

Doi: 10.11840/j.issn.1001-6392.2017.05.006

变点分析理论在高密度电阻率探杆观测 海床界面中的应用

文明征^{1,2}, 郭磊^{1,2}, 贾永刚^{1,2}, 张少同^{1,2}, 刘晓磊^{1,2}

(1. 中国海洋大学 山东省海洋环境地质工程重点实验室, 山东 青岛 266100;

2. 中国海洋大学 环境科学与工程学院, 山东 青岛 266100)

摘要: 基于团队自主研发的高密度电阻率探杆, 将变点分析理论中的局部比较法, 引入到高密度电阻率探杆观测数据分析处理中, 以实现海床界面位置的自动判别, 并应用该套装置与方法在辽东湾东部某海域进行了海底床界面动态变化的原位实时监测。通过将电阻率的判定结果与目前应用普遍的声学方法同步记录的结果进行对比, 分析发现: 电阻率探杆测量结果与声学侵蚀仪记录结果具有良好的一致性与同步性, 局部比较法能够较为理想地从高密度电阻率探杆的观测数据中获取海床界面的动态变化过程。

关键词: 电阻率探杆; 海床界面; 局部比较法; 原位观测

中图分类号: P716

文献标识码: A

文章编号: 1001-6932(2017)05-0521-07

Application of Change Point Theory in identifying water-seabed interface based on high-density resistivity probe

WEN Ming-zheng^{1,2}, GUO Lei^{1,2}, JIA Yong-gang^{1,2}, ZHANG Shao-tong^{1,2}, LIU Xiao-lei^{1,2}

(1. Shandong Provincial Key Laboratory of Marine Environment and Geological Engineering, Ocean University of China,

Qingdao 266100, China; 2. College of Environmental Science & Engineering, Ocean University of China,

Qingdao 266100, China)

Abstract: This paper applied Change Point Theory into identifying seabed interface based on high density resistivity probe. An in-situ measurement of the seabed interface dynamic changes was also conducted in eastern Liaodong Bay using this probe and method. After the detailed comparison of the data recorded by resistivity probe and acoustical method which is widely used for seabed interface identification, it was found that results of the two instruments show quite a good consistency and synchronicity. Using high density resistivity probe along with Local Comparison Method which belongs to Change Point Theory could accurately identify the interface and deduce the dynamic change process of seabed interface.

Keywords: resistivity probe; seabed interface; Local Comparison Method; in-situ observation

海床界面的动态变化过程与沉积动力学、物理海洋学研究都有着密切的关系(魏皓等, 2006)。而对海床界面进行定点、长期、原位观测是认识海床界面动态变化过程的重要手段。从传统的竖立标杆定期读数(赵敏, 2009), 到后来的声学侵蚀仪

(Bassoullet et al, 2000; Guttormsen et al, 2002)、光电感应杆(Lawler, 2008)、电阻率探杆(夏欣, 2009)等方法, 均能通过不同的探测原理实现对海床界面的动态观测。其中, 电阻率探杆可用于多种海床, 适应高浓度悬砂环境, 还可提供沉积物分层

收稿日期: 2015-11-25; 修订日期: 2016-08-31

基金项目: 国家自然科学基金(41427803; 41272316; 40876042); 中国地质调查局海洋地质保障工程(GZH201100203)。

作者简介: 文明征(1988-), 博士研究生, 主要从事海底沉积过程研究。电子邮箱: rendar_lx@163.com。

通讯作者: 贾永刚, 博士, 教授。电子邮箱: yonggang@ouc.edu.cn。

及海水悬沙浓度等丰富的信息 (Cassen et al, 2004), 近年来得到了广泛的重视。

部分学者在使用电阻率探杆研究海床界面变化过程中, 提出了多种海床界面判定方法。最初是基于半无限均匀介质理论, 采用局部突变法判定海床界面位置 (Ridd, 1992)。而后有学者将均匀介质中的电场分布理论引入电阻率探杆测量的理论模型 (王玉, 2009), 但其运算过程涉及大量前提假设和复杂的高阶微分方程求解, 更适用于理论推导而非实际应用。基于理论分析的复杂性, 有学者采用更为简单实用的中间值法判定海床界面位置 (夏欣, 2009)。但未能有效获取过渡带信息, 中间值只能通过人工干预模糊确定。在此基础上, 部分学者将小波分析引入海床界面判定, 通过大、小尺度小波变换函数对比, 确定海床界面位置 (李红磊, 2011a)。此外, 还有学者采用拟合求导法 (Cassen et al, 2004)、边界值法 (李红磊等, 2011b) 判定海床界面位置, 但以上方法的准确性均不尽人意。究其原因, 由于地质不均匀体、天然电场等随机干扰的存在, 常常使测量数据偏离正常值, 反映在视电阻率等值线上为锯齿状跳变或杂乱无章的振动, 更加严重的会出现一些异常点 (以下统称噪点)。部分噪点与有效特征信息的尺度相差不大, 难以通过滤波有效分离, 严重影响数据判定质量。特别是电阻率探杆高程分辨率较高 (测量点更加密集) 时, 位于突变段的相邻点其幅值变化相对较小, 从

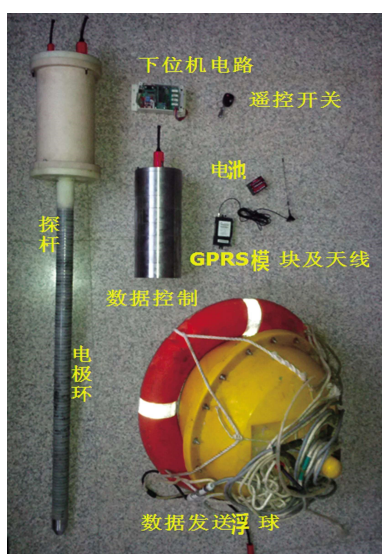
而使得噪点的随机突变相对凸显。因此, 在不断提高分辨率的过程中, 传统基于突变原理的局部突变法、小波分析法和拟合求导法, 其单点判定结果的错误率将不断上升, 必然无法准确的提取到原位观测过程中的海床界面信息。所以, 需要一种更可靠的理论方法来提取电阻率数据中的海床界面位置及其他特征信息。

变点理论涉及了统计理论的众多内容和研究方法, 结合了统计控制理论、估计理论、假设检验理论和 Bayes 等理论, 是统计推断中的一个非常有理论意义的研究分支 (王黎明, 2003)。我国的变点理论研究起步较晚, 其实际应用部分见于气象、水文、金融、桥梁、公路等少数领域。

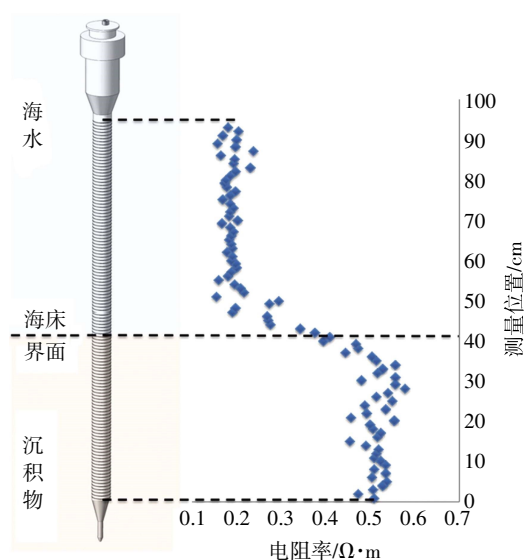
以下基于自主研发的高密度电阻率探杆, 将传统电法数据预处理技术与变点分析理论相结合, 获取海床界面位置动态变化过程。应用该套装置与方法进行原位观测实验, 分析验证该方法的可行性与准确性。

1 高密度电阻率探杆

高密度电阻率探杆为中国海洋大学自主研发设备, 经不断优化改进, 在海床界面监测方面的应用得到不断深化 (夏欣, 2009; 王玉, 2009; 李红磊, 2011a)。其硬件设备及典型测量结果如图 1 所示。



(a) 高密度电阻率探杆实物图



(b) 电阻率探杆测量曲线

图 1 高密度电阻率探杆及测量结果

该装置结构组成包括三部分: 电阻率传感器、测量控制电路与远程控制平台, 此外还包括一些附属设备。该装置使用时传感器部分垂直插入海床, 采用 Wenner 滚道测量方式, 能够快速重复测量 1 m 范围内的电阻率垂向分布情况。观测数据通过数据线传入海面中继浮标, 继而实时传送到远程控制平台, 经过处理分析可以获取海床界面位置、估算悬浮泥沙浓度的垂向分布以及沉积物孔隙度等环境参量。高密度电阻率探杆测量分辨率为 $0.001 \Omega \cdot \text{m}$, 其高程测量长度为 0.93 m, 硬件测量分辨率为 0.5 cm。经自然邻点插值处理后 (王兴等, 2016), 其可视化分辨率可达 0.14 cm。根据测量参数设置不同, 可进行半年以内的长期原位观测, 获取电阻率垂向分布动态变化过程。

(1) 高密度电阻率传感器

高密度电阻率传感器主体采用尼龙管材, 沿轴线方向等间距布设 96 个铜质环形电极, 每个电极由独立引线通过探杆内腔, 接入到探杆顶端控制舱内的采集控制电路。电阻率传感器其外径为 7 cm, 电极间距 (测量间距) 1 cm, 共 93 个有效测量点。

(2) 测量控制电路

测量控制电路存放于传感器顶端的控制舱内部。其主要功能包括数据采集、自容存储、命令解析、数据传输、远程控制, 硬件结构包括控制舱内的中央控制单元、数据采集模块、供电系统、开关电路, 以及实时通讯浮标内的 GPRS 模块。

(3) 远程控制平台

远程控制平台是基于 Visual C++ 6.0 编程平台的一套数据综合处理软件。能够实现数据传输、同步存储、分析反演、指令控制等功能, 采用 Visual 与 MATLAB 联合编程以实现可视化图线同步动态展示功能。

2 电阻率数据分析处理方法

高密度电阻率探杆能够获取海床界面附近的垂向电阻率分布数据, 对该数据分析处理能够计算海水悬浮泥沙浓度、海床界面位置、沉积物孔隙度等物理指标, 而海床界面位置的判定是其他指标的计算基础。通过采用变点分析理论中的局部比较法取代传统的突变类方法, 对电阻率数据进行分析处理, 提取海床界面位置信息, 从计算方法上极大消

减了滤波窗口内噪点造成的影响, 有效地避免了传统方法因单点突变造成的误判, 能够提高判定结果的准确性。

高密度电阻率探杆与常规高密度电法的测量结果相似, 观测数据往往包含明显错误的飞值噪点, 以及与正常测量幅值相差不大的滤波窗口内噪点。因此, 对高密度电阻率探杆观测数据的处理过程, 不能仅仅基于数学原理进行推导计算, 还需要结合地球物理探测的相关内容对测量结果进行数据预处理, 以剔除飞值噪点并压制窗口内噪点, 保证数据分析入口端的数据质量。

2.1 数据预处理

根据数据比值插值法 (利奕年等, 2006), 对高密度电阻率探杆原始观测数据进行预处理。设某一时刻垂向剖面曲线相邻两点的视电阻率实测值 ρ_i 的比值为 B_i , 则有

$$B_i = \rho_{(i+1)} / \rho_i \quad (1)$$

由于高密度电阻率探杆较传统电法的电极间距要小得多, 所以观测数据相对密集且平缓, 因此可以适当缩小 B_i 的取值范围, 即当 $B_i \in [0.5, 2]$ 时, 则 $\rho_{(i+1)}$ 为正常值; 反之, 则 $\rho_{(i+1)}$ 为飞点, 予以剔除。

然后, 根据一元三点插值公式, 即

$$f(x) = \frac{(x - x_{k+1})(x - x_{k+2})}{(x_k - x_{k+1})(x_k - x_{k+2})} y_k + \frac{(x - x_k)(x - x_{k+2})}{(x_{k+1} - x_k)(x_{k+1} - x_{k+2})} y_{k+1} + \frac{(x - x_{k+1})(x - x_k)}{(x_{k+2} - x_{k+1})(x_{k+2} - x_k)} y_{k+2} \quad (2)$$

对已剔除的数据点 x_i 进行插值, 令 $x = x_i$ 、 $x_k = x_{i-3}$ 、 $x_{k+1} = x_{i-2}$ 、 $x_{k+2} = x_{i-1}$, a 为相邻数据的间距。则由式 (2) 可以得到

$$y_i = 3y_{i-1} - 3y_{i-2} + y_{i-3} \quad (3)$$

当 $i \leq 3$ 时, 进行反向一元三点插值, 同理可得

$$y_i = 3y_{i+1} - 3y_{i+2} + y_{i+3} \quad (4)$$

根据式 (2)、(3)、(4) 对已剔除的空值进行插值处理, 得到数据预处理结果 $X_{(t,i)}$, 其中, t 为时间, i 为测量位置。显然, 该方法能够有效地剔除飞值噪点, 但对于正常测量幅值范围内的噪点, 通过单纯的预处理是很难将其与有效突变进行区分的, 这将导致基于突变原理的判定方法不可避免的出现大量错误, 而通过局部比较法则能够较好的解决这一问题。

2.2 基于局部比较法的海床界面位置判定方法

假定在某确定时刻 t , 对于数据预处理的结果 $X_{(t,i)}$, 以海床界面位置 m 将电阻率垂向分布数据 $X_{(t,i)}$ 分为两部分, 则其结构完全符合均值变点模型, 即

$$X_{(t,i)} = X_{(i)} = \begin{cases} a_1 + e_i, & 1 \leq i \leq m-1 \\ a_2 + e_i, & m \leq i \leq n \end{cases} \quad (5)$$

其中, 噪声数据为 e_i 相互独立的随机误差, 有期望值 0 且有公共方差 σ^2 , $0 < \sigma^2 < \infty$ 。在这里 m 、 a_1 、 a_2 、 σ^2 都未知。对应于海床界面附近的电阻率观测过程, a_1 为沉积物的电阻率值, a_2 为海水的电阻率值, n 为电极总数, m 为电阻率突变的位置, 即海床界面。

陈希孺 (1991) 提出采用局部比较法解决随机误差分布的均值变点模型 (陈希孺, 1991)。即通过局部而非个点的突变, “消化”掉随机误差对突变判定产生的影响。

根据式 (5) 可知, 在 j 位置的均值变化量

$$Y_j = \sum_{i=j+d-1}^j X_{(i)} - \sum_{i=j-d}^{j-1} X_{(i)} \quad (6)$$

其中, $d+1 \leq j \leq n-d+1$ 。显然, 当 j 处于海水层或沉积物层时, 由于电性相近, Y_j 比较小甚至趋向于 0; 当 j 处于过渡带, 特别是海床界面位置时, 海水与沉积物的电性差会使 Y_j 较大。所以,

$$|Y_m| = \max |Y_j| = a, \quad d+1 \leq j \leq n-d+1 \quad (7)$$

此时的 m 即为突变点, 即海床界面位置, a 为检验水平。但此时 d 并未确定, d 取值越小, 局部突变越明显, m 越容易分辨, 但与此同时, 孤立点的随机误差影响越大, 易出现海床界面在噪点处的错误判定, 此时与局部突变法、小波分析法等原理相近。而 d 取值越大, Y_j 在极大值处会有多点趋近, 海床界面的位置不够清晰。

为确定 d 的取值, 将对检验统计量 $|Y_m|$ 进行限制。当 $n \rightarrow \infty$ 时, $|Y_m|$ 符合以下极限分布 (《数学手册》编写组, 1979)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(\sqrt{2d} \omega / \sigma \leq A_n(x)) = \exp(-2e^{-x}) \quad (8)$$

其中, $\log_2 a = \log(\log a)$,

$$A_n(x) = (2 \log \frac{3n}{2d-3})^2 (x + 2 \log \frac{3n}{2d-3} + \frac{1}{2} \log_2 \frac{3n}{2l-3} - \frac{1}{2} \log x) \quad (9)$$

根据式 (8)、(9) 式能够得到功效估计

$$\beta \approx \Phi\left(\frac{|\theta| \sqrt{d}}{\sqrt{2\sigma}} - A_n(x)\right) \quad (10)$$

其中, $\theta = a_2 - a_1$, 即跳跃度, 表征海水与沉积物电阻率的静态差异。

在 $x \in [m-d, m+d]$ 区间内, 设检验水平为 a , 则 (10) 式可进一步推导出该区间的置信系数 Q , 可表示为

$$Q \approx \Phi\left(\frac{|\theta| \sqrt{d}}{\sqrt{2\sigma}} - A_n(x)\right) - a \quad (11)$$

为限制 d 的取值, 应满足 $Q \geq 1 - \sigma$, 取 $a = \sigma/2$, 将 (9) 式代入 (11) 式, 此时 $l = 2d/n$, 可得

$$d = 2(l\theta/\sigma)^{-2}(R + \mu_{\sigma/2})^2 \quad (12)$$

此时, $\mu_{\sigma/2}$ 是正态分布的上 $\sigma/2$ 分点, 可查正态分布表

$$R = A_n(x_a) = [2 \log(3l-3)]^{-\frac{1}{2}} (x_{\sigma/2} + 2 \log \frac{3}{l-3} + \frac{1}{2} \log_2 \frac{3}{l-3} - \frac{1}{2} \log x_{\sigma}) \quad (13)$$

根据 Cassen (2004) 测量海水和饱和沉积物的电阻率结果, 海水电导率为 $a_2 \in [0.167 \sim 0.25]$ ($\Omega \cdot m$), 饱和沉积物电导率 $a_1 \in [0.286 \sim 1]$ ($\Omega \cdot m$)。可根据实测值或典型值求 θ 、 σ 代入式 (12) 中, d 取计算结果的近似整数。将计算结果代入式 (6)、(7), 即可求海床界面位置 m 。

3 应用实例

为验证上述方法的准确性与合理性, 课题组在营口白沙湾海域开展原位观测工作, 获取电阻率垂向分布数据随时间的变化过程, 并采用上述方法对数据进行分析处理, 将计算结果与实际观测数据进行对比。

3.1 原位观测过程

原位观测调查区域位于辽东湾东部, 营口市白沙湾海滨浴场附近 (E 121°58'41.42", N 40°08'1.31", 见图 2)。水深变化 2~5.5 m, 海底地势平缓。

原位观测实验使用的海床界面观测仪器为高密度电阻率探杆与声学侵蚀仪 (AA400)。声学侵蚀仪能够测量海床的界面高程, 其量程为 0.15~50 m,

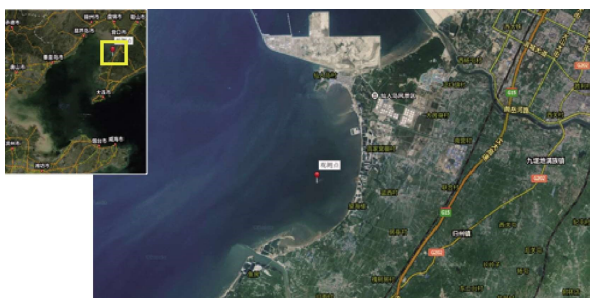


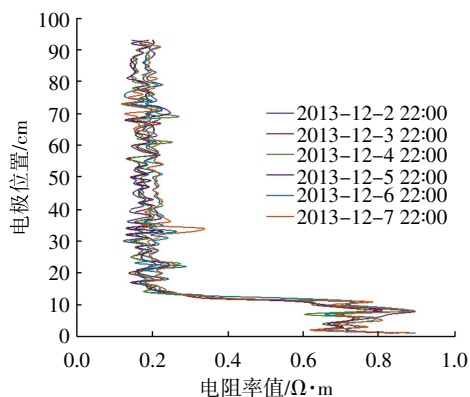
图2 研究区位置示意图

分辨率为 1 mm。将观测仪器安装到自行设计的海床基三脚架, 投放到指定观测位置, 两套设备均设置每小时获取一组数据。仪器工作时间从 2013 年 12 月 2 日持续至 2013 年 12 月 8 日, 对研究点的海床界面动态变化过程进行原位观测。

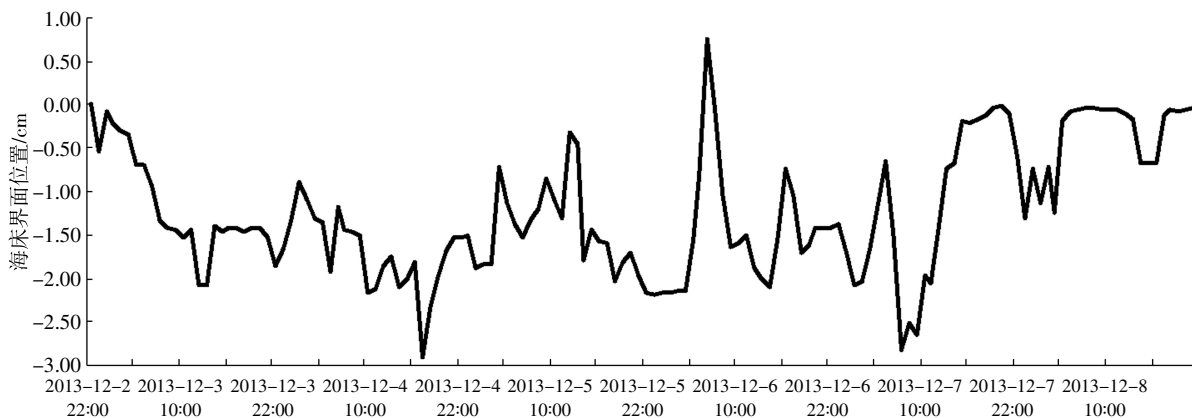
3.2 观测结果

将电阻率观测结果按上文所述方法进行数据预

处理, 得不同时刻电阻率剖面曲线, 如图 3 (a) 所示 (取 24 h 间隔)。以 2013 年 12 月 2 日 22:00 海床界面位置为参考点, 原位观测期间声学侵蚀仪测量海床界面动态变化过程如图 3 (b) 所示。



(a) 不同时刻电阻率垂向分布曲线



(b) 声学侵蚀仪观测海床界面动态变化过程

图3 原位观测结果

3.3 海床界面位置判定

根据原位观测结果, 电阻率探杆的实测海水电阻率 $a_2 = 0.185 \Omega \cdot m$, 沉积物电阻率 $a_1 = 0.738 \Omega \cdot m$, 测点数目 $n = 93$ 。应用前文所述局部比较法, 将原位观测实测数据代入, 得海床界面位置判定结果 $m_{(i)}$ 。采用自然邻点插值法, 对 $m_{(i)}$ 进行处理以提高可视化分辨率, 得精细化的海床界面位置 $M_{(i)}$, 如图 4 所示。显然, 由于电阻率探杆自身参数限制, 其高程测量分辨率为 0.5 cm, 使得 $m_{(i)}$ 无法细致的表现海床界面动态变化过程。而经过自然邻点插值法平滑后的 $M_{(i)}$, 在一定程度上能够减轻 $m_{(i)}$ 由于采集时间间隔较长而出现的数据跃变现象, 其结果连续、平滑、趋势符合性较好, 没有明显的缺点 (王兴等, 2016)。

3.4 数据质量评估

高密度电阻率探杆观测数据依次经过数据预处理、局部比较法以及差值平滑处理, 计算得到电阻率判定海床界面位置动态变化曲线 $M_{(i)}$, 对该结果进行简要的数据质量评估 (郑琳 等, 2014)。

将该结果与声学侵蚀仪的实测海床界面变化数据进行对比, 如图 5 (a) 所示, 两者相关关系如图 5 (b) 所示。

(1) 有效性

由图 5 可知, 电阻率判定海床界面位置的计算结果自始至终与声学侵蚀仪的测量数据相差不大, 二者观测数据具有良好的一致性, 观测过程中的最大误差为 1.1 cm。由于没有声学侵蚀仪观测结果范围外的电阻率判定结果出现, 据此基本可以推断,

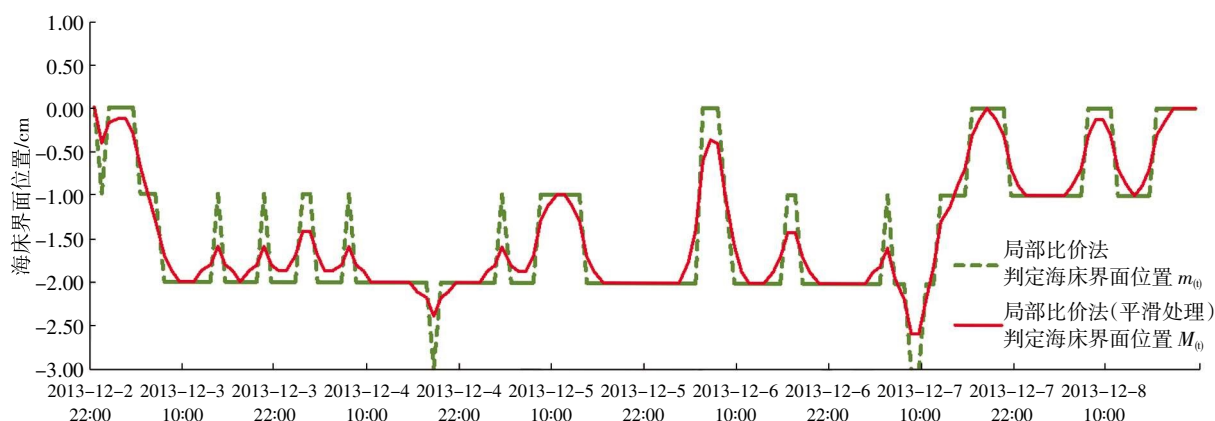
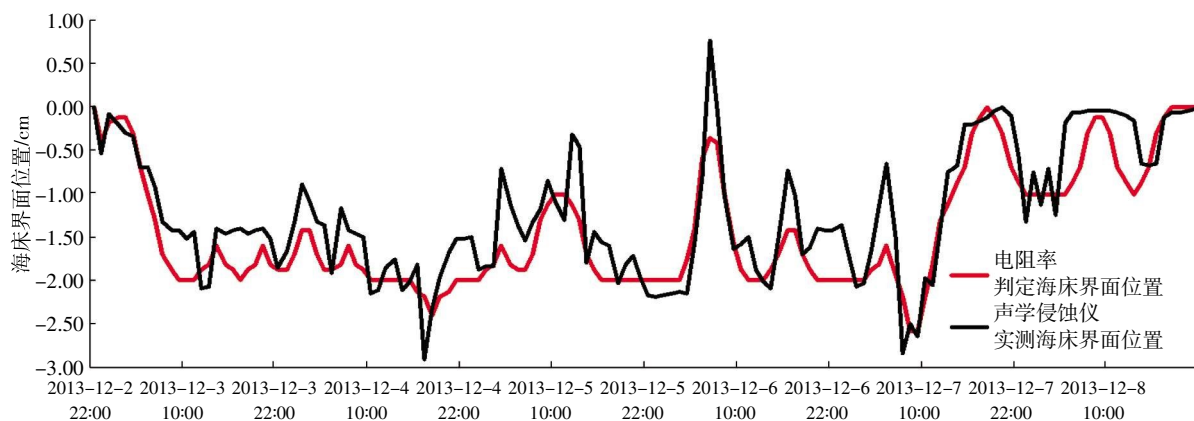
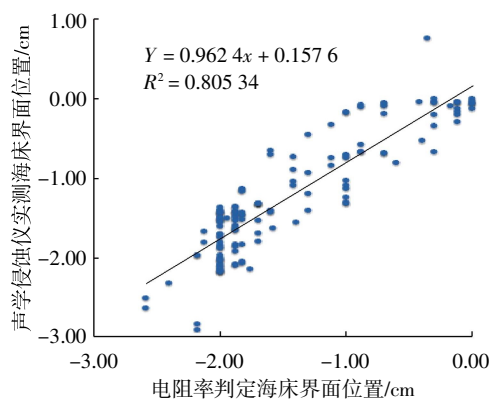


图4 应用局部比较法分析海床界面位置随时间变化曲线



(a) 测量海床界面位置动态变化过程对比



(b) 电阻率判定结果—声学测量结果的相关关系

图5 电阻率判定海床界面位置与声学侵蚀仪实测海床界面位置对比

此次应用局部比较法判定海床界面位置的过程中,并没有噪点导致的误判结果出现。说明该方法能够有效避免由于电阻率数据单点突变造成的误判,验证了该方法的可行性与有效性。

(2) 准确性

电阻率探杆由于受设备参数条件限制,其测量

海床界面位置的原始分辨率为 1 cm (分辨率为 0.5 cm),数据经平滑处理后的视分辨率约为 0.2 cm,声学侵蚀仪的高程分辨率可达 0.1 cm。纵观本次观测过程,声学侵蚀仪观测到的海床界面变化范围为-2.9~0.76 cm。显然在海床界面小尺度变化上,若无高浓度悬沙,声学仪器有着更高的分辨率和测量精度。从图 5 (a) 中可看出,电阻率探杆与声学侵蚀仪测量结果有着较好的一致性;在图 5 (b) 中,相关关系直线 $y = 0.96x + 0.1576$,可近似于 $y = x$,即电阻率探杆与声学侵蚀仪对海床界面的测量结果近似相同。两者测量海床界面的平均误差仅为 0.21 cm。进一步证明高密度电阻率探杆配合局部比较法测量海床界面位置具有较好的准确性。

(3) 误差推测

在图 5 (a) 中,声学侵蚀仪实测界面普遍略高于电阻率探杆实测界面,该现象与图 5 (b) 中相关关系直线斜率 ($k = 0.96$) 略小于 1 相对应。推测声学侵蚀仪测量界面高于电阻率探杆测量界面的原因,可能是由于研究区砂质海床结构松散,部

分插入沉积物的电阻率探杆在海流和波浪的作用下, 基底周围出现局部冲刷侵蚀, 从而导致电阻率探杆所在位置的海床界面偏低。对于该推测的验证, 将在后续研究中通过浪、流数据结合探杆尺寸进行小圆柱体冲刷深度计算, 与海床实测结果进行对比, 以进一步校正电阻率探杆的测量计算方法。

4 结论

(1) 本文介绍的高密度电阻率探杆观测数据分析方法, 将高密度视电阻率数据处理方法与变点分析理论相结合, 包括数据预处理、局部比较法和五点平滑处理, 其中局部比较法相对于传统方法能够更为准确的提取海床界面位置信息。

(2) 通过原位观测实例, 将高密度电阻率探杆观测数据的分析结果与声学侵蚀仪进行对比。结果表明, 高密度电阻率探杆能够准确的获取海床界面动态变化过程, 其测量结果与声学侵蚀仪具有良好的一致性, 平均误差为 0.21 cm。

致谢: 中国海洋大学环境科学与工程学院刘晓磊、郭腾飞、王振豪、李博闻参加海上观测仪器投放与回收工作, 国家海洋环境监测中心付元斌、王伟伟为本次观测提供支持, 李红磊、杨忠年也为文章修改提供帮助, 在此一并致谢。

参 考 文 献

- Bassoullet P, Hir P L, Goulet D, et al, 2000. Sediment transport over an intertidal mudflat: field investigations and estimation of fluxes within the "Baie de Marennes-Oleron" (France). *Continental Shelf Research*, 20(12): 1635-1653.
- Cassen M, Abadie S, Morichon D, 2004. A method based on electrical conductivity measurement to monitor local depth changes in the surf zone and in depth soil response to the wave action. *Coastal Engineering*, 2302-2313.
- Guttormsen M, Wilson C, Stienessen S, 2002. Echo integration-trawl survey results for walleye pollock (*Theragra chalcogramma*) in the Gulf of Alaska during February and March, 2002. Stock assessment and fishery evaluation report for the groundfish resources of the Gulf of Alaska, Appendix D, 1-47.
- Lawler D M, 2008. Advances in the continuous monitoring of erosion and deposition dynamics: Developments and applications of the new PEEP-3T system. *Geomorphology*, 93: 17-39.
- Ridd P V, 1992. A sediment level sensor for erosion and siltation detection. *Estuarine Coastal & Shelf Science*, 35(4): 353-362.
- 陈希孺, 1991. 变点统计分析简介 (IV) 局部比较法. *数理统计与管理*, 4: 54-58, 49.
- 李红磊, 贾永刚, 郭磊, 等, 2011. 应用电阻率探杆与声学技术监测海床高程的对比研究. *土木工程学报*, 44: 212-215, 219.
- 李红磊, 2011. 海床蚀积过程实时自动监测技术. 青岛: 中国海洋大学.
- 利奕年, 罗延钟, 2006. 高密度电法视电阻率数据预处理算法. *物探化探计算技术*, 28(4): 328-331.
- 王黎明, 2003. 变点统计分析的研究进展. *统计研究*, 1: 50-51.
- 王兴, 刘莹, 王春晖, 等, 2016. 海洋盐度分布的插值方法应用与对比研究. *海洋通报* (3).
- 王玉, 2009. 海床界面蚀积过程原位监测系统探头的设计研究. 中国海洋大学.
- 魏皓, 赵亮, 刘广山, 等, 2006. 浅海底边界动力过程与物质交换研究. *地球科学进展*, 21(11): 1180-1184.
- 夏欣, 2009. 基于电阻率测量的海床蚀积过程原位监测技术研究. 中国海洋大学.
- 赵敏, 2009. 潮滩冲淤监测方法与实时监测系统的设计. *地球科学与环境学报*, 4(31): 437-441.
- 郑琳, 刘艳, 崔文林, 等, 2014. 海洋监测数据质量评估研究. *海洋通报* (2): 228-234.
- 《数学手册》编写组, 1979. 数学手册. 北京: 人民教育出版社.

(本文编辑: 袁泽轶)