



熵理论及其应用的进展

陈林根

海军工程大学动力工程学院, 武汉 430033

E-mail: lgchenna@yahoo.com; lingnchen@hotmail.com

2012-04-27 收稿, 2012-07-26 接受

国家自然科学基金(51176203, 10905093)资助

摘要 熵和熵耗散极值原理的提出, 为传热优化开辟了新的方向. 回顾了熵理论的产生与发展过程, 从导热、对流换热、辐射传热、换热器设计、传质等方面介绍了熵理论的研究进展. 重点围绕熵耗散率与熵产率的异同点比较分析、熵耗散极值原理与有限时间热力学相结合、熵耗散极值原理与导热构形优化相结合、熵耗散极值原理与对流构形优化相结合等四个方面, 阐述了熵耗散极值原理的科学性.

关键词

熵理论

熵耗散极值原理

熵产生率

有限时间热力学

构形理论

广义热力学优化

在 20 世纪 70 年代石油危机的直接影响下, 强化传热受到世界各国科技界的普遍关注, 迅速发展成为热科学与技术领域一个非常重要的学科分支. 随着可持续发展、低碳技术与低碳经济等社会发展理念的进步, 强化传热的概念已发展成为包含更广阔范畴的传热优化的概念^[1]. 近 30 年来, 传热优化的基础理论获得了长足的进步, 代表性的有有限时间热力学、场协同原理、构形理论和熵理论等. 这些理论的提出, 促进了热力学与传热学的发展. 有限时间热力学将热力学、传热学和流体力学融合在一起, 为有限尺寸和有限时间约束下实际过程和装置的优化提供了理论基础. 场协同原理统一了对流传热和传热强化现象的物理本质认识, 为发展总体节能效果更好的传热强化技术提供了理论基础. 构形理论, 在热科学领域被称之为“非平衡系统构型问题的热力学”, 为统一解释自然组织流动结构的生成和设计各种流动结构提供了理论基础. 傅里叶导热定律、牛顿冷却定律和斯蒂芬-波尔兹曼黑体辐射定律均只给出了传热速率的概念, 熵和熵耗散概念为定义以往传热学中没有的传热效率概念奠定了基础, 熵理论为传热优化提供了不同于熵产生最小化的新的理论基础.

1 熵理论的产生和发展

针对现有传热学理论中存在的不足, 过增元等人^[2]基于热量传递现象的本质, 从传热学的角度定义了热量传递势容和热量传递势容耗散函数, 指出它们的物理意义相应为热量传递能力的总量和热量传递能力的耗散率. 通过导热过程与导电过程的比拟的方式, 过增元等人^[3,4]明确了热量传递势容是一个与电势能相对应的、描述物体所具有的热量传递的总能力的新的物理量, 并将其命名为熵, 热量传递过程中传递能力的损失称为熵耗散, 提出了熵耗散极值原理. 熵和熵耗散极值原理的提出, 为传热优化开辟了新的方向, 解决了以传统的热阻和熵产评价传热性能优劣的局限性和不准确性. 通过与力学、电学的比拟, 过增元^[5]在热学中进一步引入了热量的势、势能、速度、动能等新的物理量, 建立热量运动的守恒方程组, 进一步完善了传热学的理论体系.

过增元^[3~5]基于经典热电比拟方法, 定义了与电容器中电能唯象对应的新物理量—熵(文献[2]中将其称为热量传递势容)

$$E_{vh} = Q_{vh}T/2, \quad (1)$$

式中 $Q_{Vh}=Mc_VT$ 为物体的定容热容量, T 是物体温度. 热量的传递效率(焓传递效率)定义为^[6]

$$\eta = \frac{E_{Vh,in} - E_{Vh,out}}{E_{Vh,in}}. \quad (2)$$

单位时间单位体积内焓的耗散率, 即焓耗散函数为^[3~5]

$$\phi_h = -\dot{q} \cdot \nabla T = k(\nabla T)^2, \quad (3)$$

式中 $\dot{q}$ 为热流密度矢量, ∇T 是温度梯度.

整个体积中的焓耗散率为

$$\dot{E}_{Vh\phi} = \int_V \phi_h dV. \quad (4)$$

基于焓耗散率的概念, 可以进一步定义多维复杂导热问题的当量热阻^[3~5]

$$R_h = \dot{E}_{Vh\phi} / \dot{Q}_h, \quad (5)$$

式中 $\dot{Q}_h$ 是通过控制体边界的热流率. 对应的平均温差 $\Delta \bar{T}$ 为^[3~5]

$$\Delta \bar{T} = R_h \dot{Q}_h. \quad (6)$$

程新广等人^[7]从导热微分方程出发, 采用加权余量法, 建立了与焓对应的变分原理, 指出在导热热流给定的条件下, 物体中的焓耗散率最小时, 导热温差值最小, 其表达式为

$$\dot{Q}_h \delta(\Delta T) = \delta \int_V \frac{1}{2} k (\nabla T)^2 dV = 0. \quad (7)$$

在导热温差给定的条件下, 当物体中焓耗散率最大时, 导热热流值最大. 其表达式为

$$\Delta T \delta \dot{Q}_h = \delta \int_V \frac{1}{2} k (\nabla T)^2 dV = 0. \quad (8)$$

文献[3,4]将其概括为焓耗散极值原理, 即: “对于具有一定的约束条件并给定热流边界条件, 当焓耗散最小时, 导热过程最优(温差最小); 给定温度边界条件, 当焓耗散最大时, 导热过程最优(热流最大)”. 焓耗散极值原理可归结为最小热阻原理^[3,4], 表述为: “对于具有一定约束条件(如基材中加入一定数量的高导热材料)的导热问题, 如果物体的当量热阻最小, 则物体的导热性能最好(给定温差时, 热流最大, 或给定热流时, 温差最小)”. 当量热阻的定义和最小热阻原理的提出为实际换热过程和设备性能评定提供了科学依据.

焓概念与焓耗散极值原理的提出, 引起了许多学者的浓厚兴趣, 并进一步从导热机理、电热模拟试

验等方面阐述了焓的物理意义, 在热传导、对流换热与换热器, 传质过程, 复合传递过程, 相变过程和辐射换热等各个方向开展了一系列深入的相关研究. 据不完全统计, 截止 2011 年 8 月, 已有 100 多篇相关文献发表, 包括专著和文集^[1,8], 专题综述^[9~11]和博士学位论文^[12~22].

2 焓概念与焓耗散极值原理的内涵

焓代表了一个物体热量的总传递能力. 在传热过程中, 热量是守恒的, 但物体传递热量的能力——焓是耗散的. 传热的焓耗散类似于流体流动过程中机械能的耗散^[1]. 传热过程的焓耗散取极值时, 传热的效率最高, 传热过程最优. 以焓耗散为基础定义的当量热阻是一个评价系统整体传热性能的指标, 适应于多维、非稳态及具有内热源的复杂导热问题, 比通过与欧姆定律比拟定义的热阻(温差除以热流密度)概念更具普适性, 以其最小化为目标能够有效降低系统的传热平均温差, 优化系统的整体传热性能. 应用当量热阻最小化所得的最优性能对应系统的传热效率最高. 可见, 焓和焓耗散概念反映了传热的本质属性, 是热力学第二定律的新发展. 焓耗散极值原理为传热优化奠定了既不同于传统强化传热技术, 也不同于熵产生最小化的新的传热优化理论基础.

3 焓和焓耗散极值原理的研究现状

有关焓和焓耗散极值原理研究可分为以下几方面.

3.1 焓的物理意义

韩光泽等人^[23]将导热系统与弹性力学系统以及带电系统类比, 发现这 3 种不同类型的系统在输运方面具有一致的行为特征. 韩光泽和过增元^[24]提出了热力功的概念描述传递过程中的势容, 认为势容耗散的机理是, 传热物体的温度所做的热力功多于吸热物体的温度所做的热力功. 朱宏晔等人^[25]建立了电热模拟装置, 验证了导热优化的焓耗散极值原理, 试验表明使导热性能最优的高导热材料分布与数值模拟结果相一致. 程雪涛等人^[26,27]给出了焓的微观表述^[26]和孤立系统内传热过程的焓减原理^[27]. 胡帼杰和过增元^[6,28]定义了传热过程的效率^[6], 并提出了系统的焓与可用焓概念^[28]. 刘伟等人^[29]和许明田^[30]讨论了焓和焓耗散的热力学基础问题.

3.2 导热

过增元等人^[1]分别针对导线绝缘层的散热问题和体点散热问题,应用最小热量传递势容耗散原理(焓耗散率最小)进行优化,结果显示温度梯度愈均匀,热量传递势容耗散愈小,热量传递效率愈高.程新广等人^[31]针对体点散热问题,通过数值方法比较了熵产生最小化与传递势容耗散最小化两种不同的方法,结果显示基于传递势容耗散最小化得到的优化结果能更有效的提高热量传递的效率,而熵产生最小的优化目标实际上是减少可用能损失.韩光泽和过增元^[32]针对导热平板和圆形导热管,分别以势容耗散和熵产生为目标函数进行导热优化计算,结果表明以势容耗散为目标进行优化要求沿传热方向温度的梯度为常数,系统具有最大的导热能力;以熵产生最小为目标要求沿传热方向温度的自然对数的梯度为常数,系统具有最小的火用损失.张永存和刘书田^[33]建立了一个几何平均温度函数描述散热性能,并与基于焓耗散的平均温差对比.陈群等人^[34]基于焓耗散研究了多孔介质导热的不可逆性与热导率的关系,优化了多孔介质的导热过程,结果显示热导率不仅影响多孔介质的传热能力,而且也影响导热的不可逆性.程雪涛等人^[35]讨论了温度场与温度梯度场的均匀化问题.

3.3 对流换热

孟继安^[12]在黏性耗散一定的条件下,以热量传递势容耗散取极值为优化目标,利用变分法导出稳态层流换热的场协同方程.以文献[12]为基础,一些学者利用焓(热量传递势容)耗散极值原理研究了对流换热过程的传热优化.苏欣等人^[36,37]采用二维方腔内空气的层流对流换热模型,通过将最佳速度场与其他流场的换热结果进行比较,验证了场协同方程的正确性;对含有均匀内热源、边界条件与实际搅拌器相近的圆筒内水的对流换热进行数值求解,得到了多个涡构成的、规则合理的速度场分布.孟继安等人^[38]应用变分方法推导出层流对流换热的最优速度场控制方程,指出等壁温条件下管内对流换热系数最大的最优流场应为多纵向涡结构.吴晶等人^[39]用推导势容耗散取极值时场协同方程的类似方法,导出了熵产生最小时稳态无内热源的层流对流换热的场协同方程,根据熵产生最小化和势容耗散取极值两种不同的准则,对方腔内对流换热问题进行了优化,

结果表明势容耗散取极值时的换热效果优于熵产生最小的结果.魏琪^[40]从数学上确定了具有体热源的湍流对流中时均焓耗散的上界和下界,该上界和下界反映了体热源对湍流对流中焓耗散的影响.程林和许明田^[41]根据焓耗散、热力学和流体力学导出了一般对流传热的局部焓耗散率的公式.陈群等人^[42,43]利用熵产生最小原理、焓耗散极值原理针对两种边界条件下的对流换热问题进行分析,指出对于将降低有用能损失作为目标的换热问题应采用熵产生最小原理,而对于需要将提高换热能力作为优化目标的对流换热问题应采用焓耗散极值原理.陈群和任建勋^[44]引入了多维传热系统的热流加权平均温度和热流加权平均温差的概念,并定义热流加权平均温差与总热流的比值为传热过程的广义热阻,对恒壁温条件下的二维方腔内对流换热过程进行优化.王松平等人^[45]导出了描述多组分黏性流动体系(包含热传递、对流、质量传递和化学反应过程)的焓传递方程,讨论了焓传递方程在稳态对流传热过程中优化传热的理论和方法.许明田等人^[46]讨论了对流传热的焓耗散率.宋伟明等人^[47,48]讨论了矩形通道内和管内伴随冷凝的烟气对流换热的优化.

3.4 换热器

宋伟明等人^[49]利用焓耗散极值原理对两股流和三股流一维换热器的传热过程进行了优化,结果表明不管是给定换热量寻求焓耗散最小,还是给定焓耗散寻求换热量最大,均应使冷热流体的温差场完全均匀,证明了温差场均匀性原理的正确性.程雪涛等人^[50]建立了温差场均匀性因子和基于焓耗散的热阻之间的关系,发现温差场均匀性因子越大对应于热阻越小,进而对应于换热器有效度越大,直接证明了该原则的正确性.柳雄斌等人^[51]提出了基于焓耗散的换热器当量热阻和换热器热阻因子的定义,建立了基于这一热阻的换热器分析方法,讨论了传热单元数和热容量流比对换热器热阻的影响.柳雄斌和过增元^[52]和过增元等人^[53]进一步通过焓耗散定义的换热器当量热阻建立了传热不可逆与有效度的联系,并导出了换热器有效度与当量热阻和热容流比的统一函数关系式,指出它适用于不同流程布置的换热器.许明田等人^[54]导出了换热器中由于有限温差导热、流体阻力和热力不相似流体掺混引起的焓耗散.柳雄斌等人^[55]以“仅以传递热量为目的”和“参与

不可逆布雷顿循环”的逆流换热器为例,指出对参与热功转换的换热器以熵产生取极值为佳,对于只参与热量传递的换热器,取熵耗散极值更合适.郭江峰等人^[56]基于熵定义了一个评价换热器性能的物理量“熵耗散数”.陈林等人^[57]和陈群等人^[58]则根据熵耗散导出了高低温换热器组的当量热阻的表达式.钱晓栋等人^[59]研究了 3 种典型的换热网络,分析表明热阻与其传热量存在单调关系.程雪涛等人^[60]定义了换热器组的效能,对比了熵产、熵耗散以及热阻与换热器组效能的关系,研究表明只有热阻与换热器组的效能存在单调关系.郭江峰等人^[61]提出了换热器设计中的熵耗散均匀性原则,并将熵耗散极值原理应用到了管壳式和板翅式换热器优化设计中,讨论了换热器内黏性热效应对熵耗散的影响^[62-67].文献^[68]进一步分析了换热器的熵耗散性能.

3.5 辐射换热

辐射换热是除导热和对流换热方式外,热量传递的另一种重要方式.吴晶等人^[16,69]在辐射换热中引入熵和熵耗散的概念,提出了辐射换热优化的熵耗散极值原理:“对于具有一定约束条件的辐射换热过程,在给定温度边界条件的情况下,熵耗散最大时辐射换热过程最优(热流最大);在给定热流边界的条件下,熵耗散最小时辐射换热过程最优(温差最小)”,并对平行平板辐射换热进行了优化.程雪涛等人^[70-73]完成了空间辐射器的等温化设计,导出了封闭辐射传热系统的辐射熵损失极小值原理、辐射熵耗散极值原理和最小辐射热阻原理,并讨论了辐射熵耗散与空间辐射器温度场均匀化的关系.

3.6 传质

陈群等人^[15,74-77]基于质量传递与热量传递现象之间的类比性,与热量传递的熵耗散函数的定义方式相类比,引入了质量积的概念来代表物体向外界传递质量的能力,定义了质量积耗散函数:

$$\phi_m = -q_m \cdot \nabla Y = \rho D |\nabla Y|^2, \quad (9)$$

式中 q_m 为质量流量, Y 为组分质量分数, ρ 为密度, D 为质量扩散系数.陈群等人^[74-77]提出了传质优化的质量积耗散(文献^[74]称为质量传递势容耗散函数)极值原理,对层流传质^[74]、光催化氧化反应器^[15,75]、空间站通风排污^[76,77]以及蒸发冷却^[78-80]等过程进行了

优化.陈林等人^[81]则提出了溶液除湿性能分析与优化的湿阻法.

3.7 其他应用

熵和熵耗散的概念还进一步应用到了输运网络^[82-84]、航天器热控流体并联回路^[85,86]、平板太阳能集热器^[87]、区域供热网络^[88]性能的优化中.程雪涛等人^[89,90]还类比了导电、传热、传质等多种物理现象,并将其归结为广义流动,提出了广义流动中积、积流、积耗散的概念,进而在其中发展了积减原理,建立了势平衡判据,积损失极小值原理、积耗散极值原理和最小广义流阻原理,将熵理论推广到了广义流动中,进一步拓展了熵理论.

4 熵耗散率与熵产率的异同点比较分析

自熵作为一个新的描述传热过程的物理量提出以来,其研究一直以熵为比较对象.因为无论从物理意义还是对传热效果的表述,两者都存在明显的不同.

4.1 熵产率与熵耗散率的物理意义的对比

(1) 熵产率的物理意义.熵的定义为 $dS = \delta Q/T$,即体系熵的变化等于体系在不可逆过程中与外界交换的热量与体系温度的比值.熵增原理表明,孤立系统的任何过程,熵永不减少.假设热流 $\dot{q}$ 由高温热源 T_H 不可逆传热到低温热源 T_L ($\Delta T = T_H - T_L$),则该传热过程的熵产率表示为

$$\dot{S}_{\text{gen}} = \dot{q} \left(\frac{1}{T_L} - \frac{1}{T_H} \right) = \frac{\dot{q} \Delta T}{T_L^2 + T_L \Delta T}. \quad (10)$$

熵产率是与热力学第二定律紧密相关的参数.对熵产率在传热过程中的物理意义可以结合热力学第二定律进行表述.

热力学第二定律的克劳修斯说法可表述为:热不可能自发地,不付代价地从低温物体传至高温物体.热力学第二定律的克劳修斯说法描述了传热过程的不可逆性.若存在热流 $\dot{q}$ 从低温热源 T_L 传递到高温热源 T_H ,由热力学第二定律的克劳修斯说法,必须有外界做功.传递的热流 $\dot{q}$ 由两部分组成:低温热源放出的热流 $\dot{q}_L$ 和外界的输入功率 P .

热力学第二定律的开尔文说法可表述为:不可能制造出从单一热源吸热、使之全部转化为功而不留下其他任何变化的热力发动机.热力学第二定律的

开尔文说法指出了, 高温热源 T_H 和低温热源 T_L 之间温差为 ΔT 时, 若高温热源 T_H 释放热流 $\dot{q}$, 则高低温热源之间可做功的功率为 P , 低温热源 T_L 得到高温热源 T_H 的热流率为 $\dot{q}_L$. 若高温热源 T_H 向低温热源 T_L 不可逆传递热流 $\dot{q}$, 则损失的功率为 P .

热力学第二定律的克劳修斯说法和开尔文说法具有一致性. 克劳修斯说法需要的外界的功率 P 与开尔文说法中损失的功率 P 相等, 通称为功率损失. 存在温差 ΔT 的传热过程是不可逆的, 必然存在做功能力损失. 熵产代表了做功能力损失, 熵产率是传热过程中功率损失 P 的线性反映:

$$P = \dot{q} \left(1 - \frac{T_L}{T_H} \right) = \frac{\dot{q} \Delta T}{(T_L + \Delta T)} = T_L \cdot \dot{S}_{\text{gen}}. \quad (11)$$

(2) 熵耗散率的物理意义^[14]. 假设热流 $\dot{q}$ 由高温热源 T_H 不可逆传递到低温热源 T_L ($\Delta T = T_H - T_L$), 由式(4)可有该传热过程的熵耗散率为

$$\dot{E}_{h\phi} = \dot{q}(T_H - T_L) = \dot{q} \Delta T. \quad (12)$$

过增元等人^[9]和朱宏晔^[14]通过声子气的状态方程, 建立了熵与声子热运动能量的关系式:

$$\frac{1}{2} Q_{vh} T = \frac{c^2}{6R} E_c, \quad (13)$$

$$\frac{1}{2} Q_{vh} T = \frac{c^2 V}{6R\gamma} P_c, \quad (14)$$

式中 E_c 代表声子气等效质量的热能, P_c 代表声子气的压力.

式(13)表明, 虽然熵不是真正的能量, 但是熵的大小与声子气热运动能量成正比, 而后者是应用相对论质能关系把热运动能量看作质量后, 这种“热质量”产生热运动时所具有的能量, 具有真正能量的物理意义, 其单位就是 J . 式(14)表明, 熵与声子气压力成正比. 声子气压力是使声子气产生流动的驱动力. 声子的流动意味着能量的输运. 压力越高, 声子气向外界流动的趋势就越强, 物体向外界传递热量的能力就越强. 式(14)深刻地体现了熵代表一个物体向外传递热量的能力的本质. 而熵耗散率则是这种能力在传热过程中的损失.

4.2 熵产率与熵耗散率表示传热效果的比较

由式(10)可知, 熵产率 $\dot{S}_{\text{gen}}$ 不仅与温差 ΔT 、热流 $\dot{q}$ 有关, 而且受到环境温度 T_L (假设低温热源为环境温度) 的影响. 给定 ΔT 和 $\dot{q}$ 条件下, $\dot{S}_{\text{gen}}$ 随 T_L 的增加

而减小, 最终趋近于 0, 如图 1 所示. 当 T_L 已知时, 给定 ΔT 条件下, $\dot{S}_{\text{gen}}$ 随 $\dot{q}$ 线性增加, 且 T_L 越大 $\dot{S}_{\text{gen}}$ 越小, 如图 2 所示. 当 T_L 已知时, 给定 $\dot{q}$ 条件下, $\dot{S}_{\text{gen}}$ 随 ΔT 非线性增加, 增速随 ΔT 增加而变缓慢; T_L 越高 $\dot{S}_{\text{gen}}$ 越小, 如图 3 所示.

由式(12)可知, 熵耗散率 $\dot{E}_{h\phi}$ 与环境温度无关, 仅与 $\dot{q}$ 、 ΔT 有关. 给定 $\dot{q}$ 时, $\dot{E}_{h\phi}$ 熵耗散随 ΔT 增加而线性增加; 给定 ΔT 时, $\dot{E}_{h\phi}$ 随 $\dot{q}$ 增加而线性增加, 如图 4 所示.

强化传热问题, 通常可以分为两种情况: 给定温差边界的情况下, 热流越大则传热效果越好; 给定热流边界的情况下, 传热温差越小则传热效果越好. 对熵产率和熵耗散率作为强化传热目标进行比较, 可以得到以下结论^[3,4,92,93]:

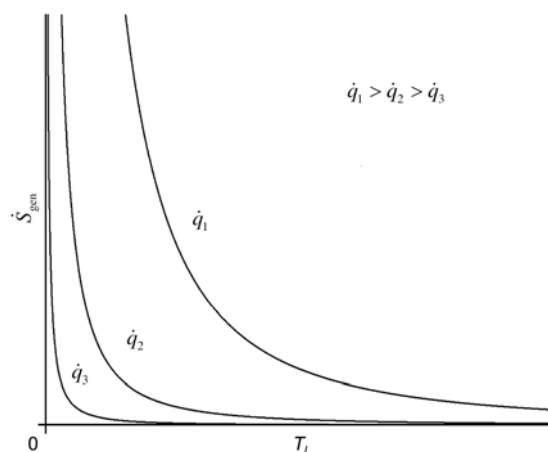


图 1 给定 ΔT 和 $\dot{q}$, $\dot{S}_{\text{gen}}$ 与 T_L 的关系

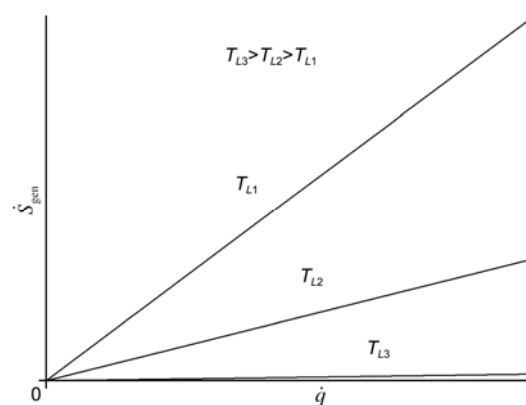
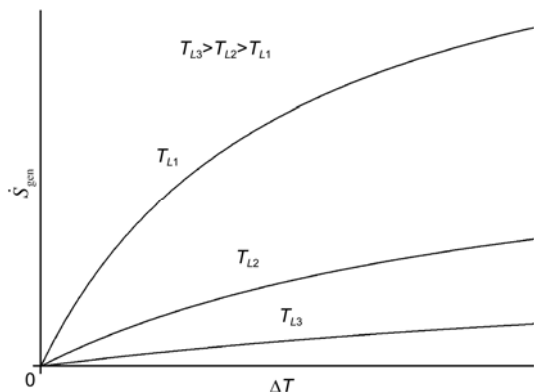
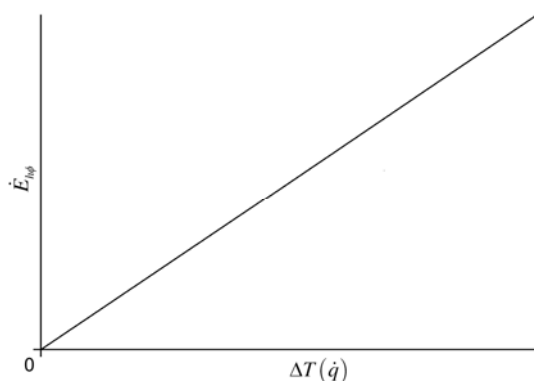


图 2 给定 ΔT 和 T_L , $\dot{S}_{\text{gen}}$ 与 $\dot{q}$ 的关系

图3 给定 $\dot{q}$ 和 T_L , $\dot{S}_{\text{gen}}$ 与 ΔT 的关系图4 给定 $\dot{q}$ (ΔT), $\dot{E}_{\text{hf}}$ 与 $\Delta T(\dot{q})$ 的关系

(1) 熵产率是一个与环境温度有关的物理量, 相同的热流和温差在不同的环境温度下的熵产率并不相同, 所以熵产率不能作为反映不同环境温度下的传热效果的指标; 焓耗散率与环境温度无关, 不同环境温度下的传热效果可以用焓耗散率进行比较, 如图1和图4所示。

(2) 若环境温度已知、传热温差确定, 熵产率和焓耗散率均与热流成正比, 随热流的增加而线性增加。此时熵产率和焓耗散率表述传热的效果一致, 如图2和图4所示。

(3) 若环境温度已知、热流大小确定, 熵产率随温差增加而增加并逐步趋于定值 Q/T_L 。熵产率不与温差成正比, 不能线性反映温差的变化; 焓耗散率与温差成正比, 随温差的增加而线性增加。焓耗散率可以线性反映温差的变化, 在描述传热的效果上优于熵产。如图3和4所示。

(4) 若热流大小确定, 对于传热温差较小、环境温度相差不大的传热过程, 熵产率可以近似为线性

反映温差的变化, 此时熵产率和焓耗散率在描述传热效果上近似, 如图3所示。

(5) 最小熵产率对应的优化目标是温度倒数(热力学势)最小, 而最小焓耗散率对应的是区域最低温度。

由上述分析可知, 焓耗散率与熵产率相比较, 在不以做功能力损失最小为目标的前提下, 更适于描述传热效果。

5 焓理论与有限时间热力学相结合

有限时间热力学是将传热学、流体力学、热力学和其他传输科学相结合, 在有限尺寸和有限时间约束下, 以降低各类有限势差(温差、压差、化学势差等)传输过程的不可逆性、减少有用功损失为主要目标, 优化存在传热、传质、流体流动和其他传输现象不可逆性的实际过程、循环和装置性能的物理理论。工程上也称该理论为“热力学优化”或“熵产生最小化”。有限时间热力学被广泛应用于传热过程、热机、制冷机、热泵等传统热力设备、光驱动发动机、量子热力系统、直接能量转换装置、流体流动过程、换热器、燃烧与化学反应过程、热绝缘系统、蒸馏和分离过程、贮能系统以及时间相关开关过程的研究^[94-114]。显然, 将焓理论与有限时间热力学相结合, 以焓耗散率最小为目标优化传热、传质过程, 可得到不同的结果^[22,115-118]。

5.1 换热器焓耗散率最小优化^[115]

对一类高低温两侧流体之间传热服从牛顿定律 $[q \propto \Delta(T)]$ 的两股流换热器(如图5)进行研究, 在传

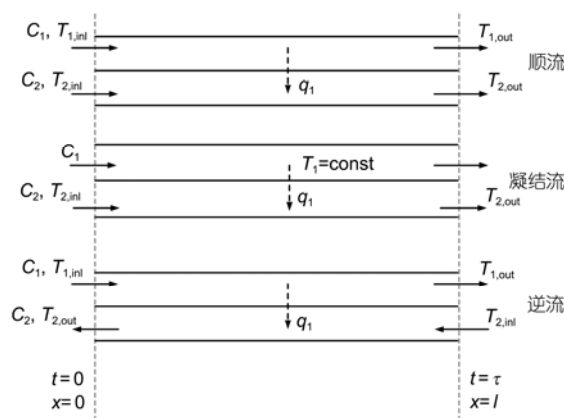


图5 三类简单的两股流换热器模型

热量一定的条件下,以熵耗散最小为优化目标,利用最优控制理论求出换热器参数的最优分布,并与以熵产生最小为目标的优化结果进行比较.得出了对应于换热过程熵耗散最小时的热流密度为常数的结论,也即热、冷流体温度之差为常数,与温差场分布均匀性准则相一致.

以熵产生最小为目标的优化结果为热、冷流体温度之比为常数,而以熵耗散最小为目标的优化结果为热流密度为常数,两者得出的结论是显著不同的,但当热冷流体传热温差较小时,两者优化结果差别较小,如图6和图7所示.

5.2 广义辐射传热定律下熵耗散最小化^[116]

在传热量一定的条件下,以熵耗散最小化为优化目标,考虑高低温侧流体间传热服从广义辐射传热定律 $[q \propto \Delta(T^n)]$,导出了换热过程最优路径.结果

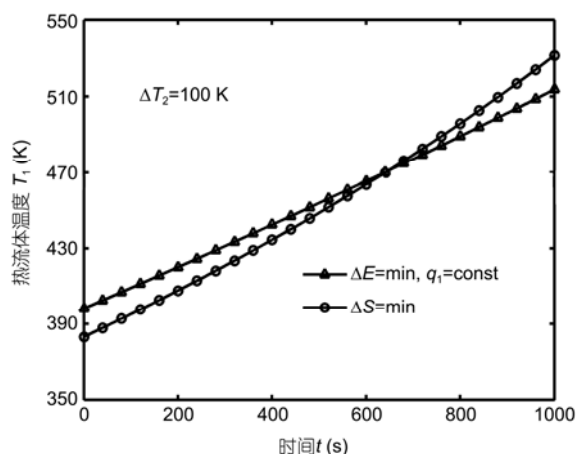


图6 传热量较小时($\Delta T_2=100\text{K}$)热流体温度最优构型

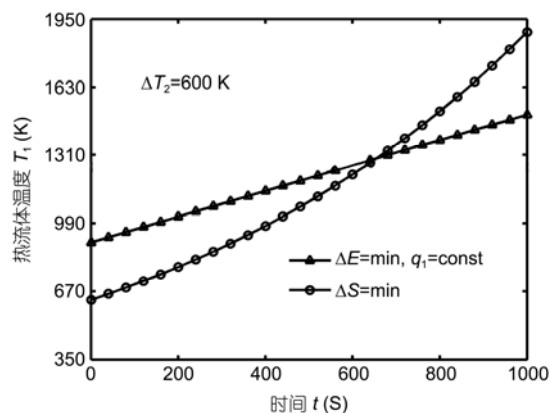


图7 传热量较大时($\Delta T_2=600\text{K}$)热流体温度最优构型

表明:

(1) 牛顿传热定律下熵耗散最小时的热流率为常数,与温差场均匀性原则相一致,熵产生最小时的热、冷流体温度之比为常数.

(2) 线性唯象传热定律下熵耗散最小时的热、冷流体温度之比为常数,熵产生最小时的热、冷流体温度倒数之差为常数,后者与热流率一定的换热策略相同.

(3) 数值计算结果表明传热量较小也即冷流体加热温差较小时,以熵产生最小为目标与以熵耗散最小为目标两者优化结果较为接近,随着传热量的增大,两者优化结果差别增大,特别是流体温度最优构型的差别较大.

(4) 计算结果还表明热流率一定、熵产生最小、熵耗散最小三种换热策略在辐射传热定律下的差别较牛顿传热定律和线性唯象传热定律下较的要小,热流体温度一定的换热策略在四种不同换热策略中熵产最大,熵耗散最大,传热效果最差.

5.3 液-固相变过程熵耗散最小化^[117]

对一类简单一维平板液-固相变过程(如图8)进行了研究,在过程总时间一定的条件下,以过程的熵耗散最小为优化目标,应用最优控制理论导出了外界热源温度随时间变化的最优规律,并与以熵产生最小为目标的优化结果进行了比较.结果表明:

(1) 对应于相变过程熵耗散最小最优换热策略下的熵耗散为恒温换热策略下的熵耗散的 $8/9$,且与系统其他参数无关.

(2) 在熵耗散最小最优换热策略下,凝固过程的相变边界移动速度随相变位置的变化规律和相变边界随时间的变化规律与熔化过程相应的变化规律是相同的,而在熵产生最小最优换热策略下,凝固过程与熔化过程相应的变化规律则是不同的;两个不同优化目标下得到的外界热源温度随时间的最优变化规律也不同,并且两者之间的差别随着参数 τ_f/t_0 值的增大而增大,如图9所示.熵产最小也即过程可用能损失最小,熵耗散最小表明过程热量传递能力损耗最小,实际相变过程不涉及热功转换,因此优化准则应该为熵耗散最小.

5.4 单向等温传质过程熵耗散最小化^[118]

对一类服从菲克扩散传质定律 $[g \propto \Delta(c)]$ 的单向

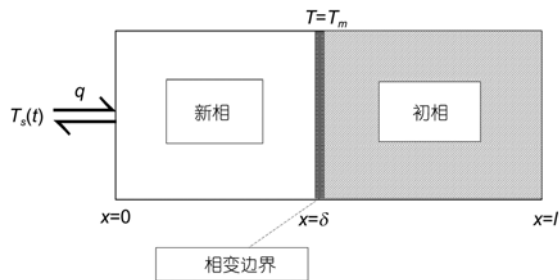


图 8 简单一维液—固相变过程模型

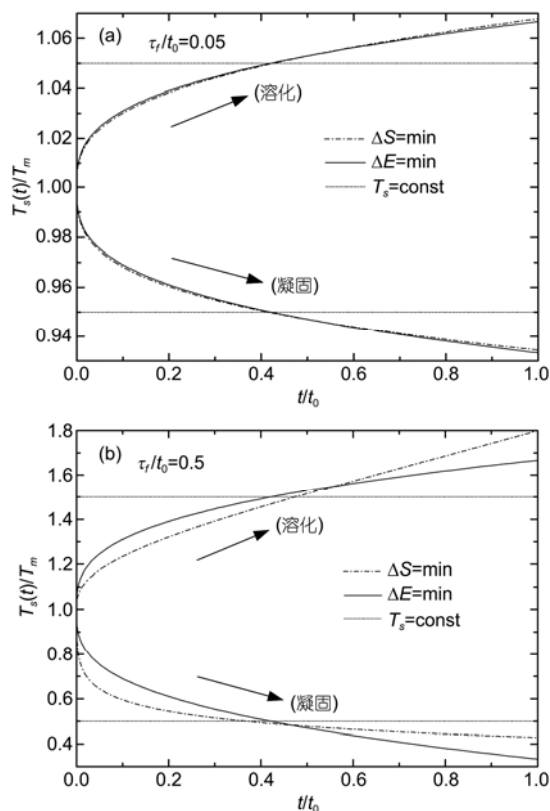


图 9 各种相变换热策略下无量纲外界温度随无量纲时间的变化规律

等温传质过程(如图 10)进行研究, 首先从质量积的定义式出发, 导出反映该传质过程质量传递能力损失不可逆性的积耗散函数, 然后应用最优控制理论获得了对应于传质过程积耗散最小时的高、低浓度侧关键组分浓度的沿程最优分布, 并与熵产生最小、传质流率一定(浓度之差为常数)和浓度之比为常数(化学势之差为常数)等传质策略进行了比较. 结果表明对应于积耗散最小时的最优传质策略为高、低浓度侧关键组分浓度之差的平方与低浓度侧惰性成分浓度的

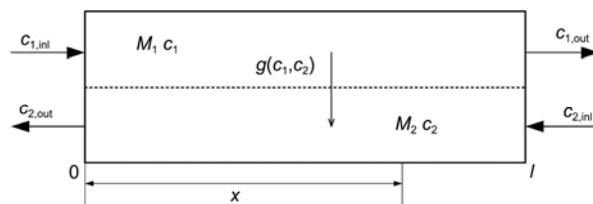


图 10 一类单向等温传质过程模型

乘积为常数, 而对应于熵产生最小时高、低浓度侧关键组分的浓度之差的平方与低浓度侧关键组分浓度之比为常数; 当传质过程不涉及能量转换时, 优化准则应为积耗散最小, 浓度之差为常数的传质策略要优于浓度之比为常数的传质策略.

6 熵理论与导热构形优化相结合

1996 年, 美国 Duke 大学的 Bejan 教授注意到城市街道纵横交错, 呈一定的规律性, 而且全球各大城市中这种网络状的街道都非常相似, 这是有某种深刻原因的. 他分析城市发展过程中, 一般说来都有两种行进速度: 很慢的速度(如步行)和很快的速度(如马车或汽车速度), 而宽窄相济的街道正是兼顾了两种速度后经过长时间发展进化的产物, 它使得城市中的居民平均出行速度达到最优. Bejan 在对街道网络的形成和发展进行建模和数学分析后, 提出了构形理论^[119], 并将其首先应用于电子元件冷却中高导热材料分布优化(体点问题)^[120]的研究, 提出了构形定律. 该定律可表述为: 对于一个沿时间箭头方向(或为适应生存环境)进行结构演化的流动系统来讲, 为流过其内部的“流”提供越来越容易通过的路径是决定其结构形成的根本原因, 或可更简单地表述为: 事物结构源自于性能达到最优.

所谓“流动系统”和“流”, 内涵广泛. 前者包含自然界中各类生命体及其组织器官、非生命系统及子系统(如河流网络, 大气循环, 洋流、裂纹等)和工程界中各种过程和装置; 后者包含热流、流体流、电流、质量流、人和车辆流、货物流等; “性能最优”则包括最大温差最小(最大热阻最小)、熵产最小、流阻最小、泵功率最小、电阻最小、速度最快、运输费用最小、利润率最大等等不一而足. 构形理论一方面解释自然界和社会领域中流动结构生成的深刻原因, 另一方面则基于统一的物理原则(构形定律), 指导设计各学科领域中的流动结构, 被称为一种新的几何哲学. 构

形理论自提出以来蓬勃发展,众多学者对构形理论表现出了浓厚的兴趣,进行了大量的研究,极大丰富了其内容.所涉及领域包括传热传质、流体流动、电、磁、交通运输、管道网络、风化干燥、经济决策、气候预测、地球物理问题,经济运输,产品平台设计,动植物组织结构与生理学,以及大学排名等社会动力学问题,医疗问题,安全与可持续性,现代城市标度率,步行动力学,有机体的聚集,流通市场动力学,海岸沙滩形态,等^[121~150].显然,将熵理论与构形理论相结合,以熵耗散率极值(最小或最大)为目标优化各种过程,可得到不同的结果^[18~20,151~171].

熵理论与导热构形优化相结合主要包括“体点”导热优化、“圆盘”散热优化、圆管换热器截面优化、电磁体多学科多目标优化和空腔散热数值优化.传统构形理论研究中主要是采用最大温差最小为优化目标,而最大温差最小仅是多尺度发热体中局部最优的结果.基于熵耗散率定义的当量热阻反映了传热过程的导热性能,即当量热阻越小,散热性能越好,采用熵耗散率极值为优化目标,导出的构形是平均散热性能优化的结果,相比基于最大温差最小的构形可以较大程度上降低平均传热温差.

6.1 “体点”导热优化

“体-点”(volume-point)导热问题,即如何在特定几何空间(“体”)内布置一定的高导热材料,将其内发热量高效的传到器件表面的某一指定位置(“点”).采用的研究思路与 Bejan 提出的方法相同,即假定用于填充的高导热材料体积一定,首先对单元进行优化,得到其最优外形(长宽比);然后将若干个经过优化的单元进行组合,得到第一级构形体,再对第一级构形体的外形(或矩形单元数目)及高导热材料的分布进行优化,使第一级构形体的熵耗散率达到最小;将类似的工作持续下去,经过若干次组合和优化,直至更高级的构形体能覆盖住所给控制体积,如图 11 所示.对于“体点”导热优化,进行了以下 6 个方面的研究.

- (1) 基于矩形单元体的构形优化,其过程如图 12 所示^[151].
- (2) 释放上级构形最优的矩形单元体构形优化,其过程如图 13 所示^[152].
- (3) 基于三角形单元体的构形优化,其过程如图 14 所示^[153].
- (4) 基于定截面高导热通道单元体的离散变截面构形优化,其过程如图 15 所示^[18].
- (5) 基于变截面高导热通道单元体的离散变截面构形优化,其过程如图 16 所示^[154].
- (6) 基

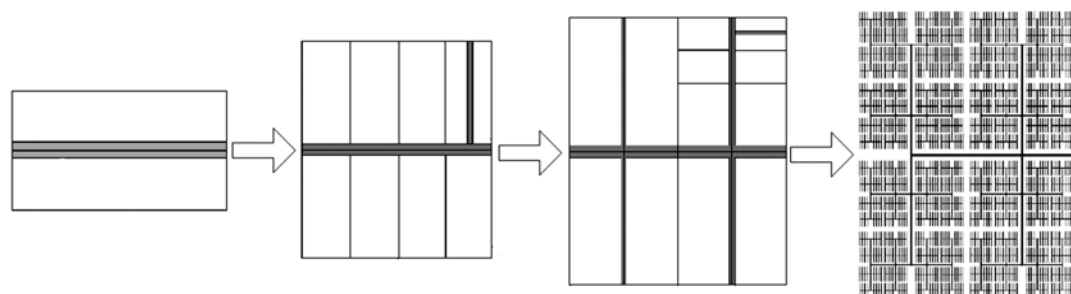


图 11 “体点导热”的构形优化过程

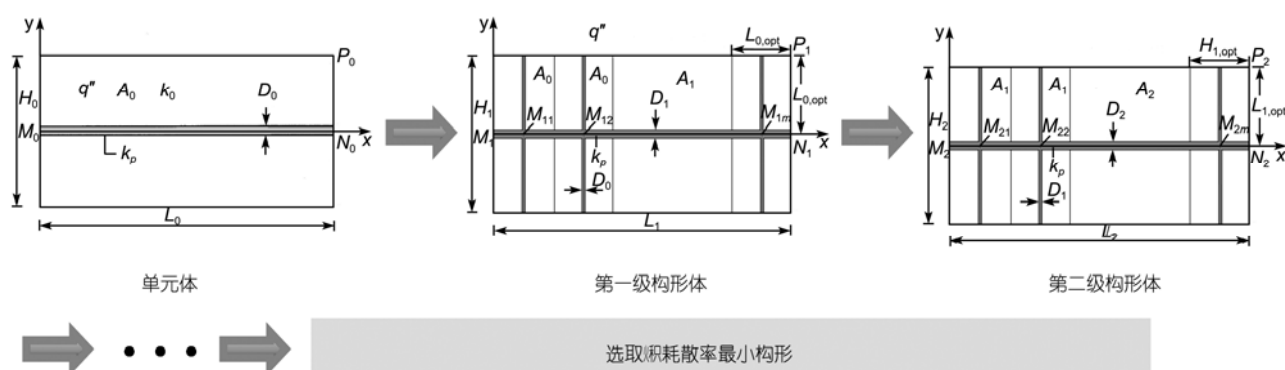


图 12 基于矩形单元体的构形优化

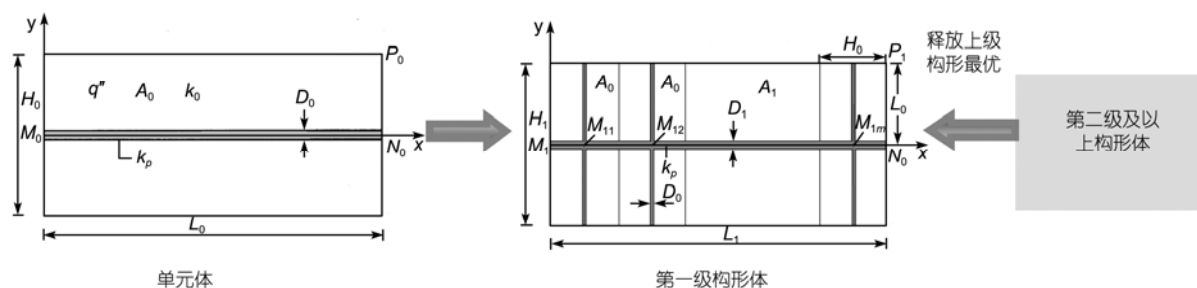


图 13 释放上级构形最优的矩形单元体构形优化

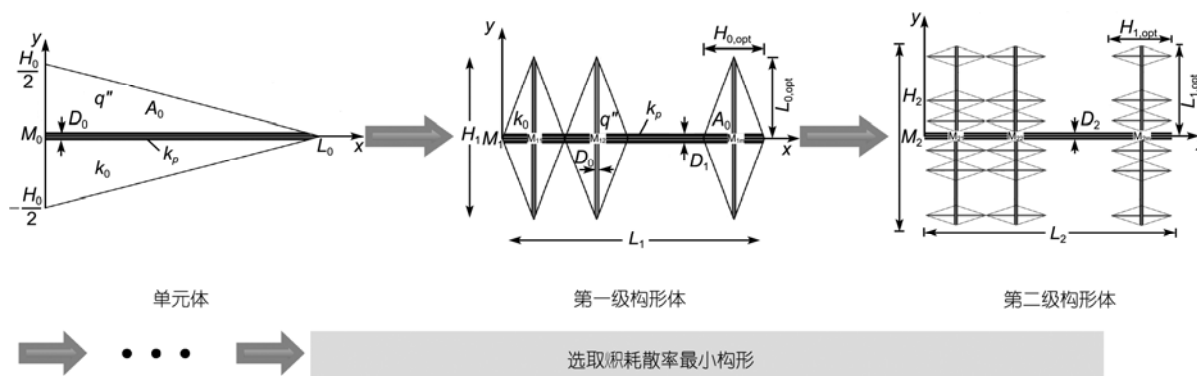


图 14 基于三角形单元体的构形优化

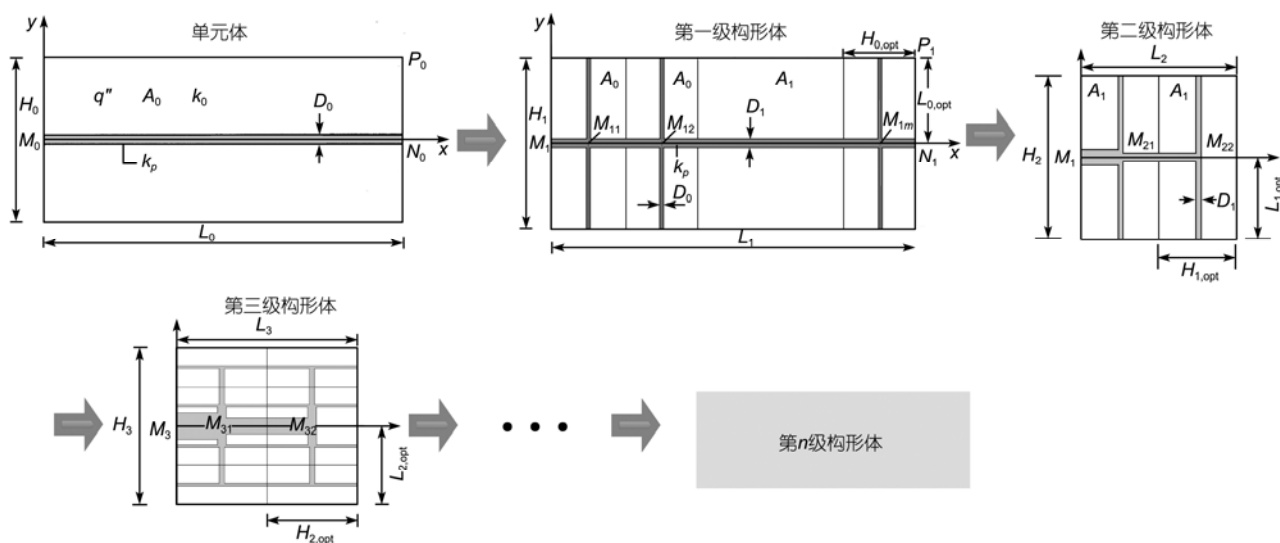


图 15 基于定截面高导热通道单元体的离散变截面构形优化

于变截面外形和变截面高导热通道的单元体构形优化，其过程如图 17^[155]。

通过对以上“体点”导热模型进行分析，得到了以下结论：

(1) 基于焓耗散率最小的构形可以较大程度地

降低平均传热温差；当高传导材料中热流密度符合线性分布时，基于焓耗散率最小的最优构形与基于最大温差最小的最优构形一致，当高传导材料中热流密度不符合线性分布时，基于焓耗散率最小的最优构形与基于最大温差最小的最优构形不同。

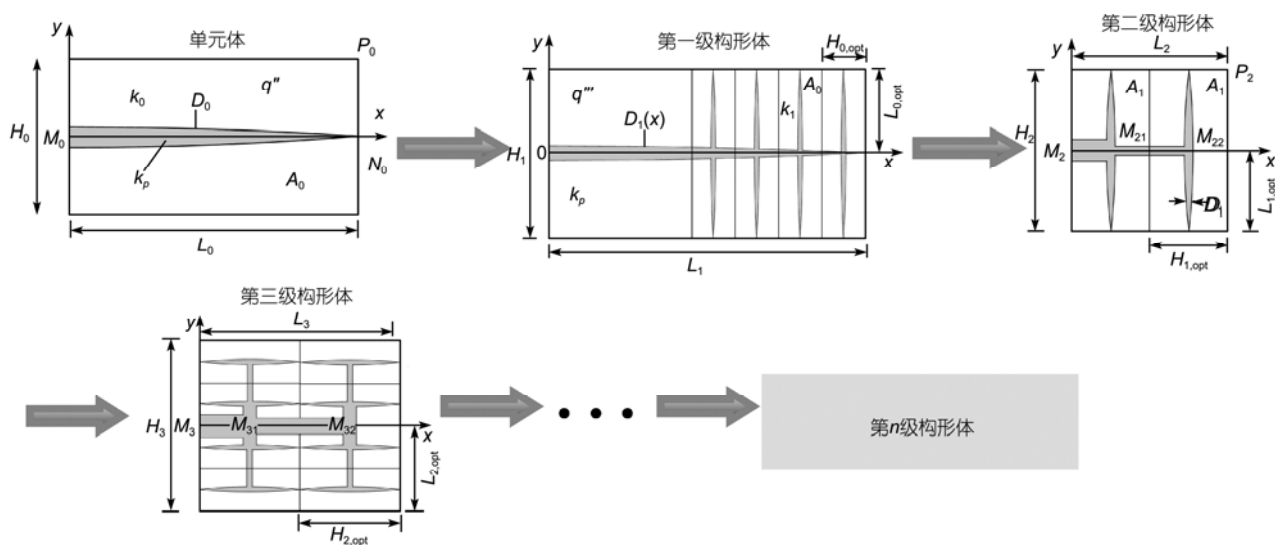


图 16 基于变截面高导热通道单元体的离散变截面构形优化

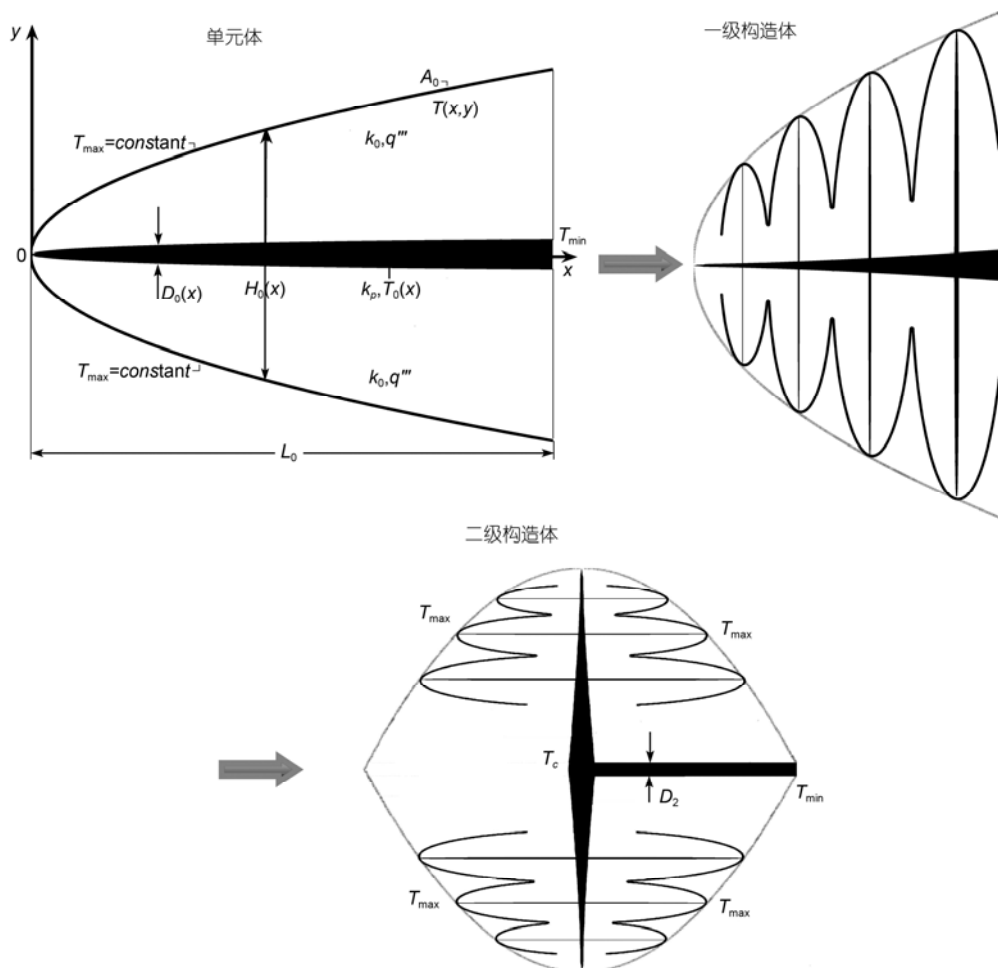


图 17 基于变截面外形和变截面高导热通道的单元体构形优化

(2) 提出了自相似构形优化方法, 即物体的传热性能由其最小组成单元的传热性能、外形参数及单元组合方法共同决定, 若有一种组合方法可以在保持外形参数不变的条件下, 提高其传热性能, 迭代应用该方法, 可以得到该组合方法所对应的极限性能. 该方法修正了 Bejan 提出的分级优化组合的构形优化方法不能稳定提高传热性能的缺点. 目前已实现的基于焓耗散率最小的自相似构形优化方式有释放上级构形最优和离散变截面高导热通道两种构造方式.

6.2 “圆盘”散热优化

(1) 辐射状高导热通道布置方式^[156]. 圆盘的导热模型如图 18 所示. 圆盘区域内各点均匀产热, 可视为均匀内热源. 圆盘总热流通过 N 根沿径向均匀布置在盘面上的高导热翅片散发到圆盘之外, 其余部分绝热.

对辐射状高导热通道布置的圆盘散热模型分析, 得到以下结论: “圆盘”导热性能取得最优值时, 随着高导热翅片性能的增强, 高导热翅片应尽量向圆心处伸展; 高导热翅片长度与圆周半径的最优比受高导热翅片数的影响较小; 高低导热材料导热系数之比越大, 高导热翅片总面积占圆盘面积的比例系数越大, 则圆盘的导热能力越好; 给定其他参数, 存在高导热翅片最优长宽比, 使得“圆盘”导热的焓耗散率最小; “圆盘”导热的无量纲平均温差随高导热翅片数

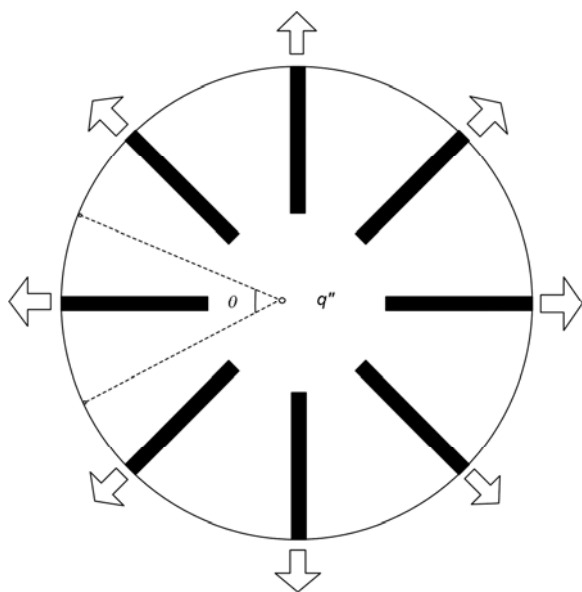


图 18 辐射状高导热通道布置方式

的增加而减小并趋于定值. 焓耗散率反映的是“圆盘”整体传热性能(平均温差)的指标, 而最大温差反映的是“圆盘”局部传热性能的指标. 基于焓耗散率最小的最优构形与基于最大温差最小的最优构形不同, 但随着插入高导热翅片的数量和面积的变化, 两种不同目标所得最优构形具有一致的变化趋势, 其原因是“圆盘”内热流密度分布非线性.

(2) 树网状高导热通道布置方式^[157]. 辐射状圆盘和树状一级分支圆盘的导热模型如图 19 所示. 圆盘区域内各点均匀产热, 可视为均匀内热源. 圆盘总热流通过 N 个沿布置在盘面上的高导热通道汇聚到圆盘中心导走, 其余部分绝热. 对比分析以焓耗散率最小和最大温差最小为目标的优化结果, 发现分别对应两种优化目标的最优构形明显不同. 当两种材料导热系数之比和高导热材料所占体积比的乘积值为 30 时, 对于前者, 高导热材料采用辐射状布置还是树状布置的临界点为圆盘无量纲半径等于 1.75, 而后的临界点为圆盘无量纲半径等于 2.18. 前者的最优构形相比后者的最优构形可以较大程度的降低圆盘的平均传热温差. 尤其在较大的圆盘无量纲半径下, 前者对应的平均温差要远低于后者的平均温差, 明显地改善了传热性能.

6.3 套管换热器截面优化^[158]

套管换热器模型如图 20 所示; 没有高导热翅片的套管换热器剖面如图 21 所示, 半径为 R_{in} 的内管内为冷流体, 均匀吸热, 单位截面吸热率为 q''_{in} . 外半径 R_{out} 与内半径 R_{in} 形成的外管内为热流体, 均匀放热, 单位截面放热率为 q''_{out} . 内外管的多孔介质中的等效热导率均为 k_0 . 温度梯度沿径向 r 分布. 具有高导热翅片的套管换热器剖面如图 22 所示, 向套管换热器中辐射状布置 N 支热导率为 k_p 、宽度为 D 的高导热翅片后, 径向剖面被分割成 N 等分.

优化结果如图 23~24 所示. 通过对图 22~23 进行分析, 得到以下结论:

(1) 没有高导热翅片时套管换热器的导热性能随着套管内径的增加而增加;

(2) 适量的添加高导热翅片可以较好的改善换热器性能, 但没有必要添加太多的高导热翅片.

6.4 电磁体多学科多目标优化^[18,159]

以圆柱形线圈为例进行研究. 圆柱形线圈主要

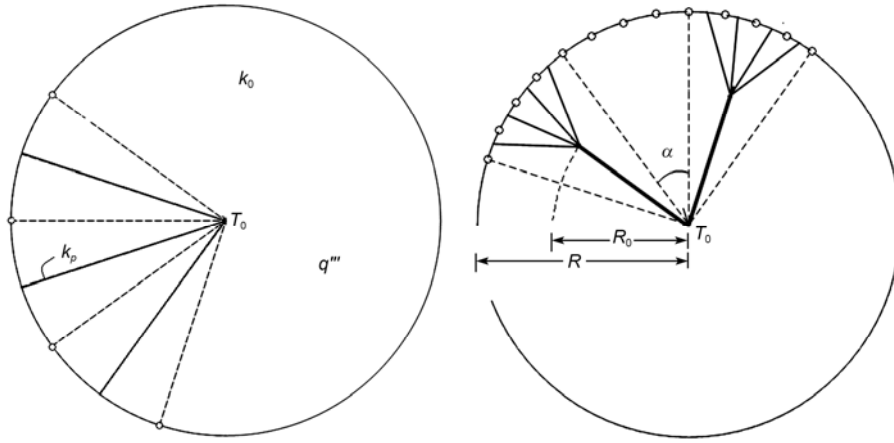


图 19 树网状高导热通道布置方式

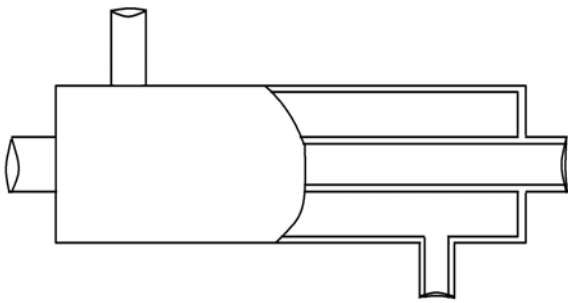


图 20 套管换热器

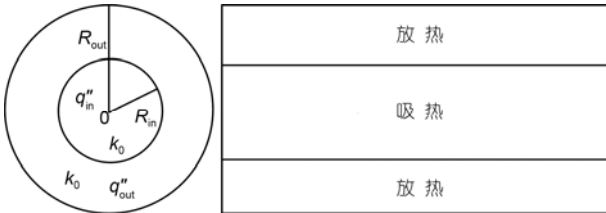


图 21 没有高导热翅片的套管换热器剖面图

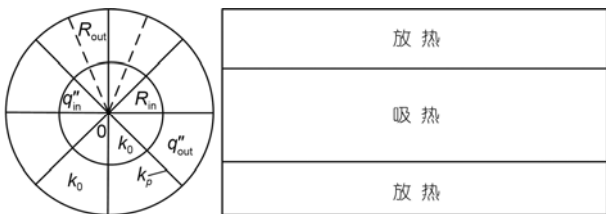


图 22 具有高导热翅片的套管换热器剖面图

由线圈(绝缘导线一圈圈紧紧地绕在螺线管上形成线圈)和螺线管组成,其结构如图 25 所示.其中线圈的内径 R_{in} 由螺线管半径决定,包裹线圈后外半径为 R_{out} ,线圈的轴向长度为 $2L$.磁场方向沿线圈轴向.

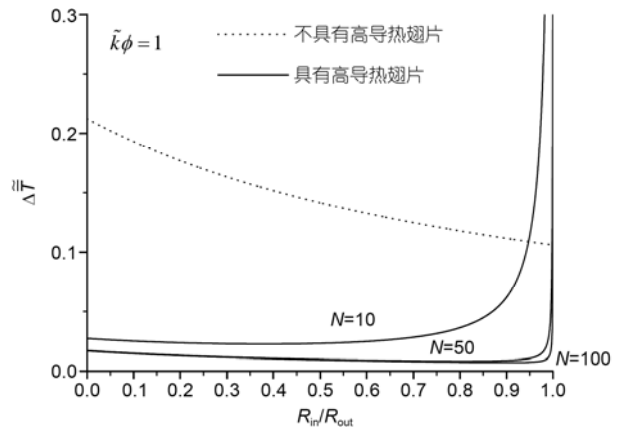


图 23 给定高导热材料时,高导热翅片数对平均传热温差与内外管径比特性关系的影响

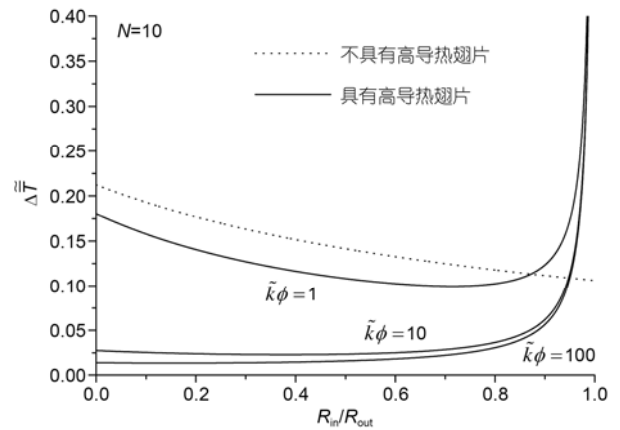


图 24 给定高导热翅片数时,高导热材料对平均传热温差与内外管径比特性关系的影响

工作时,电磁体内各点均匀产热(产热率 q''' , 可视为均匀内热源).电磁体的强化散热采用向电磁体

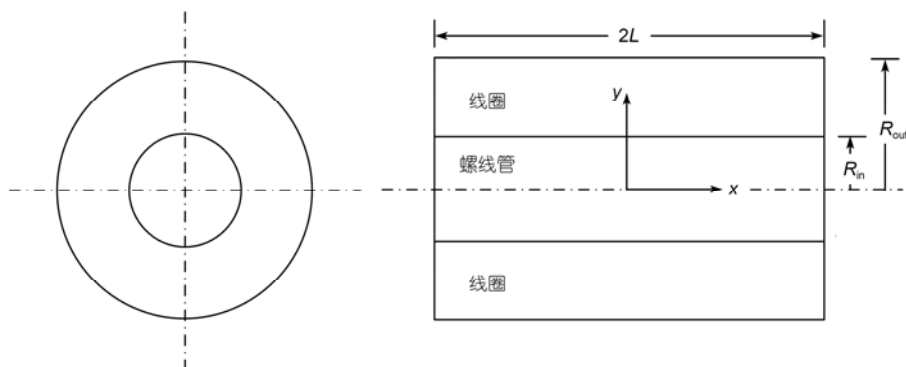


图 25 电磁体剖面图

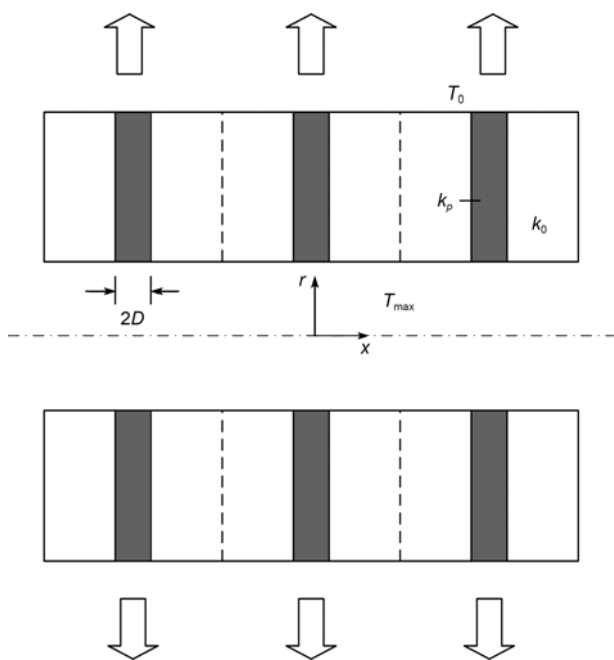


图 26 添加高导热材料后电磁体剖面图

中添加高导热材料完成。添加高导热材料后，螺线管被分成 N 部分，电磁体的剖面如图 26 所示。

(1) 给定磁场强度条件下的焓耗散率最小构形优化^[159]。利用焓耗散率概念，导出了线圈(电磁体)在加入高导热材料情况下无量纲平均温差表达式，以焓耗散率最小为目标对电磁体进行了构形优化，研究了基于焓耗散率最小的无量纲平均温差最小值随体积、磁场强度的变化特性及其对应的最优构形，并分析了高导热材料对磁场的影响。基于焓耗散率最小的优化结果表明，给定磁场强度和热传导条件下，无量纲平均温差最小值随高导热材料插入数 N 的增加而减小，但温差减小幅度相对减小。随着 N 的

增加，电磁体半径减小，轴向长度增加，体积减小；给定磁场强度下无量纲平均温差最小值对应的无量纲体积最优值 $\tilde{V}_{opt}$ 远远大于只考虑磁场强度时的值。考虑体积约束后，总体上平均温差随体积的增加而减小。

(2) 基于焓耗散率与磁场强度的复合目标函数构形优化^[18]。给定磁场强度条件下的焓耗散率最小构形优化需先给定磁场强度，若能建立最大温差与磁场强度相结合的复合目标函数，就可以释放磁场强度为定值的约束条件。对于电磁体而言，焓耗散率越小、磁场强度越大，其性能越好，基于此，建立了综合表征焓耗散率和磁场强度的复合优化目标函数：

$$\frac{\tilde{G}}{\Delta T} = \frac{0.2 \left(\frac{2\pi\tilde{L}}{\tilde{R}_{out}^2 - 1} \right)^{1/2} \ln \frac{\tilde{R}_{out} + (\tilde{L}^2 + \tilde{R}_{out}^2)^{1/2}}{1 + (\tilde{L}^2 + 1)^{1/2}}}{\left[\frac{\tilde{L}(\tilde{R}_{out}^2 - 1)}{6N^2\pi} + \frac{(3 - 4\tilde{R}_{out}^2 + \tilde{R}_{out}^4)}{16k\phi\pi\tilde{L}} + \frac{\ln \tilde{R}_{out}}{4k\phi\pi\tilde{L}} \right] \cdot \frac{1}{(\tilde{R}_{out}^2 - 1)^2}} \quad (15)$$

对电磁体进行了构形优化，并与最大温差和磁场强度的复合优化目标函数所得优化结果进行了比较。主要结论有：由于电磁体内部热流线性分布，基于最大温差与磁场强度相结合的复合优化目标函数和基于焓耗散率与磁场强度相结合的复合优化目标函数，优化所得结果基本一致。构形优化后，当电磁体性能达到最优时，电磁体的最优性能随高导热材料插入数 N 的增加而不断提高，电磁体变得更细长，此时磁场强度增强，最大温差与平均传热温差均减小；电磁体的最优性能同时也随着 $\tilde{V}$ 的增加而不断提高，随着 $\tilde{V}$ 的增加，最大温差与平均传热温差均不断减小，磁场强度则呈现先增加后减小的特性。

6.5 空腔散热数值优化^[19,160,161]

在核态沸腾中,细小肋片间往往形成空腔并成为汽化核心,而相变流体与非等温肋片表面间的蒸发冷却效应也被用于冷却电子设备.事实上,空腔模型普遍存在于高热流密度和大热流量的许多工程领域,因此对其整体传热性能进行优化尤为重要.对于空腔散热数值优化,研究了三个模型:矩形空腔内产热(图 27)、矩形空腔外加热(图 28)、T 形空腔内产热(图 29),主要结论有:

(1) 不论是内部产热模型还是外部加热模型,当空占比 Φ 值较小时,以最大热阻最小和当量热阻优化最小所得结果无明显差别,但随着空占比 Φ 和长宽比 H/L 值的增大,两种优化结果区别越大.对相关问题进行热优化设计时,在兼顾其他必要条件(如极限温度)的情况下应该尽量选择对应当量热阻较小的构形设计.

(2) 固体外部受热时的最优空腔,始终比内部产热时的最优空腔更细长.系统的传热性能受热量来源的影响较大,外部加热时的焓耗散比内部产热的焓耗散增加了 2~3 倍,系统传热性能减低.

(3) T 形腔所占矩形域体积受限时,增大冷却空腔体积并不一定能够有效减小当量热阻和最大热阻;当给定冷却空腔体积时,在一定范围内可以通过合理设计 T 形腔所占矩形域大小有效降低当量热阻和最大热阻. T 形腔比矩形腔能够进一步降低系统的焓耗散.

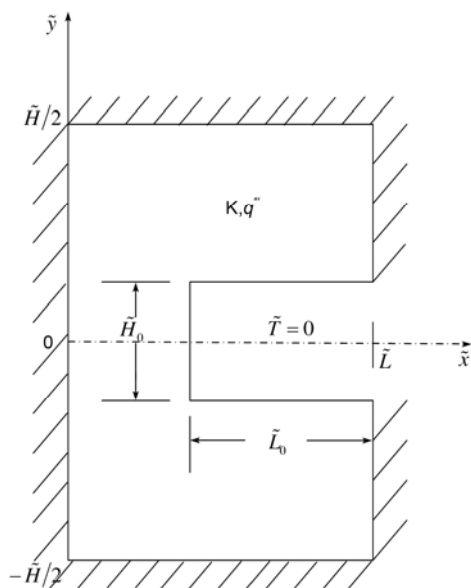


图 27 矩形空腔内产热

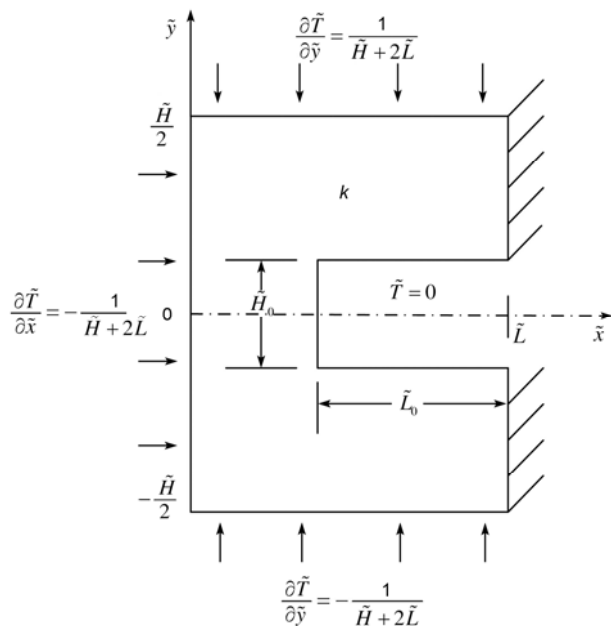


图 28 矩形空腔外加热

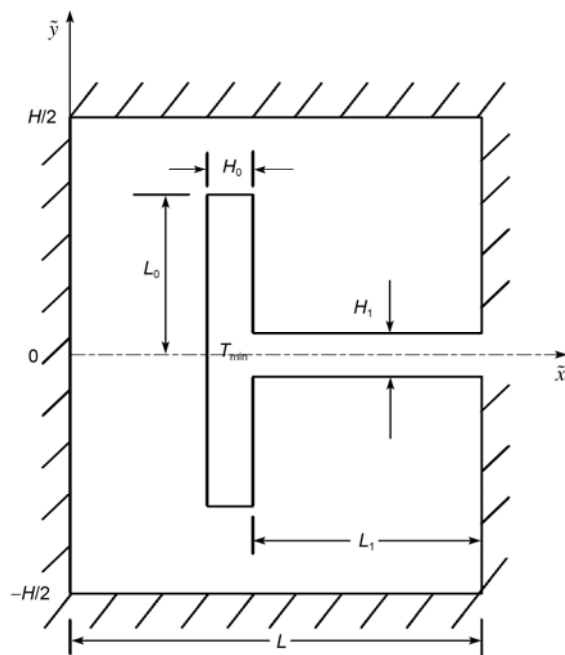


图 29 T 形空腔内产热

7 焓耗散极值原理与对流构形优化相结合^[162,163]

7.1 基于焓耗散率和流阻最小的冷却流道优化^[162]

将焓耗散极值原理与对流换热流道的构形优化

结合起来, 导出总流阻最小时的最优构形. 如图 30 所示首先, 以焓耗散率最小为目标对矩形单元体进行了构形优化, 得到了矩形单元体的最优构形. 其次, 以优化后的矩形单元体为基础, 分别对由矩形单元体组成的一级构造体、由一级构造体组成的二级构造体和由二级构造体组成的三级构造体进行了构形优化, 得到了各级构造体总流阻最小时的最优外形(或构造单元的最优数量)和每级构造体的中间流道的宽度与其分支的宽度之间的最优比率 $((D_i/D_{i-1})_{\text{opt}}$ 其中 $i \geq 1$). 最后, 考虑了变截面流道, 重新进行了优化. 为了进行比较, 还给出了以矩形单元体最大温差最小为优化目标时各级构造体的总流阻, 主要结论有:

(1) 定截面流道: 一级构造体的最小无量纲总流阻不变, 但二级构造体的最小无量纲总流阻下降了 32%, 三级构造体的最小无量纲总流阻下降了 54%, 构造体级数越高, 构造体的最小无量纲总流阻的下降幅度呈增加趋势.

(2) 变截面流道: 一级构造体的最小无量纲总流阻不变, 但二级构造体的最小无量纲总流阻下降了 37%, 三级构造体的最小无量纲总流阻下降了 60%, 构造体级数越高, 构造体的最小无量纲总流阻的下降幅度呈增加趋势.

(3) 变截面和定截面流道的同级构造体的下降幅度的比较. 由上述结论可知, 变截面流道的各级构造体的总流阻的下降幅度比定截面流道相应的各级构造体的下降幅度要稍大. 也就是说, 基于焓耗散率最小时, 构造体越贴近实际, 各级构造体的总流阻降

低的幅度越大.

因此, 将焓耗散极值原理与对流传热相结合对构形优化具有极大的优越性.

7.2 各种肋片和蒸气发生器性能优化

肋片作为有效的控温部件或组件, 在能源、化工、航天、电子等各领域应用广泛. 以焓耗散率最小为目标, 对伞形柱状肋片^[164]、T 形肋片^[165]、Y 形肋片^[19]、叶形肋片^[169]、树形肋片^[20]进行了构形优化. 以当量热阻最小为目标的优化比以最大热阻最小为目标的优化, 能够显著降低肋片体内的传热平均温差, 算例中降幅可高达 88.2% 以上^[165].

蒸气发生器中的传热问题属于给定温度边界的焓耗散极值原理, 焓耗散率越大, 平均热流越大, 传热性能越好. 也就是说, 当焓耗散率最大时, 高温烟气的热量传递过程的平均热流最大, 系统的性能最优. 研究表明, 相比基于传热率最大的无量纲平均热流, 基于焓耗散率最大的无量纲平均热流增大了 58.7%. 因此, 基于后者的最优构形明显提高了蒸气发生器的整体传热性能^[166].

8 结论

焓理论为传热优化提供了不同于熵产生最小化的新的理论基础. 焓耗散率与熵产率相比较, 在不以做功能力损失最小为目标的前提下, 更适于描述传热效果. 焓与焓耗散极值原理的提出, 为传热系统的优化提供了新的目标, 该目标可以作为系统整体传

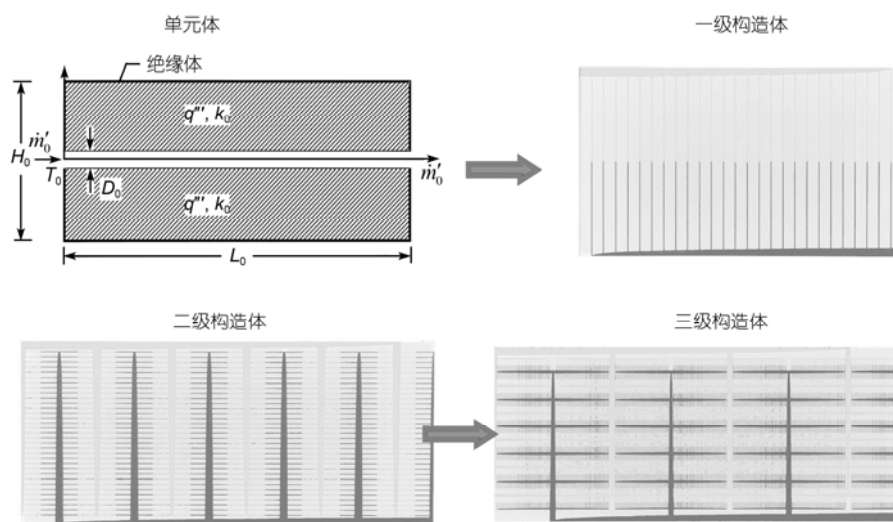


图 30 对流构形优化

热能力的特性描述^[93]。基于熵耗散率极值的传热传质过程有限时间热力学优化获得了不同于熵产率优化结果。基于熵耗散率极值的构形优化可以较大幅度的降低平均传热温差。当热流密度符合线性分布时,描述系统整体传热能力的熵耗散率与系统局部传热性能指标最大温差具有一定的线性关系。此外,因为传热结构的局部传热性能和整体传热性能并不

一定能够同时达到最优,所以为满足工程实际的需求,在传热结构的优化中,需进一步考虑兼顾局部传热性能和整体传热性能的优化。对于实际工程传热结构,也可考虑加入传热的安全性约束进行优化^[148,171]。可以预期,随着科学研究工作的进一步深入,熵理论的应用范围会越来越广,其科学性会越来越显现,对热科学领域的影响会越来越巨大和深远。

参考文献

- 李志信, 过增元. 对流传热优化的场协同理论. 北京: 科学出版社, 2010
- 过增元, 程新广, 夏再忠. 最小热量传递势容耗散函数原理及其在导热优化中的应用. 科学通报, 2003, 48: 21–25
- 过增元, 梁新刚, 朱宏晔. 熵——描述物体传递热量能力的物理量. 自然科学进展, 2006, 16: 1288–1296
- Guo Z, Zhu H, Liang X. Entropy-A physical quantity describing heat transfer ability. Int J Heat Mass Transfer, 2007, 50: 2545–2556
- 过增元. 热学中的新物理量. 工程热物理学报, 2008, 29: 112–114
- 胡帼杰, 过增元. 传热过程的效率. 工程热物理学报, 2011, 32: 1005–1008
- 程新广, 李志信, 过增元. 热传导中的变分原理. 工程热物理学报, 2004, 25: 457–459
- 中国科协学会学术部. 热学新理论及其应用——新观点新学说学术沙龙文集. 北京: 中国科学技术出版社, 2010
- Xu M. Entropy dissipation theory and its application in heat transfer. In: dos Santos Bernardes M A, ed. Developments in Heat Transfer. Rijeka, Croatia: InTech-Open Access Publisher. 2011, 14: 247–272
- Chen Q, Liang X, Guo Z. Entropy-A novel theory in heat transfer analysis and optimization. In: dos Santos Bernardes M A, ed. Developments in Heat Transfer. Rijeka, Croatia: InTech-Open Access Publisher. 2011, 19: 349–372
- Li Z, Guo Z. Optimization Principles for Heat Convection. In: Wang L Q, ed. Advances in Transport Phenomena. Berlin: Springer-Verlag, 2011. 1–91
- 孟继安. 基于场协同理论的纵向涡强化换热技术及应用. 博士学位论文. 北京: 清华大学, 2003
- 程新广. 熵及其在传热优化中的应用. 博士学位论文. 北京: 清华大学, 2004
- 朱宏晔. 基于熵耗散的最小热阻原理. 博士学位论文. 北京: 清华大学, 2007
- 陈群. 对流传热过程的不可逆性及其优化. 博士学位论文. 北京: 清华大学, 2008
- 吴晶. 热学中的势能熵及其应用. 博士学位论文. 北京: 清华大学, 2009
- 柳雄斌. 换热器及散热通道网络热性能的熵分析. 博士学位论文. 北京: 清华大学, 2009
- 魏曙寰. 热传导熵耗散率最小构形优化. 博士学位论文. 武汉: 海军工程大学, 2009
- 谢志辉. 三类传热结构的多目标构形优化. 博士学位论文. 武汉: 海军工程大学, 2010
- 肖庆华. 基于熵耗散极值原理的传热传质构形优化研究. 博士学位论文. 武汉: 海军工程大学, 2011
- 郭江峰. 换热器的热力学分析与优化设计. 博士学位论文. 济南: 山东大学, 2011
- 夏少军. 不可逆过程和循环的广义热力学动态优化. 博士学位论文. 武汉: 海军工程大学, 2012
- 韩光泽, 朱宏晔, 程新广, 等. 导热与弹性系统及导电的相似性. 工程热物理学报, 2005, 26: 1022–1024
- 韩光泽, 过增元. 导热能力损耗的机理及其数学表述. 中国电机工程学报, 2007, 27: 98–102
- 朱宏晔, 陈泽敬, 过增元. 熵耗散极值原理的电热模拟实验研究. 自然科学进展, 2007, 17: 1692–1698
- 程雪涛, 梁新刚, 徐向华. 熵的微观表述. 物理学报, 2011, 60: 060512
- 程雪涛, 梁新刚, 过增元. 孤立系统内传热过程的熵减原理. 科学通报, 2011, 56: 222–230
- 胡帼杰, 过增元. 系统的熵与可用熵. 科学通报, 2011, 56: 1575–1577
- Liu W, Liu Z, Jia H, et al. Entropy expression of the second law of thermodynamics and its application to optimization in heat transfer process. Int J Heat Transfer, 2011, 54: 3049–3059
- Xu M. The thermodynamic basis of entropy and entropy dissipation. Energy, 2011, 36: 4272–4277
- 程新广, 孟继安, 过增元. 导热优化中的最小传递势容耗散与最小熵产. 工程热物理学报, 2005, 26: 1034–1036
- 韩光泽, 过增元. 不同目的热优化目标函数: 热量传递势容损耗与熵产. 工程热物理学报, 2007, 28: 811–813
- 张永存, 刘书田. 最优传热结构设计问题的数学模型. 自然科学进展, 2008, 18: 680–685
- Chen Q, Wang M, Pan N, et al. Irreversibility of heat conduction in complex multiphase systems and its application to the effective thermal conductivity of porous media. Int J Nonlinear Sci Numer Simul, 2009, 10: 57–66

- 35 程雪涛, 徐向华, 梁新刚. 温度场与温度梯度场的均匀化. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2009, 39: 1730–1735
- 36 苏欣, 程新广, 孟继安, 等. 层流场协同方程的验证及其性质. 工程热物理学报, 2005, 26: 289–291
- 37 苏欣, 孟继安, 程新广, 等. 圆筒内层流对流换热的最佳速度场及工程应用. 清华大学学报(自然科学版), 2005, 45: 677–680
- 38 Meng J, Liang X, Li Z. Field synergy optimization and enhanced heat transfer by multi-longitudinal vortices flow in tube. *Int J Heat Mass Transfer*, 2005, 48: 3331–3337
- 39 吴晶, 程新广, 孟继安, 等. 层流对流换热中的势容耗散极值与最小熵产. 工程热物理学报, 2006, 27: 100–102
- 40 魏琪. 具体热源的湍流对流中热量传递势容耗散的界. 工程热物理学报, 2008, 29: 1354–1356
- 41 程林, 许明田. 对流传热中的熵耗散理论. 中国工程热物理学会传热传质学学术会议论文集. 2008
- 42 陈群, 吴晶, 任建勋. 对流换热过程的热力学优化与传热优化. 工程热物理学报, 2008, 29: 271–274
- 43 Chen Q, Wang M, Pan N, et al. Optimization principles for convective heat transfer. *Energy*, 2009, 34: 1199–1206
- 44 陈群, 任建勋. 对流换热过程的广义热阻及其与熵耗散的关系. 科学通报, 2008, 53: 1730–1736
- 45 王松平, 陈清林, 张冰剑. 熵传递方程及其应用. 科学通报, 2009, 54: 2247–2251
- 46 Xu M, Guo J, Cheng L. Application of entransy dissipation theory in heat convection. *Front Energy Power Engng China*, 2009, 3: 402–405
- 47 宋伟明, 孟继安, 李志信. 矩形通道内伴随冷凝的烟气对流换热的优化. 科学通报, 2010, 55: 3367–3372
- 48 Song W, Meng J, Li Z. Optimization of flue gas turbulent heat transfer with condensation in a tube. *Chin Sci Bull*, 2011, 56: 1978–1984
- 49 宋伟明, 孟继安, 梁新刚, 等. 一维换热器中温差场均匀性原则的证明. 化工学报, 2008, 59: 2460–2464
- 50 Cheng X, Zhang Q, Liang X. Analyses of entransy dissipation, entropy generation and entransy-dissipation-based thermal resistance on heat exchanger optimization. *Appl Therm Eng*, 2012, 38: 31–39
- 51 柳雄斌, 过增元, 孟继安. 换热器中的熵耗散与热阻分析. 自然科学进展, 2008, 18: 1186–1190
- 52 柳雄斌, 过增元. 换热器性能分析新方法. 物理学报, 2009, 58: 4766–4771
- 53 Guo Z, Liu X, Tao W, et al. Effectiveness-thermal resistance method for heat exchanger design and analysis. *Int J Heat Mass Transfer*, 2010, 53: 2877–2884
- 54 许明田, 程林, 郭江峰. 熵耗散理论在换热器设计中的应用. 工程热物理学报, 2009, 30: 2090–2092
- 55 柳雄斌, 孟继安, 过增元. 换热器参数优化中的熵产极值和熵耗散极值. 科学通报, 2008, 52: 3026–3029
- 56 郭江峰, 程林, 许明田. 熵耗散数及其应用. 科学通报, 2009, 54: 2998–3002
- 57 Chen L, Chen Q, Li Z, et al. Optimization for a heat exchanger couple based on the minimum thermal resistance principle. *Int J Heat Mass Transfer*, 2009, 52: 4778–4784
- 58 陈群, 吴晶, 王沐然, 等. 换热器组传热性能的优化原理比较. 科学通报, 2011, 56: 79–84
- 59 Qian X, Li Z, Li Z. Entransy-dissipation-based thermal resistance analysis of heat exchanger networks. *Chin Sci Bull*, 2011, 56: 3289–3295
- 60 Cheng X, Liang X. Computation of effectiveness of two-stream heat exchanger networks based on concepts of entropy generation, entransy dissipation and entransy-dissipation-based thermal resistance. *Energy Convers Manage*, 2012, 58: 163–170
- 61 郭江峰, 许明田, 程林. 换热器设计中的熵耗散均匀性原则. 中国科学: 技术科学, 2010, 40: 671–676
- 62 李孟寻, 程林, 许明田. 熵耗散理论在管壳式换热器优化设计中的应用. 工程热物理学报, 2010, 31: 1189–1192
- 63 郭江峰, 许明田, 程林. 基于熵耗散数最小的板式换热器优化设计. 工程热物理学报, 2011, 32: 827–831
- 64 郭江峰, 许明田, 程林. 换热量和换热面积给定时的熵耗散最小原则. 科学通报, 2010, 55: 3141–3146
- 65 郭江峰, 许明田, 程林. 两流体换热器内粘性热效应对熵耗散的影响. 中国科学: 技术科学, 2011, 41: 621–627
- 66 郭江峰, 许明田, 程林. 换热器内随温度变化的黏度对两流体熵的影响. 科学通报, 2011, 56: 1934–1939
- 67 李雪芳, 郭江峰, 许明田, 等. 换热器优化设计中最小熵耗散方法. 科学通报, 2011, 56: 871–875
- 68 Qian X, Li Z. Analysis of entransy dissipation in heat exchangers. *Int J Therm Sci*, 2011, 50: 608–614
- 69 吴晶, 梁新刚. 熵耗散极值原理在辐射换热优化中的应用. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2009, 39: 272–277
- 70 程雪涛, 徐向华, 梁新刚. 空间辐射器的等温化设计. 工程热物理学报, 2010, 31: 1031–1033
- 71 Cheng X, Liang X. Entransy flux of thermal radiation and its application to enclosures with opaque surfaces. *Int J Heat Mass Transfer*, 2011, 54: 269–278
- 72 程雪涛, 徐向华, 梁新刚. 非等温, 非灰体不透明漫射固体表面组成的封闭空腔中的辐射熵平衡方程及其应用. 中国科学: 技术科学, 2011, 41: 1359–1368
- 73 程雪涛, 梁新刚. 辐射熵耗散与空间辐射器温度场均匀化的关系. 工程热物理学报, 2012, 33: 311–314
- 74 陈群, 任建勋. 传质势容耗散极值原理及通风排污过程的优化. 工程热物理学报, 2007, 28: 505–507
- 75 Chen Q, Ren J, Guo Z. Field synergy analysis and optimization of decontamination ventilation designs. *Int J Heat Mass Transfer*, 2008, 51: 873–881

- 76 陈群, 任建勋, 过增元. 质量积耗散极值原理及其在空间站通风排污过程优化中的应用. 科学通报, 2009, 54: 1606–1612
- 77 Chen Q, Meng J. Field synergy analysis and optimization of the convective mass transfer in photocatalytic oxidation reactors. *Int J Heat Mass Transfer*, 2008, 51: 2863–2870
- 78 Chen Q, Yang K, Wang M, et al. A new approach to analysis and optimization of evaporative cooling system I: Theory. *Energy*, 2010, 35: 2448–2454
- 79 Chen Q, Pan N, Guo Z. A new approach to analysis and optimization of evaporative cooling system II: Applications. *Energy*, 2011, 36: 2890–2898
- 80 袁芳, 陈群. 间接蒸发冷却系统传热传质性能的优化准则. 科学通报, 2012, 57: 88–94
- 81 陈林, 陈群, 李震, 等. 溶液除湿性能分析和优化的湿阻法. 科学通报, 2010, 55: 1174–1181
- 82 Liu X, Wang M, Meng J, et al. Minimum entransy dissipation principle for the optimization of transport networks. *Int J Nonlinear Sci Numer Simul*, 2010, 11: 113–120
- 83 Shan X, Wang M, Guo Z. Geometry optimization of self-similar transport network. *Mathl Problems Eng*, 2011, 421526
- 84 Liu X, Chen Q, Wang M, et al. Multi-dimensional effect on optimal network structure for fluid distribution. *Chem Eng Processing: Process Intensif*, 2010, 49: 1038–1043
- 85 程雪涛, 徐向华, 任建勋, 等. 并联换热系统中冷媒分配的优化分析. 工程热物理学报, 2008, 29: 1985–1989
- 86 程雪涛, 徐向华, 梁新刚. 焓在航天器热控流体并联回路优化中的应用. 中国科学: 技术科学, 2011, 41: 507–514
- 87 李秦宜, 陈群. 平板太阳能集热器传热性能的熵理论优化. 科学通报, 2011, 56: 2819–2826
- 88 Xu Y, Chen Q. An entransy dissipation-based method for global optimization of district heating networks. *Energy Build*, 2012, 48: 50–60
- 89 程雪涛, 徐向华, 梁新刚. 广义流动中的积原理. 物理学报, 2011, 60: 118103
- 90 程雪涛, 董源, 梁新刚. 积与积减原理. 物理学报, 2011, 60: 114402
- 91 过增元, 曹炳阳, 朱宏晔, 等. 声子气的状态方程和声子气运动的守恒方程. 物理学报, 2007, 56: 3306–3312
- 92 Chen L, Wei S, Sun F. Constructal entransy dissipation minimization of an electromagnet. *J Appl Phys*, 2009, 105: 094906
- 93 Chen Q, Zhu H, Pan N, et al. An alternative criterion in heat transfer optimization. *P Roy Soc A-Math Phys*, 2011, 467: 1012–1028
- 94 Andresen B, Berry R S, Ondrechen M J, et al. Thermodynamics for processes in finite time. *Acc Chem Res*, 1984, 17: 266–271
- 95 Bejan A. Entropy generation minimization: The new thermodynamics of finite-size device and finite-time processes. *J Appl Phys*, 1996, 79: 1191–1218
- 96 Berry R S, Kazakov V A, Sieniutycz S, et al. *Thermodynamic Optimization of Finite Time Processes*. Chichester: Wiley, 1999
- 97 Chen L, Wu C, Sun F. Finite time thermodynamic optimization or entropy generation minimization of energy systems. *J Non-Equilib Thermodyn*, 1999, 24: 327–359
- 98 Chen L, Sun F. *Advances in Finite Time Thermodynamics: Analysis and Optimization*. New York: Nova Science Publishers, 2004
- 99 陈林根. 不可逆过程和循环的有限时间热力学分析. 北京: 高等教育出版社, 2005
- 100 王建辉, 何济洲, 毛之远. 谐振子系统量子热机循环性能. 中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学, 2006, 36: 591–605
- 101 宋汉江, 陈林根, 孙丰瑞. 辐射传热条件下一类内可逆热机最大效率时的最优构型. 中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学, 2008, 38: 1083–1096
- 102 夏丹, 陈林根, 孙丰瑞. 广义不可逆四源等温化学势变换器的最优性能. 中国科学 B 辑: 化学, 2008, 38: 492–503
- 103 李俊, 陈林根, 孙丰瑞. 复杂传热规律下有限高温热源热机循环的最优构型. 中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学, 2009, 39: 255–259
- 104 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 线性唯象传热定律下 Otto 循环热机活塞运动的最优路径. 中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学, 2009, 39: 698–708
- 105 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 线性唯象传热定律下具有非均匀工质的一类非回热不可逆热机最大功率输出. 中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学, 2009, 39: 1081–1089
- 106 何济洲, 何弦, 唐威. 不可逆谐振子量子 Otto 制冷循环性能特征. 中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学, 2009, 39: 1046–1051
- 107 刘晓威, 陈林根, 吴锋, 等. 不可逆谐振子卡诺热机生态学优化. 中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学, 2009, 39: 1687–1698
- 108 丁泽民, 陈林根, 孙丰瑞. 空间周期性温度场中布朗热泵的热力学特性. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2010, 40: 16–25
- 109 戈延林, 陈林根, 孙丰瑞. 熵产生最小时不可逆 Otto 循环热机活塞运动最优路径. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2010, 40: 1115–1129
- 110 Ding Z, Chen L, Sun F. Modeling and performance analysis of energy selective electron (ESE) engine with heat leakage and transmission probability. *Sci China: Phys Mech Astron*, 2011, 54: 1925–1936
- 111 舒礼伟, 陈林根, 孙丰瑞. 线性唯象传热规律下热驱动二元分离过程的最小平均耗热量. 中国科学 B 辑: 化学, 2009, 39: 183–192
- 112 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 有限势库化学机最大输出功时循环最优构型. 中国科学: 化学, 2010, 40: 492–500
- 113 马康, 陈林根, 孙丰瑞. 线性唯象传热定律下光驱动发动机的最优路径. 中国科学: 化学, 2010, 40: 1035–1045

- 114 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 广义对流传热定律下多级热机系统功率优化的 Hamilton-Jacobi-Bellman 方程和动态规划法. 科学通报, 2010, 55: 2874–2884
- 115 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 换热器能耗散最小优化. 科学通报, 2009, 54: 2240–2246
- 116 Xia S, Chen L, Sun F. Optimal paths for minimizing entransy dissipation during heat transfer processes with generalized radiative heat transfer law. *Appl Math Model*, 2010, 34: 2242–2255
- 117 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 液-固相变过程能耗散最小化. 中国科学: 技术科学, 2010, 40: 1521–1529
- 118 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 一类单向等温传质过程积耗散最小化. 中国科学: 技术科学, 2011, 41: 515–524
- 119 Bejan A. Street network theory of organization in nature. *J Adv Transp*, 1996, 30: 85–107
- 120 Bejan A. Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume. *Int J Heat Mass Transfer*, 1997, 40: 799–816
- 121 Bejan A. *Shape and Structure, from Engineering to Nature*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2000
- 122 Bejan A. *Advanced Engineering Thermodynamics*. 2nd ed. New York: Wiley, 1997
- 123 Bejan A, Dincer I, Lorente S, et al. *Porous and Complex Flow Structures in Modern Technologies*. New York: Springer, 2004
- 124 Rosa R N, Reis A H, Miguel A F. *Bejan's Constructal Theory of Shape and Structure*. Evora: University of Evora, 2004
- 125 Ingham D B, Bejan A, Mamut E, et al. *Emerging Technologies and Techniques in Porous Media*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004
- 126 Bejan A, Lorente S. *The Constructal Law (La Loi Constructale)*. Paris: L'Harmattan, 2005
- 127 Bejan A, Lorente S, Miguel A F, et al. *Along with Constructal Theory*. Dissertation for the Doctoral Degree. Switzerland: University of Lausanne, 2006
- 128 Bejan A, Merks G W. *Constructal Theory of Social Dynamics*. New York: Springer, 2007
- 129 Bejan A, Lorente S. *Design with Constructal Theory*. New Jersey: Wiley, 2008
- 130 Bejan A, Lorente S, Miguel A F, et al. *Constructal Human Dynamics, Security & Sustainability*. Amsterdam: IOS Press, 2009
- 131 Bejan A. How nature takes shape: Extensions of constructal theory to ducts, river, turbulence, cracks, dendritic crystals and spatial economics. *Int J Therm Sci*, 1999, 38: 653–663
- 132 Bejan A. From heat transfer principles to shape and structure in nature: Constructal theory. *Trans ASME, J Heat Transfer*, 2000, 122: 430–449
- 133 Bejan A, Lorente S. Thermodynamic optimization of flow geometry in mechanical and civil engineering. *J Non-Equilib Thermodyn*, 2001, 26: 305–354
- 134 周圣兵, 陈林根, 孙丰瑞. 构形理论: 广义热力学优化的新方向之一. 热科学与技术, 2004, 3: 283–292
- 135 Bejan A, Lorente S. Constructal design and thermodynamic optimization. *Annu Rev Heat Transfer*, 2005, 14: 511–527
- 136 Lorente S, Bejan A. Sveltiness, freedom to morph, and constructal multi-scale flow structures. *Int J Therm Sci*, 2005, 44: 1123–1130
- 137 Bejan A, Lorente S. Constructal theory of generation of configuration in nature and engineering. *J Appl Phys*, 2006, 100: 041301
- 138 Reis A H. Constructal theory: From engineering to physics, and how flow systems develop shape and structure. *Appl Mech Rev*, 2006, 59: 269–282
- 139 Bejan A, Marden J H. Unifying Constructal theory for scale effects in running, swimming and flying. *J Exper Biol*, 2006, 209: 238–248
- 140 Fan Y, Luo L. Recent applications of advances in microchannel heat exchangers and multi-scale design optimization. *Heat Transfer Engng*, 2008, 29: 461–474
- 141 Bejan A, Marden J H. The constructal unification of biological and geophysical design. *Phys Life Rev*, 2009, 6: 85–102
- 142 Bejan A, Lorente S. The constructal law of design and evolution in nature. *Phil Trans R Soc B: Biol Sci*, 2010, 365: 1335–1347
- 143 Bejan A, Lorente S. The constructal law and the design of the biosphere: Nature and globalization. *Trans ASME, J Heat Transf*, 2011, 133: 011001
- 144 伍文君, 陈林根, 孙丰瑞. 导热优化的“树网”构造法的改进. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2006, 36: 773–781
- 145 周圣兵, 陈林根, 孙丰瑞. 基于三角形单元体的气-固反应器构形优化. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2008, 38: 764–772
- 146 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. 基于热流与强度复合目标的立式绝热壁构形优化. 中国科学: 技术科学, 2011, 41: 809–820
- 147 Xie Z, Chen L, Sun F. Constructal optimization of twice level Y-shaped assemblies of fins by taking maximum thermal resistance minimization as objective. *Sci China Tech Sci*, 2010, 53: 2756–2764
- 148 Chen L, Xie Z, Sun F. Multiobjective constructal optimization of an insulating wall combining heat flow, strength and weight. *Int J Therm Sci*, 2011, 50: 1782–1789
- 149 Bejan A, Lorente S. The constructal law and the evolution of design in nature. *Phys Life Rev*, 2011, 8: 209–240
- 150 陈林根. 构形理论及其应用的研究进展. 中国科学: 技术科学, 2012, 42: 505–524
- 151 魏曙寰, 陈林根, 孙丰瑞. 基于矩形单元体的以能耗散最小为目标的“体点”导热构形优化. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2009, 39: 278–285

- 152 Wei S, Chen L, Sun F. Constructal entransy dissipation minimization for “volume-point” heat conduction without the premise of optimized last-order construct. *Int J Exergy*, 2010, 7: 627–639
- 153 Wei S, Chen L, Sun F. Constructal entransy dissipation minimization for “volume-point” heat conduction based on triangular element. *Therm Sci*, 2010, 14: 1075–1088
- 154 魏曙寰, 陈林根, 孙丰瑞. 基于熵耗散率最小的离散和连续变截面导热通道构形优化. *中国科学: 技术科学*, 2010, 40: 1189–1200
- 155 肖庆华, 陈林根, 孙丰瑞. 基于变截面单元体的熵耗散率最小导热构形优化. *科学通报*, 2011, 56: 1401–1410
- 156 Chen L, Wei S, Sun F. Constructal entransy dissipation rate minimization of a disc. *Int J Heat Mass Transf*, 2011, 54: 210–216
- 157 肖庆华, 陈林根, 孙丰瑞. 基于熵耗散率最小的“盘点”导热构形优化. *科学通报*, 2010, 55: 2427–2437
- 158 Wei S, Chen L, Sun F. Constructal entransy dissipation rate minimization of round tube heat exchanger cross-section. *Int J Therm Sci*, 2011, 50: 1285–1292
- 159 魏曙寰, 陈林根, 孙丰瑞. 以熵耗散最小为目标的电磁体多学科构形优化. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2009, 39: 1606–1613
- 160 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. 以熵耗散最小为目标的空腔几何构形优化. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2009, 39: 1949–1957
- 161 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. T 形腔熵耗散最小构形优化. *科学通报*, 2009, 54: 2605–2612
- 162 肖庆华, 陈林根, 孙丰瑞. 基于熵耗散率和流阻最小的冷却流道构形优化. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41: 251–261
- 163 肖庆华, 陈林根, 孙丰瑞. 强迫对流换热冷却的产热体熵耗散率最小构形优化. *科学通报*, 2011, 56: 2032–2039
- 164 肖庆华, 陈林根, 孙丰瑞. 基于熵耗散率最小的伞形柱状肋片构形优化. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41: 365–373
- 165 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. T 形肋熵耗散率最小与最大热阻最小构形优化的比较研究. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41: 962–970
- 166 肖庆华, 陈林根, 孙丰瑞. 基于熵耗散极值原理的蒸汽发生器构形优化. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41: 1090–1096
- 167 Chen L, Wei S, Sun F. The area-point constructal entransy dissipation rate minimization for discrete variable cross-section conducting path. *Int J Low-Carbon Tech*, 2012, doi: 10.1093/ijlct/cts030
- 168 冯辉君, 陈林根, 孙丰瑞. 基于熵耗散率最小的三维圆柱形单元体和微、纳米尺度下矩形、三角形单元体点导热构形优化. *中国科学: 技术科学*, 2012, 42: 257–271
- 169 冯辉君, 陈林根, 孙丰瑞. 基于熵耗散率最小的叶形肋片构形优化. *中国科学: 技术科学*, 2012, 42: 456–466
- 170 陈林根, 田凤红, 肖庆华, 等. 基于横截面流道矩形单元体的熵耗散率最小传质构形优化. *热科学与技术*, 2012, 11: 269–277
- 171 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. 基于热阻复合函数的矩形腔多目标构形优化. *中国工程热物理学会工程热力学与能源利用学术会议论文集*. 2010, 101033