一种考虑飞行轨迹不确定性的碰撞风险评估方法

陈锦涌^{1*}, 周锐¹, 张宇航², 熊伟³

1. 北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院, 北京 100191;

2. 北京航天长征飞行器研究所, 北京 100076;

3. 北京宇航系统工程研究所, 北京 100076

* E-mail: feichangren@buaa.edu.cn

收稿日期: 2020-05-22; 接受日期: 2020-06-29; 网络版发表日期: 2020-10-28

国家自然科学基金(批准号: 61773031)资助项目

摘要 随着交通工具智能化与无人化的发展, 交通系统的自动化管理成为一个必然趋势. 而对于交通自动化管理系统, 准确评估碰撞风险从而保证交通安全是一项关键技术. 本文提出了一种基于碰撞概率计算的碰撞风险评估方法, 以碰撞概率作为安全评估指标, 帮助智能交通系统对碰撞风险进行精确控制. 对具有不确定性的飞行轨迹之间的碰撞概率进行计算主要分为三个步骤, 即数据预处理、建模与离散化、概率计算. 首先, 对飞行轨迹数据转换到相同的坐标系中, 并且进行时间一致性处理. 然后, 根据插值间隔时间将飞行轨迹离散化成多个小段, 在每个轨迹点上建立不确定性包围盒, 并按照选定的安全距离分解成多个单元体. 最后, 使用离散化的包围盒模型计算瞬间状态碰撞概率作为对应离散时间段的碰撞概率, 并根据条件概率公式进一步得到整个飞行时段的碰撞概率. 理论分析与数值仿真结果表明该算法对插值间隔时间具有收敛性, 并对安全距离的意义及其对碰撞概率计算结果的影响进行了分析. 本文所提出的碰撞风险评估方法具有非常广阔的应用场景, 只要选取合适的安全距离, 该方法可以应用于各种对象类型的交通管理决策支持工具中, 如航空宇航飞行器、地面无驾驶车辆和自主式水下航行器, 以实现碰撞风险的精确控制.

关键词 碰撞风险, 安全性评估, 不确定性飞行轨迹

1 引言

碰撞问题是影响交通安全的关键因素之一, 因此碰撞风险的评估被广泛应用于各种类型的交通自动化管理系统的决策支持工具(decision support tools, DST)中, 如航空宇航飞行器^[1~5]、地面无驾驶车辆^[6~8]和自主式水下航行器^[9~11]. 随着经济的发展和科技的进步, 民用航空和通用航空的需求也在快速增加. 国际

航空运输协会(The International Air Transport Association, IATA)于2016年预测, 在接下来的20年, 全球航空旅行需求量将会增加一倍^[12]. 但可用空域是有限的, 因此必须通过增加航线密集程度以提供更多航班. 在太空, 由于各种绕地卫星和太空垃圾不断增加, 近地轨道也在变得越来越拥挤. 以上这些现象都增大了发生碰撞的风险. 因此, 交通自动化管理系统的碰撞风险问题受到越来越多的关注.

引用格式: 陈锦涌, 周锐, 张宇航, 等. 一种考虑飞行轨迹不确定性的碰撞风险评估方法. 中国科学: 技术科学, 2021, 51: 469–479

Chen J Y, Zhou R, Zhang Y H, et al. Collision risk evaluation method for flight trajectory with uncertainty (in Chinese). Sci Sin Tech, 2021, 51: 469–479, doi: 10.1360/SST-2020-0209

现有文献中, 关于碰撞相关安全性问题的研究工作主要分为两类. 第一类是即时避撞技术(just in time collision avoidance, JCA). 该技术要求飞行器能够通过自身传感器或者信息交流实时获取可能存在碰撞风险的障碍物信息, 然后使用精心设计的避撞算法(collision avoidance algorithm, CAA)做出决策, 如执行机动动作以避免碰撞^[13]. 文献[14]在闭环快速搜索随机树算法及其三种变异算法的基础之上, 提出了一种基于采样的无人机避撞路径规划算法, 该算法能够针对不同类型无人机实时生成无碰撞风险的路径. 文献[15]提出了一种基于概率单元分解(probabilistic cell decomposition, PCD)的避撞算法, 将单元分解概念与概率采样进行结合, 发展出了一种在高维静态配置空间中进行路径规划的新方法. 此外, 还有许多其他避撞算法, 如基于光流的反应式避撞算法^[16-18]、占用网格法(occupancy grids)^[19]和后退地平线(receding horizon)^[20]避撞算法. 这些算法都在一些特定的应用场景获得了不错的成效, 有效降低了飞行器之间碰撞的概率. 然而, 为了具备实时获得障碍物信息的能力, JCA技术要求飞行器装备先进的探测传感器或者能够与具备这种能力的邻近飞行器进行实时通信, 这将带来很高的使用成本, 并且在许多场景下不具备可行性. 再者, 飞行器只有在探测到有碰撞威胁的时候才会开始采取相应措施, 因此在实际应用场景中, 飞行器可能不具备足够的时间和机动性能以致无法及时改变飞行状态避免碰撞. 尤其是在复杂严苛的飞行环境中, JCA算法很难保证飞行器一定不发生碰撞, 也不能精确评估出当前处境的碰撞风险.

另一类工作是被动航迹保护(passive trajectory protection, PTP), 即事先对飞行轨迹进行合理设计, 使飞行器即使不需要做出任何机动动作也不会有发生碰撞的风险, 或者将碰撞风险控制在一个可以接受的范围内^[21], 一般用于系统决策支持工具中. 目前有很多工作聚焦于建立高精度的航迹预测(trajjectory prediction, TP)模型或算法, 这是PTP的一个重要组成部分. Legee等人^[22]建立了一种基于机器学习方法的模型用来预测飞机达到航线上不同航点的时间, 并利用预测模型确定了飞机连续下降作业所需的初始间距. 该模型以飞机类型、初始地速、初始姿态角、水平风速和垂直风速作为模型输入, 使用实际航行的历史数据进行训练. Gong和McNally^[23]提出了一种自动航迹预测

分析方法, 用以提高空中交通管理决策支持工具应用中的轨迹预测算法性能, 如冲突检测和到达计量等. Zhang和Mahadevan^[24]结合深度前馈神经网络(deep feedforward neural networks, DNN)和深度长短期记忆(long short-term memory, LSTM)神经网络建立了一个基于贝叶斯神经网络的轨迹预测模型, 为DST提供包含不确定度的航迹预测结果, 从而提高飞行安全. 上述研究工作着重于建立航迹预测模型, 使用这些模型可以预测得到较为准确的航迹及其不确定性数据, 但是没有更进一步指出如何利用航迹预测结果进行安全性评估. Luo等人^[25-27]在一些相关研究中进行了被动轨迹的安全性评估, 但是只是简单地将相对距离作为安全评估指标. 要对碰撞风险进行更为精确的管控, 应当使用更为精确的并且具有实际意义的安全评估指标.

为了使PTP方法能够对碰撞风险进行精确的评估与控制, 本文提出了一种基于碰撞概率计算的考虑飞行轨迹不确定性的安全评估方法. 本文的主要贡献总结为以下三点: (1) 提出了一种考虑飞行轨迹不确定性的碰撞风险评估方法, 该方法主要分为数据预处理、建模与离散化、概率计算三个步骤; (2) 该方法以更精确和具有实际意义的碰撞概率作为安全评估指标, 因此具备对碰撞风险进行精确控制的能力; (3) 该方法有非常广阔的应用场景, 可以应用于各种类型的交通自动化管理系统的决策支持工具中, 如航空宇航飞行器、地面无人驾驶车辆和自主式水下航行器.

2 预备知识

2.1 符号

为便于描述, 提供如下的符号注释, 详见表1.

2.2 基本假设

为了聚焦于碰撞风险评估和简化算法流程, 本文采用了以下基本假设.

(1) 该方法应用于PTP中, 因此假设飞行器不进行任何规避机动动作.

(2) 假设参与计算的只有两条飞行轨迹. 实际上, 当有多条飞行轨迹时, 只需要重复计算这些轨迹两两之间的碰撞概率.

(3) 假设飞行轨迹及其不确定度已经通过航迹预

表 1 符号注释

Table 1 Symbolic descriptions

符号	注释	符号	注释
$\mathbf{P}$	位置	x, y, z	坐标值
p, λ	概率	$\Delta \bar{x}, \Delta \bar{y}, \Delta \bar{z}$	不确定度
φ	经度	Δt	出发间隔时间
θ	纬度	dt	插值间隔时间
α	方位角	R	地球半径
h	初始高度	t	时间
$\mathbf{G}$	转换矩阵	D_{safe}	安全距离

测模型准确给出, 并且每一时刻飞行器的位置在不确定度构成的空间中服从三维正态分布。

(4) 使用安全距离作为判断是否有碰撞风险的标准, 距离大小取决于飞行器的尺寸和安全标准等级。如果飞行器之间的实际距离小于安全距离, 则认为二者有发生碰撞的风险。

在这些假设的基础之上, 本文所提出的算法重点对给定的包含不确定度的飞行轨迹之间的碰撞概率进行计算。

需要说明的是, 假设(3)物体位置服从正态分布只是作为一个采用的特例以方便仿真计算, 实际上可以是任何已知模型, 只需要在计算时直接替换相应公式即可。

2.3 相关理论基础

2.3.1 坐标系及旋转矩阵

飞行轨迹数据通常是在出发坐标系给出的, 不同飞行轨迹的出发坐标系可能不同, 本文将数据统一转换到地心坐标系中。这里给出相关坐标系的定义及其相互转换关系。

将地球视为一个半径为 R 的圆球, 地心坐标系表示为 $O_E x_E y_E z_E$ 。原点 O_E 为地球球心, $O_E x_E$ 轴指向本初子午面与赤道的交点, $O_E z_E$ 轴指向地球北极, $O_E y_E$ 轴满足右手定则位于赤道平面与 $O_E x_E$ 轴垂直。

出发坐标系由飞行轨迹的初始参数决定, 用 $Oxyz$ 表示。 Ox 轴为初始速度方向在水平面的投影, Oy 轴通过地心向上, Oz 轴由右手定则确定。

地心坐标系与出发坐标系示意图见图1。从地心坐标系 $O_E x_E y_E z_E$ 到出发坐标系 $Oxyz$ 的旋转矩阵为

$$\mathbf{G}_E = [\mathbf{g}_1 \quad \mathbf{g}_2 \quad \mathbf{g}_3], \quad (1)$$

式中,

$$\mathbf{g}_1 = \begin{bmatrix} -\sin\alpha\sin\phi - \cos\alpha\sin\theta\cos\phi \\ \cos\theta\cos\phi \\ -\cos\alpha\sin\phi + \sin\alpha\sin\theta\cos\phi \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{g}_2 = \begin{bmatrix} \sin\alpha\cos\phi - \cos\alpha\sin\theta\sin\phi \\ \cos\theta\sin\phi \\ \cos\alpha\cos\phi + \sin\alpha\sin\theta\sin\phi \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\mathbf{g}_3 = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\theta \\ \sin\theta \\ -\sin\alpha\cos\theta \end{bmatrix}. \quad (4)$$

2.3.2 空间正态分布概率模型

对于多元正态分布模型, 其概率密度函数为

$$f(\mathbf{x}_n, \boldsymbol{\mu}_n, \boldsymbol{\Sigma}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}} \cdot e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}_n - \boldsymbol{\mu}_n)^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}_n - \boldsymbol{\mu}_n)}, \quad (5)$$

式中, $\mathbf{x}_n \in R^n$ 为 n 维自变量, $\boldsymbol{\mu}_n \in R^n$ 为均值向量, $\boldsymbol{\Sigma} \in R^{n \times n}$ 为协方差矩阵。

在三维空间中, 自变量维数 $n=3$, 且考虑到不同方向的不确定度之间不存在相关关系, 因此协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma} \in R^{n \times n}$ 为对角阵。故正态分布模型的概率密度可以简化为

$$f(\mathbf{x}_n, \boldsymbol{\mu}_n, \boldsymbol{\sigma}_n) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \prod_{i=1}^3 \sigma_i} e^{-\sum_{i=1}^{n=3} \frac{(x_i - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}}, \quad (6)$$

式中, $\boldsymbol{\sigma}_n \in R^3$ 为各个方向不确定度的标准差。

2.3.3 分离轴定理

定义1: 对于直线 L , 如果凸多面体 A 、 B , 垂直投影

图 1 地心坐标系与出发坐标系
Figure 1 Geocentric and launch coordinates.

到 L 上的区域不相交, 那么直线 L 就称为凸多面体 A 、 B 的分离轴(separating axis).

分离轴定理(separating axis theorem, SAT): 对于两个凸多面体 A 、 B , 当且仅当 A 、 B 之间存在分离轴时, 它们的封闭区域是不相交的. 进一步, 如果分离轴存在, 则必定有一个分离轴符合下面三个条件之一:

- (1) 垂直于 A 的某个面;
- (2) 垂直于 B 的某个面;
- (3) 垂直于一个平面, 该平面平行于 A 或 B 的一条边.

使用分离轴定理, 可以快速判定两个不确定度包围盒是否相交, 若不相交则无需进行概率计算, 从而达到提升计算效率的目的.

3 碰撞风险评估方法原理

本文所提出的碰撞风险评估方法, 是以两条具有不确定性的飞行轨迹的碰撞概率计算为基础的. 该方法主要由三个步骤组成, 分别是数据预处理、建模与离散化、概率计算.

3.1 数据预处理

参与及计算的两条轨迹 Tra_A 和 Tra_B 可以表示为如下形式:

$$\begin{cases} \text{Tra}_A = \{\mathbf{P}_1^A, \mathbf{P}_2^A, \dots, \mathbf{P}_m^A\}, \\ \text{Tra}_B = \{\mathbf{P}_1^B, \mathbf{P}_2^B, \dots, \mathbf{P}_n^B\}, \end{cases} \quad (7)$$

式中, $\mathbf{P}_i^A \in R^7$ 和 $\mathbf{P}_i^B \in R^7$ 为各个航迹点信息, 下标 i 表示航迹点编号, 上标 A 、 B 表示所属对象. 各个航迹点 $\mathbf{P}_i$ 包含信息如下:

$$\mathbf{P}_i = \{t^i, x_L^i, y_L^i, z_L^i, \Delta x_L^i, \Delta y_L^i, \Delta z_L^i\}. \quad (8)$$

飞行轨迹的数据是一个时间序列, 包括各个时刻的三个方向的位置信息 x_L^i, y_L^i, z_L^i 和不确定度信息 $\Delta x_L^i, \Delta y_L^i, \Delta z_L^i$. 两条轨迹的起始时间可能不一样, 进行碰撞风险评估应该使用同一时刻下的信息, 因此首先需要对数据进行时间一致性处理(图2).

假设 Tra_A 出发时间早于 Tra_B , 则需要对 Tra_A 的数据进行插值处理, 使得 Tra_B 中每个点都能在 Tra_A 中有一个点与之对应, 得到

$$\text{Tra}_A = \{\mathbf{P}_1^A, \mathbf{P}_2^A, \dots, \mathbf{P}_m^A\}, \quad (9)$$

图2 时间一致性处理

Figure 2 Time consistency processing.

其中, Tra_A 中的点 $\bar{\mathbf{P}}_j^A$ 的计算公式为

$$\bar{\mathbf{P}}_j^A = \mathbf{P}_i^A + \mu(\mathbf{P}_{i+1}^A - \mathbf{P}_i^A), \quad (10)$$

式中, μ 为插值比例系数, 两条轨迹的出发时间差为 Δt , 则 μ 由如下公式确定:

$$\mu = (t_j^B + \Delta t - t_i^A) / (t_{i+1}^A - t_i^A). \quad (11)$$

飞行轨迹数据通常是在各自出发坐标系 $O_A x_A y_A z_A$ 和 $O_B x_B y_B z_B$ 中给出的, 因此需要将它们统一转换到地心坐标系 $O_E x_E y_E z_E$ 中. 用下标 L 表示出发坐标系, 下标 E 表示地心坐标系, 则位置信息 $[x_L \ y_L \ z_L]^T$ 和 $[x_E \ y_E \ z_E]^T$ 之间得到转换关系为

$$\begin{bmatrix} x_E^\zeta \\ y_E^\zeta \\ z_E^\zeta \end{bmatrix} = \mathbf{G}_{\zeta E}^{-1} \begin{bmatrix} x_L^\zeta \\ y_L^\zeta \\ z_L^\zeta \end{bmatrix}, \quad \zeta = A, B, \quad (12)$$

式中, $\mathbf{G}_{\zeta E}$ 是从坐标系 ζ 到坐标系 E 的旋转矩阵.

不确定度大小 $[\Delta x \ \Delta y \ \Delta z]^T$ 不需要进行转换, 对应的矢量方向是转换矩阵的列向量.

3.2 建模与离散化

对已经完成时间和坐标系一致性处理的两条飞行轨迹 Tra_A 和 Tra_B 按照插值间隔时间 dt 做进一步的插值处理, 实现模型在时间上的离散化.

将 Tra_A 和 Tra_B 中的每一段航迹 $[\mathbf{P}_i, \mathbf{P}_{i+1}]$ 进一步划分成多个小段:

$$[\mathbf{P}_i, \mathbf{P}_{i+1}] \Rightarrow \{[\mathbf{P}_i, \mathbf{P}_2^i], \dots, [\mathbf{P}_{k_i}^i, \mathbf{P}_{k_i+1}^i]\}, \quad (13)$$

式中, 分段数目 k_i 由插值间隔时间决定:

$$k_i = \text{ceil}\left(\frac{t_{i+1} - t_i}{dt}\right). \quad (14)$$

从而, 每条飞行轨迹总共的分段数目为

$$N_{\text{total}} = \sum_{i=1}^n k_i. \quad (15)$$

在每一个离散的航迹点 $\mathbf{P}_k^i$ 上, 以位置坐标 x, y, z 为中心, 不确定度信息 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 为对应方向的边长, 构成长方体形状得到包围盒作为碰撞检测模型. 该包围盒所包含的区域为该时刻飞行器所有可能出现的真实位置 $\mathbf{P}(x, y, z)$ 的集合, 并且 $\mathbf{P}(x, y, z)$ 在该区域内服从三维正态分布, 概率密度函数已在式(6)中给出.

因此在每一个时刻, 存在两个分别属于 Tra_A 和 Tra_B 的包围盒(图3), 这两个包围盒是否有相交区域, 决定了该时刻两个飞行轨迹上的飞行器是否有发生碰撞的可能. 包围盒为凸多面体, 因此可以使用分离轴定理快速检测它们是否相交. 采用 3σ 原则, 即包围盒边界对应位置为 3σ , 如图4所示.

对于长方体, 需要检测是否存在分离轴的矢量方向共有15个, 其中6个为长方体轴向矢量, 9个为 A, B 长方体轴向矢量的矢量积. 在这些方向上投影所得“半径”之和 $r_A + r_B$ (图5)若小于平移向量在该方向投影 $T \cdot L$, 则说明包围盒分离. 假如15个方向中有一个方向是相交的, 则两个包围盒相交. 包围盒检测算法流程如图6所示.

图3 不确定性包围盒
Figure 3 Uncertainty bounding box.

图4 碰撞计算模型
Figure 4 Collision calculation model.

图5 检测是否存在分离轴
Figure 5 Check if there is a separation axis.

图6 分离轴定理检测相交性
Figure 6 Detect intersection using SAT.

若使用包围盒定理判定结果为不相交, 则返回当前状态碰撞概率为零, 无需进行下一步计算. 若判定结果为相交, 则需要进一步将包围盒按照安全距离分解成多个单元体.

用 $N = [N_x \ N_y \ N_z]^T$ 包围盒表示各个方向的分段数目, 则

$$\begin{cases} N_x^A = \text{ceil}\left(\frac{\Delta x^A}{D_{\text{safe}}}\right), N_x^B = \text{ceil}\left(\frac{\Delta x^B}{D_{\text{safe}}}\right), \\ N_y^A = \text{ceil}\left(\frac{\Delta y^A}{D_{\text{safe}}}\right), N_y^B = \text{ceil}\left(\frac{\Delta y^B}{D_{\text{safe}}}\right), \\ N_z^A = \text{ceil}\left(\frac{\Delta z^A}{D_{\text{safe}}}\right), N_z^B = \text{ceil}\left(\frac{\Delta z^B}{D_{\text{safe}}}\right). \end{cases} \quad (16)$$

在每一个单元体中, 使用单元体中心点对应的概率密度作为该区域的平均概率密度, 使用概率单元分解方法对包围盒碰撞概率模型进行了离散化处理, 如图7所示。

3.3 碰撞概率计算

使用上述方法得到的两个包围盒碰撞概率模型Cuboid_A和Cuboid_B, 进行瞬间状态碰撞概率的计算, 具体步骤如下。

第一步, 对于Cuboid_A中的每一个单元体 $P_{i,j,k}^A$, 判断其是否在Cuboid_B内。若 $P_{i,j,k}^A$ 不在Cuboid_B内, 该单元体对应的碰撞概率为 $p_{i,j,k} = 0$, 返回第一步计算下一个单元体; 若 $P_{i,j,k}^A$ 在Cuboid_B内则执行第二步。

第二步, 根据 $P_{i,j,k}^A$ 坐标, 寻找Cuboid_B中与 $P_{i,j,k}^A$ 相对应的单元体 $P_{i',j',k'}^B$, 使用如下公式计算得到单元体对应的碰撞概率。

$$p_{i,j,k} = f(P_{i,j,k}^A) \cdot f(P_{i',j',k'}^B), \quad (17)$$

式中, $f(x)$ 为三维空间正态分布模型的概率密度函数。

第三步, 判断是否已经遍历完Cuboid_A所有单元体。若未遍历完, 返回第一步; 若已遍历完, 使用如下公式计算当前瞬间状态的碰撞概率。

$$p_\tau = \sum_{i=1}^{N_x^A} \sum_{j=1}^{N_y^A} \sum_{k=1}^{N_z^A} p_{i,j,k}, \quad \tau = 1, \dots, N_{\text{total}}. \quad (18)$$

计算两包围盒概率模型碰撞该概率算法流程示意图如图8所示。

图7 (网络版彩图)包围盒单元分解

Figure 7 (Color online) Unit decomposition of bounding box.

使用上述方法计算得到每一个瞬间状态碰撞概率之后, 要进一步计算得到最终整个飞行时段的碰撞概率有两种方法: 时间积分公式和条件概率公式。

按照时间积分公式计算碰撞概率:

$$\lambda = \int_0^t p dt = \sum_{\tau=1}^{N_{\text{total}}} p_\tau dt; \quad (19)$$

按照条件概率公式计算碰撞概率:

$$\lambda = 1 - \prod_{\tau=1}^{N_{\text{total}}} (1 - p_\tau dt). \quad (20)$$

首先对这两种方法计算结果的差别做简要分析。为了简化分析, 假设瞬间碰撞概率 p_τ 恒为 p , 整个时段的飞行时间为 t , 插值间隔时间为 $dt = \frac{1}{n}s$, 则时间积分公式计算结果为

$$\lambda = \int_0^t p dt = pt. \quad (21)$$

条件概率公式计算结果 $\lambda(p)$ 为 p 的连续可微函数:

$$\lambda(p) = 1 - \left(1 - \frac{p}{n}\right)^{nt}. \quad (22)$$

将上式在 $p = 0$ 处展开成泰勒级数:

$$\lambda(p) = pt - p^2 \frac{t(nt-1)}{n} + O(p^3 t^3) = pt - O(p^2 t^2). \quad (23)$$

两种方式计算结果只差一个二阶余项 $O(p^2 t^2)$ 。当 pt 足够小时, 两种公式计算结果基本相同, 这对大多数系统的设计状态来说是成立的; 但是当 pt 逐渐增大时, 二者计算结果出现明显差异。这具体反映在时间积分公式计算结果随时间线性累加, 当时间足够长或者瞬

图8 瞬时碰撞概率计算流程

Figure 8 Calculate the instantaneous collision probability.

间碰撞概率 p_i 足够大时,可能出现 $\lambda > 1$ 的情况,这对于概率来说是不合理的.而条件概率公式则能够保证最终计算得到的碰撞概率 $\lambda \leq 1$.

从实际应用背景角度分析,飞行轨迹是一组时间序列,当前面已经发生碰撞时,后面轨迹不再成立,也不会发生碰撞.后续碰撞有可能发生的前提是前面所有轨迹点都不发生碰撞,符合条件概率的定义.

综合上述分析,应当选用条件概率公式进行最终碰撞概率的计算.算法的流程示意图如图9所示.

4 仿真分析

本节使用飞行轨迹数据进行数值仿真计算,研究航迹点距离与安全距离对碰撞概率计算结果的影响,并且证明本文算法对插值间隔时间的收敛性.

4.1 影响因素仿真分析

选取两条非常接近的飞行轨迹 Tra_A 和 Tra_B 作为仿真计算对象,这样可以方便地通过调整二者的出发时间间隔 Δt 控制同一时刻对应航迹点的距离.

飞行轨迹 Tra_A 初始位置经纬度为(112.53°E, 37.87°N),

图9 飞行轨迹风险评估算法计算流程

Figure 9 Calculation process of flight trajectory risk evaluation algorithm.

终点位置经纬度为(118.18°W, 34.02°N).在初始位置不确定度为0,随飞行时间推移不断增大,在终点处三个方向的不确定度分别为: $\Delta x^A=103.1$ km, $\Delta y^A=128.8$ km, $\Delta z^A=12.9$ km.

飞行轨迹 Tra_B 的初始位置经纬度为(112.532°E, 37.872°N),终点位置经纬度为(118.191°W, 34.03°N).初始位置不确定度为0,终点处三个方向的不确定度分别为: $\Delta x^B=103.3$ km, $\Delta y^B=129.1$ km, $\Delta z^B=12.8$ km.

代表不同类型飞行器的距离要求,设置安全距离为 $D_{safe}=[500$ m, 1000 m, 1500 m, 2000 m, 2500 m, 5000 m];为控制对应航迹点距离,出发时间间隔分别设置为: $\Delta t=[0$ s, 5 s, 10 s, 15 s, 20 s, 25 s, 30 s, 40 s, 50 s, 60 s].插值间隔时间固定为 $dt=0.01$ s,进行仿真计算,得到的仿真结果如图10所示.

初始时间间隔 Δt 越大,同一时刻两个轨迹上的飞行器距离 ΔL 越远,因此碰撞概率 p 越小.两飞行器越靠近时,相对距离 ΔL 的变化对碰撞概率 p 的影响越明显.若其他影响因素保持不变,函数 $p(\Delta L)$ 是一个一阶导数不断增大但始终为负的下凸函数.

安全距离 D_{safe} 一方面取决于飞行器本身的尺寸,另一方面取决于飞行器安全工作且相互之间不发生干扰的最小距离.对用相同的飞行器,采用不同的安全距离 D_{safe} ,则 D_{safe} 的大小代表着选用的安全标准等级. D_{safe} 越大,意味着要求飞行器之间需要保持更远的距离以保证自身正常工作.因此,对于相同的飞行轨迹,选用的安全距离 D_{safe} 越大,仿真计算得到的碰撞概率 p 越大.

图10 (网络版彩图)不同安全距离仿真结果

Figure 10 (Color online) Simulation results of different safety distances.

4.2 算法收敛性证明

本文算法中, 利用安全距离 D_{safe} 的概念对包围盒概率模型进行单元分解之后, 计算得到了各个瞬间状态的碰撞概率 p . 进一步, 将 p 作为插值时间间隔 dt 内的平均概率密度, 使用条件概率公式计算得到整个飞行时段的碰撞概率 λ .

$$\lambda = 1 - \prod_{\tau=1}^N (1 - p_{\tau} dt), \quad (24)$$

式中, 对于给定的飞行轨迹, 其总飞行时长为 T , 则分段数目 N 与插值间隔时间 dt 成反比.

$$N = \frac{T}{dt}. \quad (25)$$

插值间隔时间 dt 越小, 分段求解与相乘次数越多. 当 $t \rightarrow 0$, 是否有 $\lambda(dt) \rightarrow \lambda(0) = \lambda_0$?

飞行轨迹及其不确定度都是时间连续的, 因此瞬间状态的碰撞概率 $p(t)$ 是时间的连续可微函数, 即 $p(t)$ 具有如下性质:

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, |t_1 - t_2| < \delta \Rightarrow |p(t_1) - p(t_2)| < \varepsilon. \quad (26)$$

取插值间隔时间 $dt = \delta > 0$, 则碰撞概率为

$$\lambda = 1 - \prod_{\tau=1}^{N_{\delta}} (1 - p_{\tau} \cdot \delta). \quad (27)$$

式中, 每一小段的碰撞概率为

$$\lambda_{\tau} = p_{\tau} \delta. \quad (28)$$

若将每个小段再不断缩小其插值间隔时间 δ_{τ} 直至趋近于0, 即 $\delta_{\tau} \rightarrow 0$, 则按照条件概率公式, 有

$$\lim_{\delta_{\tau} \rightarrow 0} \lambda_{\tau} = 1 - \lim_{\delta_{\tau} \rightarrow 0} \prod_{i=1}^{\frac{\delta}{\delta_{\tau}}} (1 - p_i^{\tau} \delta_{\tau}). \quad (29)$$

由式(26)可知, 该小段时间内的瞬间碰撞概率 p_i^{τ} 满足:

$$|p_i^{\tau} - p_{\tau}| < \varepsilon. \quad (30)$$

因此,

$$\begin{cases} \lim_{\delta_{\tau} \rightarrow 0} \lambda_{\tau} \leq 1 - \lim_{\delta_{\tau} \rightarrow 0} (1 - (p_{\tau} + \varepsilon) \delta_{\tau})^{\frac{\delta}{\delta_{\tau}}}, \\ \lim_{\delta_{\tau} \rightarrow 0} \lambda_{\tau} \geq 1 - \lim_{\delta_{\tau} \rightarrow 0} (1 - (p_{\tau} - \varepsilon) \delta_{\tau})^{\frac{\delta}{\delta_{\tau}}}. \end{cases} \quad (31)$$

将幂函数泰勒展开, 得到:

$$\begin{cases} \lim_{\delta_{\tau} \rightarrow 0} \lambda_{\tau} \leq p_{\tau} \delta + \delta \varepsilon + O(\varepsilon^2), \\ \lim_{\delta_{\tau} \rightarrow 0} \lambda_{\tau} \geq p_{\tau} \delta - \delta \varepsilon + O(\varepsilon^2). \end{cases} \quad (32)$$

故

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{\delta_{\tau} \rightarrow 0} \lambda_{\tau} = p_{\tau} \delta. \quad (33)$$

ε 可取任意小的正数, 因此 λ_{τ} 是收敛的, 由式(27)关系, 整个飞行时段的碰撞概率 λ 也收敛.

使用与上文相同的两条飞行轨迹 Tra_A 和 Tra_B 作为仿真数据. 设置出发时间间隔为 $\Delta t = [0 \text{ s}, 5 \text{ s}, 10 \text{ s}, 15 \text{ s}, 20 \text{ s}, 25 \text{ s}, 30 \text{ s}, 40 \text{ s}, 50 \text{ s}, 60 \text{ s}]$, 插值间隔时间为 $dt = [0.1 \text{ ms}, 0.01 \text{ ms}, 0.001 \text{ ms}]$, 安全距离分别为 $D_{\text{safe}} = [1000 \text{ m}, 2000 \text{ m}]$. 验证在其他条件完全相同, 仅插值间隔时间不同时, 本文算法计算结果是否能保持较好的一致性.

图11展示了安全距离分别设置为 $D_{\text{safe}} = 1000$ 和 2000 m 时的仿真计算结果. 两图中的曲线有相同的趋势, 碰撞概率 p 随着出发间隔时间 dt 的增大而减小. 这是因为 Tra_A 和 Tra_B 两条轨迹本身非常接近, 因此发射时间间隔 dt 越大, 意味着二者在同一时刻的期望位置距离越远, 所以发生碰撞的概率也就越小.

图11 (网络版彩图)不同插值间隔时间仿真结果

Figure 11 (Color online) Simulation results of different interpolation intervals.

对比安全距离 $D_{\text{safe}}=1000\text{ m}$ 和 $D_{\text{safe}}=2000\text{ m}$ 两种情况, 安全距离较大时, 结算结果表明碰撞风险越高. 这是因为安全距离越大, 要求两飞行器距离越远, 因此评估得到的碰撞风险越高. 在两个安全距离下, 不同发射间隔时间 Δt 的曲线基本重合, 即其他条件都相同, 仅 Δt 不同时, 本文算法所得碰撞风险评估结果有很好的-致性. 这证明了算法对插值间隔时间的收敛性, 因此在-进行模型的离散化处理时, 只要保证 Δt 在合适的范围内, 就不会影响计算结果.

5 结论与展望

本文提出了一种考虑飞行轨迹不确定性的碰撞风险评估方法, 以碰撞概率为安全评估指标, 能够对碰撞风险进行精确评估. 该方法以碰撞概率计算为基础, 采用安全距离的概念对碰撞概率模型进行单元分解, 并使用理论分析和数值仿真证明了结算结果对插值间隔时间的收敛性. 该碰撞风险评估方法具有非常广阔的应用场景, 该方法可以应用于各种对象类型的交通管理决策支持工具中, 通过精确评估碰撞风险提高交通安全性.

在本文方法基础之上, 未来可以重点在两个方向继续开展研究工作: 一是将该方法与决策算法相结合应用于具体使用场景中; 二是提升方法计算效率.

(1) 应用场景. 一个非常典型的应用场景就是机场的交通管制. 对于进出机场的各个航班, 可以根据其历史飞行数据, 分析得到对应的期望轨迹及其在各个方向的不确定度, 从而可以使用本文算法分析各个航班是否有相互干扰正常工作甚至碰撞的风险, 以此作为航班时间安排及航线规划的依据之一. 如果机场的吞吐量较小, 可以简单地直接通过延长两航班之间的间隔时间以避免风险; 但是随着航空旅客量的快速增加, 航班和航线的密集程度会不可避免的-增加, 从而要求机场从风险管控的角度出发进行更加高效安全的规划. 本文算法结合二分法可以快速迭代计算得到给定

允许风险对应的两航班间隔时间. 随着航空技术的进一步发展和普及, 未来可能出现繁忙的空中无人巴士航线, 更需要结合航迹的不确定性进行碰撞风险评估以保证飞行安全.

(2) 计算效率. 若应用场景对实时性要求很高, 如飞行器的在线实时航线规划, 则需要考虑提升法的计算效率.

在本文仿真算例中, 采用两条具有很-大不确定的轨迹, 总飞行时长约为 3000 s , 插值间隔时间设置为 0.01 s , 计算耗时见表2.

在本文算法中, 计算每个瞬间状态碰撞概率需要遍历三维空间中的每一个网格. 如果不确定度与安全距离之比很大, 会导致离散化的模型网格数较多, 这种情况计算耗时可能高达几千秒.

提升计算效率的一个方法是使用神经网络进行拟合. 提取每个瞬间参与计算的两个包围盒的参数, 作为神经网络输入, 并准备相应的计算结果作为标签, 进行训练直至网络有满意的拟合精度. 实际应用时使用神经网络进行计算可以明显提升计算效率.

在今后的工作中, 我们将从上述两个方向继续展开研究. 将该方法与决策算法相结合, 应用于具体使用场景中; 在该算法的基础之上, 可以发展相应改进算法, 进一步提高算法求解效率, 以适用于实时性要求较高的应用场景.

表 2 计算耗时

Table 2 Calculation time

计算耗时 (s)		间隔时间 (s)				
		10	20	30	40	50
安全距 离(m)	500	3399	1600	732.9	263.9	51.4
	1000	1488	826.8	356.3	151.4	37.7
	1500	503.7	293.2	130.1	51.3	14.4
	2000	108.1	115.6	56.7	25.8	6.5
	2500	114.4	65.2	29	9.5	2.1
	5000	23.7	12.9	5.9	2.5	0.5

参考文献

- Mujumdar A, Padhi R. Evolving philosophies on autonomous obstacle/collision avoidance of unmanned aerial vehicles. *J Aeros Comp Inf Commun*, 2011, 8: 17-41
- Nieuwenhuisen M, Droeschel D, Schneider J, et al. Multimodal obstacle detection and collision avoidance for micro aerial vehicles. In: 2013

- European Conference on Mobile Robots. Barcelona: IEEE, 2013
- 3 Viquerat A, Blackhall L, Reid A, et al. Reactive collision avoidance for unmanned aerial vehicles using doppler radar. In: Laugier C, Siegwart R, eds. Field and Service Robotics. Springer Tracts in Advanced Robotics. Vol 42. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008. 245–254
 - 4 Lai C K, Lone M, Thomas P, et al. On-board trajectory generation for collision avoidance in unmanned aerial vehicles. In: 2011 Aerospace Conference. Big Sky: IEEE, 2011
 - 5 Zhang B Y, Zong Q, Lu H C, et al. Trajectory optimization of quad-rotor UAV formation using hp-adaptive pseudospectral method (in Chinese). *Sci Sin Tech*, 2017, 47: 239–248 [张博渊, 宗群, 鲁瀚辰, 等. 基于hp自适应伪谱法的四旋翼无人机编队轨迹优化. 中国科学: 技术科学, 2017, 47: 239–248]
 - 6 Woo J, Kim N. Collision avoidance for an unmanned surface vehicle using deep reinforcement learning. *Ocean Eng*, 2020, 199: 107001
 - 7 Wu G, Shi D, Guo J. Deliberative collision avoidance for unmanned surface vehicle based on the directional weight. *J Shanghai Jiaotong Univ (Sci)*, 2016, 21: 307–312
 - 8 Sun X, Wang G, Fan Y, et al. Collision avoidance using finite control set model predictive control for unmanned surface vehicle. *Appl Sci*, 2018, 8: 926
 - 9 Spangelo I, Egeland O. Trajectory planning and collision avoidance for underwater vehicles using optimal control. *IEEE J Ocean Eng*, 1994, 19: 502–511
 - 10 Ali F, Kim E K, Kim Y G. Type-2 fuzzy ontology-based semantic knowledge for collision avoidance of autonomous underwater vehicles. *Inf Sci*, 2015, 295: 441–464
 - 11 Williams G N, Lagace G E, Woodfin A. A collision avoidance controller for autonomous underwater vehicles. In: Proceedings of the International Symposium on Autonomous Underwater Vehicle Technology. Washington, 1990. 206–215
 - 12 Zhang X, Mahadevan S. Aircraft re-routing optimization and performance assessment under uncertainty. *Decis Support Syst*, 2017, 96: 67–82
 - 13 Lyu Y, Kang T, Pan Q, et al. UAV sense and avoidance: Concepts, technologies, and systems (in Chinese). *Sci Sin Inform*, 2019, 49: 520–537 [吕洋, 康童娜, 潘泉, 等. 无人机感知与规避: 概念、技术与系统. 中国科学: 信息科学, 2019, 49: 520–537]
 - 14 Lin Y, Saripalli S. Sampling-based path planning for UAV collision avoidance. *IEEE Trans Intell Transp Syst*, 2017, 18: 3179–3192
 - 15 Lingelbach F. Path planning using probabilistic cell decomposition. In: Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics & Automation. New Orleans, 2004
 - 16 Barrows G L, Neely C. Mixed-mode VLSI optic flow sensors for in-flight control of a micro air vehicle. In: SPIE 4109. Critical Technologies for the Future of Computing. San Diego, 2000. 51–63
 - 17 Zufferey J C. Bio-inspired Vision-based Flying Robots. Lausanne: EPFL, 2005
 - 18 Griffiths S, Saunders J, Curtis A, et al. Obstacle and terrain avoidance for miniature aerial vehicles. In: Valavanis K P, ed. Advances in Unmanned Aerial Vehicles. Intelligent Systems, Control and Automation: Science and Engineering. Vol 33. Dordrecht: Springer, 2007. 213–244
 - 19 Sinopoli B, Micheli M, Donato G, et al. Vision based navigation for an unmanned aerial vehicle. In: Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Seoul Korea, 2001. 1757–1764
 - 20 Frew E W, Langelaan J, Joo S. Adaptive receding horizon control for vision-based navigation of small unmanned aircraft. In: 2006 American Control Conference. Minneapolis, 2006
 - 21 Torralbo I, Perez-Grande I, Sanz-Andres A, et al. Correlation of spacecraft thermal mathematical models to reference data. *Acta Astronaut*, 2018, 144: 305–319
 - 22 Leege A D, Paassen M V, Mulder M. A machine learning approach to trajectory prediction. In: AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference. Boston, 2013
 - 23 Gong C, McNally D. A methodology for automated trajectory prediction analysis. In: AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Providence, 2004
 - 24 Zhang X, Mahadevan S. Bayesian neural networks for flight trajectory prediction and safety assessment. *Decis Support Syst*, 2020, 131: 113246
 - 25 Li H, Luo Y Z, Jin-Zhang, et al. Optimal multi-objective linearized impulsive rendezvous under uncertainty. *Acta Astronaut*, 2010, 66: 439–445
 - 26 Luo Y Z, Lei Y J, Tang G J. Optimal multi-objective nonlinear impulsive rendezvous. *J Guid Control Dyn*, 2007, 30: 994–1002
 - 27 Luo Y Z, Tang G J, Lei Y J, et al. Optimization of multiple-impulse, multiple-revolution, rendezvous-phasing maneuvers. *J Guid Control Dyn*, 2007, 30: 946–952

Collision risk evaluation method for flight trajectory with uncertainty

CHEN JinYong¹, ZHOU Rui¹, ZHANG YuHang² & XIONG Wei³

¹ School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

² Beijing Institute of Space Long March Vehicle, Beijing 100076, China;

³ China Academy of Launch Vehicle Technology Systems Engineering Division, Beijing 100076, China

With the development of intelligent and unmanned transportation, the automation management of the transportation system has become an inevitable trend, and collision risk is of paramount consideration in traffic management automation. In this paper, we propose a collision risk evaluation method, which takes collision probability as a safety-evaluation index, and hence, can control collision risks. We developed the proposed methodology in a simple form that consists of three steps for data preprocessing, spatiotemporal discretization, and probability calculation. First, we perform coordinate unification and time-alignment for the given trajectory data. Then, we divide the trajectory into many small segments according to the interpolation interval and divide the uncertainty cuboid into many grid cells according to the given safe distance. Finally, we calculate the instantaneous collision probability according to the probability distribution model, and then, we obtain the collision probability of the entire flight period. Simulation results reveal that the method has convergence for the interpolation interval. We also discuss the effects of safe distance on the calculation result of collision probability. The proposed method has a wide range of application scenarios, which can be applied to traffic management decision support tools of various types of vehicles as long as an appropriate safe distance is adopted.

collision risk, safety evaluation, flight trajectory with uncertainty

doi: [10.1360/SST-2020-0209](https://doi.org/10.1360/SST-2020-0209)