Are there stable high-atomic-number elements?

是否存在稳定的高原子序数原子? ——狄拉克材料中的原子塌缩现象

刘海文¹, 王慧超², 王健^{2,3*}

1. 北京师范大学物理学系高等量子研究中心, 北京 100875;

2. 北京大学物理学院量子材料科学中心, 北京 100871;

3. 量子物质科学协同创新中心, 北京 100871

* 联系人, E-mail: jianwangphysics@pku.edu.cn

2017-09-27 收稿, 2017-10-07 修回, 2017-10-10 接受, 2017-11-23 网络版发表

国家重大科学研究计划(2013CB934600, 2017YFA0303302)和国家自然科学基金(11774008)资助

摘要 相对论量子力学预言当原子序数超过某一特定值时, 原子会发生塌缩现象. 然而这一重要理论预言仍未得到实验的直接证实. 狄拉克材料中的准粒子满足相对论性方程, 并且体系的精细结构常数远大于真空中取值, 因而可以用来探究原子塌缩现象. 最近在狄拉克半金属中发现一种全新的以磁场对数为周期的磁阻振荡, 表明体系中准粒子存在原子塌缩现象和伴随出现的离散标度不变性.

关键词 原子塌缩, 离散标度不变性, 狄拉克半金属, 磁阻振荡

自然界中的精细结构常数 $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137}$, 可

以用来衡量基本粒子电磁相互作用的强度. 当原子序数 Z 满足 $Z\alpha > 1$ 时, 超重原子在强库仑势作用下会发生塌缩——即超临界塌缩现象^[1,2]. 这一现象是相对论量子力学理论的重要预言, 然而由于自然界中缺乏超重原子, 这一预言没有得到实验直接证实^[3]. 回顾相对论量子力学中的原子塌缩现象, 体系的总能量为

$$E(R) = \sqrt{\left(\frac{c\hbar}{R}\right)^2 + (mc^2)^2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R}. \quad (1)$$

体系能量极小值点的位置 $R=R_*$ 满足关系式: $(\partial E/\partial R)_{R=R_*} = 0$. 给出极值点的关系式为

$$\sqrt{1 + (mcR_*/\hbar)^2} = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar c}{Ze^2}, \text{ 其中 } \frac{4\pi\epsilon_0\hbar c}{e^2} \approx 137,$$

故当原子序数 Z 小于 137 时体系存在正能解, 可以出现稳定的原子. 当原子序数大于 137 时, 我们可以看出体系的总能量在 $R \rightarrow \infty$ 时能量为 mc^2 , 而当 $R \rightarrow 0$ 能量为负无穷; 此时原子会出现失稳, 不存在类氢原子的能级解. 这一特性也可以从狄拉克方程在库仑势中的类氢原子解中看出^[2]:

$$E_{n,j} = mc^2 \left[1 + \frac{(Z\alpha)^2}{\left(n - |j| + \sqrt{j^2 - (Z\alpha)^2}\right)} \right]^{-1/2}, \quad (2)$$

其中量子数 $n=1, 2, 3; j=\pm 1, \pm 2, \pm 3$ 并且精细结构常数 $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c \approx 1/137$. 显然当原子序数 Z 超过临界值 137 时, 能量存在复数解, 对应体系出现失稳发生原子塌缩. 考虑到真实的原子核有一定尺寸 R_0 , 当 $R < R_0$ 将库仑势能截断, 理论预言这一临界原子序数

引用格式: 刘海文, 王慧超, 王健. 是否存在稳定的高原子序数原子?——狄拉克材料中的原子塌缩现象. 科学通报, 2018, 63: 601–605

Liu H W, Wang H C, Wang J. Are there stable high-atomic-number elements?—Atomic collapse in Dirac materials (in Chinese). Chin Sci Bull, 2018, 63: 601–605, doi: 10.1360/N972017-01034

约为170^[1,2]. 正因为如此, 自然界中的原子序数有最大临界值. 这一现象在40年前已受到关注, 研究者预言在超重原子中, 离散的束缚态能级将会变成共振态形式的准束缚态^[1], 引起了科学界的广泛兴趣. 然而, 超临界元素的探测和超临界原子塌缩方面的实验研究面临着巨大挑战, 例如超重原子合成要求加速器极高能量并且实验耗资巨大^[3], 因此超临界原子塌缩的理论预言迄今仍未得到实验的直接证实.

狄拉克材料体系为研究超临界原子塌缩现象提供了新的研究平台. 例如, 近年来受到广泛关注的狄拉克半金属和石墨烯体系. 由于采用无质量狄拉克方程描述, 狄拉克半金属材料与石墨烯体系等狄拉克材料中的准粒子与高能相对论性粒子有很多相似之处, 为我们提供了在凝聚态体系中观测超临界原子塌缩现象等相对论性量子现象的平台.

对于极端相对论带电粒子, 其体系的总能量为 $E(\vec{p}, R) = v|\vec{p}| - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R}$, Ze 为相对静止的中心电荷的电量. 考虑到体系满足球对称性, 我们引入径向动量 p_r 和角动量 $\hbar\kappa$, 在 WKB(Wentzel-kramers-Brillouin) 近似下体系的径向动量可以表述为^[4]:

$$p_r^2 = \frac{1}{v^2} \left(E + \frac{Ze^2}{R} \right)^2 - \frac{\kappa^2 \hbar^2}{R^2}. \quad (3)$$

可以看出对于准束缚态解 ($E < 0$), 体系存在一个经典意义下的禁闭区域 $R_1 < R < R_2$, 其中 $R_{1,2} = \frac{Ze^2 \mp \kappa \hbar v}{|E|}$.

考虑半经典的量子化条件我们可以得出:

$$\int_{R_0}^{R_1} p_r dr = \hbar(n + \gamma)\pi, \quad (4)$$

其中 γ 为小于1的常数. 这里我们考虑真实体系存在最小尺度截断 R_0 (通常对应到晶格长度). 这样我们得到体系的准束缚态能谱为

$$E_n \approx -\frac{\hbar v}{R_0} e^{-\frac{n\pi}{\sqrt{(Z\alpha)^2 - \kappa^2}}}. \quad (5)$$

从中可以看出体系满足一种新的对称性, 即离散标度不变性. 由于体系存在 Klein 隧穿, 体系存在一定的隧穿概率, 准束缚态的能级展宽 Γ_n 满足关系式:

$$\frac{\Gamma_n}{E_n} \approx e^{-2\pi(Z\alpha - \sqrt{(Z\alpha)^2 - \kappa^2})}. \quad (6)$$

离散标度不变性是一种新奇的物理特性, 在经典物理体系中存在非线性方程导致的分形结构

中^[5]. 在量子体系中, 只有当体系哈密顿量同时满足标度不变性和量子化两个条件才会出现离散标度不变性. 这些苛刻的限制导致该特性在量子体系中十分罕见, 目前已知的仅有 Efimov 三体束缚态这一个例子^[6]. 借助于超冷原子实验技术的快速发展, Efimov 三体束缚态及其离散标度不变性的观测激发了相关领域极大的研究热情^[7,8]. 然而在凝聚态体系中尚未观测到类似效应. 之前已经提到在拓扑半金属材料中, 准粒子体系满足无质量的狄拉克方程, 当考虑库仑吸引势时, 体系同时满足标度不变性和存在量子化这两个导致离散标度不变性的条件, 因而准束缚态能谱满足离散标度不变性 (见 (5) 式). 进一步地, 该体系的径向方程类似于 Efimov 方程, 故会存在 Efimov 类型的准束缚态.

拓扑半金属材料提供了一个同时观测原子超临界塌缩及其离散标度不变性的实验平台^[4]. 我们近期的实验发现拓扑材料 $ZrTe_5$ 等体系中存在一种新奇的以外磁场的对数为周期的磁阻振荡^[4]. 目前已知的磁阻振荡有两大类型: (1) 由体系形成朗道能级而出现的周期正比于 $1/B$ 的磁阻振荡, 例如 Shubnikov-de Haas 振荡; (2) 由于量子干涉效应引起周期正比于 B 的磁阻振荡, 例如 Aharonov-Bohm 振荡. 我们在 $ZrTe_5$ 等拓扑半金属中发现的对数周期振荡与目前已知的磁阻振荡机制完全不同, 反映出体系中存在离散标度不变性. 通过理论分析, 我们发现体系中存在两种有效载流子, 其中轻空穴满足无质量狄拉克方程而重电子满足薛定谔方程且充当中心电荷. 由于 $ZrTe_5$ 中的有效光速约为 4.5×10^5 m/s, 大约是真空中光速的 $1/700$, 体系的精细结构常数 $\alpha \approx 4.87$, 故即使中心电荷 $Z=1$, 体系仍满足超临界塌缩特性, 此时体系中出现满足离散标度不变性的准束缚态. 当外加磁场, 以及当磁长度与准束缚态的最概然半径可比时, 准束缚态被逐个打破, 对应的磁场值满足等比数列, 进而导致体系出现对数周期磁阻振荡 (图1). 实验测得磁场的公比与理论计算结果可以较好符合. 这样, 因为拓扑半金属体系的精细结构常数远大于真空中取值, 我们可以通过凝聚态材料中的准粒子构造来研究超临界原子塌缩现象以及相应的准束缚态. 由于系统中无质量狄拉克费米子的存在, 其准束缚态具备早期重原子理论不曾预言的离散标度不变性.

石墨烯体系也是近年来受到极大关注的狄拉克材料体系. 石墨烯的有效光速 v 是真空中光速 c 的

图 1 (网络版彩色)呈对数周期规律的量子振荡与Efimov类型的准束缚态. (a) 拓扑金属中的磁阻对数振荡示意图. 横坐标是对数磁场(任意单位), 纵坐标是磁阻的震荡(任意单位). 磁阻振荡的峰和谷所对应的磁场大小满足等比数列特性; (b) 拓扑金属材料中电子空穴对形成的Efimov类型的准束缚态示意图, 该束缚态满足离散标度不变性

Figure 1 (Color online) The $\log B$ periodic magneto-resistance oscillations and the Efimovian quasi-bound states. (a) Schematic of magneto-resistance quantum oscillations showing the $\log B$ periodicity; (b) schematic of the Efimovian quasi-bound states composed of a Weyl-type massless hole and a massive electron via Coulomb attraction

1/300, 故精细结构常数 α 较真空中取值大很多倍. 因此, 理论上石墨烯体系带电杂质会诱导体系出现超临界原子塌缩现象^[9]. 近期的扫描电子显微镜实验通过探测带电杂质附近局域态密度的变化, 发现了超临界原子塌缩现象和离散标度不变性存在的迹象^[10].

总而言之, 狄拉克材料为探究相对论量子现象提供了新的实验体系, 这类材料的有效光速远小于

真空光速, 精细结构常数 α 取值可以大于1, 体系容易出现重原子实验很难实现的超临界塌缩现象. 此外, 这种新奇的Efimov类型的准束缚态还满足离散标度不变性, 这是早期超临界原子塌缩理论所未曾预言的. 这一发现也启示人们, 在强磁场、极低温等极端条件下, 可以通过输运测量、谱学测量等较为容易实现的实验手段在凝聚态系统中去探究新奇的相对论量子现象.

致谢 感谢北京大学物理学院量子材料科学中心谢心澄院士对本文相关研究工作的合作指导.

参考文献

- 1 Zeldovich Y B, Popov V S. Electronic structure of superheavy atoms. *Sov Phys Usp*, 1972, 14: 673–694
- 2 Greiner W, Muller B, Rafelski J. *Quantum Electrodynamics of Strong Fields*. Berlin: Springer-Verlag, 1985
- 3 Popov V S. Critical charge in quantum electrodynamics. *Phys Atom Nuclei*, 2001, 64: 367–392
- 4 Wang H C, Liu H W, Li Y N, et al. Discrete scale invariance and fermionic Efimov states in ultra-quantum ZrTe₅. *arXiv:1704.00995*
- 5 Sornette D. Discrete-scale invariance and complex dimensions. *Phys Rep*, 1998, 297: 239–270
- 6 Braaten E, Hammer H W. Universality in few-body systems with large scattering length. *Phys Rep*, 2006, 428: 259–390
- 7 Kraemer T, Mark M, Waldburger P, et al. Evidence for Efimov quantum states in an ultracold gas of caesium atoms. *Nature*, 2006, 440: 315–318
- 8 Naidon P, Endo S. Efimov physics: A review. *Rep Prog Phys*, 2017, 80: 056001
- 9 Shytov A V, Rudner M S, Levitov L S. Atomic collapse and quasi-Rydberg states in graphene. *Phys Rev Lett*, 2008, 101: 156804
- 10 Ovdut O, Mao J H, Jiang Y H, et al. Observing a scale anomaly in graphene: A universal quantum phase transition. *Nat Commun*, 2017, 8: 507

王健

北京大学物理学院量子材料科学中心教授(长聘)、博士生导师。2011年入选中央组织部首批青年千人计划,2012年入选科学技术部首批青年科学家专题负责人,2012年获得国家自然科学基金委员会首批优秀青年基金,2015年荣获马丁伍德爵士中国物理科学奖,2016年入选教育部长江学者特聘教授。主要研究兴趣是低维超导与拓扑材料的物性,在相关领域做出了一系列具有国际影响力的工作。

Summary for “是否存在稳定的高原子序数原子?——狄拉克材料中的原子塌缩现象”

Are there stable high-atomic-number elements? —Atomic collapse in Dirac materials

Haiwen Liu¹, Huichao Wang² & Jian Wang^{2,3*}

¹ Center for Advanced Quantum Studies, Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China;

² International Center for Quantum Materials, School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China;

³ Collaborative Innovation Center of Quantum Matter, Beijing 100871, China

* Corresponding author, E-mail: jianwangphysics@pku.edu.cn

One fundamental problem of quantum electrodynamics is the fate of the superheavy atomic nucleus, which is proposed to collapse when the atomic number Z exceeds certain value. However, this intriguing supercritical collapse phenomenon remains elusive in experiments. The quasi-particle in Dirac materials obeys the relativistic equation, and the Fermi velocity is much smaller than the speed of light in vacuum. Thus, the value of the fine-structure constant in Dirac materials is much larger than the value in vacuum, which provides a promising platform to investigate the supercritical atomic collapse phenomenon. Such Dirac materials include the three-dimensional topological semimetal materials and the two-dimensional graphene system, which obey the massless Dirac equation. Owing to the large value of the fine-structure constant in these solid state systems, the Coulomb attraction can give rise to supercritical atomic collapse in analogy to the phenomenon proposed to exist in superheavy atoms. Moreover, the massless Dirac equation with Coulomb attraction preserves the scale invariance, in contrast to the scaling symmetry breaking in massive Dirac equation of superheavy atoms. The scale invariance has a profound impact on the physical characteristic of the system, which goes beyond the original theoretical scenario of atomic collapse phenomenon. The scale invariance in combination with the quantization effect results in a novel feature—the discrete scale invariance, which is a rarely observed trait in quantum systems. Up to now, the discrete scale invariance confirmed in quantum systems only exists in the Efimov trimers and the related physics, generating immediate interest throughout related fields. Recently, a novel type of quantum magneto-resistance oscillations has been observed in a topological Dirac material through the electrical transport measurements in an ultrahigh magnetic field. The quantum oscillations obey a new law with the property periodic in the logarithmic magnetic field ($\log B$). The $\log B$ periodicity is a hallmark of the intriguing discrete scale invariance. The supercritical atomic collapse in the Dirac semimetals can give rise to quasi-bound states, which are in analogous to the Efimov bound states. Without any magnetic field, these quasi-bound states obey the discrete scale invariance in both energy space and real space. Under the appearance of the magnetic field, such quasi-bound states can be broken in sequence, with the corresponding magnetic field value obeys the geometric progression. The breakdown of the Efimovian-like quasi-bound states under the magnetic field influences the mobile carrier density at the Fermi level and thus leads to the observable signatures in the magneto-resistance. This mechanism leads to the discrete scale invariance under the magnetic fields, which behaves as a novel type of $\log B$ periodic magneto-resistance oscillations beyond the Landau level physics in the electrical transport measurements. Thus, the discovery of the exotic $\log B$ periodic oscillations could virtually represent the atomic collapse and the discrete scale invariance for the quasi-particles in Dirac semimetals. It would be interesting to extend the investigations of the atomic collapse and the discrete scale invariance phenomena to various Dirac systems and other types of measurements, such as the magnetic susceptibilities measurements and the scanning tunneling spectroscopy.

atomic collapse, discrete scale invariance, Dirac semimetals, magneto-resistance oscillation

doi: 10.1360/N972017-01034