拓扑切换的集群系统分布式分组时变编队跟踪控制

田磊^{1,2}, 王蒙一⁴, 赵启伦⁴, 王晓东⁴, 宋勋^{4*}, 任章^{1,2,3}

1. 北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院, 北京 100083

2. 北京航空航天大学飞行器控制一体化技术国防科技重点实验室, 北京 100191

3. 北京航空航天大学大数据科学与脑机智能高精尖创新中心, 北京 100191

4. 北京电子工程总体研究所, 北京 100854

* 通信作者. E-mail: songxun_buaa@163.com

收稿日期: 2019-08-16; 接受日期: 2019-09-17; 网络出版日期: 2020-02-28

国家自然科学基金 (批准号: 61873011, 61803014) 和北京市自然科学基金 (批准号: 4182035) 资助项目

摘要 分布式编队控制是集群智能控制重要的基础性研究课题之一. 拒止环境和多任务需求对编队控制提出了新的挑战. 本文研究了高阶线性集群系统在拓扑切换情况下的分布式分组时变编队跟踪控制问题. 在本文所提出的集群系统模型架构中, 智能体被分为 3 类: 虚拟领导者、分组领导者和跟随者. 虚拟领导者为整个集群系统宏观运动提供参考轨迹或者跟踪指令. 分组领导者一方面跟踪虚拟领导者所提供的轨迹或指令; 另一方面通过与其他分组领导者之间的相互协作实现各分组之间的协同配合. 跟随者实现对各自分组领导者的时变编队跟踪. 在拓扑切换和外部扰动同时存在的情况下, 基于智能体之间的局部有限邻居节点之间的相对信息反馈和滑模控制理论构造了分布式分组时变编队跟踪控制协议, 并给出了控制协议中未知参数的求解算法, 进而利用李雅普诺夫 (Lyapunov) 理论证明了集群系统在拓扑切换和外部扰动同时存在情况下的闭环稳定性. 最后, 数值仿真结果验证了本文提出的控制方法能够实现集群系统分组时变编队跟踪控制, 并可应用在以无人机集群为代表的实际物理模型中.

关键词 拒止环境, 高阶线性集群系统, 分组时变编队跟踪, 拓扑切换, 外部扰动

1 引言

2016 年, 美国把人工智能列为核心技术, 其中包括人机协作、先进有人/无人作战编队、网络化自主武器等. 为增强现有无人系统的作战能力, 美国先进防御技术预研局 (Defense Advanced Research Projects Agency) 提出了“拒止环境下的协同作战”项目. 拒止环境是美军对于强对抗环境的别称, 具有“强电子对抗”、“无卫星导航”、“高被拦截概率”, 以及“强博弈作战环境”的特点. 拒止环境下, 高

引用格式: 田磊, 王蒙一, 赵启伦, 等. 拓扑切换的集群系统分布式分组时变编队跟踪控制. 中国科学: 信息科学, 2020, 50: 408–423, doi: 10.1360/SSI-2019-0171
Tian L, Wang M Y, Zhao Q L, et al. Distributed time-varying group formation tracking for cluster systems under switching topologies (in Chinese). Sci Sin Inform, 2020, 50: 408–423, doi: 10.1360/SSI-2019-0171

价值武器面临多重对抗措施,存在平台生存性差、技术升级困难、系统架构灵活性不足等问题,作战人员危险性大,作战成本难以承受.针对拒止环境的特点,美军提出了分布式作战理念,将以往由单一、大型且昂贵的多功能作战平台所执行的任务,分解到多种小型平台上.借助分布式网络、集群智能等关键技术,使情报、预警、跟踪、识别、制导、火力和指控节点等要素分散部署,通过信息协同、探测协同、指挥协同和攻击协同的有机结合,形成动态组合的作战整体.以无人机为核心的“蜂群”作战技术是分布式作战理念的典型体现,代表了未来无人战争的发展趋势.蜂群作战技术是指大量无人飞行器模拟动物界集群行为,采用开放的网络化作战体系,借助相互之间的通信网络,通过信息共享、智能决策和协同合作,具备形成高级群体智能涌现现象和完成复杂作战任务的能力.2017年1月,美国公布了3架F/A-18战斗机释放103架无人机集群的飞行试验,实现了载机发射、时变编队,达成了预期的作战想定.作为“蜂群”作战技术的重要基础性研究分支,编队控制技术在近年来获得了长足的发展^[1,2].早期的编队控制方法主要基于以下3种策略:领导者-跟随者策略^[3],虚拟结构策略^[4],行为策略^[5].上述3种方法尽管可以实现编队控制,但均存在一定不足之处^[6,7].

随着一致性理论的发展,分布式编队的控制方法得到了广泛的研究.相比于上述3种策略,基于一致性的策略更具有普遍性^[8].文献[9]对拓扑切换情况下一般线性系统的时变编队控制方法进行了研究.文献[10]提出了一种自适应确定参数的控制协议,集群系统中的智能体不需要获取全局信息即可实现编队控制.文献[11]研究了系统模型参数具有不确定性情况下的编队控制问题.文献[12]对非线性系统的时变编队问题进行了研究,提出了一种基于分布式观测器的控制方法.文献[13]分析了在通信延迟条件下的编队控制问题,具有更强的现实意义.

值得注意的是,文献[9~13]研究的仅仅是编队控制问题,很多实际应用中需要同时控制集群系统的编队构型和运动轨迹,因此产生了编队跟踪控制问题.文献[14]研究了二阶系统的编队跟踪控制问题,并将其应用到无人机控制上.文献[15]采用自适应网络方法,对二阶非线性系统的编队跟踪问题进行了研究.文献[16]研究了输入饱和情况下的时变编队跟踪控制问题.文献[17]采用鲁棒性控制方法,研究了在外部扰动和通信延迟同时存在情况下的编队跟踪问题.文献[18]研究了高阶积分器模型的集群系统有限时间时变编队跟踪问题,并考虑了不匹配扰动对系统控制的影响.

在以拒止环境为代表的实际作战场景中,仅仅形成一个编队能够解决的问题较为有限,更多情况下,我们需要将集群系统分为多个小组,通过小组间的相互协作,形成不同的编队,完成不同的任务,因而产生了分组编队控制问题.例如,无人战斗机编队协同攻击多个目标时将无人战斗机集群进行分组,每个小组针对不同目标采用不同的战术队形,组内组间都有协同从而实现协同打击多个目标的功能,有效提高目标毁伤率.已有结果中,对于分组时变编队问题的研究比较少,文献[19,20]中研究了分组时变编队问题,但各个小组相对独立,组间的协同作用不明显,无法完成某些特定的协同配合.而分组时变编队跟踪控制问题仍是开放性问题,目前的研究成果尚不多见,无人机蜂群作战计划,无人机协同探测、巡航、侦查等任务都可以看作分组编队跟踪控制问题.此外,拒止环境下交战各方将采用电子战飞机和多维电磁干扰等措施,在电磁领域进行激烈争夺.在这种情况下,组网通信链路的可靠性将大幅度下降,网络不稳定、路由错误、丢包误码率上升,甚至链路断开的现象频繁发生,因此需要研究集群系统在拓扑切换情况下的分组时变编队跟踪控制问题.

综上所述,本文研究了具有拓扑切换特性的高阶线性集群系统分组时变编队跟踪控制问题.本文的主要创新点有:(1)采用不同于以往文献的分组模型架构,包含虚拟领导者、分组领导者和跟随者,整个集群系统的状态轨迹可以通过虚拟领导者的输入来控制,小组间的协同配合可以通过分组领导者之间的通信来实现.(2)考虑拓扑切换和外部扰动同时存在的情况,设计了一个分布式的控制协议,并提出了两个引理,进而证明了在该控制协议下集群系统的稳定性.

2 预备知识和问题描述

2.1 图论知识

集群系统内个体间的通信拓扑关系可以表征为图论中图的连接关系. 假设给定一个有 q 个节点的图 G , 表示为 $G = (\Theta, E, W)$, 其中 $\Theta = \{\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_q\}$ 表示节点的集合, $E \subseteq \{(\nu_i, \nu_j) : \nu_i, \nu_j \in \Theta\}$ 表示边的集合, $W = [w^{ij}] \in \mathbb{R}^{q \times q}$ 表示图 G 的邻接矩阵, 当且仅当 $i \neq j$, 顶点 ν_i 和 ν_j 相邻并且图的连接方向从 ν_j 到 ν_i 时, $w^{ij}=1$, 否则, $w^{ij}=0$. 从邻接矩阵的定义可以得知, 如果图 G 为无向图, 则 $w^{ij} = w^{ji}$. 定义 D 为图 G 的度矩阵, 满足 $D = \text{diag}\{\sum_{j=1}^q w^{ij}, i = 1, 2, \dots, q\}$. 图 G 的拉普拉斯 (Laplace) 矩阵定义为 $L = D - W$.

2.2 系统模型

系统模型设计为 3 层架构, 包含 1 个虚拟领导者, M 个分组领导者和 N 个跟随者. 虚拟领导者的模型可写为

$$\dot{x}_1(t) = Ax_1(t) + Bu_1(t), \quad (1)$$

其中 $x_1(t) \in \mathbb{R}^n$ 表示虚拟领导者的状态, $u_1(t) \in \mathbb{R}^m$ 表示虚拟领导者的控制输入. 分组领导者和跟随者的模型可统一写为

$$\dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t) + Bd_i(t), \quad (2)$$

其中 $i = 2, 3, \dots, 1 + M + N$, $x_i(t) \in \mathbb{R}^n$, $u_i(t) \in \mathbb{R}^m$ 和 $d_i(t) \in \mathbb{R}^m$ 分别表示所对应智能体的状态量, 控制输入和未知有界扰动. $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 和 $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 为系统矩阵.

注释1 根据 2.1 小节中图论知识可得, 图 G 中的节点数 q 等于集群系统中的智能体数量 $1 + M + N$, 为了方便表达, 避免混淆, 将 M 个分组领导者编号为 $i = 2, 3, \dots, 1 + M$, N 个跟随者编号为 $i = 2 + M, 3 + M, \dots, 1 + M + N$. 虚拟领导者的控制输入可以任意设计并实时改变, 意味着整个集群系统的状态轨迹是可以实时调控的.

2.3 假设和定义

假设1 系统矩阵 B 为列满秩矩阵, 即满足 $\text{rank}(B) = m$.

注释2 如果假设 1 成立, 则存在一个非奇异矩阵 $\hat{B} = [\hat{B}_1^T, \hat{B}_2^T]^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 满足 $\hat{B}_1 B = I_m$, $\hat{B}_2 B = 0$, 其中 $\hat{B}_1 \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\hat{B}_2 \in \mathbb{R}^{(n-m) \times n}$.

假设2 分组领导者和跟随者的控制输入和未知扰动是有界的, 满足 $\|u_1(t)\|_\infty \leq \beta$, $\|u_i(t)\|_\infty \leq \eta$ 和 $\|d_i(t)\|_\infty \leq \gamma$, 其中 β , η 和 γ 为已知正实数.

注释3 在实际物理系统中, 每个智能体的控制输入和未知扰动一定是有界的, 不可能为无限值, 因此假设 2 是合理的.

假设3 虚拟领导者和分组领导者之间是单向通信, 分组领导者和其跟随者之间也是单向通信, 而分组领导者内部之间以及跟随者内部之间是双向通信. N 个跟随者被分成 M 个小组, 每个小组都有一个分组领导者. 所有跟随者和虚拟领导者之间都有一条以虚拟领导者为根节点的有向通信通道, 即对每个跟随者而言, 存在一棵以虚拟领导者为根的生成树. 整个系统的通信拓扑关系在不间断的时间间隔 $[t_k, t_{k+1})$, $k \in \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ 内保持不变, 并满足 $t_{k+1} - t_k \geq \tau_0$, τ_0 被称为最小驻留时间, t_k 被称为切换时间, 定义 $t_0 = 0$ 为初始时刻, $\sigma(t) : [0; +\infty) \rightarrow (1, 2, \dots, p)$ 表示 t 时刻的拓扑关系信号指数.

图 1 (网络版彩图) 集群系统模型架构示意图

Figure 1 (Color online) The diagram of cluster systems' model structure

注释4 根据假设 3, N 个跟随者被分成 M 个小组, 如果小组 $i = 2, 3, \dots, 1+M$ 含有 q_i 个跟随者, 可知 $\sum_{i=2}^{1+M} q_i = N$, 图 1 为满足假设 3 条件的集群系统模型架构示意图. 虚拟领导者和分组领导者之间是单向通信, 即虚拟领导者不接收分组领导者的任何信息, 同理, 分组领导者不接收其跟随者的任何信息, 因此系统的拉普拉斯矩阵有下列形式:

$$L_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ L_{\sigma(t)}^{V1} & L_{\sigma(t)}^{v1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & L_{\sigma(t)}^{G2} & L_{\sigma(t)}^{g2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & L_{\sigma(t)}^{g(M+1)} & 0 & \cdots & L_{\sigma(t)}^{g(M+1)} \end{bmatrix},$$

其中 $L_{\sigma(t)}^{v1}$ 表示 t 时刻分组领导者内部之间的拓扑关系, $L_{\sigma(t)}^{V1}$ 表示 t 时刻虚拟领导者和分组领导者之间的拓扑关系, 相应的 $L_{\sigma(t)}^{g^i}$ 表示 t 时刻小组 i 中跟随者内部之间的拓扑关系, $L_{\sigma(t)}^{G^i}$ 表示 t 时刻小组 i 中分组领导者和其跟随者之间的拓扑关系, 可以得到, 系统拉普拉斯矩阵的对角块矩阵 $L_{\sigma(t)}^{v1}$ 和 $L_{\sigma(t)}^{g^i}$ 为正定实对称矩阵^[21], 定义 $L_{\sigma(t)}^2 = \text{diag}\{L_{\sigma(t)}^{v1}, L_{\sigma(t)}^{g2}, \dots, L_{\sigma(t)}^{g(M+1)}\}$.

定义1 对于任何有界初始状态, 如果存在控制协议 u_i , 使得以下等式关系成立, 则称集群系统在控制协议 u_i 下能够实现分组时变编队跟踪控制,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) - h_i(t) - \sum_{j=1}^{1+M} w_{\sigma(t)}^{ij} (1 - w_{\sigma(t)}^{ji}) x_j(t) = 0, \quad i = 2, \dots, 1+M+N, \quad (3)$$

其中 $h_i(t)$ 表示整个系统期望实现的分组时变编队, $w_{\sigma(t)}^{ij}$, $w_{\sigma(t)}^{ji}$ 与 $L_{\sigma(t)}$ 有关, 而根据假设 3 可知, $\sum_{j=1}^{1+M} w_{\sigma(t)}^{ij} (1 - w_{\sigma(t)}^{ji}) x_j(t)$ 表示虚拟领导者或分组领导者的状态.

3 主要结论

考虑如下控制协议:

$$\begin{aligned} u_i(t) &= u_i^{\text{nom}}(t) + \text{csgn}(u_i^{\text{nom}}(t)) + v_i(t), \\ u_i^{\text{nom}}(t) &= K \sum_{k=1}^{1+M+N} w_{\sigma(t)}^{ik} (x_i(t) - h_i(t) - x_k(t) + w_{\sigma(t)}^{ki} h_k(t)), \\ v_i(t) &= \hat{B}_1(-Ah_i(t) + \dot{h}_i(t)), \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $i = 2, 3, \dots, 1 + M + N$. 现定义 $h_1(t) = 0$, 其他参数值由算法 1 (Algorithm 1) 确定.

Algorithm 1

Step 1: Based on Remark 2, compute $\hat{B}_1$ and $\hat{B}_2$.

Step 2: Select $\kappa > 0$, and solve $PA + A^T P - BB^T + \kappa P < 0$ for a positive definite matrix P .

Step 3: Choose $\delta \geq 1/(2\lambda_{\sigma(t)}^{\min})$, where $\lambda_{\sigma(t)}^{\min} > 0$ is the minimum positive eigenvalue of $L_{\sigma(t)}^2$.

Step 4: Calculate the constant gain matrix $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ by $K = -\delta B^T P^{-1}$.

Step 5: Select a constant gain c , satisfying $c > \max\{\beta + \gamma, \eta + 2\gamma\}$.

为了完成在拓扑切换情况下的系统稳定性证明, 先介绍下面两个引理, 并给出相应证明.

引理1 对于任意正定实对称矩阵 $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 以下矩阵不等式成立:

$$(L)^2 - \lambda_{\min}(L)L \geq 0, \quad (5)$$

其中 $\lambda_{\min}(L)$ 是矩阵 L 的最小特征值.

证明 因为 L 是正定实对称矩阵, 则存在正交矩阵 E 使得矩阵 L 能够相似对角化, 即 $E^T L E = \Lambda_L$, Λ_L 表示对角矩阵. 所以

$$\begin{aligned} E^T((L)^2 - \lambda_{\min}(L)L)E &= E^T L E E^T L E - \lambda_{\min}(L)E^T L E \\ &= \Lambda_L \Lambda_L - \lambda_{\min}(L)\Lambda_L \geq 0, \end{aligned} \quad (6)$$

进而可得式 (5) 成立.

引理2 对于任意正定实对称矩阵 $L_1, L_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 和任意向量 $y \in \mathbb{R}^n$, 下列关系式成立:

$$\lambda_{\max}(L_1 L_2^{-1}) y^T L_2 y - y^T L_1 y \geq 0, \quad (7)$$

其中 $\lambda_{\max}(L_1 L_2^{-1})$ 是矩阵 $L_1 L_2^{-1}$ 的最大特征值.

证明 因为 L_1 和 L_2^{-1} 为正定实对称矩阵, 所以 L_1 和 L_2^{-1} 可合同变换于单位阵, 即 $L_1 = U_1^T U_1$, $L_2^{-1} = U_2^T U_2$. U_1 和 U_2 表示正交矩阵, 进而可得 $U_2 L_1 L_2^{-1} U_2^{-1} = U_2 U_1^T U_1 U_2^T$. 由于 $U_2 U_1^T U_1 U_2^T$ 是一个实对称矩阵, 所以 $U_2 U_1^T U_1 U_2^T$ 可相似对角化, 即 $L_1 L_2^{-1}$ 可相似对角化. 存在可逆矩阵 S^T 满足 $S^T L_1 L_2^{-1} (S^T)^{-1} = \Lambda_{L_1 L_2^{-1}}$, $\Lambda_{L_1 L_2^{-1}}$ 表示对角阵. 令 $y = Sz$, 则

$$\begin{aligned} y^T L_1 y &= z^T S^T L_1 S z = z^T S^T (L_1 L_2^{-1}) L_2 S z \\ &= z^T S^T (L_1 L_2^{-1}) (S^T)^{-1} S^T L_2 S z = z^T \Lambda_{L_1 L_2^{-1}} S^T L_2 S z. \end{aligned} \quad (8)$$

由式 (8) 可知, $S^T L_1 S = \Lambda_{L_1 L_2^{-1}} S^T L_2 S$. $S^T L_1 S$ 和 $S^T L_2 S$ 是正定实对称矩阵, 所以 $\lambda_{\max}(L_1 L_2^{-1}) S^T L_2 S - \Lambda_{L_1 L_2^{-1}} S^T L_2 S$ 是实对称矩阵, 且 $S^T L_2 S$ 可合同变换于单位阵, 即存在正交矩阵 U_3 , 满足 $S^T L_2 S = U_3^T U_3$, 因此 $\lambda_{\max}(L_1 L_2^{-1}) S^T L_2 S - \Lambda_{L_1 L_2^{-1}} S^T L_2 S = (\lambda_{\max}(L_1 L_2^{-1}) I - \Lambda_{L_1 L_2^{-1}}) U_3^T U_3$. 因为 $(\lambda_{\max}(L_1 L_2^{-1}) I - \Lambda_{L_1 L_2^{-1}}) U_3^T U_3$ 相似于 $U_3 (\lambda_{\max}(L_1 L_2^{-1}) I - \Lambda_{L_1 L_2^{-1}}) U_3^T$, 而 $U_3 (\lambda_{\max}(L_1 L_2^{-1}) I - \Lambda_{L_1 L_2^{-1}}) U_3^T$ 的特征值非负, 所以 $(\lambda_{\max}(L_1 L_2^{-1}) I - \Lambda_{L_1 L_2^{-1}}) U_3^T U_3$ 的特征值也非负, 即 $(\lambda_{\max}(L_1 L_2^{-1}) I - \Lambda_{L_1 L_2^{-1}}) U_3^T U_3$ 为半正定实对称矩阵, 因此可得

$$\lambda_{\max}(L_1 L_2^{-1}) y^T L_2 y - y^T L_1 y = z^T (\lambda_{\max}(L_1 L_2^{-1}) I - \Lambda_{L_1 L_2^{-1}}) S^T L_2 S z \geq 0. \quad (9)$$

定理 1 如果集群系统模型如 2.2 小节所示, 且所有分组领导者和跟随者均采用控制协议 (4), 同时可以满足以下编队可行性条件:

$$\hat{B}_2 A h_i(t) - \hat{B}_2 \dot{h}_i(t) = 0, \quad i = 2, 3, \dots, 1 + M + N, \quad (10)$$

并且最小驻留时间 τ_0 满足 $\ln \mu - \kappa \tau_0 < 0$, 其中 $\mu = \max\{\lambda_{\max}(L_{\sigma(t_k+1)}^2 (L_{\sigma(t_k)}^2)^{-1}), k \in \{0, 1, 2, 3, \dots\}\}$, 则集群系统能够实现拓扑切换和扰动同时存在情况下的分组时变编队跟踪控制.

证明 首先将控制协议 (4) 代入式 (2) 中, 可得

$$\dot{x}_i(t) = A x_i(t) + B (u_i^{\text{nom}}(t) + \text{csgn}(u_i^{\text{nom}}(t)) + v_i(t) + d_i(t)). \quad (11)$$

定义 $\xi_i = \sum_{j=1}^{1+M} w_{\sigma(t)}^{ij} (1 - w_{\sigma(t)}^{ji}) x_j$, $\varpi_i = \sum_{j=1}^{1+M} w_{\sigma(t)}^{ij} (1 - w_{\sigma(t)}^{ji}) d_j$, $\vartheta_i = \sum_{j=1}^{1+M} w_{\sigma(t)}^{ij} (1 - w_{\sigma(t)}^{ji}) u_j$, 并令 $\varepsilon_i(t) = x_i(t) - h_i(t) - \xi_i(t)$, 其中 $i = 2, 3, \dots, 1 + M + N$, 定义 $d_1(t) = \varepsilon_1(t) = 0$. 根据式 (11) 可得

$$\dot{\varepsilon}_i(t) = A x_i(t) + B (u_i^{\text{nom}}(t) + \text{csgn}(u_i^{\text{nom}}(t)) + v_i(t) + d_i(t)) - \dot{h}_i(t) - \dot{\xi}_i(t). \quad (12)$$

因为 $\dot{\xi}_i(t) = A \xi_i(t) + B (\vartheta_i(t) + \varpi_i(t))$, 所以式 (12) 可化为

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_i(t) &= A \varepsilon_i(t) + B (u_i^{\text{nom}}(t) + \text{csgn}(u_i^{\text{nom}}(t))) \\ &\quad + B (v_i(t) + d_i(t) - \vartheta_i(t) - \varpi_i(t)) - \dot{h}_i(t) + A h_i(t). \end{aligned} \quad (13)$$

将 $u_i^{\text{nom}}(t)$ 代入式 (13), 可得

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_i(t) &= A \varepsilon_i(t) + B K \sum_{k=1}^{1+M+N} w_{\sigma(t)}^{ik} (\varepsilon_i(t) - w_{\sigma(t)}^{ki} \varepsilon_k(t)) + B \text{csgn} \left(K \sum_{k=1}^{1+M+N} w_{\sigma(t)}^{ik} (\varepsilon_i(t) - w_{\sigma(t)}^{ki} \varepsilon_k(t)) \right) \\ &\quad + B (d_i(t) - \vartheta_i(t) - \varpi_i(t)) + B v_i(t) - \dot{h}_i(t) + A h_i(t). \end{aligned} \quad (14)$$

首先分析 $B v_i(t) - \dot{h}_i(t) + A h_i(t)$, 令 $\varsigma(t) = B v_i(t) - \dot{h}_i(t) + A h_i(t)$, 因为 $v_i(t) = \hat{B}_1 (-A h_i(t) + \dot{h}_i(t))$, 所以

$$\varsigma(t) = B \hat{B}_1 (-A h_i(t) + \dot{h}_i(t)) - \dot{h}_i(t) + A h_i(t). \quad (15)$$

根据注释 2 可知 $\hat{B}$ 为非奇异矩阵, 则

$$\begin{aligned} \hat{B} \varsigma(t) &= \hat{B} (B \hat{B}_1 (-A h_i(t) + \dot{h}_i(t)) - \dot{h}_i(t) + A h_i(t)) \\ &= \begin{bmatrix} \hat{B}_1 (B \hat{B}_1 (-A h_i(t) + \dot{h}_i(t)) - \dot{h}_i(t) + A h_i(t)) \\ \hat{B}_2 (B \hat{B}_1 (-A h_i(t) + \dot{h}_i(t)) - \dot{h}_i(t) + A h_i(t)) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{B}_2(-\dot{h}_i(t) + Ah_i(t)) \end{bmatrix}. \quad (16)$$

当编队可行性条件 (10) 成立时, 可得 $\varsigma(t) = 0$, 因此式 (14) 可写为

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_i(t) = & A\varepsilon_i(t) + BK \sum_{k=1}^{1+M+N} w_{\sigma(t)}^{ik} (\varepsilon_i(t) - w_{\sigma(t)}^{ki} \varepsilon_k(t)) + B \text{csgn} \left(K \sum_{k=1}^{1+M+N} w_{\sigma(t)}^{ik} (\varepsilon_i(t) - w_{\sigma(t)}^{ki} \varepsilon_k(t)) \right) \\ & + B(d_i(t) - \vartheta_i(t) - \varpi_i(t)). \end{aligned} \quad (17)$$

令 $\varepsilon(t) = [\varepsilon_2^T(t), \dots, \varepsilon_{1+M+N}^T(t)]^T$, $d(t) = [d_2^T(t), \dots, d_{1+M+N}^T(t)]^T$, $\vartheta(t) = [\vartheta_2^T(t), \dots, \vartheta_{1+M+N}^T(t)]^T$, $\varpi(t) = [\varpi_2^T(t), \dots, \varpi_{1+M+N}^T(t)]^T$, 由式 (17) 可得

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) = & (I_{M+N} \otimes A + L_{\sigma(t)}^2 \otimes (BK)) \varepsilon(t) \\ & + c(I_{M+N} \otimes B) \text{sgn} \left((L_{\sigma(t)}^2 \otimes (BK)) \varepsilon(t) \right) \\ & - (I_{M+N} \otimes B) D(t), \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $D(t) = \vartheta(t) + \varpi(t) - d(t) \in \mathbb{R}^{m(M+N)}$. 构造李雅普诺夫函数:

$$V(t) = \varepsilon^T(t) \left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes P^{-1} \right) \varepsilon(t), \quad t \in [t_k, t_{k+1}), \quad k \in \{0, 1, 2, 3, \dots\}. \quad (19)$$

对 $V(t)$ 求一次导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \dot{\varepsilon}^T(t) \left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes P^{-1} \right) \varepsilon(t) + \varepsilon^T(t) \left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes P^{-1} \right) \dot{\varepsilon}(t) \\ = & \varepsilon^T(t) \left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes (P^{-1}A + A^T P^{-1}) + (L_{\sigma(t)}^2)^2 \otimes ((BK)^T P^{-1} + P^{-1}BK) \right) \varepsilon(t) \\ & + 2c\varepsilon^T(t) \left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes (P^{-1}B) \right) \text{sgn} \left((L_{\sigma(t)}^2 \otimes K) \varepsilon(t) \right) - 2\varepsilon^T(t) \left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes (P^{-1}B) \right) D(t). \end{aligned} \quad (20)$$

令 $\varphi(t) = (I_{M+N} \otimes P^{-1})\varepsilon(t)$, 即 $\varepsilon(t) = (I_{M+N} \otimes P)\varphi(t)$, 则式 (20) 可化为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \varphi^T(t) \left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes (AP + PA^T) + (L_{\sigma(t)}^2)^2 \otimes (P(BK)^T + BKP) \right) \varphi(t) \\ & + 2c\varphi^T(t) \left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes B \right) \text{sgn} \left((L_{\sigma(t)}^2 \otimes KP) \varphi(t) \right) - 2\varphi^T(t) \left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes B \right) D(t). \end{aligned} \quad (21)$$

因为 $K = -\delta B^T P^{-1}$ 且以下关系式成立:

$$x^T \text{sgn}(x) = \|x\|_1, \quad (22)$$

$$-\varphi^T(t) \left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes B \right) D(t) \leq \|D(t)\|_\infty \left\| \left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes B^T \right) \varphi(t) \right\|_1, \quad (23)$$

并根据假设 2 可知, $\|D(t)\|_\infty \leq \max\{\beta + \gamma, \eta + 2\gamma\}$, 所以

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \varphi^T(t) \left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes (AP + PA^T) + (L_{\sigma(t)}^2)^2 \otimes (-2\delta BB^T) \right) \varphi(t) \\ & - 2c\varphi^T(t) \left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes B \right) \text{sgn} \left((L_{\sigma(t)}^2 \otimes \delta B^T) \varphi(t) \right) - 2\varphi^T(t) \left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes B \right) D(t) \\ \leq & \varphi^T(t) \left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes (AP + PA^T) + (L_{\sigma(t)}^2)^2 \otimes (-2\delta BB^T) \right) \varphi(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2c\left\|\left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes B^T\right) \varphi(t)\right\|_1+2\|D(t)\|_{\infty}\left\|\left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes B^T\right) \varphi(t)\right\|_1 \\
& \leq \varphi^T(t)\left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes\left(A P+P A^T\right)+\left(L_{\sigma(t)}^2\right)^2 \otimes\left(-2 \delta B B^T\right)\right) \varphi(t) .
\end{aligned} \quad (24)$$

进一步根据引理 1 和算法 1 可得

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) & \leq \varphi^T(t)\left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes\left(A P+P A^T\right)-2 \delta \lambda_{\sigma(t)}^{\min } L_{\sigma(t)}^2 \otimes\left(B B^T\right)\right) \varphi(t) \\
& \leq \varphi^T(t)\left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes\left(A P+P A^T\right)-L_{\sigma(t)}^2 \otimes\left(B B^T\right)\right) \varphi(t) \\
& \leq \varphi^T(t)\left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes\left(B B^T-\kappa P\right)-L_{\sigma(t)}^2 \otimes\left(B B^T\right)\right) \varphi(t) \\
& = \varphi^T(t)\left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes\left(-\kappa P\right)\right) \varphi(t) \\
& = -\kappa \varepsilon^T(t)\left(L_{\sigma(t)}^2 \otimes P^{-1}\right) \varepsilon(t)=-\kappa V(t), \quad \forall t \in\left[t_k, t_{k+1}\right) .
\end{aligned} \quad (25)$$

由式 (25) 可知

$$V(t) \leq e^{-\kappa\left(t-t_k\right)} V\left(t_k\right), \quad \forall t \in\left[t_k, t_{k+1}\right) . \quad (26)$$

因为通信拓扑关系在 $t=t_k$ 时发生变化, 且 $\varepsilon(t)$ 是连续的, 根据引理 2 可得

$$V\left(t_k\right) \leq \mu V\left(t_k^{-}\right) . \quad (27)$$

进而可得

$$V(t) \leq \mu e^{-\kappa\left(t-t_k\right)} V\left(t_k^{-}\right), \quad \forall t \in\left[t_k, t_{k+1}\right) . \quad (28)$$

运用递归方法, 可以得到

$$V(t) \leq \mu^k e^{-\kappa\left(t-t_0\right)} V\left(t_0\right), \quad \forall t \in\left[t_k, t_{k+1}\right) . \quad (29)$$

因为 $t-t_0=t-t_k+\left(t_k-t_{k-1}\right)+\cdots+\left(t_1-t_0\right) \geq t-t_k+k \tau_0$, 所以

$$V(t) \leq e^{k \ln \mu-\kappa\left(t-t_0\right)} V\left(t_0\right) \leq e^{k\left(\ln \mu-\kappa \tau_0\right)-\left(t-t_k\right)} V\left(t_0\right), \quad \forall t \in\left[t_k, t_{k+1}\right) . \quad (30)$$

又因为 $\ln \mu-\kappa \tau_0 < 0$, 所以 $\lim _{t \rightarrow \infty}(V(t))=0$, 因而可得 $\lim _{t \rightarrow \infty}(\varepsilon(t))=0$. 根据定义 1 可知, 集群系统实现了拓扑切换和外部扰动同时存在情况下的分组时变编队跟踪控制.

注释 5 算法 1 的 Step 2 中矩阵不等式有解的条件是集群系统矩阵 (A, B) 是可镇定的^[22]. 如果 $h(t) \neq 0$ 且 $\dot{h}(t) \equiv 0$, 则本文研究的问题由时变编队转化为时不变编队, 而关于时不变的分组编队跟踪问题也没有被研究. 算法 1 中的参数选取十分重要, 选取合适的参数 δ 和 c 可以避免过高的增益或者过慢的系统响应, 而参数 κ 的选取则会影响到最小驻留时间 τ_0 和增益矩阵 K 的选取.

4 数值仿真

考虑由 1 个虚拟领导者, 2 个分组领导者和 9 个跟随者所组成的三阶集群系统, 虚拟领导者的编号为 1, 分组领导者的编号为 2 和 3, 跟随者的编号为 4~12, 为了不失一般性, 编号为 2 和 3 的两个分组领导者交替接收虚拟领导者的信息, 编号为 4, 5, 7, 8, 10 的跟随者交替接收其分组领导者的信息, 整个集群系统的通信拓扑关系如图 2 所示. 所有智能体的模型与 2.2 小节相对应, 选取系统矩阵:

$$A=\left[\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.01 & 0.02 \end{array}\right], \quad B=\left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \end{array}\right] .$$

图 2 (网络版彩图) 集群系统通信拓扑关系

Figure 2 (Color online) Interaction topologies of cluster systems

图 3 (网络版彩图) 拓扑关系信号指数 $\sigma(t)$ Figure 3 (Color online) The index $\sigma(t)$

图 4 (网络版彩图) 集群系统分组时变编队跟踪误差

Figure 4 (Color online) Tracking errors of time-varying group formation

虚拟领导者的初始状态和控制输入被设定为 $x_1(0) = [4, 0, -4]^T$, $u_1 = 4\sin(t)$. 分组领导者和跟随者的控制输入采用控制协议 (4), 分组领导者和跟随者的初始状态和未知扰动在 $(-6, 6)$ 之间随机选取, 设计如下的分组时变编队函数:

$$\begin{cases} h_i(t) = [3\cos(i\pi), 0, 0]^T, & i = 2, 3, \\ h_i(t) = \left[\cos\left(\frac{i}{2}\pi + t\right), -\sin\left(\frac{i}{2}\pi + t\right), -\cos\left(\frac{i}{2}\pi + t\right) \right]^T, & i = 4, 5, 6, 7, \\ h_i(t) = \left[\cos\left(\frac{2i-6}{5}\pi + t\right), -\sin\left(\frac{2i-6}{5}\pi + t\right), -\cos\left(\frac{2i-6}{5}\pi + t\right) \right]^T, & i = 8, 9, \dots, 12, \end{cases}$$

选取 $\kappa = 1$, $c = 10$, 并由算法 1 可得

$$P = \begin{bmatrix} 5.7168 & -2.8793 & 0.9718 \\ -2.8793 & 1.9305 & -0.9717 \\ 0.9718 & -0.9717 & 0.9775 \end{bmatrix},$$

进而根据算法 1 和定理 1 可得 $K = [-6.3185, -18.8969, -18.8185]$, $\mu = 8.2909$ 和 $\tau_0 = 2.1152$ s.

依据现有资料, 拒止环境所引起的拓扑切换周期通常在秒级. 为了尽可能模拟实际应用场景, 选取驻留时间 $\tau_0=3$ s, 集群系统通信拓扑的切换关系如图 3 所示, 横轴表示时间, 纵轴中数字 1, 2, 3 分别对应图 2 中的 3 种通信拓扑结构 G_1 , G_2 , G_3 . 图 4 给出了集群系统的分组编队跟踪误差 (定义

图 5 (网络版彩图) 集群系统的状态轨迹与部分时刻的状态信息

Figure 5 (Color online) The trajectory and states at certain time of cluster systems

$\varepsilon_i^e(t) \triangleq \|\varepsilon_i\|_2 = \|x_i(t) - h_i(t) - \sum_{j=1}^{1+M} w_{\sigma(t)}^{ij} (1 - w_{\sigma(t)}^{ji}) x_j\|_2, i = 2, \dots, 12$, 从图中可以看出, 分组编队跟踪误差大约 10 s 后收敛到 0. 整个系统的状态轨迹如图 5 中虚点所示, 图中还包括虚拟领导者, 分组领导者和跟随者在 $t = 0, 10, 20$ s 时的运动状态, 其中虚拟领导者用黑色六角星表示, 分组领导者用绿色五角星来表示, 跟随者用红色和蓝色其他形状表示. 通过仿真结果可以看出, 集群系统在满足驻留时间条件和编队可行性条件的情况下, 采用控制协议 (4), 能够实现分组时变编队跟踪控制. 由于实际物理系统大多为二阶模型, 为了更贴合实际应用, 以四旋翼无人机为例, 经过线性化处理, 无人机的模型可简化为

$$\begin{cases} \ddot{x} = (-\phi \sin \psi - \theta \cos \psi) \frac{u_1}{m}, \\ \ddot{y} = (-\theta \sin \psi + \phi \cos \psi) \frac{u_1}{m}, \\ \ddot{z} = -\frac{u_1}{m} + g, \\ \ddot{\phi} = \frac{u_2 L}{I_{xx}}, \\ \ddot{\theta} = \frac{u_3 L}{I_{yy}}, \\ \ddot{\psi} = \frac{u_4 L}{I_{zz}}, \end{cases}$$

其中 (x, y, z) 为导航坐标系下的三维位置信息, (ϕ, θ, ψ) 为机体欧拉角, 分别代表俯仰角、横滚角和偏航角, I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} 表示机身转动惯量, L 表示各旋翼中心到机身中心之间的距离, m 为机身质量, g 为重力加速度, u_1, u_2, u_3, u_4 为控制输入. 具体公式推导详见文献 [23]. 当无人机的偏航角定义为 $\psi = 0$ 且保持不变时, XY 平面上的方程可进一步简化为 $\ddot{x} = \theta \frac{u_1}{m}, \ddot{y} = \phi \frac{u_1}{m}$, 从而 X 轴方向的位置只与横滚角 θ 有关, Y 轴方向的位置只与俯仰角 ϕ 有关, 两个方向上的控制实现解耦. 图 6 为四旋翼无人机的单机控制结构示意图. 根据姿态环与位置环控制时间常数数量级的差异, 可将两个环近似解耦, 即整个无人机的模型可以看作一个四输入六输出的线性系统模型, 并且能够实现对输出量的解耦控制.

图 6 无人机控制结构示意图

Figure 6 Control structure for UAV

综上所述, 以无人机集群系统位置环控制为例进行仿真验证, 无人机集群系统模型的系统矩阵可近似为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

考虑由 1 个虚拟领导者和 11 架无人机组成的二阶集群系统, 11 架无人机中包括 2 个分组领导者和 9 个跟随者, 集群系统的航迹信息由虚拟领导者提供. 航迹信息设定的背景是多架无人机分组编队从作战指挥部起飞, 在以指挥部为圆心的一定半径区域内进行协同侦查, 并在侦查中受到外部扰动、电磁干扰, 以及航迹上存在障碍物阻挡需要主动规避的情形. 仿真中仅考虑无人机集群系统在二维 XY 平面上的运动状态 (增加 Z 轴方向上的控制输入可直接扩展成三维立体运动). 令 $x_i^X(t), v_i^X(t) \in \mathbb{R}$, $x_i^Y(t), v_i^Y(t) \in \mathbb{R}$ 分别表示 X 轴和 Y 轴方向上的位置和速度. 虚拟领导者在 X 轴和 Y 轴方向上的控制输入分别设定为 $u_1^X = 2.4 \cos(t) - 1.2t \sin(t)$ 和 $u_1^Y = -2.4 \sin(t) - 1.2t \cos(t)$. 虚拟领导者的初始位置设定在坐标原点, 在 X 轴和 Y 轴方向上的初始速度分别为 0 和 1.2. 11 架无人机的初始速度为 0, 初始位置以及未知扰动在 $(-4, 4)$ 之间随机选取, 控制输入都采用控制协议 (4). 通信拓扑关系以及拓扑切换信号如图 2 和 3 所示保持不变. 设计如下的分组时变编队函数:

$$\begin{cases} h_i^X(t) = [2 \sin(i\pi + t), 2 \cos(i\pi + t)]^T, & i = 2, 3, \\ h_i^X(t) = \left[\sin\left(\frac{i}{2}\pi + t\right), \cos\left(\frac{i}{2}\pi + t\right) \right]^T, & i = 4, 5, 6, 7, \\ h_i^X(t) = \left[\sin\left(\frac{2i-6}{5}\pi + t\right), \cos\left(\frac{2i-6}{5}\pi + t\right) \right]^T, & i = 8, 9, \dots, 12, \\ h_i^Y(t) = [2 \cos(i\pi + t), -2 \sin(i\pi + t)]^T, & i = 2, 3, \\ h_i^Y(t) = \left[\cos\left(\frac{i}{2}\pi + t\right), -\sin\left(\frac{i}{2}\pi + t\right) \right]^T, & i = 4, 5, 6, 7, \\ h_i^Y(t) = \left[\cos\left(\frac{2i-6}{5}\pi + t\right), -\sin\left(\frac{2i-6}{5}\pi + t\right) \right]^T, & i = 8, 9, \dots, 12. \end{cases}$$

类似上述三阶系统仿真的求解过程, 整个无人机集群系统的运动轨迹如图 7~9 中虚点所示, 3 张图中还包括虚拟领导者, 分组领导者和跟随者在 $t = 0, 10.5, 11, 14.5, 15, 20$ s 时的位置信息和障碍物信

图7 (网络版彩图) 不考虑障碍物时无人机集群系统的航迹信息和部分时刻位置信息

Figure 7 (Color online) The trajectory and states at certain time of UAV cluster systems without considering obstacles

图8 (网络版彩图) 无人机集群系统通过更改航迹指令来规避障碍物示意图

Figure 8 (Color online) UAV cluster systems evade obstacles by changing track instructions

图9 (网络版彩图) 无人机集群系统通过组间协同配合来规避障碍物示意图

Figure 9 (Color online) UAV cluster systems evade obstacles by cooperative cooperation among groups

息 (用紫色实心圆点表示), 其中图7表示在不考虑障碍物的情况下无人机集群系统的侦查轨迹和各架无人机的位置信息, 图8表示无人机集群系统通过改变虚拟领导者的控制输入 $u_1(t)$ 更改航迹指令以规避障碍物, 图9表示无人机集群系统通过组间协同配合改变一个或多个分组领导者与虚拟领导者之间的相对位置函数 $h_i^X(t) = [2\sin(i\pi + t), 2\cos(i\pi + t)]^T$, $h_i^Y(t) = [2\cos(i\pi + t), -2\sin(i\pi + t)]^T$, $i = 2, 3$ 以达到规避障碍物的目的. 令 $\hat{x}_i^X = [x_i^X(t), v_i^X(t)]^T$, $\hat{x}_i^Y = [x_i^Y(t), v_i^Y(t)]^T$, 无人机集群系统的分组时变编队跟踪误差定义为

$$\varepsilon_i^{XY}(t) = \left\| \hat{x}_i^X(t) - h_i^X(t) - \sum_{j=1}^{1+M} w_{\sigma(t)}^{ij} (1 - w_{\sigma(t)}^{ji}) \hat{x}_j^X \right\|_2$$

图 10 (网络版彩图) (a) 与图 7 相对应的无人机集群系统分组编队跟踪误差; (b) 与图 8 相对应的无人机集群系统分组编队跟踪误差; (c) 与图 9 相对应的无人机集群系统分组编队跟踪误差

Figure 10 (Color online) Tracking errors of time-varying group formation of UAV cluster systems corresponding to (a) Figure 7, (b) Figure 8, and (c) Figure 9

图 11 (网络版彩图) 无人机集群系统分组时变编队穿越障碍

Figure 11 (Color online) UAV cluster systems cross obstacle with time-varying group formation

$$+ \left\| \hat{x}_i^Y(t) - h_i^Y(t) - \sum_{j=1}^{1+M} w_{\sigma(t)}^{ij} (1 - w_{\sigma(t)}^{ji}) \hat{x}_j^Y \right\|_2.$$

图 10(a)~(c) 分别对应图 7~9 中无人机集群系统的分组时变编队跟踪误差. 通过对比分析可得, 不考虑障碍物或通过更改航迹指令来规避障碍物时, 无人机集群系统的分组时变编队跟踪误差大约 6 s 后收敛到 0, 通过组间协同配合来规避障碍物时, 分组领导者与虚拟领导者相对位置函数发生改变的瞬间, 分组领导者对虚拟领导者的跟踪误差会短暂增大, 但会迅速收敛到 0.

在实际应用中, 本文提出的分组时变编队跟踪控制思想在拒止条件下得到了验证, 展现出较强的复杂电磁环境实战能力, 展示了“蜂群”智能作战样式的“雏形”. 图 11 为无人机分组时变编队穿越障碍瞬间 (图中红色柱子为障碍杆).

5 总结

本文研究了高阶线性集群系统的分组时变编队跟踪控制问题,并考虑了拓扑切换和外部扰动同时存在情况下对系统稳定性的影响,进而设计了一种分布式的控制协议,只利用了邻居的状态信息.整个系统的状态轨迹都可以由虚拟领导者的输入来控制,分组领导者之间存在相互通信,从而使小组间可以相互影响,而跟随者之间则形成期望的时变编队并完成跟踪控制.在实际应用中,环境变化造成的通信拓扑改变和外部扰动不可避免,所以本文研究的方法具有重要的现实意义.

参考文献

- 1 Ray R J, Cobleigh B R, Vachon M J. Flight test techniques used to evaluate performance benefits during formation flight. In: Proceedings of AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit, 2002. 4492
- 2 Zhong Q, Wang D D, Shao S K, et al. Research status and development of multi UAV coordinated formation flight control. J Harbin Inst Tech, 2017, 49: 1–14 [宗群, 王丹丹, 邵士凯, 等. 多无人机协同编队飞行控制研究现状及发展. 哈尔滨工业大学学报, 2017, 49: 1–14]
- 3 Desai J P, Ostrowski J P, Kumar V. Modeling and control of formations of nonholonomic mobile robots. IEEE Trans Robot Autom, 2001, 17: 905–908
- 4 Lewis M A, Tan K H. High precision formation control of mobile robots using virtual structures. Auton Robots, 1997, 4: 387–403
- 5 Balch T, Arkin R C. Behavior-based formation control for multirobot teams. IEEE Trans Robot Automat, 1998, 14: 926–939
- 6 Beard R W, Lawton J, Hadaegh F Y. A coordination architecture for spacecraft formation control. IEEE Trans Contr Syst Technol, 2001, 9: 777–790
- 7 Takahashi H, Nishi H, Ohnishi K. Autonomous decentralized control for formation of multiple mobile robots considering ability of robot. IEEE Trans Ind Electron, 2004, 51: 1272–1279
- 8 Ren W. Consensus strategies for cooperative control of vehicle formations. IET Control Theor Appl, 2007, 1: 505–512
- 9 Dong X W, Hu G Q. Time-varying formation control for general linear multi-agent systems with switching directed topologies. Automatica, 2016, 73: 47–55
- 10 Wang R, Dong X W, Li Q D, et al. Distributed adaptive formation control for linear swarm systems with time-varying formation and switching topologies. IEEE Access, 2016, 4: 8995–9004
- 11 Hua Y Z, Dong X W, Li Q D, et al. Robust adaptive time-varying formation control for high-order linear uncertain multi-agent systems. In: Proceedings of 2017 36th Chinese Control Conference (CCC), Dalian, 2017. 8349–8354
- 12 Yu J L, Dong X W, Li Q D, et al. Distributed time-varying formation control for second-order nonlinear multi-agent systems based on observers. In: Proceedings of 2017 29th Chinese Control And Decision Conference (CCDC), Chongqing, 2017. 6313–6318
- 13 Xiao W, Yu J L, Wang R, et al. Time-varying formation control for time-delayed multi-agent systems with general linear dynamics and switching topologies. Unmanned Syst, 2019, 7: 3–13
- 14 Dong X W, Zhou Y, Ren Z, et al. Time-varying formation tracking for second-order multi-agent systems subjected to switching topologies with application to quadrotor formation flying. IEEE Trans Ind Electron, 2017, 64: 5014–5024
- 15 Yu J L, Dong X W, Li Q D, et al. Practical time-varying formation tracking for second-order nonlinear multiagent systems with multiple leaders using adaptive neural networks. IEEE Trans Neural Netw Learn Syst, 2018, 29: 6015–6025
- 16 Li X D, Dong X W, Li Q D, et al. Time-varying formation tracking control for multi-agent systems with input saturation. In: Proceedings of 2017 36th Chinese Control Conference (CCC), Dalian, 2017. 8737–8742
- 17 Yu J L, Dong X W, Li Q D, et al. Robust H_∞ guaranteed cost time-varying formation tracking for high-order multiagent systems with time-varying delays. IEEE Trans Syst Man Cybern Syst, 2018. doi: 10.1109/TSMC.2018.2883516
- 18 Hua Y Z, Dong X W, Han L, et al. Finite-time time-varying formation tracking for high-order multiagent systems with mismatched disturbances. IEEE Trans Syst Man Cybern Syst, 2018. doi: 10.1109/TSMC.2018.2867548
- 19 Dong X W, Li Q D, Zhao Q L, et al. Time-varying group formation analysis and design for second-order multi-agent

- systems with directed topologies. *Neurocomputing*, 2016, 205: 367–374
- 20 Li Y F, Dong X W, Li Q D, et al. Time-varying group formation control for second-order multi-agent systems with switching directed topologies. In: *Proceedings of 2017 36th Chinese Control Conference (CCC)*, Dalian, 2017. 8530–8535
 - 21 Wang F Y, Yang H Y, Zhang S N, et al. Containment control for first-order multi-agent systems with time-varying delays and uncertain topologies. *Commun Theor Phys*, 2016, 66: 249–255
 - 22 Li Z K, Duan Z S, Chen G R, et al. Consensus of multiagent systems and synchronization of complex networks: a unified viewpoint. *IEEE Trans Circ Syst I*, 2010, 57: 213–224
 - 23 Tian L. The control of unmanned aerial vehicle based on PID and LESO. *Nav Positioning Timing*, 2018, 5: 41–46 [田磊. 基于 PID 和 LESO 的无人机控制. *导航定位与授时*, 2018, 5: 41–46]

Distributed time-varying group formation tracking for cluster systems under switching topologies

Lei TIAN^{1,2}, Mengyi WANG⁴, Qilun ZHAO⁴, Xiaodong WANG⁴, Xun SONG^{4*} & Zhang REN^{1,2,3}

1. *School of Automation Science and Electronic Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China ;*
2. *Science and Technology on Aircraft Control Laboratory, Beihang University, Beijing 100191, China;*
3. *Advanced Innovation Center for Big Data and Brain Computing, Beihang University, Beijing 100191, China;*
4. *Beijing Institute of Electronic System Engineering, Beijing 100854, China*

* Corresponding author. E-mail: songxun_buaa@163.com

Abstract Distributed formation control is one of the basic important subjects of cluster intelligent control. Denial environments and multi-task requirements present new challenges to formation control. This paper investigates the time-varying group formation tracking control problem for high-order linear cluster systems. It divides the agents in the cluster systems into three classes: the virtual leader, the group leaders, and the followers. The virtual leader provides reference trajectories or tracking instructions for the macro-movement of the cluster systems. The group leaders track these trajectories and instructions and ensure the coordination among the subgroups by communicating with each other. The followers track the state of the subgroup leaders and realize the desired formation. Under switching topologies and external disturbances, a distributed time-varying group formation tracking control protocol is constructed based on the neighboring information feedback among agents and the sliding mode control theory, and an algorithm is proposed to determine the unknown parameters of this protocol. Then, the closed-loop stability of such cluster systems is proven by using the Lyapunov theory. Finally, numerical simulations demonstrate that the proposed approach can achieve time-varying group formation tracking for high-order linear cluster systems.

Keywords denial environment, high-order linear cluster systems, time-varying group formation tracking, switching topologies, external disturbances

Lei TIAN received the B.E. degree from Chinese People's Liberation Army Aviation School, Beijing, China, in 2013. He is currently pursuing the masters' degree at the School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing, China. His current research interest includes cooperative control of multiagent systems.

Mengyi WANG received the B.E. degree in navigation guidance and control technology from Beihang University, in 2004, and the Ph.D. degree in navigation guidance and control technology from the School of the China Aerospace Science Defense Technology Academy, in 2009. He has been devoted himself over a long period of time in the research of high-precision guidance and control system, and his current research interests include swarm intelligent control, cooperative guidance and attack-defense confrontation of intelligent unmanned system.

Qilun ZHAO received the Ph.D. degree in the School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing, China, in 2018. His research interests include cooperative guidance and control.

Zhang REN the B.E., M.E., and Ph.D. degrees in aircraft guidance, navigation, and simulation from Northwestern Polytechnical University, Xi'an, China, in 1982, 1985, and 1994, respectively. He is currently a professor at the School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing, China. His current research interests include aircraft guidance, navigation and control, fault detection, isolation and recovery, and cooperative control of multiagent systems.