



拓扑绝缘体与量子反常霍尔效应

何珂*, 王亚愚, 薛其坤

清华大学物理系, 低维量子物理国家重点实验室, 北京 100084

* 联系人, E-mail: kehe@tsinghua.edu.cn

2014-09-09 收稿, 2014-10-11 接受, 2014-11-10 网络版发表

国家自然科学基金(11174343, 11134008)和科技部重大科学研究计划(2012CB921300)资助

摘要 量子霍尔效应是一种可以在宏观尺度出现的量子现象, 由二维电子系统在强磁场下所具有的独特拓扑性质所引起. 长期以来人们一直希望能够实现不需外磁场的量子霍尔效应, 以便将其应用于低能耗电学器件. 磁性拓扑绝缘体薄膜可能具有的量子化的反常霍尔效应即是一种可以在零磁场下出现的量子霍尔效应. 本文介绍了拓扑绝缘体和量子反常霍尔效应的概念发展及量子反常霍尔效应如何在磁性掺杂拓扑绝缘体中实验实现, 并探讨了量子反常霍尔效应在低能耗器件方面的应用前景.

关键词

量子反常霍尔效应
量子霍尔效应
拓扑绝缘体
磁性掺杂

霍尔效应是自然界最基本的电磁现象之一. 将一个通电的导体置于垂直于电流方向的磁场中, 在同时垂直于磁场和电流方向的导体两端会测到一个电压, 这个效应于 1879 年由美国物理学家霍尔 (Edwin Herbert Hall) 首次发现, 被称为霍尔效应^[1]. 霍尔效应的大小由霍尔电阻来衡量, 即所测得的横向电压(也被称为霍尔电压)与电流的比值. 普通非超导体的霍尔效应是由运动电荷在磁场中所受到的洛伦兹力所引起, 霍尔电阻一般正比于磁场的大小, 比值的正负和大小分别由导体载流子的极性和浓度决定, 也被称为正常霍尔效应(ordinary Hall effect, OHE). 约一个世纪后, 德国物理学家冯·克利青 (Klaus von Klitzing) 在研究半导体异质界面处的二维导电层(称为二维电子气, two-dimensional electron gas)在低温、强磁场环境下的电输运性质时发现, 其霍尔电阻在超过 1 T 的强磁场下偏离与磁场的线性关系, 呈现出阶梯形状(见图 1(a)). 每个阶梯平台所对应的电阻值精确满足 h/ve^2 , 其中 h 为普朗克常数, e 为电子电量, v 为一个整数. 对应于每个平台, 四端法测得的纵向电阻会降至零, 说明电子输运是无能耗的. 以上现象表明这是一种量子力学效应, 所以这个

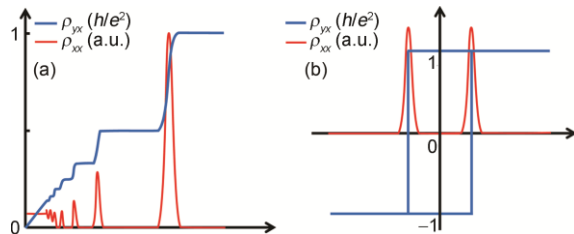


图1 (网络版彩色)量子霍尔效应(a)和量子反常霍尔效应(b)示意图

效应被称为量子霍尔效应^[2]. 值得注意的是, 量子霍尔效应在几毫米尺寸的样品中依然可以观测到, 是一种宏观尺度的量子现象. 处于量子霍尔态的电子可以在宏观距离保持无能耗的运动. 量子霍尔效应中霍尔电阻可以达到非常精确的量子化数值, 且对样品的尺寸、杂质等因素不敏感, 因此可以用它来精确标定电阻单位欧姆以及精细结构常数的数值.

1982 年, Tsui 等人^[3]在更高迁移率的 III-V 族化合物半导体界面的二维电子气样品中发现 ν 为某些分数取值的量子霍尔效应, 被称为分数量子霍尔效应. 整数量子霍尔效应和分数量子霍尔效应的发现, 分别于 1985 和 1998 年获得诺贝尔物理学奖. 它们的重

引用格式: 何珂, 王亚愚, 薛其坤. 拓扑绝缘体与量子反常霍尔效应. 科学通报, 2014, 59: 3431–3441

He K, Wang Y Y, Xue Q K. Topological insulator and the quantum anomalous Hall effect (in Chinese). Chin Sci Bull (Chin Ver), 2014, 59: 3431–3441, doi: 10.1360/N972014-00938

要性在于向人们揭示了一类全新的物质形态: 拓扑量子物态^[4,5].

拓扑是数学上的一个概念. 例如, 一个面包圈上有一个洞, 这个洞的存在使得面包圈的表面无法通过连续、平滑的变化变成一个像橙子一样没有洞的物体的表面. 洞的数目就是区别二维封闭表面的一个拓扑特征. 拓扑特征对细节和连续变化不敏感. 材料的性质主要由其电子能带结构决定. 如果能在一个材料的电子能带结构中找到类似的拓扑特征, 就有可能获得随材料的缺陷、杂质等细节不敏感的物理性质或量子态.

金属性的二维电子气在垂直方向强磁场作用下, 电子会呈现局域的回旋运动. 同时其准连续能带也会转变为分立的朗道能级, 当费米能级处于朗道能级之间时, 系统就成为一个绝缘体. 理论物理学家发现, 这种朗道能级构成的绝缘体具有和真空、金刚石、 Al_2O_3 等常见的绝缘体不同的拓扑特征^[4,5]. 这个拓扑特征由被填充的朗道能级数目 ν 决定, 样品的霍尔电阻则取决于这个拓扑特征和一个量子化的常数: $h/\nu e^2$, 因此其数值对样品细节不敏感. 贡献量子霍尔效应的是处于样品边缘的 ν 个导电通道, 被称为边缘态(edge states). 样品边缘同时也是朗道能级所构成的拓扑非平庸绝缘体和拓扑平庸的真空绝缘体的边界, 为了实现拓扑性质的变化, 在边界附近必然会发生朗道能级穿越费米能级的情况, 这就是导电边缘态来源. 量子霍尔效应边缘态具有手性的(chiral)特征, 也就是说在磁场一定的情况下, 电子只能沿着样品的边缘往一个方向(顺时针或逆时针取决于磁场方向)运动(图 2(a)). 这导致其无法被杂质或晶格振动散射到反方向运动的量子态(背散射被禁止), 这是量子霍尔效应中纵向电阻为零的起源.

量子霍尔效应的边缘态在宏观尺寸无能耗的特征非常类似于超导, 有可能应用于电学器件中以减少电子传输过程中的能量损耗. 然而量子霍尔效应的实现一般需要高达几特斯拉的强磁场, 这对于绝大部分应用非常困难. 那么有没有可能在没有外加磁场的情况下实现量子霍尔效应? 既然量子霍尔效应是由磁场下材料电子结构的非平庸拓扑性质导致, 如果可以找到某种材料其电子结构天然具有非平庸拓扑性质, 就有可能在没有外加磁场的情况下获得量子霍尔效应. 1988 年, 美国理论物理学家 Haldane^[6]提出了第一个不需外加磁场的量子霍尔系统的模型.

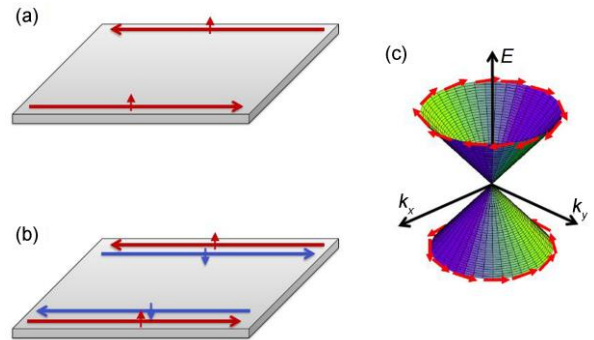


图 2 拓扑边缘态/表面态示意图

(a) 量子霍尔效应/量子反常霍尔效应的手性边缘态; (b) 量子自旋霍尔效应的螺旋性边缘态; (c) 三维拓扑绝缘体的狄拉克表面态. (a), (b) 中长箭头代表电流方向, 短箭头代表自旋方向; (c) 中箭头代表自旋方向

这个模型基于单原子层石墨的二维六角蜂窝型晶格, 也就是后来人们所熟知的石墨烯. 石墨烯具有在动量空间呈狄拉克锥形色散关系的无能隙电子能带结构. Haldane 在石墨烯晶格中引入一个假想的周期磁场(但宏观没有净磁场), 这会导致其能带的狄拉克点处打开一个能隙, 从而转变成一个绝缘体. 这个绝缘体具有和 $\nu = 1$ 的量子霍尔系统类似的拓扑性质, 因此可以在没有外加磁场的情况下显示量子霍尔效应. Haldane 模型是个离现实很远的模型: 在当时单层石墨烯还无法在实验上实现, 这个工作也没有提出如何在石墨烯中引入周期磁场. 但是它首次使人们认识到不依赖外磁场的拓扑量子材料存在的可能性, 也为后来拓扑绝缘体和量子反常霍尔效应的很多重要的理论发展奠定了基础.

实际上有一种霍尔效应可以在没有外磁场的情况下存在, 这就是反常霍尔效应(anomalous Hall effect, AHE)^[7,8]. 在正常霍尔效应发现后不久, 霍尔发现铁磁材料的霍尔电阻与外磁场强度依赖关系呈非线性: 在低场下具有很大的斜率. 这种低场下很强的霍尔效应反映着铁磁材料的磁化强度随磁场的变化, 这就是反常霍尔效应. 如果铁磁薄膜具有垂直于膜面的易磁化轴, 外磁场为零时薄膜仍可以保持垂直膜面的自发磁化, 这样也可以在零磁场下测到霍尔电阻. 如果能够设法使反常量子霍尔效应量子化, 也就意味着可以在没有外磁场的情况下实现量子霍尔效应. 这种由铁磁材料自发磁化引起的不需要外磁场的量子霍尔效应被称为量子反常霍尔效应(quantum anomalous Hall effect, QAHE)(见图 1(b)).

尽管反常霍尔效应是磁性材料中的常见现象,其确切机制一百年来却一直没有定论.有些研究者认为反常霍尔效应主要是由磁性材料能带的特殊性所引起的,被称为内在(intrinsic)机制;另一些研究者则认为反常霍尔效应主要由材料中的杂质所引起,被称为外在(extrinsic)机制^[8].在量子霍尔效应发现以后,理论物理学家发现,反常霍尔效应的内在机制具有和量子霍尔效应类似的表达式,可以看作是量子霍尔效应在铁磁金属中的非量子化版本^[8].因此可以推想,在具有拓扑非平庸电子结构的二维铁磁绝缘体中有可能观测到量子反常霍尔效应.然而实际上在自然界很难找到同时具备铁磁性、绝缘性、拓扑非平庸性的材料,因此这方面的实验进展一直非常缓慢.尽管人们在一些铁磁材料中发现了内在的常霍尔效应的实验证据,但所获得的反常霍尔电阻往往远远低于量子化数值^[8].

1 拓扑绝缘体

2005年,人们发现了一类不同于量子霍尔效应的新拓扑量子物态:时间反演不变拓扑绝缘体,或简称为拓扑绝缘体^[9,10].拓扑绝缘体在其概念被提出后迅速引起人们的关注并发展成为凝聚态物理的一个热点领域.人们很快发现大量拓扑绝缘体材料,并预言了很多基于拓扑绝缘体的新奇量子效应.这大大拓宽了拓扑量子物态和效应的研究范围.

拓扑绝缘体的拓扑非平庸特征是由自旋轨道耦合引起的^[9,10].在材料中,自旋轨道耦合可以看作给电场中运动的电子施加的一个等效磁场,它在很多自旋电子材料和效应中起着关键作用^[11].类似真正的磁场,自旋轨道耦合也可能给材料能带来独特的拓扑性质.宾夕法尼亚大学的 Kane 和 Mele^[12,13]基于 Haldane 的石墨烯模型引入自旋轨道耦合代替原来的假想周期磁场,结果发现在石墨烯的狄拉克点处也会打开一个能隙,所获得的绝缘体也具有拓扑非平庸的电子结构.与量子霍尔系统不同,这种拓扑绝缘体保持着时间反演对称性,不会显示量子霍尔效应而是会显示量子自旋霍尔效应.量子自旋霍尔效应可以看作是磁场方向相反的两个量子霍尔系统叠加的结果,在其边缘存在两个自旋方向和运动方向都相反的边缘态,因此是螺旋性的(helical)而非手性的,这是由拓扑绝缘体的时间反演对称性所决定的(图 2(b)).在量子自旋霍尔效应中,量子化的并非霍

尔电压,而是横向的自旋积累;纵向电阻则是和电极数有关的一个量子化电阻.与 Kane 和 Mele 的工作几乎同时,斯坦福大学的张首晟等人通过另外的理论途径独立提出了量子自旋霍尔效应^[14].

然而真实的石墨烯的自旋轨道耦合非常弱,其在狄拉克点打开的能隙只有 10^{-3} meV 的量级,几乎不可能在实验上观测到量子自旋霍尔效应^[15,16].因此石墨烯并不能算真正的拓扑绝缘体材料.第一个现实的二维拓扑绝缘体是由斯坦福大学张首晟等人所预言的 (Hg,Cd)Te/HgTe/(Hg,Cd)Te 量子阱^[17]. HgTe 体能带具有独特的能带反转结构,这使得其量子薄膜在厚度处于特定范围时会进入二维拓扑绝缘体相,能隙最高可达 90 meV.德国维尔茨堡大学的 Molenkamp 研究组首次在分子束外延生长的 (Hg,Cd)Te/HgTe/(Hg,Cd)Te 量子阱中实验观测到了量子自旋霍尔效应^[18],并通过非定域输运实验确定到了量子自旋霍尔边缘态的存在^[19].然而 (Hg,Cd)Te/HgTe/(Hg,Cd)Te 量子阱的制备非常困难,热稳定性差、含毒性元素,不利于进一步的研究和未来的应用.2008年,张首晟研究组预言了一种基于传统 III-V 族半导体的二维拓扑绝缘体材料: AlSb/InAs/GaSb/AlSb 量子阱^[20].在这个结构中, GaSb 与 InAs 层被对方和 AlSb 势垒层限制,分别形成空穴型和电子型的量子阱.在 GaSb 中能量最高的空穴型量子阱态处于 InAs 中能量最低的电子型量子阱态之上,构成能带反转结构.这导致了系统的拓扑非平庸的性质.杜瑞瑞研究组在这个体系中观测到了量子自旋霍尔效应的行为,证实了其二维拓扑绝缘体的性质^[21].最近他们通过在体系中掺入杂质和引入应力的方法,提高了量子自旋霍尔效应的观测温度,可以在 30 K 左右的温度下测到清楚的量子平台,结果比德国在 II-VI 族半导体的结果要漂亮得多.目前看来, AlSb/InAs/GaSb/AlSb 量子阱是很有发展潜力和应用希望的二维拓扑绝缘体材料.

拓扑绝缘体还可以推广到三维系统^[22~24].三维拓扑绝缘体在其体能带能隙中存在无能隙的二维表面态.这种表面态的能带具有类似于石墨烯电子态的二维狄拉克锥形结构.但与石墨烯不同的是,三维拓扑绝缘体的表面态除狄拉克点之外都是自旋非简并的,因此有可能直接产生自旋相关的效应(图 2(c)),这为自旋电子学的发展提供了全新的途径. Fu 和 Kane^[25]在 2007 年的理论工作中提出一个甄别三维拓扑绝缘体材料的简便方法,大大简化了理论上寻找

三维拓扑绝缘体材料的过程. 利用此方法, 他们预言 $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ 合金材料当 x 处于 0.07 和 0.22 之间处于三维拓扑绝缘体相. 三维拓扑绝缘体可以通过角分辨光电子能谱测得的表面态在布里渊区两个时间反演不变点(time reversal invariant points)之间穿越费米能级的次数确定: 奇数次为拓扑绝缘体, 偶数次为普通绝缘体. 普林斯顿大学的 Hasan 研究组利用角分辨光电子能谱研究了高温烧结方法制备的 $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ 合金样品的表面态能带结构, 第一次实验证实了三维拓扑绝缘体的存在^[26].

然而, $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ 合金很小的体能隙(只有 30 meV)、化学结构无序和表面态结构复杂等特点, 使进一步深入的研究非常困难. 很快人们找到了更好的一类三维拓扑绝缘体材料, 即 Bi_2Se_3 家族拓扑绝缘体: Bi_2Se_3 , Bi_2Te_3 和 Sb_2Te_3 ^[27]. 这类材料是具有斜方六面体晶体结构的层状材料. 沿 z 方向每 5 个原子层形成一个“五层”(quintuple layer, QL). 每 QL 内的 5 个原子层之间是很强的共价型相互作用, 而 QL 之间的键合则弱得多, 基本上是范德瓦尔斯型. 理论计算表明, 在这类 V_2VI_3 型化合物中, 只有 Bi_2Te_3 , Sb_2Te_3 与 Bi_2Se_3 属于拓扑绝缘体. 它们的体能隙最大可达 0.3 eV(Bi_2Se_3), 远远大于 $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$, 且表面态只包含在 ν 点附近的单个狄拉克锥, 比 $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ 的表面态简单得多, 这为三维拓扑绝缘体表面态性质的研究提供了很大便利. 这一族三维拓扑绝缘体材料很快被实验证实并引起了很多研究者的兴趣, 是目前被研究的最多的拓扑绝缘体材料^[28,29].

三维拓扑绝缘体绝大部分有趣的性质和量子效应来源于位于体能隙中的狄拉克表面态. 由于拓扑绝缘体材料属于窄能隙半导体, 制备过程中容易产

生空位式(vacancy)和反占位式(antisite)缺陷, 这些缺陷会将拓扑绝缘体材料掺杂成金属性, 使体能带电子主导材料的电导, 掩盖狄拉克表面态的性质. 解决这个问题, 要设法提高三维拓扑绝缘体材料的质量, 并实现对材料的电子结构和化学势进行有效调控, 还要尽量提高表面态在材料中的比重.

上述问题均可以在分子束外延制备的高质量拓扑绝缘体薄膜中得到解决. 分子束外延薄膜的电子结构和化学势很容易通过生长条件、层厚、表面和界面的化学环境、栅极电压等手段所控制. 薄膜材料的表面/体积比远远大于体相材料, 在电输运等测量中表面态对整体性质的贡献更加显著. 清华大学的薛其坤研究组在国际上首先建立了 Bi_2Se_3 家族三维拓扑绝缘体薄膜的生长动力学, 实现了 3 种拓扑绝缘体薄膜的逐层生长, 得到了宏观尺寸上厚度均一的薄膜^[30-33]. 他们通过对分子束外延生长动力学的控制, 大幅度减少了材料的缺陷密度和缺陷导致的电子或空穴掺杂. 图 3 展示了他们利用分子束外延技术生长的 Bi_2Se_3 薄膜从 1QL~6QL 不同层厚的角分辨光电子能谱变化情况. 清晰的量子限态显示出薄膜在宏观范围具有均一厚度和很高的质量, 在膜厚低于 6QL 时可以清楚地看到由于薄膜上下两个表面态的杂化导致的狄拉克表面态的能隙. 通过化学成分控制和施加栅极电压他们还实现了 Bi_2Se_3 家族三维拓扑绝缘体外延薄膜的化学势的调控. 高质量、可控的三维拓扑绝缘体薄膜的实现为各种量子效应的研究奠定了坚实的基础.

从材料学角度看, 三维拓扑绝缘体和二维拓扑绝缘体没有本质区别. 将三维拓扑绝缘体材料制成厚度为几个纳米的量子薄膜, 有可能会得到二维拓

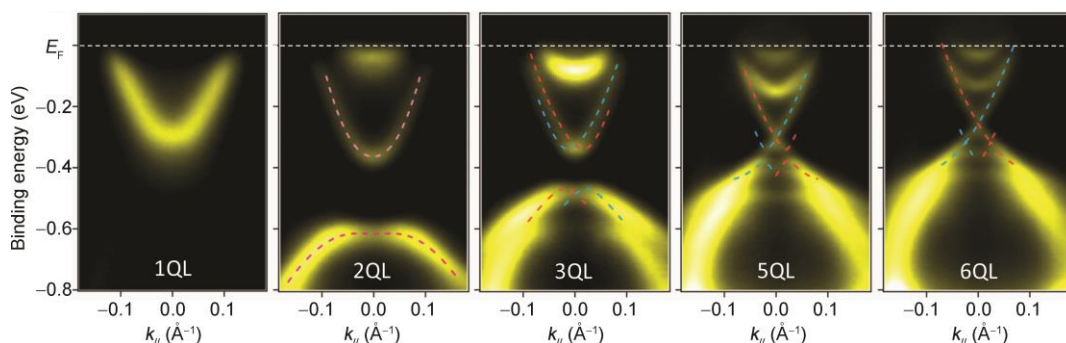


图 3 角分辨光电子能谱测量的分子束外延生长的 Bi_2Se_3 薄膜表面能带结构随层厚的变化
修改自文献[32]

扑绝缘体相^[34], 而将二维拓扑绝缘体一层一层地叠加成三维系统, 在某些情况下也可以得到三维拓扑绝缘体相^[35,36], 这无疑增加了拓扑材料的选择范围。

除了上面所介绍的, 还有很多材料被预言或已被证实属于拓扑绝缘体^[37]。丰富的材料选择为实现基于拓扑绝缘体各种新奇量子现象提供了很大便利。被人们探寻 20 余年的量子反常霍尔效应最终正是在磁性掺杂拓扑绝缘体薄膜中获得了实现。

2 磁性拓扑绝缘体与量子反常霍尔效应

无论在二维拓扑绝缘体还是在三维拓扑绝缘体中引入铁磁性破坏, 其时间反演对称性都有可能导致量子反常霍尔效应的出现^[38-42]。在二维拓扑绝缘体中引入垂直于膜面磁化的铁磁性会破坏其自旋和电子运行方向均相反的一对边缘态中的一支, 使螺旋性的边缘态变为手性的边缘态, 从而使量子自旋霍尔效应变为量子反常霍尔效应^[38,39,41]。在三维拓扑绝缘体薄膜(侧表面对电导的贡献可以忽略)中引入垂直于膜面磁化的铁磁性, 薄膜上下表面态狄拉克点处会各打开一个能隙。这种被磁性打开能隙的狄拉克表面态是具有非平庸拓扑性质的绝缘体。当整个薄膜被均匀磁化, 上下两个表面态具有不同的拓扑性质。薄膜侧面作为上下两个不同拓扑相的边界就会出现手性的边缘态。因此当费米能级同时处于上下两个表面能隙之间时, 就可以观测到量子反常霍尔效应^[40,42]。

从实验角度, 无论对于二维拓扑绝缘体还是三维拓扑绝缘体, 为了观测到量子反常霍尔效应都需要实现以下条件。首先, 要将材料制备成厚度合适薄膜, 为了减少体能带的贡献, 薄膜应尽可能的薄, 但又不能太薄以致进入普通绝缘体相。其次, 要设法在拓扑绝缘体中引入铁磁性, 铁磁性需要在绝缘时也可以存在, 并具有垂直膜面的易磁化轴。最后, 能够实现精确调控薄膜的化学势以消除边缘态之外载流子对电导的贡献。其中最困难之处在第二点。在半导体或绝缘体材料中引入铁磁性是过去 20 年蓬勃发展的自旋电子学领域中的一个核心问题, 最终成功的例子不多^[11,43,44]。对于量子反常霍尔效应, 问题变得更加复杂: 不但要在拓扑绝缘体中实现铁磁性, 还要同时保证材料的绝缘性质, 否则边缘态的量子霍尔效应会被其他导电通道掩盖。自然界中大部分的铁磁材料是金属, 铁磁绝缘材料并不多见。对于大部

分稀磁半导体材料, 体自由载流子是铁磁性必不可少的媒介, 因此无法在材料完全绝缘的情况下保持铁磁性^[43,44]。

有两种途径可以在拓扑绝缘体中引入铁磁性。一是通过铁磁/拓扑绝缘体异质界面; 二是拓扑绝缘体的磁性杂质掺杂。在铁磁/三维拓扑绝缘体/铁磁三明治结构中, 上下铁磁层分别会在三维拓扑绝缘体的上下表面态打开能隙, 从而导致量子反常霍尔效应^[40]。为避免产生新的导电通道, 铁磁层的材料必须为铁磁绝缘体。近几年, 科学家们一直在寻找合适的铁磁绝缘体材料以实现它与拓扑绝缘体的异质结构。但到目前为止取得的进展并不大。一个主要原因是实验发现在目前所获得的铁磁绝缘体/拓扑绝缘体异质结中, 二者电子结构间杂化较弱, 很难在拓扑绝缘体中诱导出足够强的磁性。

在拓扑绝缘体中实现铁磁性的另一个途径是磁性杂质掺杂, 这也是在磁性半导体领域常用的一种方法^[43,44]。这种方法的关键在于找到合适长程铁磁耦合机制, 因为原子自旋磁矩间直接铁磁耦合的作用距离仅有几个埃, 远远小于磁性掺杂半导体中磁性杂质原子的平均间距。在典型的 Mn 掺杂 III-V 族半导体材料中, 铁磁性来源于由体载流子作为媒介的 Ruderman-Kittel-Kasuya-Yosida(RKKY)型相互作用^[43]。这种铁磁耦合机制无法用于实现量子反常霍尔效应, 因为当体载流子耗尽时铁磁性就会消失。有理论提出三维拓扑绝缘体的狄拉克表面态也可以作为 RKKY 型长程铁磁交换作用的媒介^[45]。这种狄拉克表面态诱导的 RKKY 型铁磁性不需要体载流子的存在, 当费米能级接近狄拉克点(表面载流子浓度最低)时反而铁磁耦合更强, 因此从理论上讲可以实现量子反常霍尔效应。方忠、戴希和张首晟等人的理论工作表明, Bi₂Se₃ 族拓扑绝缘体所具有的反带结构可以使其价电子即使在绝缘态时也具有巨大 van Vleck 磁化率, 掺杂原子的磁矩可以通过这个巨大的 van Vleck 磁化率铁磁耦合起来, 在没有载流子的情况下也可以在拓扑绝缘体中实现铁磁性^[41]。这为基于 Bi₂Se₃ 家族拓扑绝缘体材料的量子反常霍尔效应的实现带来了希望。

实验上, 人们首先尝试了二维拓扑绝缘体 (Hg,Cd)Te/HgTe/(Hg,Cd)Te 量子阱的磁性掺杂。在 Mn 掺杂的 HgTe 层中, 人们在小于 1 T 的低磁场下观测到了量子化的霍尔效应^[46]。然而由于无法在这种

材料中实现铁磁序, 零磁场量子霍尔效应无法在这种材料中实现. 在三维拓扑绝缘体的概念提出之前, 人们已对 Sb_2Te_3 中磁性元素(V, Cr 等)掺杂进行过研究, 结果显示可以得到很好的铁磁性^[47]. 普林斯顿大学的 Cava 研究组在高温烧结的 Mn 掺杂的 Bi_2Te_3 中实现了居里温度为 12 K、易磁化轴垂直于解理面的铁磁性^[48]. 在 Fe 或 Mn 掺杂的 Bi_2Se_3 中, 人们通过角分辨光电子能谱观测到了表面态狄拉克点处打开的能隙, 但没有清楚的证据表明长程铁磁序的存在^[49,50]. 在 Mn 掺杂的 $\text{Bi}_2(\text{Se}, \text{Te})_3$ 中, 人们观测到随载流子浓度降低铁磁性增强, 并猜测这可能是由狄拉克表面态作为媒介的 RKKY 型铁磁性^[51]. 但是, 由于材料的质量问题, 这些实验结果距离量子反常霍尔效应的实现仍有较大的距离.

利用分子束外延技术不但可以获得高质量、性质可控的薄膜, 还可以利用其非平衡生长性质获得均匀且高磁性掺杂浓度的半导体或绝缘体. 清华大学薛其坤领导的团队对 Bi_2Se_3 族拓扑绝缘体的磁性掺杂进行了系统的尝试. 他们发现 Cr 掺杂对 Bi_2Se_3 族拓扑绝缘体材料的晶格破坏较小, 且其掺杂方式主要为替代式. 他们将 Cr 掺杂在 Bi_2Te_3 和 Sb_2Te_3 中均实现铁磁性^[52], 而在 Cr 掺杂的 Bi_2Se_3 中他们却没有观察到长程铁磁序. 后来的研究表明长程铁磁序的缺失是由两个因素造成: 首先, 在 Bi_2Se_3 中 Cr 原子分布不均匀, Cr 原子会形成超顺磁团簇, 这些团簇具有短程铁磁序但没有长程铁磁序, 可以局域地在表面态狄拉克点打开能隙却不能使整个样品显示量子反常霍尔效应^[53]; 其次, 当 Cr 掺杂浓度较高时, Cr 对 Bi 的替代会显著降低材料的自旋轨道耦合, 使得体能带由反带结构变回正常能带结构, 这不但使系统转变为一个拓扑平庸的绝缘体相还破坏了依赖于反能带结构的 van Vleck 磁耦合机制^[54].

Cr 掺杂的 Bi_2Te_3 和 Sb_2Te_3 具有很好的长程铁磁序, 且易磁化轴垂直于膜面, 为量子反常霍尔效应的实现建立了基础. 为了最终观测到量子反常霍尔效应, 还需要消除材料中的体能带贡献的载流子. Bi_2Te_3 的一般是电子型, 而 Sb_2Te_3 则一般为空穴型. 将二者混合成 $(\text{Bi}_x\text{Sb}_{1-x})_2\text{Te}_3$ 三元拓扑绝缘体化合物, 就可以通过调节 Bi 与 Sb 的配比实现对载流子浓度的有效调控^[52,55,56]. 实验发现, 在 Cr 掺杂的 $(\text{Bi}_x\text{Sb}_{1-x})_2\text{Te}_3$ 薄膜中随着 Bi 和 Sb 的配比变化可以将载流子类型从空穴型调控到电子型. 无论载流子浓度和类型如何, 霍尔

电阻都呈现很好的磁滞回线形状, 这说明薄膜具有不依赖于载流子的长程铁磁序, 薄膜的居里温度随载流子的浓度和类型变化很小(图4(a))^[52]. 这表明在这个材料中的确存在 van Vleck 机制导致的铁磁绝缘体相. 由于磁性产生的能隙很小(几个毫电子伏), 很难单单靠材料化学配比的控制使费米能级位于能隙中, 这一点可以通过场效应来实现, 即通过介电层栅极对薄膜施加电场来控制费米能级的位置. 在低温下钛酸锶具有很大的介电常数(在 2 K 时高至 20000), 因此厚度 0.5 mm 的钛酸锶衬底就可以直接用于栅极介电层对在其上外延的薄膜的化学势进行调控, 这避免了介电层沉积和微加工过程对拓扑绝缘体薄膜的破坏(图4(b), (c))^[52,57].

在钛酸锶衬底上外延生长的 5QL 厚的 Cr 掺杂 $(\text{Bi}, \text{Sb})_2\text{Te}_3$ 薄膜中, 薛其坤研究团队第一次观测到了量子反常霍尔效应^[58]. 图5(a)显示的是在 30 mK 的超低温下不同栅极电压下薄膜的反常霍尔电阻随磁场的变化情况, 可以看到反常霍尔电阻随栅极电压显著变化, 在 -1.5 V 附近达到最大值 h/e^2 . 在此栅压下, 霍尔电阻随磁场没有变化, 从零场到高场始终保持在量子电阻的平台. 零磁场下霍尔电阻和纵向电阻随栅极电压的变化如图5(b)所示, 可以看到霍尔电阻在 -1.5 V 附近呈现高度为 h/e^2 的平台, 与此同时纵向电阻显著下降, 最低达到 $0.1 h/e^2$. 这意味着电子传输中能量损耗的降低, 是量子霍尔态的典型特征.

非零的纵向电阻是因为除了边缘态之外仍存在其他的导电通道. 在一般的量子霍尔效应中, 磁场起两个作用: 一是产生具有拓扑非平庸特征的朗道能级结构, 二是使边缘态之外的电子局域化从而不贡献电导. 在量子反常霍尔系统中, 尽管拓扑非平庸的电子结构不需要外磁场来产生, 然而没有磁场的帮助, 其他导电通道对电导的贡献很难被消除. 通过施加一个外加磁场使这些电子局域化, 就可以实现彻底的零电阻, 在实验中他们也的确证实了这一点. 图6显示了霍尔电阻和纵向电阻随磁场的变化曲线, 可以看到除矫顽场附近的峰之外, 纵向电阻随磁场增加逐渐下降, 在 10 T 以上完全降至零. 与此同时, 霍尔电阻保持在 h/e^2 的量子平台上, 说明体系在此过程中始终处于一个量子霍尔态. 以上实验结果确定无疑地证明了量子反常霍尔效应的实现.

量子反常霍尔效应的实验观测结束了人们对于无磁场量子霍尔效应 20 多年的追寻. 这个进展不但

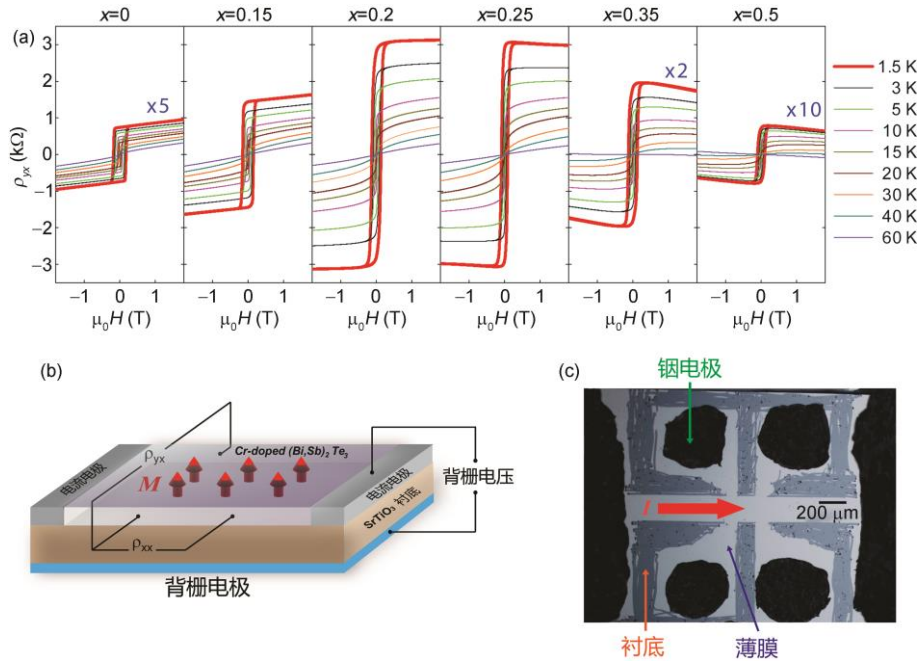


图 4 磁性掺杂拓扑绝缘体薄膜的调控

(a) 不同 Bi:Sb 配比的 Cr 掺杂的 $(\text{Bi}_x\text{Sb}_{1-x})_2\text{Te}_3$ 薄膜霍尔电阻随磁场的变化; (b) 利用钛酸锶衬底作为介电层的场效应器件的示意图; (c) 真实器件照片. 修改自文献[52,58]

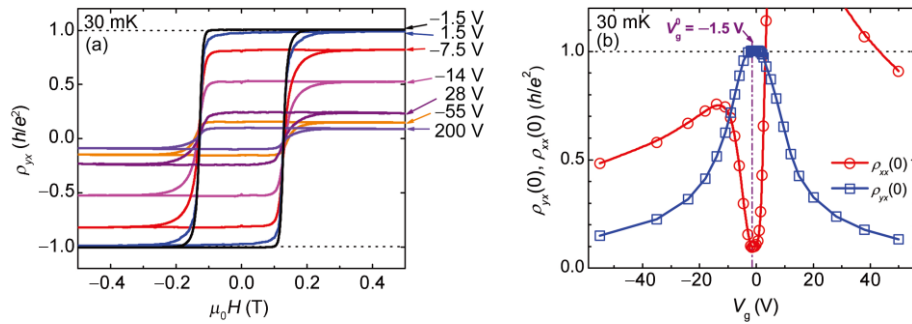


图 5 量子反常霍尔效应的实现

(a) 不同栅压下霍尔电阻随磁场的变化; (b) 零磁场下的霍尔电阻(方块)和纵向电阻(圆圈)随偏压的变化. 修改自文献[58]

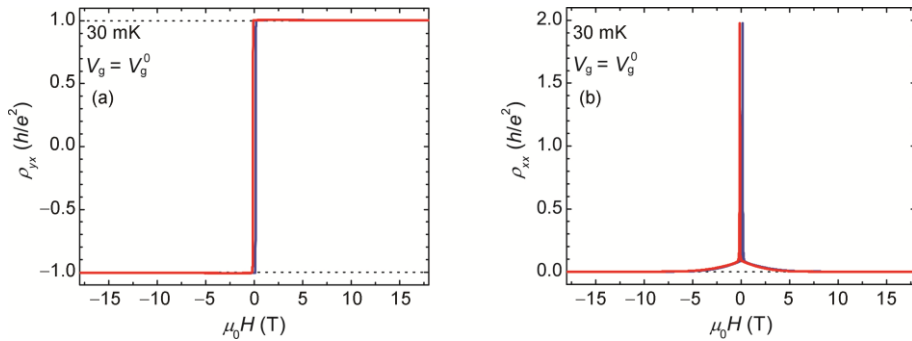


图 6 强磁场下的量子反常霍尔效应: 霍尔电阻(a)及纵向电阻(b)随磁场(最大 18 T)的变化
修改自文献[58]

为很多其他拓扑量子现象的研究奠定了基础,也使得量子霍尔效应独特的无能耗边缘态在电学器件中的应用成为可能。

3 量子反常霍尔效应的应用展望

量子反常霍尔效应的实验实现使人们可以开始严肃考虑其无能耗边缘态在器件中应用的可能性。下面我们将简单介绍量子反常霍尔效应的实际应用所面临的主要问题,以及解决这些问题的可能方法和思路。

3.1 温度

目前量子反常霍尔效应仍需要在 100 mK 下的极低温下才能够观测到。而要使其得到实际应用,必须设法使其在更高的温度乃至室温实现。低温在实现量子反常霍尔效应中的最主要作用是抑制无能耗边缘态之外的导电通道。在呈现量子反常霍尔效应的磁性拓扑绝缘体薄膜中除了边缘态外还存在量子阱态(薄膜尺寸效应造成的量子化的体能带)和表面态,这些态传输电子是有能耗的。边缘态在能量上处于薄膜量子阱态和表面态的能隙之中。在绝对零度时,当费米能级处于能隙中只穿过边缘态时,只有边缘态可以导电。但当温度不为零时,量子阱态或表面态的载流子会被热激发出来,边缘态的电子也有可能被激发到量子阱态或表面态中。当量子阱态和表面态载流子对电导的贡献接近或超过边缘态时,整个系统的能耗将不能忽略,量子反常霍尔效应的信号也将被掩盖。

为了解决这个问题,关键是要增加这个能隙的宽度。这主要取决于两个因素:一是由材料自旋轨道耦合强度所决定的体能隙大小;二是材料的铁磁性居里温度^[38~42]。包括 Bi_2Se_3 家族在内的很多拓扑绝缘体材料的体能隙可达到几百毫电子伏,原则可以在室温使用^[27]。因此提高量子反常霍尔效应实现温度的关键是要提高材料的铁磁居里温度。前期的实验工作表明磁性掺杂的 Bi_2Se_3 族拓扑绝缘体薄膜的居里温度可以达到近 200 K^[47]。所以基于这个系统有望在氮气液化温度(77 K)以上观测到量子反常霍尔效应。然而居里温度超过室温的磁性掺杂半导体和绝缘体很难获得。室温下的量子反常霍尔效应更有希望在铁磁绝缘体/拓扑绝缘体异质结构中实现。自然界存在居里温度超过室温的铁磁绝缘体,如钇铁石榴石($\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$),居里温度可达 550 K。这为室温下

量子反常霍尔效应的实现带来了希望。这一方向所要解决的关键问题是如何使铁磁绝缘体和拓扑绝缘体层的电子结构之间发生强烈的杂化,从而使铁磁性可以真正影响到拓扑绝缘体的表面态。

需要注意的是,目前 Cr 掺杂的 $(\text{Bi,Sb})_2\text{Te}_3$ 的量子反常霍尔效应只能在几十毫开尔文的温度下观测到,这个温度远远低于样品的铁磁居里温度(15 K)。现在还不是非常清楚这是由什么因素造成的。一个可能的原因是在磁性掺杂材料中,铁磁性和化学势的空间分布不像一般磁性材料那样均匀,这些空间波动会造成薄膜的有效能隙的宽度远远低于居里温度对应的能量。对于这个问题还有待进一步研究。

除了增大能隙之外,另一个提高量子反常霍尔效应实现温度的可能途径是增加薄膜的晶格无序度。按照凝聚态物理理论,当金属的无序度足够大的时候,电子的运动会被局域化,从而转变成为绝缘体(安德森绝缘体)。量子反常霍尔薄膜的边缘态不能发生背散射,不会因为杂质和无序的存在而改变其导电的性质。量子阱态和表面态的电子则会被无序局域化。量子反常霍尔效应并非由朗道能级所引起,因此相对普通的量子霍尔体系对无序的容忍度大得多。因此人为增加薄膜的无序度将有助于在更高温度观测到量子反常霍尔效应。已有理论工作指出,在磁性掺杂的三维拓扑绝缘体中,由于表面态可以被杂质局域化,只需将费米能级调控至体能隙中量子反常霍尔效应就可以出现。无序、维度、局域化一直是凝聚态物理学界关心的基本理论问题,系统研究量子反常霍尔效应和无序、维度、局域化的关系不但对其应用至关重要,也有助于推动对这些凝聚态物理基本问题的深入理解。

3.2 磁场

量子反常霍尔效应原则上不需要外磁场也能实现纵向电阻为零。然而目前在磁性掺杂拓扑绝缘体薄膜中观测到的量子反常霍尔效应仍需要一个很强的外磁场才能使其完全实现零能耗。可能的原因有:(1) 薄膜量子阱态和表面态在零磁场下对电导仍有贡献,外磁场有助于这些拓扑平庸电子态的局域化;(2) 磁场有助于抑制磁性掺杂拓扑绝缘体的磁性的不均匀,提高有效能隙。这样,降低量子反常霍尔效应所需磁场和提高量子反常霍尔效应温度的思路一样,都需要设法增加材料的绝缘性和磁致能隙大小。

3.3 边缘态与电极的接触

尽管量子反常霍尔效应的边缘态本身是无电阻的,但其与电极的连接处却有不能完全消除的接触电阻.即使对于完美的接触,每个边缘态和电极之间的接触电阻也不会低于 h/e^2 .因此利用量子反常霍尔边缘态作为导线并不能实现完全无能耗的电子传输.但量子反常霍尔边缘态与电极的接触电阻有两个特性:首先,其仅存在于接触点,因此不会像普通电阻一样随样品的长度和截面积变化,即使对于很细长的量子反常霍尔样品,其电阻也不会有变化;其次,在完美接触的情况每个边缘态的接触电阻均为 h/e^2 .只要将尽可能多的边缘态并联起来,就可以有效减少总的接触电阻,实现很低能耗的电子传输.实现多个边缘态的并联有 3 种可能的途径:

(i) 高阶量子反常霍尔效应. 对于传统的量子霍尔效应,可以通过改变外磁场获得更高阶的量子霍尔效应,从而增加边缘态的数目.目前实现的量子反常霍尔体系只包含一个边缘态,高阶的量子反常霍尔效应可以通过对材料电子结构的调控实现.张首晟研究组预言,在Cr掺杂的 $(\text{Bi,Sb})_2\text{Te}_3$ 薄膜中掺入Se可以适当降低系统的自旋轨道耦合,在合适的薄膜层厚下有可能实现多边缘态的量子反常霍尔效应^[59].

(ii) 超晶格结构. 如果能找到合适的普通绝缘体材料,将量子反常霍尔薄膜与普通绝缘体薄膜制成多周期的超晶格结构,就可以实现多个量子反常霍尔系统的并联.最近,理论物理学家预言,有一类材料可以天然形成这种超晶格结构,这就是外尔半金属(Weyl semimetal)^[60-62].外尔半金属的能带结构在动量空间包含成对的奇点,称为外尔点,实际上就是动量空间中的磁单极子.在外尔半金属的某些表面会呈现“费米弧”形的表面态.外尔半金属的量子

薄膜即具有量子反常霍尔薄膜和拓扑绝缘体薄膜的超晶格结构,可以实现多通道的量子反常霍尔效应.最近方忠研究组的计算表明, HgCr_2Se_4 即为一种外尔半金属材料^[60].

(iii) 排线结构. 由于量子反常霍尔边缘态与电极的接触电阻和薄膜的几何形状无关,可以将量子反常霍尔薄膜蚀刻成并排的细线结构,这样就形成了大量量子反常霍尔边缘态的并联.这种排线结构可以加工得很密,一个厘米宽度的薄膜可以加工成几万甚至几十万条并联的细线,这将大大降低接触电阻的影响.可以想象,未来利用量子反常霍尔效应的导线一定是这种细密的排线结构.

可以看出,要实现量子反常霍尔效应的边缘态在低能耗电学器件方面的应用仍有几个重要问题需要解决.而对这些问题的探索则代表了量子反常霍尔效应未来研究的重要方向.

4 结论

拓扑绝缘体在近 10 年的巨大研究进展大大丰富了肇始于量子霍尔效应发现的拓扑量子物态领域.磁性拓扑绝缘体中量子反常霍尔效应的实验实现不但为很多新奇拓扑量子效应的实现和研究提供了一个起始点,也开启了拓扑量子物态走向实际应用的大门.尽管目前量子反常霍尔效应距离真正的应用还有很远的距离,但拓扑绝缘体巨大的材料库和几年来的研究所积累的在拓扑绝缘体材料制备和调控方面丰富的经验和技术手段使人们非常有希望在今后的研究中获得较快的实验进展.对于拓扑绝缘体和量子反常霍尔效应的进一步研究还将促进人们对量子霍尔效应以及凝聚态物理一些基本问题更加深入的理解.

参考文献

- 1 Hall E H. On a new action of the magnet on electric currents. Amer J Math, 1879, 2: 287-292
- 2 Klitzing K V, Dorda G, Pepper M. New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance. Phys Rev Lett, 1980, 45: 494-497
- 3 Tsui D C, Stormer H L, Gossard A C. Two-dimensional magnetotransport in the extreme quantum limit. Phys Rev Lett, 1982, 48: 1559-1562
- 4 Avron J E, Osadchy D, Seiler R. A topological look at the quantum Hall effect. Phys Today, 2003, 56: 38-42
- 5 Thouless D J, Kohmoto M, Nightingale M P, et al. Quantized Hall conductance in a two-dimensional periodic potential. Phys Rev Lett, 1982, 49: 405-408

- 6 Haldane F D M. Model for a quantum Hall effect without Landau levels: Condensed-matter realization of the “parity anomaly”. *Phys Rev Lett*, 1988, 61: 2015–2018
- 7 Hall E H. On the “rotational coefficient” in nickel and cobalt. *Philo Mag*, 1881, 12: 157–172
- 8 Nagaosa N, Sinova J, Onoda S, et al. Anomalous Hall effect. *Rev Mod Phys*, 2010, 82: 1539–1592
- 9 Hasan M Z, Kane C L. Topological insulators. *Rev Mod Phys*, 2010, 82: 3045–2067
- 10 Qi X L, Zhang S C. Topological insulators and superconductors. *Rev Mod Phys*, 2011, 83: 1057–1110
- 11 Zutic I, Fabian J, Das Sarma S. Spintronics: Fundamentals and applications. *Rev Mod Phys*, 2004, 76: 323–410
- 12 Kane C L, Mele E J. Quantum spin Hall effect in graphene. *Phys Rev Lett*, 2005, 95: 226801
- 13 Kane C L, Mele E J. Z_2 topological order and the quantum spin Hall effect. *Phys Rev Lett*, 2005, 95: 146802
- 14 Bernevig B A, Zhang S C. Quantum spin Hall effect. *Phys Rev Lett*, 2006, 96: 106802
- 15 Yao Y, Ye F, Qi X L, et al. Spin-orbit gap of graphene: First-principles calculations. *Phys Rev B*, 2007, 75: 041401(R)
- 16 Min H, Hill J E, Sinitsyn N A, et al. Intrinsic and Rashba spin-orbit interactions in graphene sheets. *Phys Rev B*, 2006, 74: 165310
- 17 Bernevig B A, Hughes T L, Zhang S C. Quantum spin Hall effect and topological phase transition in HgTe quantum wells. *Science*, 2006, 314: 1757–1761
- 18 König M, Wiedmann S, Brüne C, et al. Quantum spin Hall insulator state in HgTe quantum wells. *Science*, 2007, 318: 766–770
- 19 Roth A, Brüne C, Buhmann H, et al. Nonlocal transport in the quantum spin Hall state. *Science*, 2009, 325: 294–297
- 20 Liu C X, Hughes T L, Qi X L, et al. Quantum spin Hall effect in inverted type-II semiconductors. *Phys Rev Lett*, 2008, 100: 236601
- 21 Knez I, Du R R, Sullivan G. Evidence for helical edge modes in inverted InAs/GaSb quantum wells. *Phys Rev Lett*, 2011, 107: 136603
- 22 Fu L, Kane C L, Mele E J. Topological insulators in three dimensions. *Phys Rev Lett*, 2007, 98: 106803
- 23 Moore J E, Balents L. Topological invariants of time-reversal-invariant band structures. *Phys Rev B*, 2007, 75: 121306(R)
- 24 Roy R. Topological phases and the quantum spin Hall effect in three dimensions. *Phys Rev B*, 2009, 79: 195322
- 25 Fu L, Kane C L. Topological insulators with inversion symmetry. *Phys Rev B*, 2007, 76: 045302
- 26 Hsieh D, Qian D, Wray L, et al. A topological Dirac insulator in a quantum spin Hall phase. *Nature*, 2008, 452: 970–974
- 27 Zhang H, Liu C X, Qi X L, et al. Topological insulators in Bi_2Se_3 , Bi_2Te_3 and Sb_2Te_3 with a single Dirac cone on the surface. *Nat Phys*, 2009, 5: 438–442
- 28 Xia Y, Qian D, Hsieh D, et al. Observation of a large-gap topological-insulator class with a single Dirac cone on the surface. *Nat Phys*, 2009, 5: 398–402
- 29 Chen Y L, Analytis J G, Chu J H, et al. Experimental realization of a three-dimensional topological insulator, Bi_2Te_3 . *Science*, 2009, 325: 178–181
- 30 Li Y Y, Wang G, Zhu X G, et al. Intrinsic topological insulator Bi_2Te_3 thin films on Si and their thickness limit. *Adv Mater*, 2010, 22: 4002–4007
- 31 Song C L, Wang Y L, Jiang Y P, et al. Topological insulator Bi_2Se_3 thin films grown on double-layer graphene by molecular beam epitaxy. *Appl Phys Lett*, 2010, 97: 143118
- 32 Zhang Y, He K, Chang C Z, et al. Crossover of the three-dimensional topological insulator Bi_2Se_3 to the two-dimensional limit. *Nat Phys*, 2010, 6: 584–588
- 33 Wang G, Zhu X G, Wen J, et al. Atomically smooth ultrathin films of topological insulator Sb_2Te_3 . *Nano Res*, 2010, 3: 874–880
- 34 Liu C X, Zhang H J, Yan B H, et al. Oscillatory crossover from two-dimensional to three-dimensional topological insulators. *Phys Rev B*, 2010, 81: 041307
- 35 Dai X, Hughes T L, Qi X L, et al. Helical edge and surface states in HgTe quantum wells and bulk insulators. *Phys Rev B*, 2008, 77: 125319
- 36 Brüne C, Liu C X, Novik E G, et al. Quantum Hall effect from the topological surface states of strained bulk HgTe. *Phys Rev Lett*, 2011, 106: 126803
- 37 Yan B, Zhang S C. Topological materials. *Rep Prog Phys*, 2012, 75: 096501
- 38 Qi X L, Wu Y S, Zhang S C. Topological quantization of the spin Hall effect in two-dimensional paramagnetic semiconductors. *Phys Rev B*, 2006, 74: 085308
- 39 Liu C X, Qi X L, Dai X, et al. Quantum anomalous Hall effect in $\text{Hg}_{1-y}\text{Mn}_y\text{Te}$ quantum wells. *Phys Rev Lett*, 2008, 101: 146802
- 40 Qi X L, Hughes T L, Zhang S C. Topological field theory of time-reversal invariant insulators. *Phys Rev B*, 2008, 78: 195424
- 41 Yu R, Zhang W, Zhang H, et al. Quantized anomalous Hall effect in magnetic topological insulators. *Science*, 2010, 329: 61–64
- 42 Nomura K, Nagaosa N. Surface-quantized anomalous Hall current and the magnetoelectric effect in magnetically disordered topological insulators. *Phys Rev Lett*, 2011, 106: 166802

- 43 Dietl T, Ohno H, Matsukura F, et al. Zener model description of ferromagnetism in zinc-blende magnetic semiconductors. *Science*, 2000, 287: 1019–1022
- 44 Ohno H. Making nonmagnetic semiconductors ferromagnetic. *Science*, 1998, 281: 951–956
- 45 Liu Q, Liu C X, Xu C, et al. Magnetic impurities on the surface of a topological insulator. *Phys Rev Lett*, 2009, 102: 156603
- 46 Buhmann H. Towards the quantum anomalous Hall effect in HgMnTe. *Bull Amer Phys Soc*, 2012, 57: P27.1
- 47 Chien Y J. Transition metal-doped Sb₂Te₃ and Bi₂Te₃ diluted magnetic semiconductors. Dissertation of Doctoral Degree. Michigan: University of Michigan, 2007
- 48 Hor Y S, Roushan P, Beidenkopf H, et al. Development of ferromagnetism in the doped topological insulator Bi_{2-x}Mn_xTe₃. *Phys Rev B*, 2010, 81: 195203
- 49 Chen Y L, Chu J H, Analytis J G, et al. Massive Dirac fermion on the surface of a magnetically doped topological insulator. *Science*, 2010, 329: 659–662
- 50 Xu S Y, Neupane M, Liu C, et al. Hedgehog spin texture and Berry's phase tuning in a magnetic topological insulator. *Nat Phys*, 2012, 8: 616–622
- 51 Checkelsky J G, Ye J, Onose Y, et al. Dirac-Fermion-mediated ferromagnetism in a topological insulator. *Nat Phys*, 2012, 8: 729–733
- 52 Chang C Z, Zhang J, Liu M, et al. Thin films of magnetically doped topological insulator with carrier-independent long-range ferromagnetic order. *Adv Mater*, 2013, 25: 1065–1070
- 53 Chang C Z, Tang P, Wang Y L, et al. Chemical-potential-dependent gap opening at the Dirac surface states of Bi₂Se₃ induced by aggregated substitutional Cr atoms. *Phys Rev Lett*, 2014, 112: 056801
- 54 Zhang J, Chang C Z, Tang P Z, et al. Topology-driven magnetic quantum phase transition in topological insulators. *Science*, 2013, 339: 1582–1586
- 55 Zhang J, Chang C Z, Zhang Z C, et al. Band structure engineering in (Bi_{1-x}Sb_x)₂Te₃ ternary topological insulators. *Nat Commun*, 2011, 2: 574
- 56 Kong D, Chen Y, Cha J J, et al. Ambipolar field effect in the ternary topological insulator (Bi_xSb_{1-x})₂Te₃ by composition tuning. *Nat Nanotechnol*, 2011, 6: 705–709
- 57 Chen J, Qin H J, Yang F, et al. Gate-voltage control of chemical potential and weak antilocalization in Bi₂Se₃. *Phys Rev Lett*, 2010, 105: 176602
- 58 Chang C Z, Zhang J, Feng X, et al. Experimental observation of the quantum anomalous hall effect in a magnetic topological insulator. *Science*, 2013, 340: 167–170
- 59 Wang J, Lian B, Zhang H, et al. Quantum anomalous Hall effect with higher plateaus. *Phys Rev Lett*, 2013, 111: 136801
- 60 Xu G, Weng H, Wang Z, et al. Chern semimetal and the quantized anomalous Hall effect in HgCr₂Se₄. *Phys Rev Lett*, 2010, 107: 186806
- 61 Wan X, Turner A M, Vishwanath A, et al. Topological semimetal and Fermi-arc surface states in the electronic structure of pyrochlore iridates. *Phys Rev B*, 2011, 83: 205101
- 62 Burkov A A, Balents L. Weyl semimetal in a topological insulator multilayer. *Phys Rev Lett*, 2011, 107: 127205

Topological insulator and the quantum anomalous Hall effect

HE Ke, WANG YaYu & XUE QiKun

State Key Laboratory of Low-Dimensional Quantum Physics, Department of Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China

The quantum Hall effect (QHE) is a quantum phenomenon that occurs on a macroscopic length scale as the result of the non-trivial topological property of a two-dimensional electron system in a strong magnetic field. It has long been expected that QHE can be realized without an external magnetic field such that the effect can be applied in electric devices that consume little energy. The zero-magnetic-field QHE can appear in thin films of magnetic topological insulators as the quantized version of the anomalous Hall effect; i.e., the quantum anomalous Hall effect (QAHE). Here, we review how the ideas of the topological insulator and QAHE were developed and how the QAHE was finally experimentally realized in thin films of a magnetically doped topological insulator. We also discuss the prospect of application of the QAHE in low-energy-consuming devices.

quantum anomalous Hall effect, quantum Hall effect, topological insulator, magnetic doping

doi: 10.1360/N972014-00938