

中微子质量 pancake 与纤维

黄无量

陈梓新

(中国科学院高能物理研究所, 北京) (华北第三研究院, 天津)

一般认为宇宙中超星系团尺度的发光纤维 (filament) 是两个 pancake 相交的产物^[1], 近年来也有用宇宙弦来解释此种纤维的提法^[2]. 本文则讨论一种超星系团尺度的双成分 (譬如, 中微子 ν 与重子 B 二种成分) 天体在单向优先坍缩, 即 pancake 化过程中, 产生纤维状发光区 (B 密集区) 的可能性.

首先, 按照 pancake 的主要特点来建立简化模型. 考虑到 pancake 中等引力势面是闭合的, 并随着单向优先坍缩由类似于球面的形状变为不断扁化的封闭曲面; 作为一种近似, 我们用一族形状相似的迴转椭球面来表征 pancake 中的等势面. 在特殊的正交曲线坐标 (p, q, ϕ) 下, $p = \text{const.}$ 就代表上述简化等势面族. 该坐标系与笛卡尔坐标的关系为:

$$p = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2/c^2}, \quad q = (x^2 + y^2)^{1/2}/z, \quad \lg \phi = \frac{y}{x}.$$

这里 c 为扁度, 在 pancake 化过程中 c 值由 $c \approx 1$ 趋于 $c \ll 1$. 如果认为 pancake 化的过程近似为等熵过程, 则中微子化学势 μ_ν 与其温度之比 $\frac{\mu_\nu}{T_\nu} = \text{const}^{[3]}$; 若中微子质量 $m_\nu \approx 0$, 则化学势在引力势为 φ 的引力场中的平衡方程为^[3]

$$m_\nu \varphi + \mu_\nu = \text{const}, \quad (1)$$

因 $\varphi = \varphi(p)$, 故 $\mu_\nu = \mu_\nu(p)$, 即均为 p 的一元函数. 按文献 [4], 等熵条件下 μ_ν 与中微子质量密度 ρ_ν 间的关系为

$$\rho_\nu = b^* \mu_\nu^{3/2}, \quad b^* = \left(\frac{g^*}{2}\right) \frac{2^{3/2} m_\nu^{3/2}}{3\pi^2 \hbar^3},$$

其中

$$g^* = \frac{3}{2} \gamma^{-3/2} \int_0^\infty \frac{\sqrt{z} dz}{\exp(z - \gamma) + 1} \cdot g,$$

而 $\gamma = \frac{\mu_\nu}{kT_\nu}$. 考虑到牛顿近似下引力势方程为

$$\Delta \varphi = 4\pi G \rho, \quad \rho = \rho_\nu + \rho_B. \quad (2)$$

若 φ 分布已知, 由 (1)、(2) 式可定出发光区的边界

$$\rho_B = \rho - \rho_\nu = 0. \quad (3)$$

根据正交曲线坐标变换的一般规则^[5], 得到 (p, q, ϕ) 坐标系的度规如下:

$$g_{11} = p^2/(x^2 + y^2 + z^2/c^4), \quad g_{22} = z^2(x^2 + y^2)/q^2(x^2 + y^2 + z^2/c^4), \\ g_{33} = x^2 + y^2, \quad \sqrt{g} = pz(x^2 + y^2)/q(x^2 + y^2 + z^2/c^4).$$

本文 1986 年 7 月 24 日收到.

而梯度算符 ∇ 及拉普拉斯算符 Δ 的表达式分别为

$$\nabla = \frac{p_0}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial}{\partial p} + \frac{q_0}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial}{\partial q} + \frac{\phi_0}{\sqrt{g_{33}}} \frac{\partial}{\partial \phi},$$

$$\Delta = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{\sqrt{g}}{g_{11}} \frac{\partial}{\partial p} \right] + \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial q} \left[\frac{\sqrt{g}}{g_{22}} \frac{\partial}{\partial q} \right] + \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial \phi} \left[\frac{\sqrt{g}}{g_{33}} \frac{\partial}{\partial \phi} \right].$$

取

$$\frac{\partial \varphi}{\partial p} = \frac{v_0^2}{p} \left(\frac{p}{R_1} \right)^{\frac{2}{n}}, \quad r^* \leq p \leq R_1, \quad r^* \ll R_1, \quad (4)$$

其中 v_0, R_1, r^* 均为常数, n 为参变量.因 R_1 为发光区的最大半径,故 $\rho_B|_{r=R_1, z=0} = 0$,由它可以定出 μ_s 分布中的积分常数.根据上述条件和(1)–(4)各式,不难得到

$$\rho(r, z) = \frac{3Q^2}{4\pi G} \left(\frac{r^2 + z^2/c^2}{R_1^2} \right)^{\frac{1}{n}-1} \left\{ \frac{2 + \frac{1}{c^2}n}{3n} - \frac{z^2/c^2}{r^2 + z^2/c^2} \cdot \frac{2(n-1)(\frac{1}{c^2} - 1)}{3n} \right\},$$

$$\rho_s(r, z) = b^* \left\{ \left[\frac{1}{b^*} \frac{3Q^2}{4\pi G} \left(\frac{2 + \frac{1}{c^2}n}{3n} \right) \right]^{2/3} + m_s Q^2 R_1^2 \left(\frac{n}{2} \right) \left[1 - \left(\frac{r^2 + z^2/c^2}{R_1^2} \right)^{\frac{1}{n}} \right] \right\}^{3/2}, \quad (5)$$

其中

$$Q = \frac{v_0}{R_1}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

不同尺度的天体,有相应的 Q 与 R_1 值.这时,为判定发光区的形状特征,重点在于寻找发光区赤道面($z=0$)上,在 $r^* \leq r \leq R_1$ 区间内,有无 $\rho_B = 0$ 的内边界存在.将(5)式代入(3)式,并取 $z=0$,有

$$1 + K \left[1 - \left(\frac{r}{R_1} \right)^{\frac{1}{n}} \right] = \left(\frac{r}{R_1} \right)^{\frac{4}{3}(\frac{1}{n}-1)}, \quad (6)$$

其中

$$K = m_s Q^2 R_1^2 \left(\frac{n}{2} \right) / \left[\frac{1}{b^*} \frac{3Q^2}{4\pi G} \left(\frac{2 + \frac{1}{c^2}n}{3n} \right) \right]^{2/3}.$$

若按文献[4]取

$$m_s = w \cdot \left[\frac{\pi^2 \hbar^6}{6Q^2 G^2 R_1^6} \cdot \frac{(2+n)^2(n-1)^3}{n^5} \left(\frac{2}{g^*} \right)^{1/8} \right],$$

于是

$$K = \frac{2}{3} (n-1) \left(\frac{2+n}{2 + \frac{1}{c^2}n} \right)^{2/3} w^{8/3}. \quad (7)$$

当 $w=1, g^*=2, n=4$,并采用与超星系团相应的 Q, R_1 值,那么 m_s 值约为0.2eV.因为 $c < 1$,由(7)式可得 $w^{8/3} > \frac{3K}{2(n-1)}$;而由(6)式得

$$K = \left[\left(\frac{r}{R_1} \right)^{\frac{4}{3}(\frac{1}{n}-1)} - 1 \right] / \left[1 - \left(\frac{r}{R_1} \right)^{\frac{1}{n}} \right],$$

当 $\frac{r}{R_1} \rightarrow 1$ 时, K 具最小值 $K_{\min} = \frac{2}{3}(n-1)$, 所以 $w \geq 1$.

作为一个实例, 取 $n=4$, $c=0.1$, 并认为内边界 $\frac{r}{R_1} = 0.99$, 由 (6)、(7) 式可解得 $w \approx 2.9$, 所以 $m_s \approx 0.6\text{eV}$. 这意味着 $m_s \approx 0.6\text{eV}$ 的 $(\nu+B)$ 双成分超星系团尺度物质团, 在 pancake 化过程中达到 $c \approx 0.1$ 时, 可形成宽度为 $0.01R_1$ 的环圈状发光区.

事实上, 本文所用模型是粗糙的, pancake 的等势面远非光滑而规则的迴转椭球面, 它们可以是形状复杂的封闭曲面; 因此, 当它们单向坍缩时, 所形成的 B 物质密集区(发光区)也是弯折、扭曲而极不规则的, 但仍应保有迴圈状的基本特征. 在这迴圈上面, 局部段落的 B 物质积聚较多也是自然的, 这些区段发光较强, 呈现出纤维状. 所以, 反过来说, 宇宙中大尺度纤维的存在, 可能是宇宙具多成分(至少是双成分)的一种反映. 在较正确测定纤维的截面尺度, 即相当于确定 $\frac{r}{R_1}$ 与 c 值后, 就可较确切地决定 w 值, 也即 m_s 值.

参 考 文 献

- [1] Zeldovich, Ya. B., *The Large Scale Structure of the Universe* (Ed. Longair, M.), IAU-79, 1978.
- [2] Turok, N., *Phys. Rev. Lett.*, 55(1985), 1801—1803; Albrecht, A. et al., *ibid.*, 54(1985), 1868—1871.
- [3] Laudau, L. D. et al., *Statistical Physics*, Pergamon Press, London, 1958.
- [4] Huang Wuliang et al., *Commun. in Theor. Phys.* (Beijing, China), 2(1983), 1453—1465.
- [5] Moon, P., *Field Theory Handbook*, Springer, Berlin, 1971.