



X型超轻点阵结构芯体(II): 细观力学建模与结构分析

张钱城^①, 陈爱萍^②, 陈常青^{②③}, 卢天健^{②*}

① 西安交通大学材料科学与工程系, 西安 710049;

② 西安交通大学强度与振动教育部重点实验室, 西安 710049;

③ 清华大学工程力学系, 北京 100084

* E-mail: tjlu@mail.xjtu.edu.cn

收稿日期: 2009-02-04; 接受日期: 2009-04-08

国家重点基础研究发展计划(“973”计划)(批准号: 2006CB601202)、国家自然科学基金(批准号: 10632060, 10825210)、国家高技术研究发展计划(“863”计划)(批准号: 2006AA03Z519)和国家“111”引智计划(批准号: B06024)资助项目

摘要 针对 X 型超轻点阵结构芯体, 首先引入均匀化等效理论, 进行均匀化等效处理, 然后采用等效芯体的有限元计算模型预测 X 型结构夹层板的静态力学行为, 包括其压缩、剪切弹性模量和峰值强度, 从理论和数值模拟上进一步证明了 X 型结构在静态力学性能上较金字塔结构具有性能优势. 结合实验结果和三维实体有限元模型对比分析表明, 均匀化等效理论预测与三维有限元计算结果吻合较好, 误差不到 10%.

关键词

点阵材料
夹层板
均匀化
有限元

当今工业装备技术(如高档数控机)和交通运输(如航天航空器、高速机车、舰船)的迅猛发展对高性能工程材料的设计与制备提出了更高的要求, 如: 轻质, 高强/高韧, 多功能化应用等. 以此为背景, 近年来超轻多孔金属材料因其具有优良的结构效率和广泛的多功能应用前景, 成为众多研究关注的热点^[1~10], 其中蜂窝材料和泡沫铝已经应用于航空航天结构^[2,5]. 夹层结构的设计也出现新的变革^[2~4], 新兴的点阵金属桁架夹层板被视为最有前景的新型先进轻质超强韧结构^[2~13], 已经开始应用于飞行器结构、高速列车和舰船^[12,13]. 目前, 主要的点阵桁架拓扑结构包括: 四面体结构^[14~19], 金字塔结构^[20~22], 三维 Kagome 结构^[23,24], 以及金属编织物结构^[25~28]等.

国内外对点阵材料的静态力学特性的研究和材料微结构的优化设计多建立于宏观等效理论之上. 基于复合材料的等效理论框架^[29~31], Hohe 和 Becker^[32]以及 Hohe 等^[33]通过对单胞施加宏观对称应力和应变约束, 假定节点转角变形呈周期性分布, 计算了具有刚性节点的周期性点阵材料的弹性宏观等效参数, 结

果显示了点阵取向对弹性宏观等效参数的影响. 在多孔材料非线性行为的宏观等效模型方面, Deshpande 和 Fleck^[34]提出了泡沫多孔金属材料的各向同性本构关系模型, 该模型能够和实验较好吻合而被众多商业软件所采用. 在全面综述三明治夹层板计算模型及理论的基础上, Noor^[35]和 Straalen^[36]提出了基于应变能方法和均匀连续化替代离散(多孔)芯体的等效计算模型. Mohr^[37]和 Rabczuk^[38]采用细观力学方法分别提出了针对桁架点阵材料和二维多孔夹层材料的本构关系模型, 数值计算表明这些模型能较好地模拟材料的非线性行为. 在二维周期性多孔夹层材料的细观力学分析方面, Hohe 和 Becker^[39]给出了一个较为全面的综述, 指出对于二维格栅型的芯体材料, 其主要的等效刚度参数取决于夹层与面板的相互作用, 因此需要将面板和夹芯层综合考虑以获得夹层板的整体宏观等效刚度. 基于该思路, Cheng 等^[40]从应变分析出发, 给出了一个计算二维周期性多孔夹层板的数值方法, 通过计算四种夹层材料的宏观等效刚度验证了该方法的有效性. 在三

维周期性点阵材料的细观力学分析方面, Wallach 和 Gibson^[14]利用特征单元分别计算了金字塔桁架点阵材料的弹性模量、单轴受压强度以及剪切强度, 并将之表示为材料的相对密度和几何比例(aspect ratio)的函数. Deshpande等^[21]研究了八面体桁架材料的弹性模量及失效模式, 并依据唯象理论(Hill屈服准则)构造了此类材料的屈服函数, 数值计算表明由Hill准则得到的屈服函数和实际屈服面存在一定误差. Mohr^[41]从材料变形机理出发, 忽略桁架单元中的弯矩作用, 得到了桁架点阵材料的宏观等效塑性模型; 数值计算表明该等效模型和材料的实际屈服面能够较好吻合. Ziegler等^[42]利用厚板理论构造了桁架点阵材料的有限元模型, 数值计算表明该模型可以在弹性范围内有效地计算材料的自振频率以及在弯曲或面内载荷下的结构响应; 然而, 当面内和面外载荷相互耦合时, 该模型的计算值具有较大误差. 有关三维周期性桁架点阵材料的研究, 一般对其施加周期性边界条件以获得相应的宏观等效性能, 即: 假定材料在三维空间是无穷分布的(单胞在三维空间内无穷堆积). 实际应用中, 桁架材料一般与实心面板构成夹层结构, 而且由于面板和夹芯层在刚度分布上存在显著不同, 将之放在一起进行宏观等效存在计算量较大的问题, 这也是上述各文献的不足之处. 有鉴于此, Liu等^[43]建立了基于均匀化等效理论的细观力学模型, 得到了较文献^[29-31,44,45]更为简化的计算方法, 并通过数值

算例验证了夹层板理论在上述二维和三维多孔材料弹性力学行为计算中的适用性.

与四面体或金字塔结构(图 1)相比, 三维Kagome结构的主要变化特征在于其具有三维约束的交错结点^[44-46]. Hyun等^[44]通过有限元分析研究表明, 在压缩或剪切载荷下, Kagome结构的均质性和稳定性均较四面体或金字塔结构更高; Wang等^[45]则通过实验进一步验证了其性能优势. 受前期实验研究和三维Kagome结构的启发, 我们^[1]在金字塔结构基础上提出了一种具有二维的交错结点的新型点阵材料拓扑结构(简称为X型结构; 见图 1). 由于该类结构可以通过成本相对较低的钢板网制造, 使得大规模地应用X型芯体夹层板成为可能. 本文的研究重点是引入Liu等^[43]的方法对X型结构进行理论和有限元计算研究, 分析其力学性能特性, 和目前常用的金字塔型结构进行比较, 并采用文献[1]的实验结果验证理论预测的正确性.

1 X 型点阵结构

图 1(a)和(b)分别给出了金字塔和 X 型结构单元胞的示意图. 与金字塔芯体相比, 在 X 型芯体中除了存在杆与面板之间的焊接结点外, 杆与杆之间还存在二维交错的结点. 为了在后续讨论中区分它们, 前者称为焊接结点, 后者简称中间结点. 在计算芯体的相对密度时, 忽略焊剂的附加质量(焊剂增加了芯体

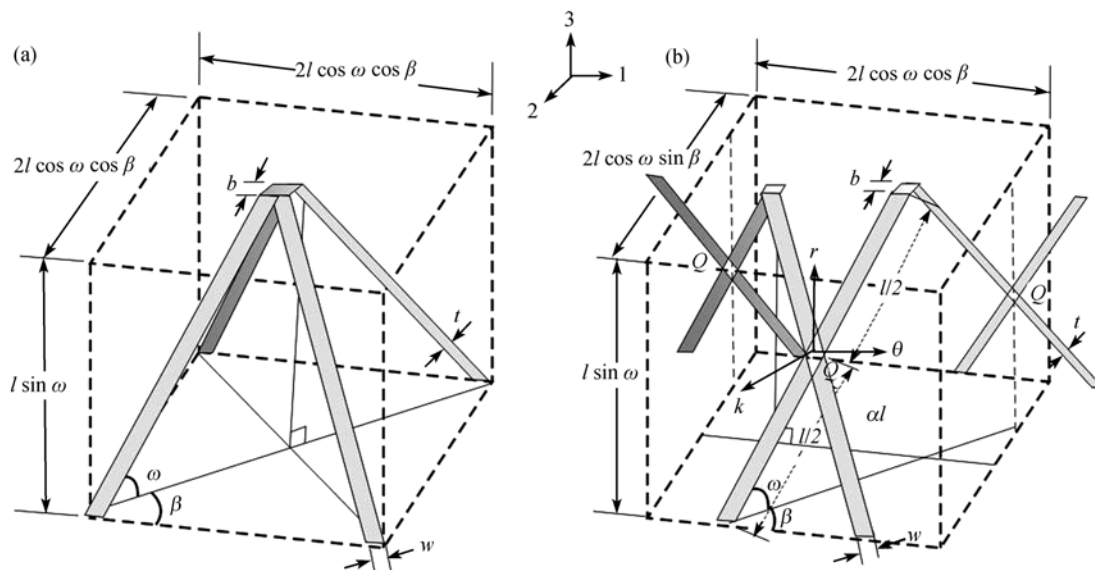


图 1 (a)金字塔和(b)X 型结构单元胞的示意图

的密度, 但幅度较小, 约为 0.2%), 则两种结构的相对密度由杆的横截面积和杆长决定. 其中, 金字塔单元胞由四根长度为 l 的杆构成, 而 X 型单元胞由八根长度为 $l/2$ 的杆构成. 这两种结构的单元胞体积均为:

$$V_c = 4(l \sin \omega) \cdot (l \cos \omega \sin \beta) \cdot (l \cos \omega \cos \beta), \quad (1)$$

其中, ω 为杆与面板的倾角, w 和 t 分别为杆横截面的长和宽. 杆所占的空间体积为:

$$V_s = 4tw(l+b), \quad (2)$$

其中, b 为焊接平台的长度. 因此, 金字塔和 X 型结构具有相同的相对密度:

$$\bar{\rho} = \frac{4(w/t)(t/l)^2(1+b/l)}{\cos \omega \sin 2\omega \sin 2\beta}, \quad (3)$$

式中: $w = \delta t$, δ 为杆截面尺寸 w 与 t 的比值.

对金字塔和 X 型结构的分析采用结构分析策略, 先采用细观力学模型对芯体材料进行均匀化等效(即将多孔芯体等效为各向异性连续体), 然后利用各向异性弹性力学的方法来计算其结构响应.

2 X 型结构桁架芯体的均匀化等效

夹层板的均匀化等效是分析该类结构力学响应的常用方法. 对 X 型结构进行均匀化等效的主要问题是建立一个合适的细观力学模型来分析芯体的三维桁架杆元.

2.1 非均匀介质的均匀化

对三维周期性 X 型桁架点阵材料的分析可以在宏观和微观两个尺度上分别进行: 在宏观尺度上, 把 X 型点阵等效为具有一定力学特征的连续体; 在微观尺度上, 将其视为离散的梁系结构. 宏观和微观之间的联系可通过分析 X 型结构的特征单元(如图 1)来建立.

引入连续介质力学中的记号, 在微观尺度, σ 表示应力张量, ϵ 表示应变张量. 在宏观尺度, Σ 表示宏观等效应力张量, E 表示宏观等效应变张量. 宏微观之间的变量关系可通过下式建立:

$$E = \langle \epsilon \rangle_{\Omega} \equiv \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \epsilon d\Omega, \quad (4)$$

$$\Sigma = \langle \sigma \rangle_{\Omega} \equiv \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \sigma d\Omega, \quad (5)$$

式中, Ω 表示当前构形中的单元胞体积, $\langle \cdot \rangle_{\Omega}$ 表示体积平均. 满足平衡条件的应力场 σ 和变形许可条件的应

变场 ϵ 之间存在如下等式^[29]:

$$\Sigma \cdot E = \langle \sigma \cdot \epsilon \rangle_{\Omega} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \sigma \cdot \epsilon d\Omega, \quad (6)$$

其中, $\Sigma \cdot E \Omega$ 表示宏观应变能密度, $\int_{\Omega} \sigma \cdot \epsilon d\Omega$ 表示微观应变能密度之和. 上式表明, 对满足平衡条件的应力场 σ 和变形许可条件的应变场 ϵ , 宏观应变能和微观应变能等效.

2.2 X 型结构单胞的宏观等效

本文研究的 X 型结构具有如下几何形貌: X 型桁架中的刚性节点 Q 不仅存在于单元体内, 而且存在于单元体之间, 连接着两个子几何体; 节点 Q 位于杆的中心位置, 即单元胞中的两个子几何体相同, 如图 1(b)所示. 此外, 分析中还假设: 1) 在均匀远场力作用下, 桁架杆元的变形微小, 即小位移和小转动; 2) 所有杆元都由同一种基材制成; 3) 桁架点阵的夹芯层材料满足周期性分布; 4) 相对于桁架点阵材料, 实心面板是刚硬的.

2.2.1 X 型单胞的变形分析. 图 2(a)给出了在均匀远场力作用下, 上下两端固定于面板的 X 型桁架结构的变形示意图. 结点 Q 的整体变形可以视为结点 Q 的非转动变形和结点 Q 的转动变形的叠加, 见图 2(b)和(c). 因此, 对单胞变形的分析可以分成上述两个部分分别进行.

首先考虑由单根杆件构成的胞元的变形, 以及结点 Q 被限制的转动变形, 如图 3(b)所示. 胞元内任意点的位移通过点对点映射在形式上可表示为 $\mathbf{x} = \phi(\mathbf{X})$, 其中 $\mathbf{X}$ 是参考构型下的初始位置, $\mathbf{x}$ 是当前构型下的位置. 变形梯度 $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{X})$ 由下式给出:

$$\mathbf{F} = \nabla \phi. \quad (7)$$

定义如下线性变换:

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{X}, \quad \det \mathbf{F} > 0, \quad (8)$$

则位移场 $\mathbf{u}$ 可表示为:

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}) = \phi(\mathbf{X}) - \mathbf{X}. \quad (9)$$

结合(7)式, 可得位移梯度:

$$\nabla \mathbf{u} = \mathbf{F} - \mathbf{I}. \quad (10)$$

均匀化的位移场表明胞元内的任意位置具有相同的变形梯度. 相对于参考构型的宏观 Green 应变张量 $\mathbf{E}$ 可定义如下^[47]:

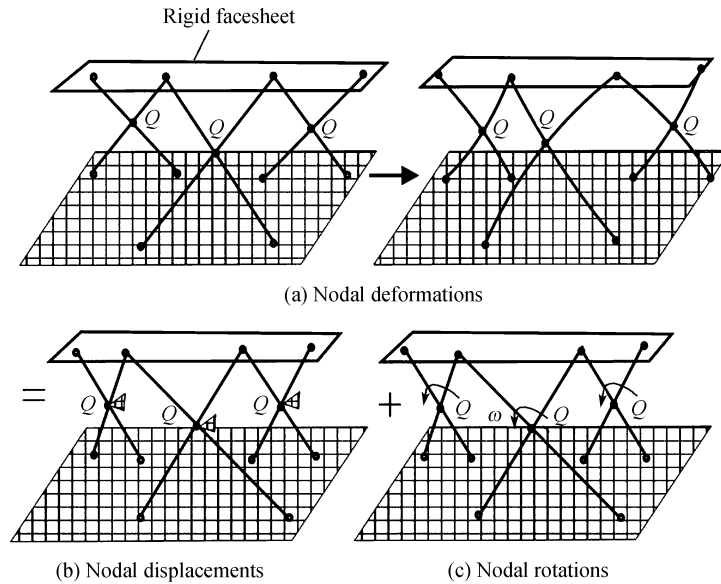


图 2 上下两端固定于面板的 X 型桁架的变形示意图

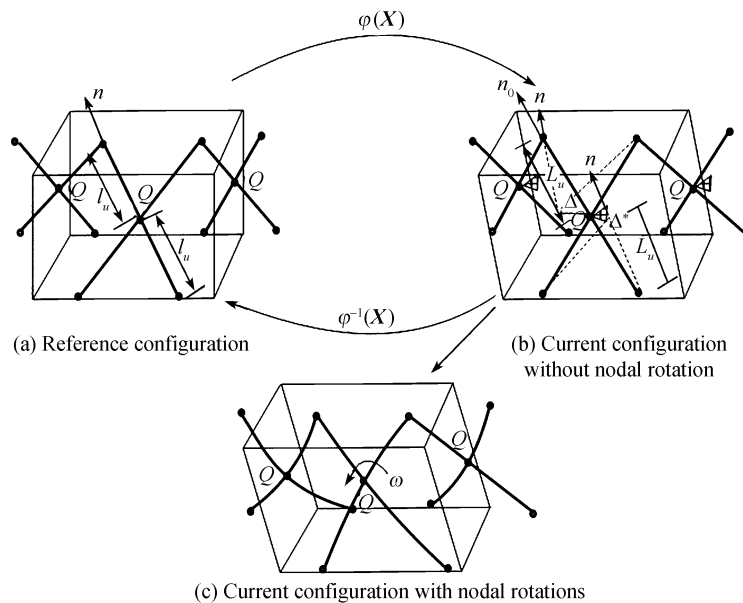
(a) 结点 Q 的整体变形; (b) 结点 Q 的非转动变形; (c) 结点 Q 的转动变形

图 3 X 型结构单胞的变形分析

(a) 参考构形; (b) 无节点转角的当前构形; (c) 有节点转角存在的当前构形

$$E = \frac{1}{2}(C - I), \quad (11)$$

其中, C 是 Cauchy-Green 张量, 即:

$$C = F^T \cdot F, \quad (12)$$

式中的上标 'T' 表示转置. 结合(10)式可得:

$$E = \frac{1}{2}[(\nabla u + I)^T (\nabla u + I) - I] \\ \approx \frac{1}{2}(\nabla u^T + \nabla u), \quad (13)$$

上式中引入了小变形假设, 忽略了位移的非线性项.

其次考虑节点 Q 被限制转动时的单胞变形, 见图

3(b). 由于节点 Q 的转角变形为零, 可以采用Liu等^[43]所述的方法对其进行分析. 如图 3(a)和(b)所示, 杆元在参考构形下轴线的方向向量为 $\mathbf{n}$, 长度为 l_u , 在当前构形下的方向为 $\mathbf{n}_0$ ($\mathbf{n}_0$ 代表杆元的两个端点间连线的方向向量). 在小变形假设下, 变形后两个端点的距离 l_u 近似等于杆元的长度, 则有:

$$L_u \mathbf{n}_0 = \mathbf{F} l_u \mathbf{n}, \quad (14)$$

$$\Delta = \Delta \mathbf{n}_1 = L_u \mathbf{n}_0 - l_u \mathbf{n} = (\mathbf{F} - \mathbf{I}) l_u \mathbf{n}, \quad (15)$$

$$\Delta^* = \Delta^* \mathbf{n}_2 = L_u \mathbf{n}_0 - l_u \mathbf{n} = (\mathbf{F} - \mathbf{I}) l_u \mathbf{n}, \quad (16)$$

式中, l_u 代表杆的初始长度, Δ 和 Δ^* 代表杆的末端位移(图 3). 从(10), (13), (15)和(16)式可得:

$$\Delta = l_u \mathbf{E} \mathbf{n}, \quad \Delta^* = l_u \mathbf{E} \mathbf{n}, \quad (17)$$

其中

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} \\ & E_{22} & E_{23} \\ \text{对称} & & E_{33} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)^T, \quad (19)$$

$$\Delta = (\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3)^T, \quad (20)$$

$$\Delta^* = (\Delta_1^*, \Delta_2^*, \Delta_3^*)^T. \quad (21)$$

位移 Δ 和 Δ^* 带来的不平衡力矩 $\mathbf{M} = (M_r, M_\theta, M_k)^T$ (见图 3(c))将引起节点 Q 的转角变形 $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$. 利用欧拉-伯努利(Euler-Bernoulli)模型计算可知, 如果当每个子几何体内的杆元长度彼此相等时, 有 $M_r = M_\theta = M_k = 0$, 即: 各杆元以承受轴力为主而无弯曲变形. 注意到, 受轴力为主的桁架材料的承载效率明显高于弯曲变形的桁架材料^[21]. 在进一步的研究中, 我们只考虑每个子几何体内杆元彼此相等的情况, 此时节点 Q 无转角变形.

2.2.2 宏观均匀化等效. 对于包含 N 根欧拉-伯努利梁的胞元, 其应变能密度为:

$$U^* = \frac{1}{\Omega} \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{u}}^{(i)T} \tilde{\mathbf{K}}^{(i)} \tilde{\mathbf{u}}^{(i)}, \quad (22)$$

式中, $\tilde{\mathbf{u}}^{(i)}$ 表示第 i 根梁节点的位移矢量(这两个节点分别用 ζ 和 τ 表示, 如图 4 所示):

$$\tilde{\mathbf{u}}^{(i)} = \begin{bmatrix} w_\zeta, v_\zeta, \psi_\zeta, \omega_{\zeta x}, \omega_{\zeta y}, \omega_{\zeta z}, \\ w_\tau, v_\tau, \psi_\tau, \omega_{\tau x}, \omega_{\tau y}, \omega_{\tau z} \end{bmatrix}^{(i)T}, \quad (23)$$

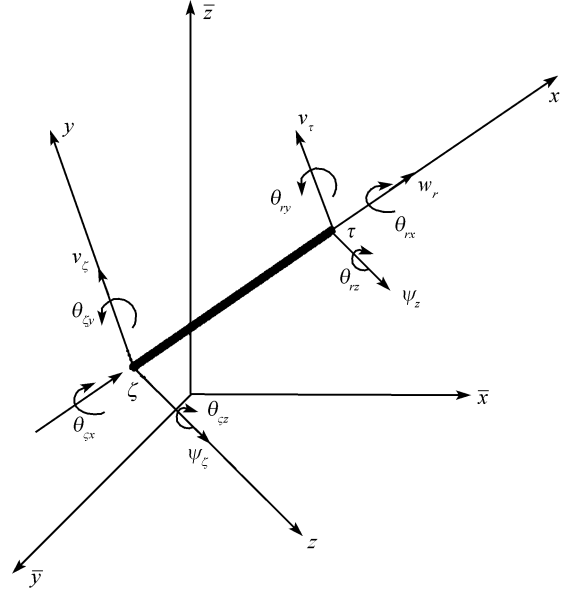


图 4 单胞中第 i 个杆元的局部坐标与整体坐标之间的关系

其中 Ω 为单元胞体积:

$$\Omega = B_x B_y H_c. \quad (24)$$

从图 4 和(20), (21)式可得:

$$\tilde{\mathbf{u}}^{(i)} = [\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \omega_1, \omega_2, \omega_3, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T, \quad (25a)$$

$$[\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T = \mathbf{0},$$

或

$$\tilde{\mathbf{u}}^{(i)} = [\Delta_1^*, \Delta_2^*, \Delta_3^*, \omega_1^*, \omega_2^*, \omega_3^*, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T, \quad (25b)$$

$$[\omega_1^*, \omega_2^*, \omega_3^*]^T = \mathbf{0}.$$

在(22)式中, $\tilde{\mathbf{K}}^{(i)}$ 代表总体刚度矩阵, 满足局部坐标和总体坐标的转换关系, 如图 4 所示:

$$\tilde{\mathbf{K}}^{(i)} = \mathbf{T}^T \tilde{\mathbf{K}}^{e(i)} \mathbf{T}, \quad (26)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}^{(i)} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} & \dots \\ & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} & \dots \\ & & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} & \dots \\ & & & k_{44} & k_{45} & k_{46} & \dots \\ \text{对称} & & & & k_{55} & k_{56} & \dots \\ & & & & & k_{66} & \dots \\ & & & & & & \dots \end{bmatrix}^{(i)}, \quad (27)$$

其中: $\mathbf{T}$ 是坐标变换矩阵(见附录 A), n 根据所研究的问题是平面还是空间而取不同的值(对本文所研究问

题, $n=12$), $\tilde{\mathbf{K}}^{e(i)}$ 是第 i 根梁的单元刚度矩阵, 即:

$$\tilde{\mathbf{K}}^{e(i)} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_1 & \tilde{\mathbf{K}}_2 \\ \text{对称} & \tilde{\mathbf{K}}_3 \end{bmatrix}^{e(i)}. \quad (28)$$

对欧拉-伯努力梁, $\tilde{\mathbf{K}}_1$, $\tilde{\mathbf{K}}_2$ 和 $\tilde{\mathbf{K}}_3$ 的表达式见附录 B. 上式中, E 和 G 分别表示基材的杨氏模量和剪切模量, l 代表第 i 个梁单元的长度, A 为第 i 个梁单元的截面积, I_x, I_y, I_z 为第 i 个梁单元的转动惯量.

令胞元的宏观应变矢量为:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} &= [\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{12}]^T \\ &= [E_{11}, E_{22}, E_{33}, 2E_{23}, 2E_{13}, 2E_{12}]^T. \end{aligned} \quad (29)$$

胞元的等效刚度可由下式求出:

$$C_{ijkl}^H = \frac{\partial^2 U^*}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}}, \quad (30)$$

式中上标‘ H ’表示均匀化后的等效刚度. 至此, 我们就已得到了点阵夹层结构中桁架芯体的等效弹性常数, 利用刚度矩阵与柔度矩阵的关系进而可以确定其工程弹性常数. 如果把 $\tilde{\mathbf{K}}_1$, $\tilde{\mathbf{K}}_2$, $\tilde{\mathbf{K}}_3$ 所表示的欧拉-伯努力梁的单元刚度矩阵替换为铁木辛科 (Timoshenko) 梁的单元刚度矩阵, 那么以铁木辛科梁为桁架芯体的等效刚度系数也可以类似得到. 以下仅给出由欧拉-伯努力梁计算的结果.

2.3 模型预测的峰值应力

如上所述, 本文忽略杆的弯曲变形, 仅考虑其沿轴向的拉伸(或压缩)变形. 因此, 单元胞的宏观应力(方程(6))可表示为:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \sum_{i=1}^N \lambda^{(i)} \boldsymbol{\sigma}^{(i)} \mathbf{n}^{(i)} \otimes \mathbf{n}^{(i)}, \quad (31)$$

其中, $\boldsymbol{\sigma}^{(i)}$ 为第 i 根杆的轴应力, $\lambda^{(i)}$ 表示其体积比. 于是, 宏观压溃应力的计算可通过计算桁架在容许失效模式时杆的拉压应力而得. 当单元胞内的杆在压缩下同时屈服时, 即轴向应力达到法向压溃应力 Σ_{33} 时, 将(30)式代入(31)式可得:

$$\Sigma_{33} = \bar{\rho} \eta \sigma_y \sin^2 \omega, \quad (32)$$

其中, η 为桁架的体积分数, 即 $\eta = l/(l+b)$ [48,49], (32) 式结果与文献[50]中有关金字塔结构的结果相一致. Σ_{13} 和 Σ_{23} 分别对应方向 1 和 2(图 1)的剪切强度. 此

时由同一结点 Q 连接的 2 根杆元(图 3)分别产生拉伸屈服和压缩屈服, 从而可得:

$$\Sigma_{13} = \bar{\rho} \eta \sigma_y \sin \omega \left(\frac{B_y}{2l} \right), \quad (33)$$

$$\Sigma_{23} = \bar{\rho} \eta \sigma_y \sin \omega \left(\frac{B_x}{2l} \right). \quad (34)$$

当 X 型点阵结构的相对密度较低时, 其胞元的杆元(梗)变得细长, 其峰值强度由弹性或塑性屈曲控制. 如果 X 型点阵结构采用应变硬化材料制成, 其杆元的塑性屈曲可根据 Shanley-Engesser 切线模量理论获得. 此时, (32), (33) 和 (34) 式中的 σ_y 用塑性屈曲应力 σ_c 替代:

$$\sigma_c = \frac{k^2 \pi^2 E_t I}{Al^2}, \quad (35)$$

其中, k 取决于杆端的边界条件(两端固定时, $k=2$; 两端铰接时, $k=1$), A 为杆的横截面积(横截面为矩形的杆元, $A=wt$), I 为杆的截面惯性矩, E_t 为 Shanley-Engesser 切线模量(通过基材的应力-应变响应获得), t , w 和 l 分别代表杆元的厚度、宽度和长度. 针对弹性屈曲, 只需将上式中的 E_t 用弹性模量代替即可.

若金字塔结构由方形截面杆元构成, 其杆元的塑性屈曲应力 σ_c 为:

$$\sigma_c = \frac{\pi^2 k_p^2 E_t}{12} \left(\frac{t}{l} \right)^2, \quad (36)$$

其中, $k_p=2$. 与此相对应的由方形截面杆元构成的 X 型结构, 其杆元的塑性屈曲应力 σ_c 为:

$$\sigma_c = \frac{\pi^2 k_x^2 E_t}{12} \left(\frac{t}{0.5l} \right)^2, \quad (37)$$

其中, $1 < k_x < 2$. 因此, 对于金字塔结构, 该结构由杆元塑性屈曲主导的压缩峰值强度和剪切峰值强度分别为:

$$\Sigma_{33,p}^k = \frac{\pi^2 \eta}{12 \delta} k_p^2 \sin^3(\omega) \cos^2(\omega) \sin(\beta) \cos(\beta) E_t \bar{\rho}^2, \quad (38)$$

$$\Sigma_{13,p}^k = \frac{\pi^2 \eta B_y}{24 \delta l} k_p^2 \sin^2(\omega) \cos^2(\omega) \sin(\beta) \cos(\beta) E_t \bar{\rho}^2, \quad (39)$$

$$\Sigma_{23,p}^k = \frac{\pi^2 \eta B_x}{24 \delta l} k_p^2 \sin^2(\omega) \cos^2(\omega) \sin(\beta) \cos(\beta) E_t \bar{\rho}^2, \quad (40)$$

对于X型结构, 相应的压缩峰值强度和剪切峰值强度则分别为:

$$\Sigma_{33,x}^{pk} = \frac{\pi^2 \eta}{12\delta} \left(\frac{k_x}{0.5} \right)^2 \sin^3(\omega) \cos^2(\omega) \sin(\beta) \cos(\beta) E_t \bar{\rho}^2, \quad (41)$$

$$\Sigma_{13,x}^{pk} = \frac{\pi^2 \eta B_y}{24\delta l} \left(\frac{k_x}{0.5} \right)^2 \sin^2(\omega) \cos^2(\omega) \sin(\beta) \cos(\beta) E_t \bar{\rho}^2, \quad (42)$$

$$\Sigma_{23,x}^{pk} = \frac{\pi^2 \eta B_x}{24\delta l} \left(\frac{k_x}{0.5} \right)^2 \sin^2(\omega) \cos^2(\omega) \sin(\beta) \cos(\beta) E_t \bar{\rho}^2, \quad (43)$$

比较(38)~(40)式与(41)~(43)式可知, 当 $k_x/0.5 > k_p$ 时, X型结构较金字塔结构更具结构优势. 一般情况下, 准确地确定 $k_x/0.5$ 的量值是较为困难的, 它主要取决于中间节点的联接强度. 对于结点位于中心位置的X型结构, 保守假定杆元可简化为一端固定和一端铰接的联接方式^[50], 此时 $k_x=1.42$, 从而 $k_x/0.5=2.84 > k_p$, 即X型结构较金字塔具有更好的抵抗屈曲的能力.

3 有限元分析

分别采用两种模型进行有限元分析, 一种是等效芯体模型, 另一种是三维实体模型. 在等效的单层有限元计算模型中, 芯体结构被等效为均匀化的介质, 其材料特性取决于计算获得的宏观等效弹性常数 C^H ; 而实体有限元模型则是根据实际材料结构的相应尺寸建立的相应三维模型.

将实验中采用的金字塔和 X 型结构的尺寸代入(30)式中, 即可获得相应结构的等效弹性常数 C^H . 分析表明, 这两种结构具有相同的等效弹性常数 C^H :

$$C^H = \begin{pmatrix} 0.2124 & 0.3472 & 0.5203 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3472 & 0.5993 & 0.8614 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5203 & 0.8614 & 1.2977 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3520 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8717 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5227 \end{pmatrix} \times 10^9 \text{ Pa}.$$

为了获得实体材料的力学参数, 我们从制备金字塔和 X 型结构的钢板网(型号 304 不锈钢, 与夹层材料钎焊经受相同的高温热处理)中截取了几个杆元,

将它们加工成小型平板单轴拉伸试件并进行了单轴拉伸试验(材料试验机为 MTS 858 Mini Bioni II), 应变的测量采用德国 GOM 公司生产的 Aramis 三维变形测试仪. 图5所示为其单轴拉伸真实应力-应变曲线. 所得结果表明, 其平均杨氏模量 E_s 为 203 GPa, 0.2%残余应变所对应的屈服强度 σ_{ys} 为 220 MPa, 相应的切线模量 E_t 为 45.4 GPa ($t=0.2\%$).

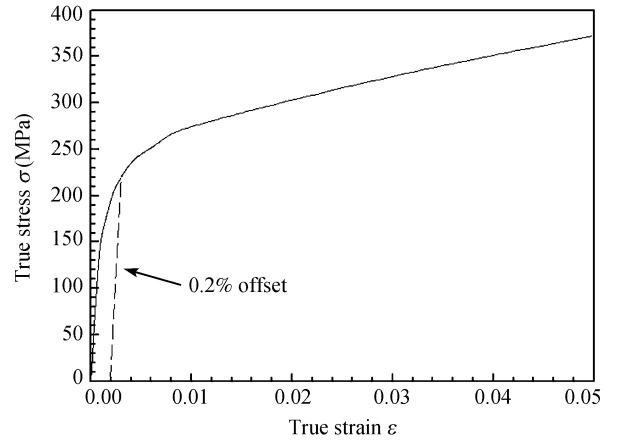


图5 实体材料的单轴拉伸应力-应变曲线

有限元数值模拟采用商业程序 ABAQUS. 三维等效计算模型采用三层结构, 中间是等效芯体, 上下为实心面板, 其中等效芯体的几何尺寸为 21 mm(长)×30 mm(宽)×14 mm(高), 上下面板厚度均为 2 mm. 在 3 方向上压缩(图1), 其边界条件采用底板固定, 上板加一层刚性板, 在刚性板上加载集中力来模拟材料的轴向压缩行为. 在 1 和 2 方向上的剪切时, 其边界条件采用底板固定, 上板转变成刚性板, 在刚性板上加载集中力来模拟材料的剪切行为. 有限元模拟中材料的属性取为: 两边面板实心板, 杨氏模量 203 GPa, 泊松比 0.3; 中间芯体材料的等效弹性常数为 C^H . 通过模拟, 得到其压缩和剪切弹性模量分别为 $E_{33}=648$ MPa, $G_{13}=334$ MPa, $G_{23}=604$ MPa.

为了验证上述三维等效的单层有限元计算模型并与实验结果进行比较, 我们建立了金字塔和 X 型芯体结构夹层板的三维有限元模型, 其几何参数采用实验测试结果: 两边尺寸为 21 mm(长)×30 mm(宽)×2 mm(高)的面板, 中间芯体尺寸为 21 mm(长)×30 mm(宽)×14 mm(高), 芯体中矩形杆元的截面尺寸为 1 mm×2 mm, 模型中共采用 294, 186 个线性四面体单

元. 假设实体材料满足 Mises 屈服准则, 其单轴应力-应变曲线采用试验结果(图 5), 杨氏模量为 203 GPa, 泊松比为 0.3. 在 3 方向上进行压缩模拟时, 其边界条件采用底板固定, 上板加横向位移和旋转约束, 并在上板加一层刚性板, 在刚性板上施加集中力来模拟材料的轴向压缩行为; 在 1 和 2 方向上进行剪切行为模拟时, 其边界条件采用底板固定, 上板转变成刚性板, 在上板的 2 和 1 方向加位移和旋转约束, 并在刚性板的 1 和 2 方向上加载集中剪切力来模拟材料的剪切行为. 另外由于三维有限元计算结果在应力超过峰值后与实验相差较大, 这与杆元的后屈曲行为及杆元之间的接触、摩擦有关, 目前的计算模型没有考虑这些因素, 因此上述的压缩和剪切模拟均仅考虑前屈曲部分.

图 6 所示为试验和三维实体有限元模拟的应力-应变曲线的对比, 表 1 进一步给出了实验测试、等效有限元计算模拟(理论预测)和三维实体有限元模拟结果的比较. 采用等效有限元计算模型(CEM)所得 X 型

和金字塔结构的杨氏模量相同(648 MPa); 而三维有限元模型(FEA)所得 X 型和金字塔型结构的杨氏模量分别为 630 和 596 MPa, 与等效模型(CEM)的差别小于 10%. 但无论是等效模型还是三维模型的预测结果均远高于实验测量所得的杨氏模量(X 型结构: 231 MPa; 金字塔型结构: 212 MPa). 压缩峰值强度的等效模型和三维模型预测结果则与实验测量结果吻合较好: 三维计算模型预测的 X 型结构和金字塔型结构的压缩峰值强度分别为 1.671 和 1.33 MPa, 等效模型理论预测结果分别为 2.4 和 1.2 MPa, 而对应的实验测试结果为 1.627 和 1.160 MPa, 除了 X 型结构等效模型理论预测结果的误差达到 30% 外, 其它均小于 10%. 结合实验和模拟, 可将 k 值修正为 $k=1.16$.

尽管不同模型预测的杨氏模量比较接近, 但它们与试验结果均相差较大. 分析认为这种差异很有可能是因为杨氏模量对实际结构中存在的缺陷比较敏感^[4,51], 而在模型中却没有考虑实际存在的各种缺陷, 导致模型预测值偏高: 杆元的弯曲不平直、杆元

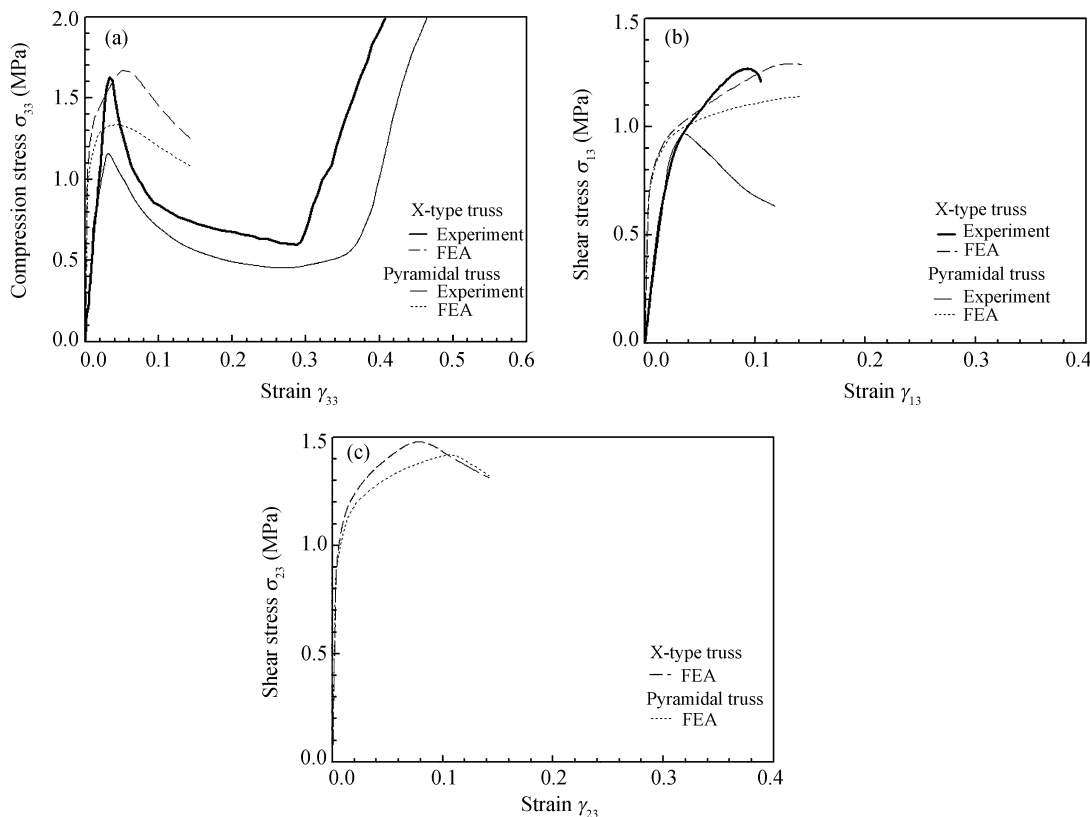


图 6 压缩和剪切力学性能测试曲线以及三维有限元模拟结果: (a) 轴向压缩, (b) 方向 1 剪切, (c) 方向 2 剪切

表 1 实验测试、理论预测和有限元模拟结果比较

Property		Compressive modulus (MPa)	Compressive peak strength (MPa)	Shear modulus (MPa)		Shear peak strength (MPa)	
				G_{13}	G_{23}	σ_{13}	σ_{23}
Test	X-type	231	1.627	126	165	1.271	Unknown
	Pyramidal	212	1.160	84	143	0.97	Unknown
CEM	X-type	648	2.4 ($k=1.42$)	334	604	2.08 ($k=1.42$)	2.57 ($k=1.42$)
	Pyramidal		1.63 ($k=1.16$)			1.41 ($k=1.16$)	1.77 ($k=1.16$)
FE	X-type	630	1.671	303	589	1.29	1.48
	Pyramidal	596	1.33	288	519	1.13	1.42

在平整过程中产生的扭曲、杆元和结点上存在的微裂纹、杆元尺寸的不均匀性、结点尺寸、杆元的非规则矩形横截面等缺陷均可起到重要作用, 这些因素的影响有待在后续工作中进一步研究. 另一方面, 模型预测的压缩峰值强度与实验结果较为吻合, 这与峰值强度对上述缺陷的不敏感性有关. 剪切载荷下存在与压缩类似的结果和现象, 不再赘述.

三维有限元模型计算结果验证了细观力学模型的合理性, 误差较小, 适合于X型和金字塔结构的静态力学性能预测; 李斌潮等^[52]的理论和实验研究表明该模型对点阵结构动态响应性能的预测也是可行的. 上述结果亦从实验、理论和模拟上揭示了X型结

构较金字塔结构在相同条件下具有更高的抗塑性屈曲的阻力, 其原因主要在于交错结点的强化贡献.

4 结论

采用细观力学建模对新型的轻质点阵结构材料——X型结构进行了均匀化等效, 预测了采用该材料作为芯体的夹层板的压缩和剪切静态性能, 并将该模型与三维有限元模型计算和实验结果进行了比较, 发现该理论模型可有效地应用于该结构的性能预测. 后续工作需要考虑各种制备缺陷对材料的力学性能(尤其是弹性模量)的影响, 以便更好的预测实验结果.

参考文献

1 张钱城, 韩云杰, 陈常青, 等. X 型超轻点阵结构芯体(I): 概念的提出、材料制备及实验. 中国科学 E 辑, 2009, 39(6): 1039—1046

2 Evans A G, Hutchinson J W, Fleck N A, et al. The topological design of multifunctional cellular metals. Prog Mater Sci, 2001, 46(3-4): 309—327[doi]

3 卢天健, 何德坪, 陈常青, 等. 超轻多孔金属材料的多功能特性及应用. 力学进展, 2006, 36(4): 517—535

4 Wadley H N G. Multifunctional periodic cellular metals. Phil Trans R Soc A, 2006, 364(1838): 31—68[doi]

5 卢天健, 张钱城, 王春野, 等. 轻质材料和结构在机床上的应用. 力学与实践, 2007, 29(12): 1—9

6 范华林, 杨卫. 轻质高强点阵材料及其力学性能研究进展. 力学进展, 2007, 37(1): 99—112

7 卢天健, 刘涛, 邓子辰. 多孔金属材料多功能化设计的若干进展. 力学与实践, 2008, 30(1): 1—9

8 Lu T J, Liu T, Deng Z C. Thermoelastic properties of pin-reinforced sandwich foam cores. Sci China Ser E-Tech Sci, 2008, 51(2): 1—16

9 范华林, 杨卫, 方岱宁, 等. 新型碳纤维点阵复合材料技术研究. 航空材料学报, 2007, 27(1): 73—77

10 张东利, 陈振茂, 徐明龙, 等. 涡流检测超轻夹层栅格材料的有效性. 无损检测, 2008, 30(7): 704—711

11 Ashby M F, Evans A G, Fleck N A, et al. Metal Forms: A Design Guide. Boston: Butterworth-Heinemann, 2000

12 Lu T J, Hutchinson J W, Evans A G. Optimal design of a flexural actuator. J Mech Phys Solids, 2001, 49(9): 2071—2093[doi]

13 Gu S, Lu T J, Evans A G. On the design of two-dimensional cellular metals for combined heat dissipation and structural load capacity. Int J Heat Mass Transf, 2001, 44(11): 2163—2175[doi]

14 Wallach J C, Gibson L J. Mechanical behavior of a three-dimensional truss material. Int J Solid Struct, 2001, 38(40-41): 7181—7196[doi]

15 Sypeck D J, Wadley H N G. Cellular Metals and Metal Foaming Technology. Bremen: MIT-Verlag, 2001

- 16 Sypeck D J, Wadley H N G. Cellular metal truss core sandwich structures. *Adv Eng Mater*, 2002, 4(10): 759—764[[doi](#)]
- 17 Chiras S, Mumm D R, Evans A G, et al. The structural performance of near-optimized truss core panels. *Int J Solid Struct*, 2002, 39(15): 4093—4115[[doi](#)]
- 18 Sugimura Y. Mechanical response of single-layer tetrahedral trusses under shear loading. *Mech Mater*, 2004, 36(8): 715—721[[doi](#)]
- 19 Wicks N, Hutchinson J W. Performance of sandwich plates with truss cores. *Mech Mater*, 2004, 36(8): 739—751[[doi](#)]
- 20 Wallach J C, Gibson L J. Defect sensitivity of a 3D truss material. *Scripta Mater*, 2001, 45(6): 639—644[[doi](#)]
- 21 Deshpande V S, Fleck N A, Ashby M F. Effective properties of the octet-truss lattice material. *J Mech Phys Solid*, 2001, 49(8): 1747—1769[[doi](#)]
- 22 Zhou J, Shrotriya P, Soboyejo W O. On the deformation of aluminum lattice block structures: From struts to structures. *Mech Mater*, 2004, 36(8): 723—737[[doi](#)]
- 23 Hyun S, Torquato S. Optimal and manufacturable two-dimensional Kagome-like cellular solids. *J Mater Res*, 2002, 17(1): 137—144[[doi](#)]
- 24 Lee Y H, Lee B K, Jeon I, et al. Wire-woven bulk Kagome truss cores. *Acta Mater*, 2007, 55(18): 6084—6094[[doi](#)]
- 25 Sypeck D J, Wadley H N G. Multifunctional microtruss laminates: Textile synthesis and properties. *J Mater Res*, 2001, 16(3): 890—897[[doi](#)]
- 26 Zok F W, Rathbun H J, Wei Z, et al. Design of metallic textile core sandwich panels. *Int J Solid Struct*, 2003, 40(21): 5707—5722[[doi](#)]
- 27 Chiras S, Mumm D R, Evans A G, et al. The structural performance of near-optimized truss core panels. *Int J Solid Struct*, 2002, 39(15): 4093—4115[[doi](#)]
- 28 Zupan M, Deshpande V S, Fleck N A. The out-of-plane compressive behavior of woven-core sandwich plates. *Euro J Mech A/Solids*, 2004, 23(2): 411—421[[doi](#)]
- 29 Hill R. Elastic properties of reinforced solids: some theoretical principles. *J Mech Phys Solids*, 1963, 11: 357—372[[doi](#)]
- 30 Hill R. Theory of mechanical properties of fibre-strengthened materials. *J Mech Phys Solids*, 1964, 12: 199—212[[doi](#)]
- 31 Hill R. Theory of mechanical properties of fibre-strengthened materials. *J Mech Phys Solids*, 1964, 12: 213—218[[doi](#)]
- 32 Hohe J, Becker W. Effective elastic properties of triangular grid structures. *Comp Struc*, 1999, 45(2): 131—145[[doi](#)]
- 33 Hohe J, Beschorner C, Becker W. Effective elastic properties of hexagonal and quadrilateral grid structures. *Comp Struc*, 1999, 46(1): 73—89[[doi](#)]
- 34 Deshpande V S, Fleck N A. Isotropic constitutive models for metallic foams. *J Mech Phys Solids*, 2000, 48(6-7): 1253—1283[[doi](#)]
- 35 Noor A K, Burton W S, Bert C W. Computational models for sandwich panels and shells. *Appl Mech Rev*, 1996, 4(3): 155—199[[doi](#)]
- 36 Straalen I J V. Comprehensive overview of theories for sandwich panels. Workshop on Modeling of Sandwich Structures and Adhesive Bonded Joints. <http://www.dogma.org.uk/vtt>, 2000
- 37 Mohr D. Mechanism-based multi-surface plasticity model for ideal truss lattice materials. *Int J Solids Struct*, 2005, 42(11-12): 3235—3260[[doi](#)]
- 38 Rabczuk T, Kim J Y, Samaniego E, et al. Homogenization of sandwich structures. *Int J Numer Meth Eng*, 2004, 61(7): 1009—1027[[doi](#)]
- 39 Hohe J, Becker W. Effective stress-strain relations for two-dimensional cellular sandwich cores: Homogenization, material models, and properties. *Appl Mech Rev*, 2002, 55: 61—87[[doi](#)]
- 40 Cheng Q H, Lee H P, Lu C. A numerical analysis approach for evaluating elastic constants of sandwich structures with various cores. *Comp Struc*, 2006, 74(2): 226—236[[doi](#)]
- 41 Mohr D. Mechanism-based multi-surface plasticity model for ideal truss lattice materials. *Int J Solids Struct*, 2005, 42(11-12): 3235—3260[[doi](#)]
- 42 Ziegler E, Accorsi M, Bennett M. Continuum plate model for lattice block. *Mech Mater*, 2004, 36(8): 753—766[[doi](#)]
- 43 Liu T, Deng Z C, Lu T J. Minimum weights of pressurized hollow sandwich cylinders with ultralight cellular cores. *Int J Solids Struct*, 2007, 44(10): 3231—3266[[doi](#)]
- 44 Hyun S, Karlsson A M, Torquato S, et al. Simulated properties of Kagome and tetragonal truss core panel. *Int J Solids Struct*, 2003, 40: 6989—6998[[doi](#)]

- 45 Wang J, Evans A G, Dharmasena K, et al. On the performance of truss panels with Kagome cores. *Int J Solids Struc*, 2003, 40: 6981—6988
- 46 Lim J H, Kang K J, Lim J H, et al. Mechanical behavior of sandwich panels with tetrahedral and Kagome truss cores fabricated from wires. *Int J Solids Struc*, 2006, 43(17): 5228—5246
- 47 Lai W M, Rubin D, Krempel E. *Introduction to Continuum Mechanics*. 3 ed. Pergamon: Elsevier Science Publisher, 1993
- 48 Kooistra G W, Wadley H N G. Lattice truss structures from expanded metal sheet. *Mater Design*, 2007, 28(2): 507—514
- 49 Deshpande V S, Fleck N A. Collapse of truss core sandwich beams in 3-point bending. *Int J Solids Struc*, 2001, 38: 6275—6305
- 50 蔡怀崇, 闵行, 凌伟, 等. 材料力学. 西安: 西安交通大学出版社, 2002. 271—273
- 51 Chen C, Lu T J, Fleck N A. Effect of imperfections on the yielding of two-dimensional foams. *J Mech Phys Solids*, 1999, 47: 2235—2272
- 52 李斌潮, 张钱城, 卢天健. 基于实验模态分析的点阵夹层结构动态性能预测. *固体力学学报*, 2008, 29(4): 373—378

附录 A. X 型点阵芯体的坐标转换矩阵.

X 型点阵芯体的胞元如图 A1 所示. 胞元内各杆元的总长度相同, 均为 l' :

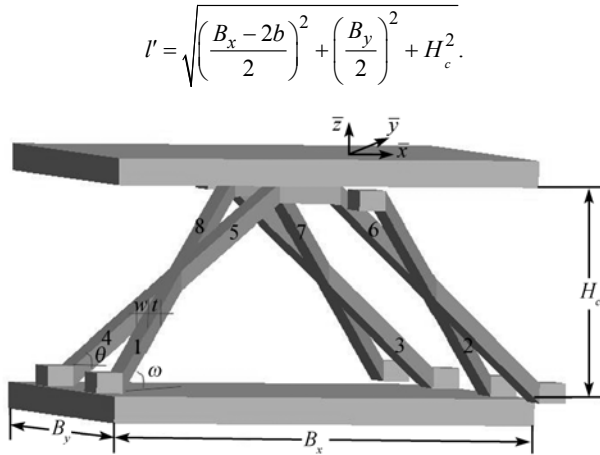


图 A1 X 型点阵芯体胞元示意图

相对于底板, 杆的倾角为:

$$\omega = \arcsin\left(\frac{H_c}{l'}\right),$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{B_x}{2l'}\right).$$

对 1 号杆和 8 号杆(图 7), 可得:

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} \frac{B_x - 2b}{2l'} & \frac{B_y}{2l'} & \frac{H_c}{l'} \\ -\frac{2H_c}{\sqrt{(B_x - 2b)^2 + 4H_c^2}} & 0 & \frac{B_x - 2b}{\sqrt{(B_x - 2b)^2 + 4H_c^2}} \\ \frac{(B_x - 2b) \cdot \text{ctg} \theta}{2l'} & -\sin \theta & \text{ctg} \theta \cdot \sin \omega \end{pmatrix},$$

$$T = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_1 \end{pmatrix},$$

$$n_0 = \left[\frac{B_x - 2b}{2l'} \quad \frac{B_y}{2l'} \quad \frac{H_c}{l'} \right]^T.$$

对 3 号杆和 6 号杆, 可得:

$$\lambda_2 = \begin{pmatrix} -\frac{B_x - 2b}{2l'} & \frac{B_y}{2l'} & \frac{H_c}{l'} \\ \frac{2H_c}{\sqrt{(B_x - 2b)^2 + 4H_c^2}} & 0 & \frac{B_x - 2b}{\sqrt{(B_x - 2b)^2 + 4H_c^2}} \\ \frac{(B_x - 2b) \cdot \text{ctg} \theta}{2l'} & \sin \theta & -\text{ctg} \theta \cdot \sin \omega \end{pmatrix},$$

$$T = \begin{pmatrix} \lambda_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2 \end{pmatrix},$$

$$n_0 = \left[\frac{B_x - 2b}{2l'} \quad \frac{B_y}{2l'} \quad \frac{H_c}{l'} \right]^T.$$

对 2 号杆和 7 号杆, 可得:

$$\lambda_3 = \begin{pmatrix} \frac{B_x - 2b}{2l'} & -\frac{B_y}{2l'} & \frac{H_c}{l'} \\ \frac{2H_c}{\sqrt{(B_x - 2b)^2 + 4H_c^2}} & 0 & \frac{B_x - 2b}{\sqrt{(B_x - 2b)^2 + 4H_c^2}} \\ -\frac{(B_x - 2b) \cdot \text{ctg} \theta}{2l'} & \sin \theta & \text{ctg} \theta \cdot \sin \theta \end{pmatrix},$$

$$T = \begin{pmatrix} \lambda_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}, \quad n_0 = \begin{bmatrix} \frac{B_x - 2b}{2l'} & \frac{B_y}{2l'} & \frac{H_c}{l'} \end{bmatrix}^T.$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} \frac{B_x - 2b}{2l'} & -\frac{B_y}{2l'} & \frac{H_c}{l'} \\ -\frac{2H_c}{\sqrt{(B_x - 2b)^2 + 4H_c^2}} & 0 & \frac{B_x - 2b}{\sqrt{(B_x - 2b)^2 + 4H_c^2}} \\ -\frac{(B_x - 2b) \cdot \text{ctg} \theta}{2l'} & -\sin \theta & -\text{ctg} \theta \cdot \sin \theta \end{pmatrix},$$

$$T = \begin{pmatrix} \lambda_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \end{pmatrix}, \quad n_0 = \begin{bmatrix} \frac{B_x - 2b}{2l'} & \frac{B_y}{2l'} & \frac{H_c}{l'} \end{bmatrix}^T.$$

对 4 号杆和 5 号杆, 可得:

附录 B. 单元刚度矩阵.

$$\tilde{K}_1 = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{l^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{-6EI_y}{l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{4EI_y}{l} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{K}_2 = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{l^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{-6EI_y}{l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{2EI_y}{l} & 0 \\ 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{l} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{K}_3 = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{4EI_y}{l} & 0 \\ 0 & \frac{-6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l} \end{bmatrix}.$$

2009 中国材料研讨会征稿通知

时间: 2009 年 10 月 14~17 日

地点: 苏州

网址: www.c-mrsmeeting.com

会议主席: 黄伯云

会议副主席: 干勇 屠海令 徐南平 罗宏杰

主办单位: 中国材料研究学会

重要日期: 2009 年 5 月 1 日~9 月 30 日提交论文全文

Email: c-mrs@163.com

会议内容

(1) 材料 LCA 与节能减排技术

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| (2) 光催化材料及在能源与环境中的应用 | (9) 环境友好陶瓷材料 |
| (3) 先进碳材料 | (10) 非晶合金 |
| (4) 先进土木工程材料 | (11) 太阳能光伏、光热材料及其应用 |
| (5) 绿色电子材料 | (12) 纳米金属材料与塑性变形 |
| (6) 热电材料及应用 | (13) 铝、钛合金及其材料制备与构件成形 |
| (7) 先进电池材料技术与产业发展 | (14) 其他与能源和环境相关的材料 |
| (8) 镁冶金和镁合金材料 | (15) 新材料产业论坛 |