 1 (Color online) Curve sampling

HR 图像. 和其他插值算法相比, 该算法可以得到相对满意的图像细节. 迭代反投影, 即基于误差最小化的迭代算法可提高图像的质量. 文献 [24] 提出了非局部迭代反投影算法, 通过在一定区域内寻找相似块, 对放大图像均值滤波, 对锯齿和振铃现象进行修正, 一定程度上提高了图像质量.

好的图像放大拟合曲面应具有边缘保持、速度块和精度高的特点. 文献 [4~13] 中虽然引进了边缘特征, 但图像的边缘特性没有在放大图像中得到很好的再现. 现有的样条函数拟合图像边缘处的数据点往往会产生较大失真, 其主要原因是图像边缘处的数据需要用不同曲面拟合, 曲面间往往不是 $C^{1,2}$ 连续的, 而样条函数方法构造的曲面是 $C^{1,2}$ 连续的, 使曲面在图像边缘处不可避免地产生变形. 本文提出了新的图像放大方法, 以图像边缘和距离为约束, 在每个像素的小邻近区域上构造一张对邻域上像素点拟合的二次多项式曲面片, 在每个四边形网格上也构造一张中间二次多项式曲面片, 所有多项式曲面片加权平均生成 C^0 连续的整体有理采样曲面. 本文的主要创新如下: (1) 提出了度量边缘的计算公式, 并提出了以边缘和距离为约束构造二次多项式曲面片的新方法; (2) 提出了计算二次多项式曲面系数的方法, 根据系数的重要性对系数采用不同的计算策略, 不仅减少了计算量, 也提高了二次多项式曲面的精度; (3) 针对在四边形网格上构造曲面, 提出了用 5 张曲面片加权平均构造有理曲面片的新方法, 使构造的有理曲面片具有较高的精度.

本文后续内容如下, 第 2 节是本文算法的整体描述, 第 3 和 4 节分别描述了整体有理采样曲面和误差曲面的构造, 第 5 节是本文算法和其他算法产生的比较, 第 6 节是总结和下一步工作.

2 算法的整体描述

设图像 P 由 $n \times n$ 个像素 $P_{i,j}$, $i, j = 1, 2, \dots, n$ 组成, $P_{i,j}$ 可看成是从一个场景表面上采样^[8~10]得到, 其在 oxy 平面对应的坐标记为 (i, j) . 因此, $P_{i,j}$, $i, j = 1, 2, \dots, n$ 看成是对场景表面在以点 (i, j) 为中心的单位正方形上的采样值. 所以, 图像放大可通过重构场景表面, 由重构表面计算更多的采样点. 场景形状一般很复杂, 因此, 构造出对场景表面的高精度逼近曲面就成为问题的关键.

为讨论方便, 我们以图 1 为例, 说明算法的基本思路. 图 1 中的红线为给定曲线 $F(x)$, 6 个红色正方形表示对 $F(x)$ 的采样值, 采样区间为相邻两条虚线之间的长度. 如果希望由 6 个采样值得到更

多的采样值, 则我们可构造对 6 个采样值拟合的曲线 $f(x)$ (图 1 中黑色曲线), $f(x)$ 是对 $F(x)$ 的逼近. 对 $f(x)$ 采样可得到更多的采样点, 图 1 中的蓝色正方形是由 $f(x)$ 计算得到的采样点.

根据数值逼近理论, 复杂曲面可用分片简单曲面片进行任意精度的逼近. 现有样条函数不适合用来构造对图像拟合的曲面, 原因是样条函数构造的曲面是 $C^{1,2}$ 连续的, 而图像边缘处的数据需要不光滑的曲面拟合. 本文采用局部方法构造整体 C^0 采样曲面. 由于多项式易于计算且逼近效果好, 我们采用多项式构造曲面片. 一般是采用二次或三次多项式构造曲面片, 三次多项式需要确定 10 个自由度, 根据对称性原则, 需要 25 个像素确定这 10 个系数. 要使放大图像具有较高的精度并保持图像的形状, 确定 10 个系数是一项难度很大的任务. 为简化问题的复杂性, 采用二次多项式构造曲面片, 并构造误差曲面片对二次多项式进行修正. 基于上述讨论, 本文的图像放大算法描述如下:

(1) 在每个 $P_{i,j}$ 小邻域上, 构造对 $P_{i,j}$ 和其邻域像素拟合的二次多项式曲面片 $f_{i,j}(x, y)$ 如下.

$$f_{i,j}(x, y) = c_0 u^2 + c_1 uv + c_2 v^2 + c_3 u + c_4 v + c_5, \quad (1)$$

其中, $u = x - i, v = y - j$. c_0, c_1, c_2, c_3, c_4 和 c_5 是待定系数.

$f_{i,j}(x, y)$ 在正方形区域 $[x - h, x + h] \times [y - h, y + h]$ 上的采样公式为

$$f_{i,j}(x, y, h) = \frac{1}{4h^2} \int_{y-h}^{y+h} \int_{x-h}^{x+h} f_{i,j}(x, y) dx dy, \quad (2)$$

积分得

$$f_{i,j}(x, y, h) = c_0(u^2 + h^2/3) + c_1 uv + c_2(v^2 + h^2/3) + c_3 u + c_4 v + c_5. \quad (3)$$

式 (1) 是式 (3) 在 $h = 0$ 时的特殊情况, 其中式 (3) 满足 $f_{i,j}(i, j, h) = P_{i,j}$.

(2) 在每四个像素点 $P_{i,j}, P_{i+1,j}, P_{i+1,j+1}$ 和 $P_{i,j+1}$ 对应的单位正方形上, 构造一张对 4 个像素点插值的中间采样曲面片 $f_{i,j}^c(x, y, h)$.

(3) 定义权函数, 由 $f_{i,j}(x, y, h), i, j = 1, 2, \dots, n$ 和 $f_{i,j}^c(x, y, h), i, j = 1, 2, \dots, n$ 加权平均生成整体 C^0 采样曲面 $F(x, y, h)$.

(4) 由 $F(x, y, h)$ 计算误差图像, 由误差图像构造误差曲面片 $e_{i,j}(x, y, h)$ 对 $f_{i,j}(x, y, h)$ 进行修正.

(5) 对 $F(x, y, h)$ 做任意放大倍数的采样得到放大图像.

3 整体采样曲面 $F(x, y, h)$ 的构造

首先讨论构造曲面片 $f_{i,j}(x, y, h)$ 和 $f_{i,j}^c(x, y, h)$, 然后讨论构造曲面 $F(x, y, h)$.

3.1 曲面片 $f_{i,j}(x, y, h)$ 的构造

像素 $P_{i,j}$ 在 oxy 平面上对应的坐标点为 $(x, y) = (i, j)$. 由于 $f_{i,j}(x, y, h)$ (3) 中有 6 个自由度, 我们采用 $P_{i,j}$ 邻近的 3×3 图像块构造 $f_{i,j}(x, y, h)$, 即用 9 个像素 $P_{i+k,j+l}, k, l = -1, 0, 1$ 计算 $f_{i,j}(x, y, h)$ 中的系数. 图 2 中的黑点表示某 3×3 图像块在 oxy 平面的位置.

理想的情况是当 $h = 0.5$ 时, $f_{i,j}(x, y, h)$ (3) 通过 $P_{i+k,j+l}, k, l = -1, 0, 1$, 即 $f_{i,j}(x, y, h)$ (3) 在单位正方形 $[k - h, k + h] \times [l - h, l + h]$ 上的采样值是 $P_{i+k,j+l}$. 由式 (3) 得

$$P_{i+k,j+l} = c_0(k^2 + 1/12) + c_1 kl + c_2(l^2 + 1/12) + c_3 k + c_4 l + c_5, \quad k, l = -1, 0, 1. \quad (4)$$

式 (4) 中有 9 个方程 6 个未知量. 为使 $f_{i,j}(x, y, h)$ 逼近 9 个像素点 $P_{i+k,j+l}, k, l = -1, 0, 1$, 通常采用最小二乘法确定未知量的值. 由于 $P_{i+k,j+l}, k, l = -1, 0, 1$ 可能在原场景中属于不同的表面, 因此, 每个

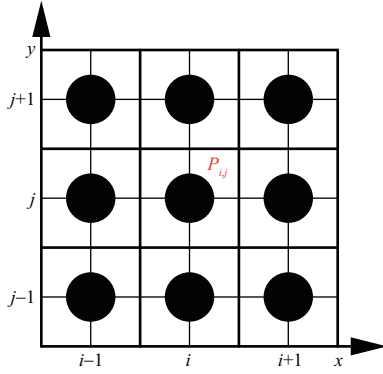


图 2 (网络版彩图) 像素的 3×3 邻域

Figure 2 (Color online) The 3×3 neighborhood of a pixel



图 3 (网络版彩图) 部分 Lenna 图像

Figure 3 (Color online) Partial Lenna image

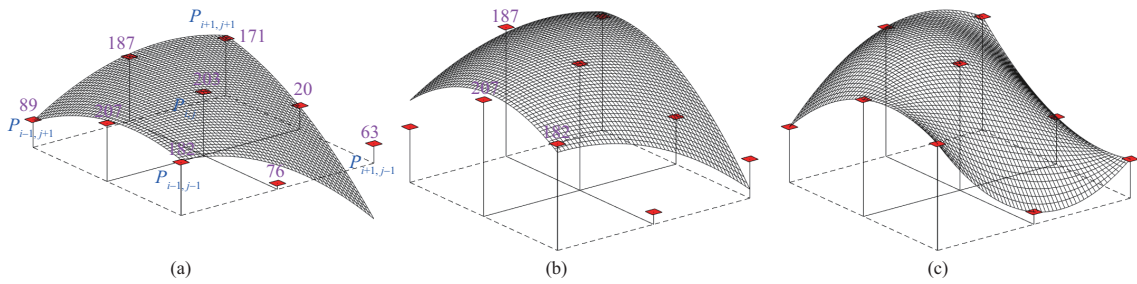


图 4 (网络版彩图) 3 种方法构造的曲面

Figure 4 (Color online) Surface constructed by three methods. (a) The new method; (b) least squares; (c) biquadratic interpolation

$P_{i+k,j+l}$ 在构造 $f_{i,j}(x, y, h)$ 时所起的作用应该是不一样的. 为了提高逼近效果, 本文采用加权最小二乘法确定 6 个未知量, 使 $P_{i+k,j+l}, k, l = -1, 0, 1$ 对决定 6 个未知量的作用不一样.

若 6 个系数同时求解, 计算量较大且放大图像的效果也较差. 为此, 先分析各系数对 $f_{i,j}(x, y, h)$ 的影响. 当用泰勒 (Taylor) 展开式逼近一个函数 $F(x, y)$ 时, 泰勒展开式的常数项、一次项、二次项等对 $F(x, y)$ 的重要性依次降低. 因此, $f_{i,j}(x, y, h)$ 的常数项、一次项和二次项对 $f_{i,j}(x, y, h)$ 精度的影响顺次减小. 我们将采用不同方法计算这些未知量. 先计算 c_5 , 然后计算 c_3 和 c_4 , 最后计算 c_0, c_1 和 c_2 .

为便于说明, 在图 3 红色正方形中取一个 3×3 图像块, 如图 4 中红色小正方形所示. 其像素值 (分别为 89, 187, 171, 207, 203, 20, 182, 76 和 63) 如图 4(a) 所示. 先讨论计算 c_5 . 由式 (4) 知

$$c_5 = P_{i,j} - (c_0 + c_2)/12, \quad (5)$$

即 c_5 可表示成 c_0 和 c_2 的函数. 采用式 (5) 定义 c_5 的原因是, 相对于一次项和二次项, 常数项对 $f_{i,j}(x, y, h)$ 的作用最大, 而 $P_{i,j}$ 位于 3×3 图像块的中心, 对构造 $f_{i,j}(x, y, h)$ 起的作用应该最大. 由式 (5) 定义 c_5 可使 $f_{i,j}(x, y, h)$ 通过 $P_{i,j}$, 从而突显 $P_{i,j}$ 对构造 $f_{i,j}(x, y, h)$ 的重要作用.

下面讨论如何计算系数 c_3 和 c_4 . 基于式 (4) 可得到下面 4 个一阶差商 [8~10]:

$$c_3 = d_1, \quad c_3 + c_4 = d_2, \quad c_4 = d_3, \quad c_3 - c_4 = d_4. \quad (6)$$

其中,

$$d_1 = \frac{P_{i+1,j} - P_{i-1,j}}{2}, \quad d_2 = \frac{P_{i+1,j+1} - P_{i-1,j-1}}{2}, \quad d_3 = \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j-1}}{2}, \quad d_4 = \frac{P_{i+1,j-1} - P_{i-1,j+1}}{2}.$$

方程组 (6) 是关于 c_3 和 c_4 的 4 个等式. 采用如下加权最小二乘法计算 c_3 和 c_4 ,

$$G(c_3, c_4) = w_1(c_3 - d_1)^2 + w_3(c_4 - d_3)^2 + w_2(c_3 + c_4 - d_2)^2 + w_4(c_3 - c_4 - d_4)^2, \quad (7)$$

其中 $w_k, k = 1, 2, 3, 4$ 为权函数.

下面讨论计算式 (7) 中的权值, 其关键是使图像中的边缘和像素间的距离在计算 c_3 和 c_4 时起重要作用, 以使 c_3 和 c_4 尽可能体现图像块的边缘特征. 记

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= P_{i+1,j} - 2P_{i,j} + P_{i-1,j}, \\ \sigma_2 &= P_{i+1,j+1} - 2P_{i,j} + P_{i-1,j-1}, \\ \sigma_3 &= P_{i,j+1} - 2P_{i,j} + P_{i,j-1}, \\ \sigma_4 &= P_{i+1,j-1} - 2P_{i,j} + P_{i-1,j+1}, \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 和 σ_4 表示沿 4 个方向的二阶差分, 4 个方向是以 $P_{i,j}$ 为中心的水平、垂直和两个对角线方向. 如果 9 个像素 $P_{i+k,j+l}, k, l = -1, 0, 1$ 在平坦的区域, 基于其他 8 个像素和 $P_{i,j}$ 的相对位置, 可定义 $w_1 = w_3 = 1, w_2 = w_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}$, w_2 和 w_4 取较小权值是因为 4 个角点上的像素到 $P_{i,j}$ 的距离是 $\sqrt{2}$ (如图 2 所示). 而如果 9 个像素采样于不同对象, 9 个像素中就可能存在边缘像素, 即可能有 3 个像素处于图像的边缘上. 图像边缘对图像的视觉效果起着关键作用, 因此, 边缘像素就应对 c_3 和 c_4 的确定起相对大的作用, 以保证放大图像的边缘特征. 当存在边缘 S 时, 式 (7) 中与边缘 S 对应的项就要赋予一个相对大的权值, 以图 4(a) 为例, 此时 $P_{i-1,j-1} = 182, P_{i,j} = 203$ 和 $P_{i+1,j+1} = 171$ 在边缘 S 上, $P_{i-1,j-1}, P_{i,j}$ 和 $P_{i+1,j+1}$ 沿 S 方向的变化就相对平缓, 因此 $\sigma_2(8)$ 具有相对较小的值, 而 $P_{i-1,j+1} = 89, P_{i,j} = 203$ 和 $P_{i+1,j-1} = 63$ 沿 S 法方向的变化就相对较大, 此时 $\sigma_4(8)$ 具有相对较大的值. 所以, 当 $P_{i-1,j-1}, P_{i,j}$ 和 $P_{i+1,j+1}$ 在边缘 S 上时, 赋予 w_2 一个相对较大的权值等价于 w_2 与 $\sigma_2(8)$ 的大小成反比, 与 $\sigma_4(8)$ 的大小成正比. 基于上述讨论, 权 $w_k, k = 1, 2, 3, 4$ 可定义如下:

$$w_1 = \frac{1 + \beta\sigma_3^2}{1 + \alpha\sigma_1^2}, \quad w_2 = \frac{1 + \beta\sigma_4^2}{\sqrt{2}(1 + \alpha\sigma_2^2)}, \quad w_3 = \frac{1 + \beta\sigma_1^2}{1 + \alpha\sigma_3^2}, \quad w_4 = \frac{1 + \beta\sigma_2^2}{\sqrt{2}(1 + \alpha\sigma_4^2)}, \quad (9)$$

其中 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 和 σ_4 由式 (8) 定义, 实验结果表明, 式 (9) 中可取 $\alpha = 0.3, \beta = 0.2$.

下面讨论如何确定式 (3) 中剩余的未知量 c_0, c_1 和 c_2 . 记

$$q_{k,l}(c_0, c_1, c_2) = c_0k^2 + c_1kl + c_2l^2 + c_3k + c_4l + P_{i,j}, \quad k, l = -1, 0, 1. \quad (10)$$

方程组 (4) 中的 9 个方程中, 还有 3 个未知量 c_0, c_1 和 c_2 , 也采用带约束的最小二乘法计算, c_0, c_1 和 c_2 的确定应使 $f_{i,j}(x, y, h)$ 对 9 个像素 $P_{i+k,j+l}, k, l = -1, 0, 1$ 的逼近在最小二乘意义下最小. 即 3 个未知量由极小化下面的目标函数决定:

$$G(c_0, c_1, c_2) = \sum_{k,l=-1,0,1} w_{k,l}(q_{k,l}(c_0, c_1, c_2) - P_{i+k,j+l})^2, \quad (11)$$

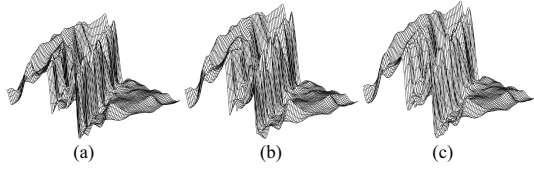


图 5 3 种方法构造的曲面

Figure 5 Surface constructed by 3 methods. (a) The new method; (b) least squares; (c) biquadratic interpolation

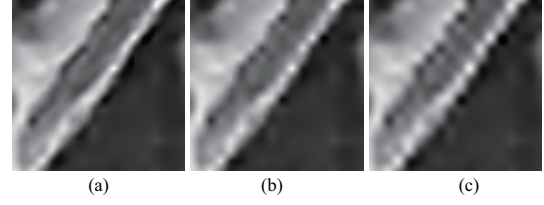


图 6 3 种方法产生的放大图像

Figure 6 Image magnified by 3 methods. (a) The new method; (b) least squares; (c) biquadratic interpolation

其中 $|k| + |l| > 0$, $q_{k,l}(c_0, c_1, c_2)$ 由式 (10) 定义, $w_{k,l}$, $k, l = -1, 0, 1$ 为权函数.

下面讨论如何决定式 (11) 中的权函数. 图像中的边缘和像素间的距离在决定 c_0, c_1 和 c_2 时也起重要作用. 和对式 (7) 中权函数的讨论类似, 式 (11) 中的权函数可定义如下:

$$\begin{aligned} w_{0,-1} &= w_{0,1} = w_1, & w_{-1,0} &= w_{1,0} = w_2, \\ w_{-1,-1} &= w_{1,1} = w_3, & w_{-1,1} &= w_{1,-1} = w_4. \end{aligned} \quad (12)$$

此外, 由式 (12) 为处于同一方向的两个像素简单地赋予相同的权值是不合理的. 例如, 图 4(a) 所示的水平方向的 3 个像素 $P_{i-1,j} = 207$, $P_{i,j} = 203$ 和 $P_{i+1,j} = 20$, 像素 207 和 203 可看作是从同一表面上采样得到的, 而 203 和 20 是从不同表面上采样得到的. 合理的情况是为 $P_{i-1,j}$ 赋一个相对大的权值, $P_{i+1,j}$ 赋一个相对小的权值. 为此, 式 (12) 的权值重新定义如下:

$$w_{k,l} = \frac{w_{k,l}}{(1 + 0.2\delta_{k,l}^2)}, \quad k, l = -1, 0, 1, \quad (13)$$

其中式右边的 $w_{k,l}$, $k, l = -1, 0, 1$ 由式 (12) 定义,

$$\delta_{k,l} = (P_{i,j} - P_{i+k,j+l})^2 / \sum_{s=-1}^1 \sum_{t=-1}^1 (P_{i,j} - P_{i+s,j+t})^2.$$

下面, 我们以图 4 为例进一步说明构造 $f_{i,j}(x, y, h)(3)$ 所采用策略的合理性. 图 4(a) 和 (b), 分别是用本文方法和通常最小二乘法构造的对 9 个像素拟合的二次多项式曲面片, 图 4(c) 是对 9 个像素插值的双二次多项式曲面片. 从图 4 可看出, 本文方法构造的曲面对和 $P_{i,j}$ 相近的像素点逼近得比较好, 如, 图 4(a) 中曲面对像素点 $P_{i-1,j-1} = 182$, $P_{i-1,j} = 207$ 和 $P_{i,j+1} = 187$ 的逼近比图 4(b) 中曲面的逼近要好, 体现了用本文方法构造曲面时, 如果 P 和 $P_{i,j}$ 是同一表面上的像素点, 则 P 在构造曲面时起的作用大, 更好保证了 $P_{i,j}$ 邻近区域原采样曲面的形状, 从而能较好保持像素块的边缘特征. 通常最小二乘法构造曲面时 $P_{i,j}$ 周围的 8 个像素点所起的作用一样, 没有考虑像素块的边缘特征, 例如, 所构造的曲面对像素点 207, 187 和 182 的逼近没有本文方法好. 图 4(c) 中的曲面通过 9 个像素点, 由于构造曲面时没有自由度调整曲面形状, 曲面片出现了不希望的摆动. 对图 3 中红色正方形中的一个 17×17 的图像块, 由图 4 中的 3 个方法生成的曲面片加权平均生成的曲面分别为图 5(a)~(c). 从图 5(a)~(c) 可看出, 新方法构造的曲面平滑性相对较好, 因此生成的放大图像锯齿相对较小. 图 6(a)~(c) 分别是对图 5(a)~(c) 曲面采样得到的放大 8 倍的图像, 显然, 从视觉效果看, 本文方法产生的放大图像最好, 通常最小二乘法次之, 双二次插值最差.

3.2 中间曲面片 $f_{i,j}^c(x, y, h)$ 的构造

在正方形 $[i, i+1] \times [j, j+1]$ 上, 通常由 4 张曲面片 $f_{i+k, j+l}(x, y, h)$, $k, l = 0, 1$ 加权平均生成正方形上的曲面片, 为提高曲面 $F(x, y, h)$ 的精度, 本文引进了中间曲面片 $f_{i,j}^c(x, y, h)$. 在每个正方形网格上, 由 5 张曲面片加权平均生成最终曲面片. 由式 (3) 知, $f_{i,j}^c(x, y, h)$ 定义如下:

$$f_{i,j}^c(x, y, h) = b_0(u^2 + h^2/3) + b_1uv + b_2(v^2 + h^2/3) + b_3u + b_4v + b_5, \quad (14)$$

其中, $u = x - i$, $v = y - j$, b_0, b_1, b_2, b_3, b_4 和 b_5 是待定系数.

构造 $f_{i,j}^c(x, y, h)$ 的策略是 $f_{i,j}^c(x, y, h)$ 通过 $P_{i+k, j+l}$, $k, l = 0, 1$ 四个像素点, 逼近四个像素点周围的像素点. 图 7 是中间曲面的示意图. 由上面构造曲面片的过程知, 在正方形 $[i, i+1] \times [j, j+1]$ 上, $f_{i+k, j+l}(x, y, h)$, $k, l = 0, 1$ 在点 $[i+k, j+l]$ 的邻域逼近精度较高 (请参见图 4(a)), 而 $f_{i,j}^c(x, y, h)$ 在正方形 $[i, i+1] \times [j, j+1]$ 的内部区域逼近精度较高.

3.3 构造曲面 $F(x, y, h)$

在以像素 $P_{i,j}$ 为中心的邻域上都构造了一张采样曲面片 $f_{i,j}(x, y, h)$, $i, j = 2, 3, 4, \dots, n-1$. 对于边界上的像素 $P_{j,1}, P_{j,n}, P_{1,j}$ 和 $P_{n,j}$, $j = 1, 2, 3, \dots, n$, 相应的曲面片可由邻近的曲面片定义, 例如,

$$f_{1,j}(x, y, h) = f_{2,j}(x, y, h), j = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (15)$$

同理可定义 $f_{n,j}(x, y, h)$, $f_{j,1}(x, y, h)$, $f_{j,n}(x, y, h)$, $j = 1, 2, 3, \dots, n$. 对于角点 $P_{1,1}$, 相应的 $f_{1,1}(x, y, h)$ 由 $f_{2,2}(x, y, h)$ 定义. 同理可定义 $f_{n,1}(x, y, h)$, $f_{1,n}(x, y, h)$, $f_{n,n}(x, y, h)$ 和中间曲面片 $f_{i,j}^c(x, y, h)$.

每个正方形区域 $[i, i+1] \times [j, j+1]$ 上的有理采样曲面片 $F_{i,j}(x, y, h)$, $i, j = 1, 2, 3, \dots, n-1$ 由 5 张曲面片 $f_{i+k, j+l}(x, y, h)$, $k, l = 0, 1$ (3) 和 $f_{i,j}^c(x, y, h)$ (14) 加权平均定义, 即

$$F_{i,j}(x, y, h) = \frac{w_{i,j}^c(x, y) f_{i,j}^c(x, y, h) + H_{i,j}(x, y, h)}{w_{i,j}^c(x, y) + \sum_{k=0}^1 \sum_{l=0}^1 w_{i+k, j+l}(x, y)}, \quad (16)$$

其中, $w_{i,j}(x, y)$, $w_{i+1,j}(x, y)$, $w_{i+1, j+1}(x, y)$, $w_{i, j+1}(x, y)$ 和 $w_{i,j}^c(x, y)$ 是权函数,

$$H_{i,j}(x, y, h) = \sum_{k=0}^1 \sum_{l=0}^1 w_{i+k, j+l}(x, y) f_{i+k, j+l}(x, y, h).$$

所有 $F_{i,j}(x, y, h)$, $i, j = 1, 2, 3, \dots, n$ 直接拼合形成整体有理采样曲面 $F(x, y, h)$.

下面讨论如何构造式 (16) 中的权函数. 把双二次多项式 $[(1-u)+u]^2[(1-v)+v]^2$ 展开得到 9 个项, 按每项的性质可构造如下形式的权函数:

$$\begin{aligned} w &= (1-u)(1-v)uv, \\ w_{i,j}^c(x, y) &= 3\lambda_{i,j}^c w, \\ w_{i,j}(x, y) &= \lambda_{i,j}((1-u)(1-v)(1-uv) + w/4), \\ w_{i+1,j}(x, y) &= \lambda_{i+1,j}(u(1-v)(1-v+uv) + w/4), \\ w_{i+1, j+1}(x, y) &= \lambda_{i+1, j+1}(uv(u+v-uv) + w/4), \\ w_{i, j+1}(x, y) &= \lambda_{i, j+1}((1-u)v(1-u+uv) + w/4). \end{aligned} \quad (17)$$

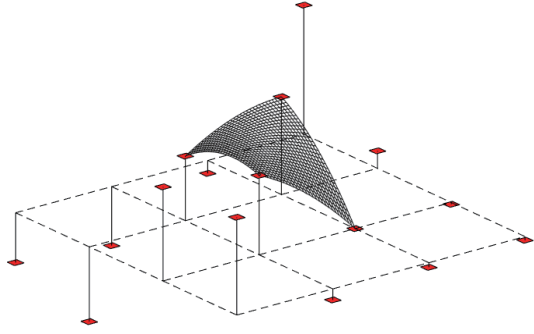


图 7 (网络版彩图) 中间曲面片
Figure 7 (Color online) Median surface patch

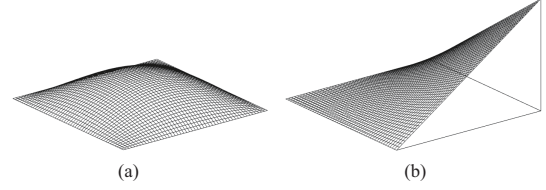


图 8 两类权函数
Figure 8 Two kinds of weight functions. (a) $w_{i,j}^c(x,y)$; (b) $w_{i+k,j+l}(x,y)$

在正方形 $[i, i+1] \times [j, j+1]$ 上, 式 (17) 具有如下性质: $w_{i,j}^c(x,y)$ 在正方形的边界上为 0, 在其内部大于 0 (如图 8(a) 所示); $w_{i+k,j+l}(x,y)$, $k, l = 0, 1$ 中的每一项, 只在正方形的一个顶点处为 1, 在其余 3 个顶点处为 0 (如图 8(b) 所示, 其他 3 个权函数和 $w_{i+1,j+1}(x,y)$ 是对称的).

现在讨论如何定义式 (17) 中的 $\lambda_{i,j}^c, \lambda_{i+k,j+l}, k, l = 0, 1$. 我们把 $f_{i,j}^c(x,y,h), f_{i+k,j+l}(x,y,h), k, l = 0, 1$ 这 5 个值分为两组, 并认为在通常情况下, 数量多的一组精度高, 数量少的一组精度低. 我们取集中元素多的平均值作为导向值 f_c . 这样, $f_{i,j}^c(x,y,h)$ 和 $f_{i+k,j+l}(x,y,h), k, l = 0, 1$ 中与 f_c 的差别小的曲面片应被赋予一个相对大的权值, 因此, $\lambda_{i,j}^c, \lambda_{i+k,j+l}, k, l = 0, 1$ 可定义如下:

$$\begin{aligned}\lambda_{i,j}^c &= \frac{1}{1 + \tau(f_{i,j}^c(x,y,h) - f_c)^2}, \\ \lambda_{i+k,j+l} &= \frac{1}{1 + \tau(f_{i+k,j+l}(x,y,h) - f_c)^2}, \quad k, l = 0, 1,\end{aligned}\quad (18)$$

其中 $1/4 \leq \tau \leq 1$ 是一个参数.

4 误差曲面的构造和误差分析

由式 (16) 定义的整体有理采样曲面 $F(x,y,h)$ 得到的放大图像存在误差, 本节讨论构造误差曲面对 $F(x,y,h)$ 进行修正, 以提高图像的放大精度.

4.1 构造误差曲面片

为计算误差图像, 首先由整体曲面 $F(x,y,h)$ 得到放大两倍的图像 $p, p_{i,j}, i, j = 1, 2, 3, \dots, 2n$, 记

$$\bar{P}_{i,j} = (p_{2i-1,2j-1} + p_{2i-1,2j} + p_{2i,2j-1} + p_{2i,2j}) / 4,$$

理想的情况是 $\bar{P}_{i,j}$ 和像素 $P_{i,j}$ 满足 $\bar{P}_{i,j} = P_{i,j}$, 因此, 可基于 $P_{i,j}$ 和 $\bar{P}_{i,j}$ 之间的差定义误差图像:

$$E_{i,j} = P_{i,j} - \bar{P}_{i,j}, \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (19)$$

基于误差图像 $E_{i,j}, i, j = 1, 2, 3, \dots, n$, 我们可采用和第 3 节构造 $f_{i,j}(x,y,h)$ (3) 一样的方法构造如下形式的误差曲面片:

$$e_{i,j}(x,y,h) = b_0(u^2 + h^2/3) + b_1uv + b_2(v^2 + h^2/3) + b_3u + b_4v + b_5. \quad (20)$$

把 $e_{i,j}(x, y, h)$ (20) 叠加到 $f_{i,j}(x, y, h)$ (3) 实现对 $f_{i,j}(x, y, h)$ 的修正. 修正后的整体曲面 $F(x, y, h)$ 仍然会存在误差, 可继续对其进行修正, 一般修正两次即可. 事实上, 构造误差曲面对 $f_{i,j}(x, y, h)$ (3) 进行修正可提高精度, 但修正两次后再修正, 精度提高不大.

这里, 我们由放大两倍的图像计算误差图像, 然后构造误差曲面 $e_{i,j}(x, y, h)$ (20) 对 $f_{i,j}(x, y, h)$ (3) 进行修正, 修正后的 $F_{i,j}(x, y, h)$ (16) 可用来生成任意放大倍数的图像.

4.2 误差分析

本文用泰勒多项式展开分析图像放大算法的误差. 设给定图像所在的曲面是任意可微的, 可在像素点 $P_{i,j}, i, j = 1, 2, 3, \dots, n$ 的邻域上进行多项式泰勒展开, 泰勒展开的前 6 项是二次多项式, 由构造过程的唯一性知, 由式 (1)~(13) 确定的 $f_{i,j}(x, y, h), i, j = 1, 2, 3, \dots, n$ (3) 是泰勒展开的前 6 项, 具有二次多项式精度, 而中间曲面片 $f_{i,j}^c(x, y, h)$ (14), $i, j = 1, 2, 3, \dots, n-1$ 也具有二次多项式精度. 曲面片 $F_{i,j}(x, y, h)$ 由二次多项式精度的曲面片加权平均产生, 因此也具有二次多项式精度, 从而有如下定理.

定理1 由式 (16) 定义的有理多项式曲面 $F(x, y, h)$ 具有二次多项式插值精度.

5 实验结果

本文采用常用的 Set5^[25], Set14^[26], BSD100^[27], Urban100^[18] 四个图像 (HR) 集作实验比较. 和本文新方法进行比较的方法为双三次插值 Bicubic, NARM^[16], SISRRFI^[23], DCC^[6], SRPIA^[13], IECSLFC^[11] 和 IRLRGSS^[19] 方法. 对四个图像集采用隔行隔列降采样方式得到低分辨率图像 (low resolution, LR). 用 8 种方法把 LR 图像放大两倍得到放大图像, 8 种方法的优劣通过下列 4 个标准进行比较: 峰值信噪比 (peak signal to noise ratio, PSNR)、结构相似性 (structural similarity, SSIM)、视觉效果和计算时间.

为保证和其他算法结果比较的一致性, 本文方法也采用颜色空间转换. 首先将 RGB 图像通过颜色空间变换转成 YCbCr 图像, 然后对每个通道的图像进行放大, 并将 Y 通道图像用于 PSNR 和 SSIM 指标的计算. 实验所采用的计算设备为 Inter Core I7-8700K CPU@3.7 GHz, 16 GB RAM.

5.1 PSNR 和 SSIM 比较

我们用 8 种方法分别对 4 组图像集的 LR 图像放大两倍得到放大图像, 对放大图像的 PSNR 值和 SSIM 值作比较. Set5 和 Set14 放大图像的 PSNR 和 SSIM 值如表 1 和 2 所示. 表 1 和 2 中的最后一行所列的是各种方法的 PSNR 和 SSIM 值的平均值, 粗体数值表示每组放大图像的 PSNR 和 SSIM 的最大值. 基于 PSNR 和 SSIM 值对 8 种方法进行比较, 则 PSNR 值越大图像质量越好, SSIM 值越大说明图像的相似度越高, 图像的质量越好. 表 1 中的结果说明, 对 Set5 中的 5 幅放大图像, 新方法给出了全部的最大 PSNR 和 SSIM 值, 在剩余的 7 种方法中, 放大图像结果较好的方法依次为 IRLRGSS 方法和 NARM 方法, 其他 5 种方法的放大图像结果相对较差. 表 2 中的结果表明, 在 Set14 中的 14 幅放大图像中, 除了 Pepper 图像, 新方法得到的 PSNR 值相比于其余 7 种方法都是最高的, 说明新方法得到的图像质量最好. 其次, 除了 Baboon, Lenna 和 Pepper 图像, 新方法对其余的 11 幅图的 SSIM 值均为最高, 这说明新方法产生的图像与标准图像最为接近. 由于 BSD100 和 Urban100 中的图像较多, 表 3 中只给出放大图像的平均 PSNR 和 SSIM 值. 从表 3 可以看出, 对 BSD100 和 Urban100 图像集, 新方法产生的放大图像的 PSNR 和 SSIM 值均为最高或次高.

表 1 8 种方法对 Set5 图像放大的 PSNR 和 SSIM 值
Table 1 PSNR and SSIM values of Set5 images magnified by 8 methods

Image	Bicubic		NARM		SISRRFI		DCC		SRPIA		IECSLFC		IRLRGSS		New	
	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM
Baby	35.44	0.949	35.19	0.935	34.68	0.936	34.66	0.934	34.81	0.936	33.67	0.929	36.15	0.936	36.99	0.953
Bird	36.04	0.975	36.57	0.965	33.07	0.949	33.84	0.946	34.11	0.952	32.83	0.949	36.75	0.962	38.82	0.980
Bufferfly	26.34	0.919	28.78	0.942	25.80	0.909	27.34	0.924	25.41	0.888	25.61	0.914	28.30	0.939	29.60	0.945
Head	32.53	0.824	30.35	0.773	29.99	0.768	29.96	0.762	30.11	0.769	32.73	0.830	34.17	0.847	34.43	0.853
Woman	31.22	0.950	32.79	0.953	31.88	0.949	31.97	0.950	30.72	0.941	28.92	0.930	32.34	0.947	33.40	0.956
Average	32.31	0.923	32.73	0.914	31.08	0.902	31.55	0.903	31.03	0.897	30.75	0.911	33.54	0.926	34.65	0.937

表 2 8 种方法对 Set14 图像放大的 PSNR 和 SSIM 值
Table 2 PSNR and SSIM values of Set14 images magnified by 8 methods

Image	Bicubic		NARM		SISRRFI		DCC		SRPIA		IECSLFC		IRLRGSS		New	
	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM
Baboon	22.50	0.679	21.39	0.625	21.37	0.607	21.28	0.600	21.39	0.611	22.96	0.661	23.93	0.704	24.10	0.697
Barbara	25.90	0.845	24.98	0.828	25.88	0.828	24.65	0.811	25.76	0.821	24.77	0.809	26.74	0.852	27.32	0.853
Bridge	25.82	0.797	25.01	0.727	25.82	0.793	25.64	0.790	25.66	0.784	24.53	0.750	25.70	0.790	27.40	0.808
Coastguard	28.21	0.808	28.19	0.797	28.22	0.800	27.98	0.795	28.03	0.794	26.92	0.744	28.59	0.781	29.68	0.818
Comic	24.59	0.860	25.08	0.873	24.55	0.851	24.69	0.859	23.89	0.833	24.08	0.825	26.03	0.870	26.60	0.876
Face	32.50	0.824	30.31	0.774	29.96	0.769	29.93	0.762	30.08	0.769	32.69	0.830	34.08	0.846	34.41	0.854
Flowers	28.87	0.894	28.89	0.883	27.24	0.811	27.74	0.854	27.80	0.862	27.82	0.868	30.36	0.900	30.89	0.908
Foreman	32.98	0.946	34.69	0.949	32.69	0.942	34.07	0.949	32.48	0.939	32.48	0.943	28.73	0.938	35.62	0.958
Lenna	32.98	0.886	32.07	0.833	31.42	0.815	31.32	0.816	31.32	0.822	31.63	0.882	34.72	0.909	34.83	0.907
Man	27.13	0.823	27.56	0.835	27.55	0.826	27.43	0.827	27.03	0.814	27.16	0.814	27.25	0.827	28.99	0.846
Monarch	31.88	0.958	33.78	0.958	31.01	0.942	32.28	0.949	31.20	0.943	30.75	0.949	33.68	0.963	34.57	0.967
Pepper	32.81	0.870	31.38	0.805	30.16	0.786	30.37	0.782	30.56	0.792	32.17	0.881	35.11	0.906	34.94	0.895
Ppt3	25.65	0.949	26.24	0.957	25.39	0.944	25.37	0.942	24.97	0.934	23.91	0.925	16.69	0.904	27.67	0.962
Zebra	29.52	0.915	30.55	0.915	29.36	0.906	29.56	0.903	28.69	0.900	26.96	0.868	29.80	0.888	31.45	0.920
Average	28.67	0.861	28.58	0.840	27.90	0.830	28.02	0.831	27.78	0.830	27.77	0.839	28.67	0.863	30.61	0.876

表 3 8 种方法对 BSD100 和 Urban100 图像放大的平均 PSNR 和 SSIM 值
Table 3 Average PSNR and SSIM values of BSD100 and Urban100 images magnified by 8 methods

Image		Bicubic	NARM	SISRRFI	DCC	SRPIA	IECSLFC	IRLRGSS	New
BSD100	PSNR	29.25	29.36	28.99	29.09	28.89	28.66	28.95	29.57
	SSIM	0.848	0.852	0.846	0.845	0.842	0.842	0.840	0.851
Urban100	PSNR	26.34	26.64	26.05	25.83	26.43	25.96	26.09	26.85
	SSIM	0.847	0.843	0.842	0.842	0.836	0.846	0.848	0.857

BSD100 和 Urban100 中每个放大图像的 PSNR 值分别显示在图 9 和 10 中. 图 9 产生的方法如下, 对 BSD100 中由新方法产生的放大图像的 PSNR 值从小到大进行排序, 并根据排序结果对图像由

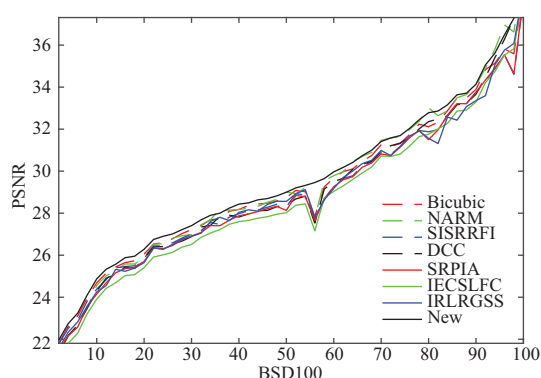


图 9 (网络版彩图) BSD100 上的 8 种方法的 PSNR 值

Figure 9 (Color online) PSNR values of 8 methods on BSD100

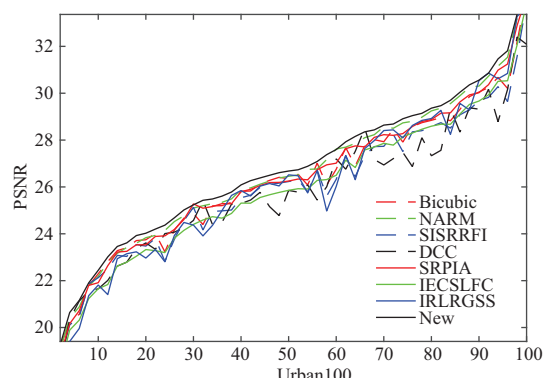


图 10 (网络版彩图) Urban100 上的 8 种方法的 PSNR 值

Figure 10 (Color online) PSNR values of 8 methods on Urban100

1 到 100 进行编号, 并把这些编号赋给其他方法放大的图像. 图 9 和 10 中的横坐标表示图像的编号, 纵坐标对应于 8 种方法放大图像的 PSNR 值. 为了便于观察, 每个 PSNR 值乘以一个系数 λ ,

$$\lambda = \begin{cases} 1 + 0.009\sqrt{50-t}, & t \leq 50, \\ 1 - 0.009\sqrt{50-t}, & t > 50, \end{cases}$$

其中 t 为图像的编号.

图 9 表明, 新方法产生的放大图像, 除了个别图像的 PSNR 值低于 NARM 之外, 其余图像的 PSNR 均高于其他方法, 由 SRPIA 和 IECSLFC 方法产生的放大图像的 PSNR 值相对较低. 说明对于 BSD100 中的大多数图像, 本文方法获得的放大图像的 PSNR 值最大. 图 10 为 Urban100 上的 8 种方法产生图像的 PSNR 值, 可以看出, 新方法除了个别图像的 PSNR 值低于 DCC 和 SRPIA 之外, 大部分图像的 PSNR 值均为最高. 而由 DCC 方法产生图像的 PSNR 值较低. 对 BSD100 和 Urban100, 8 种方法产生的 SSIM 值与图 9 和 10 所示的 PSNR 值的情况基本类似.

5.2 视觉效果比较

下面对放大图像的视觉效果进行比较. 比较结果表明, 8 种方法产生的放大图像大部分的视觉效果差别不大, 只是在部分放大图像上有微小的差异. 为了便于比较视觉效果, 我们对某些放大图像上视觉失真的部分进行了标记, 如图 11 和 12 所示. 图 11(c), (e), (i) 产生的放大图像视觉效果较好, 其他图像在老鹰翅膀处均产生了严重的锯齿. 从图 12 可以看出, 除了新方法放大得出的图像 (i), 其余图像最下方的白色横线右端都出现了弯曲现象. 且标准图像中有两个黑点和一个白点, 新方法对这 3 个点的放大效果也是最接近标准图像的. 例如图 12(c) 中下方的黑点已经小到难以辨认.

5.3 时间比较

本小节比较 8 种方法的计算时间. 把 256×256 的单色图像放大两倍, 8 种方法所用的平均时间如表 4 所示. 新方法图像放大分为两部分, 第 1 部分为拟合曲面的构造, 第 2 部分为计算放大图像. 把 256×256 的单色图像放大两倍构造整体采样曲面和计算放大图像共计需要 0.042 s, 表 4 中的时间是整体采样曲面构造好后, 单纯计算放大图像所用的时间, 由于整体采样曲面只需构造一次, 曲面构造

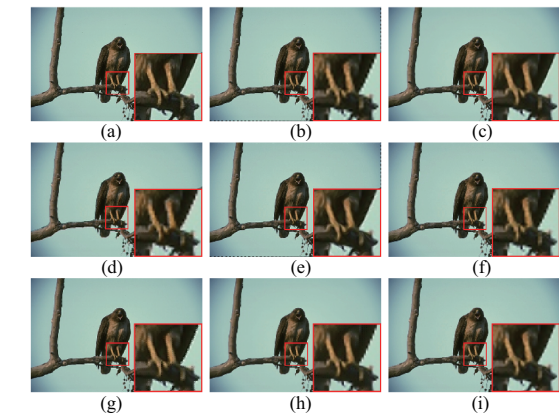


图 11 (网络版彩图) 8 种方法放大的 BSD100 图像
Figure 11 (Color online) BSD100 image magnified by 8 methods. (a) Original; (b) Bicubic; (c) NARM; (d) SISRRFI; (e) DCC; (f) SRPIA; (g) IECSLFC; (h) IRLRGSS; (i) New

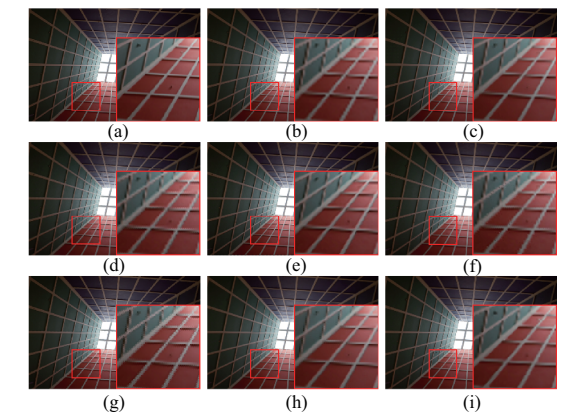


图 12 (网络版彩图) 8 种方法放大的 Urban100 图像
Figure 12 (Color online) Urban100 image magnified by 8 methods. (a) Original; (b) Bicubic; (c) NARM; (d) SISRRFI; (e) DCC; (f) SRPIA; (g) IECSLFC; (h) IRLRGSS; (i) New

表 4 8 种方法放大 256×256 图像两倍的平均时间
Table 4 Average time to magnify the images of 256×256 by 8 methods

	Bicubic	NARM	SISRRFI	DCC	SRPIA	IECSLFC	IRLRGSS	New
Time (s)	0.009	393.374	320.068	1.908	283.563	67.250	188.385	0.016

好之后, 可对图像做任意倍数的放大, 因此其计算时间没有统计在表 4 中. 从表 4 可看出, 新方法的计算时间虽然比 Bicubic 方法长, 但新方法和 Bicubic 方法一样, 都适合对图像做实时放大, 处理速度满足应用需求, 而其他 6 种方法则不适合对图像做实时放大处理.

5.4 讨论

深度学习方法^[20,28]在图像放大中表现出突出的优势. 由于本文是讨论非机器学习方法的图像放大, 这里只和深度学习方法进行简单比较. 一般来说, 深度学习方法对两类图像的放大有优势, 一是学习过的图像, 二是图像的特征包含在已经学习过的图像中, 对其他图像的放大结果则没有明显优势. 例如对图像集 Set5 和伪图像集 Aliasing15^[29], 由新方法和深度学习方法 DRRN^[28]得到的放大两倍图像的平均 PSNR 和 SSIM 值如表 5 所示. 可看出, DRRN 对 Set5 图像的放大结果的平均 PSNR 值明显高, 原因在于 DRRN 对 Set5 中的图像特征学习过. 而 DRRN 对伪图像集的放大结果的平均 PSNR 和 SSIM 值不如新方法的高, 原因则在于 DRRN 对伪图像集中的图像特征没学习过. 而在实际应用中, 在遇到与训练集关联性较低的图像时, 新方法在精度和运算时间上均有一定的优势.

基于学习的方法产生较好放大图像的基础是使用大量的样本图像进行训练, 因此, 对于小样本图像就得不到理想的放大图像. 而基于曲面拟合方法对图像的放大结果不受图像特殊性的影响, 对所有图像的放大效果是一样的. 特别地, 构造对图像的拟合曲面进行图像放大只是其中的一个应用, 构造对图像拟合曲面在图像处理、计算机视觉和计算医学等中有广泛的应用. 例如对医学的 CT 和 MRI 图像, 可先构造每个断层的拟合曲面, 然后由多组拟合曲面生成三维实体模型, 基于实体模型可对病灶或人体的某组织状况进行分析. 而基于学习的图像放大不适合做此类临床辅助诊断和医学研究.

表 5 两种方法对 Set5 和 Aliasing15 图像放大的平均 PSNR 和 SSIM 值
Table 5 Average PSNR and SSIM values of Set5 and Aliasing15 images magnified by two methods

		Set5	Aliasing15
DRRN	PSNR	35.40	7.56
	SSIM	0.930	0.292
New	PSNR	34.65	7.57
	SSIM	0.937	0.294

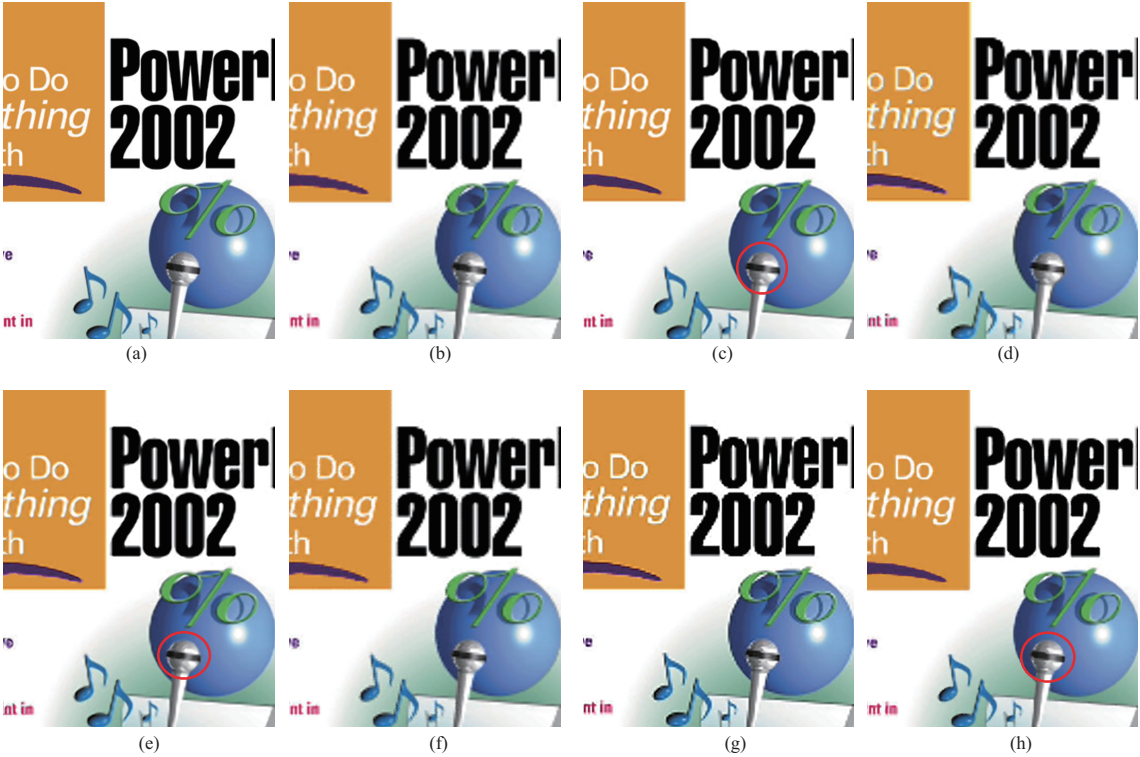


图 13 (网络版彩图) 7 种方法放大四倍的 Set14 图像

Figure 13 (Color online) Set14 image magnified 4 times by 7 methods. (a) Original; (b) Bicubic; (c) NARM; (d) SISRRFI; (e) DCC; (f) SRPIA; (g) IECSLFC; (h) New

我们还对上述的 7 种方法就图像放大 3 和 4 倍的情况进行了实验 (IRLRGSS 方法没有放大 3 和 4 倍图像的功能), 结果说明, 7 种方法放大图像 3 倍、4 倍的情况和放大图像 2 倍的情况类似. 图 13 是 7 种方法放大图像 4 倍的结果. 图 13 说明, NARM, DCC 和新方法放大的图像和原图像最近似, 但在红圈标记的地方, 新方法和原图像更近似. 而其他 4 种方法放大 4 倍图像的视觉效果明显差.

6 结论和下一步工作

基于图像构造逼近曲面是图像放大的最有效方法之一. 图像放大的关键是构造对图像逼近的曲面. 由于图像中存在不同对象, 需采用局部曲面片对不同图像块进行拟合, 拟合的关键是保持图像的细节和边缘等特征, 有了这些特征, 可大大增加逼近曲面的逼近精度, 获得较好的视觉效果. 本文提出了以

边缘和距离为特征约束, 构造逼近曲面的图像放大新算法. 在每个像素所在的小邻近区域上, 以边缘和距离为约束, 构造对邻域上像素点拟合的二次多项式曲面片, 所有曲面片加权平均生成整体有理采样曲面. 整体采样曲面具有二次多项式逼近精度. 分析和实验结果表明, 在四边形网格上, 由 5 张曲面片加权平均构造曲面的逼近精度比由 4 张曲面片加权平均构造曲面的逼近精度高. 为提高放大图像的质量, 本文提出了构造误差曲面对整体采样曲面进行修正, 减小放大图像的误差. 新方法采用不同策略计算二次多项式曲面系数, 不仅减少了计算量, 而且提高了放大图像的逼近精度和视觉效果.

本文在构造二次多项式曲面片的过程中, 尽管使用了边缘和距离信息为约束, 但在许多情况下, 图像边缘保持得并不理想, 更好地保持图像块的细节特征是接下来要做的进一步研究. 研究如何结合机器学习, 使构造的逼近曲面具有更高的精度和视觉效果也是下一步要考虑的重要问题.

参考文献

- 1 Park S C, Park M K, Kang M G. Super-resolution image reconstruction: a technical overview. *IEEE Signal Process Mag*, 2003, 20: 21–36
- 2 Hou H S, Andrews H C. Cubic splines for image interpolation and digital filtering. *IEEE Trans Acoust Speech Signal Process*, 1978, 26: 508–517
- 3 Munoz A, Blu T, Unser M. Least-squares image resizing using finite differences. *IEEE Trans Image Process*, 2001, 10: 1365–1378
- 4 Zhang L, Wu X L. An edge-guided image interpolation algorithm via directional filtering and data fusion. *IEEE Trans Image Process*, 2006, 15: 2226–2238
- 5 Li X, Orchard M T. New edge-directed interpolation. *IEEE Trans Image Process*, 2001, 10: 1521–1527
- 6 Zhou D, Dong W, Shen X. Image zooming using directional cubic convolution interpolation. *IET Image Process*, 2012, 6: 627–634
- 7 Wu L, Liu Y, Brekhna Y, et al. High-resolution images based on directional fusion of gradient. *Comp Visual Media*, 2016, 2: 31–43
- 8 Zhang C, Zhang X, Li X, et al. Cubic surface fitting to image with edges as constraints. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing*, Melbourne, 2013. 1046–1050
- 9 Zhang F, Zhang X, Qin X Y, et al. Enlarging image by constrained least square approach with shape preserving. *J Comput Sci Technol*, 2015, 30: 489–498
- 10 Ji L L, Wang P, Zhang Y F. Bicubic image magnification based on local interpolation. *J Graph*, 2019, 40: 143–149 [纪琳琳, 王平, 张云峰. 基于局部插值的双三次图像放大. *图学学报*, 2019, 40: 143–149]
- 11 Liu Y, Li X, Zhang X, et al. Image enlargement method based on cubic surfaces with local features as constraints. *Signal Process*, 2020, 166: 107266
- 12 Ding N, Liu Y P, Fan L W, et al. Single image super-resolution via dynamic lightweight database with local-feature based interpolation. *J Comput Sci Technol*, 2019, 34: 537–549
- 13 Zhang Y, Wang P, Bao F, et al. A single-image super-resolution method based on progressive-iterative approximation. *IEEE Trans Multimedia*, 2020, 22: 1407–1422
- 14 Yang J C, Wright J, Huang T S, et al. Image super-resolution via sparse representation. *IEEE Trans Image Process*, 2010, 19: 2861–2873
- 15 Tang Y, Yuan Y, Yan P, et al. Greedy regression in sparse coding space for single-image super-resolution. *J Visual Commun Image Represent*, 2013, 24: 148–159
- 16 Dong W, Zhang L, Lukac R, et al. Sparse representation based image interpolation with nonlocal autoregressive modeling. *IEEE Trans Image Process*, 2013, 22: 1382–1394
- 17 Bevilacqua M, Roumy A, Guillemot C, et al. Single-image super-resolution via linear mapping of interpolated self-examples. *IEEE Trans Image Process*, 2014, 23: 5334–5347
- 18 Huang J B, Singh A, Ahuja N. Single image super-resolution from transformed self-exemplars. In: *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision & Pattern Recognition*, Boston, 2015. 5197–5206
- 19 Zhang M, Desrosiers C. High-quality image restoration using low-rank patch regularization and global structure sparsity. *IEEE Trans Image Process*, 2019, 28: 868–879
- 20 Liu J, Xie Y, Song H, et al. Residual attention network for wavelet domain super-resolution. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Barcelona, 2020. 2033–2037

- 21 Xu H, Yan J, Persson N, et al. Fractal dimension invariant filtering and its CNN-based implementation. In: Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision & Pattern Recognition, Hawaii, 2017. 3825–3833
- 22 Xu H, Zhai G, Yang X. Single image super-resolution with detail enhancement based on local fractal analysis of gradient. *IEEE Trans Circ Syst Video Technol*, 2013, 23: 1740–1754
- 23 Zhang Y, Fan Q, Bao F, et al. Single-image super-resolution based on rational fractal interpolation. *IEEE Trans Image Process*, 2018, 22: 3782–3797
- 24 Zhang X, Liu Q, Li X, et al. Non-local feature back-projection for image super-resolution. *IET Image Process*, 2016, 10: 398–408
- 25 Bevilacqua M, Roumy A, Guillemot C, et al. Low-complexity single-image super-resolution based on nonnegative neighbor embedding. In: Proceedings of British Machine Vision Conference, Surrey, 2012. 1–10
- 26 Zeyde R, Elad M, Protter M. On single image scale-up using sparse-representations. In: Proceedings of International Conference on Curves and Surfaces, Avignon, 2010. 711–730
- 27 Martin D, Fowlkes C, Tal D, et al. A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics. In: Proceedings of the 8th IEEE International Conference on Computer Vision, Vancouver, 2001. 416–423
- 28 Tai Y, Yang J, Liu X. Image super-resolution via deep recursive residual network. In: Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Honolulu, 2017. 2790–2798
- 29 Kaplan C S. Aliasing artifacts and accidental algorithmic art. In: Proceedings of the Renaissance Banff: Bridges 2005: Mathematical Connections in Art, Music and Science, Banff, 2005. 349–356

Rational polynomial image magnification based on edge and distance constraints

Fan ZHANG^{1*}, Hua WANG², Hui FAN¹ & Caiming ZHANG^{1,3}

1. *School of Computer Science and Technology, Shandong Technology and Business University, Yantai 264005, China;*

2. *School of Information and Electrical Engineering, Ludong University, Yantai 264025, China;*

3. *Shandong Provincial Key Laboratory of Digital Media Technology, Shandong University of Finance and Economics, Jinan 250014, China*

* Corresponding author. E-mail: zhangfan51@sina.com

Abstract Surface fitting is one of the most effective methods in image magnification. The key is to construct the surface fitting the image. Image details and edges play a key role in the visual effect of the image. Therefore, one of the keys to constructing the fitting surface is to preserve the image details and edges. The surface fitting methods based on spline and polynomial cannot effectively preserve the edge information of the image, so that the magnified image has obvious jagged edges. In this paper, a new image magnification algorithm based on edge and distance constraints is proposed. The algorithm constructs a quadratic polynomial surface patch on the adjacent region of each pixel, which fits the pixels in the neighborhood, and a quadratic polynomial median surface patch is constructed on each quadrilateral mesh. The rational polynomial patch is generated from the weighted average of five patches on each quadrilateral mesh. The patch has the accuracy of the quadratic polynomial approximation, and the resulting image has a better visual effect. The accuracy and visual effects of the magnified image are improved by constructing error patches. The new algorithm calculates the constant term, the first term and the second term of the quadratic polynomial by different methods, which provides a new technique for constructing the polynomial function with constraints. The experimental results show that compared with other algorithms, the proposed algorithm not only has higher approximation accuracy but also has better visual effect of the magnified image.

Keywords quadratic polynomial, edge and distance constraints, approximation surface, approximation accuracy, image magnification



Fan ZHANG was born in 1986. He received his B.S. and Ph.D. degrees in computer science from Shandong University in 2009 and 2015, respectively. From 2012 to 2014, he was invited to visit the Department of Computer Science, University of Kentucky, USA, as a joint-training Ph.D. student. He is currently an associate professor at the School of Computer Science and Technology, Shandong Technology and Business University, Yantai, Shandong. His research interests include image processing, computer vision, CG, and CAGD.



Hua WANG was born in 1989. She entered China University of Mining and Technology, China in 2008. She received her B.S. degree from both the University of Kentucky and China University of Mining and Technology in May 2012. Since 2012, she joined the Computational Biomechanics Laboratory to pursue her Ph.D. degree until 2017. She is now a lecturer at the School of Information and Electrical Engineering, Ludong University. Her researches focus on CG and CAGD.



Hui FAN was born in 1962. He received his B.S. degree in computer science from Shandong University, China, in 1984, and his Ph.D. degree in computer science from Taiyuan University of Technology, China, in 2007. From 1984 to 2001, he was a professor at the Computer Department of Taiyuan University of Technology. He is currently a professor at Shandong Technology and Business University. His research interests include CAGD, CG, virtual reality, and image processing.



Caiming ZHANG was born in 1955. He is a professor and doctoral supervisor at the Software College, Shandong University. He received a B.S. and an M.E. in computer science from Shandong University in 1982 and 1984, respectively, and a Ph.D. degree in computer science from Tokyo Institute of Technology, Japan, in 1994. From 1997 to 2000, he had held a visiting position at the University of Kentucky, USA. His research interests include CAGD, CG, image processing, and computational finance.