

文章编号: 1002-0268 (2004) 11-0020-03

斜轴圆柱投影方法及其在交通工程中的应用研究

沙月进¹, 高洪兴², 胡伍生¹

(1. 东南大学交通学院, 江苏 南京 210096; 2 中国人民解放军第 63961 部队, 北京 100021)

摘要: 我国目前普遍采用的是横轴圆柱等角投影, 为避免投影差过大, 一般进行分带投影, 将投影差控制在一定的限度内。在某些交通工程项目中, 对投影差要求十分严格, 采用分带投影又会带来设计和放样过程中的困难。本文从地图投影原理出发, 提出采用斜轴圆柱投影方法来解决此类交通工程的坐标系统的建立问题, 有效地解决了投影差对此类工程的影响。

关键词: 投影差; 等角投影; 坐标系

中图分类号: U491

文献标识码: A

Study on Oblique Cylindrical Projection Method and Its Application in Traffic Engineering

SHA Yue-jin¹, GAO Hong-xing², HU Wu-sheng¹

(1. The Communication of Southeast University, Jiangsu Nanjing 210096, Chian;

2 The 63961 Army of The Chinese People's Liberation Army Beijing 100021, China)

Abstract: At present, inverse cylindrical equal-angle projection is usually used in China. In order to avoid too big projective difference, projection in zone is commonly conducted to control the projective difference within certain limit. In some traffic engineering projects, the requirements for projective difference is terribly strict, with some difficulties for the design and layout arising from the projection in zone. Based on the principle of map projection, a method that adopts oblique cylindrical projection to settle the foundation of coordinate system in traffic engineering project was put forward in this paper. The effects of projective difference on the engineering project is effectively reduced by the method.

Key words: Cylindrical; Equal-angle projection; Coordinate system

0 引言

所谓地图投影, 就是建立地球表面上的点 (φ, λ) 和投影平面上的点 (x, y) 之间的函数关系。

$$\begin{cases} x=f_1(\varphi, \lambda) \\ y=f_2(\varphi, \lambda) \end{cases} \quad (1)$$

方位投影、圆锥投影和圆柱投影分别是将平面、圆锥面和圆柱面与地球椭球体按特定的关系放置, 然后按特定的函数关系将椭球面上的点投影到这些投影面上。我国的基础地形图均采用横轴圆柱投影, 就是

将圆柱面横套在地球面的表面, 并与其中的一条子午线相切, 其特点是: ①根据保角变换条件, 进行等角投影; ②中央子午线长度保持不变, 离开中央子午线愈远距离变形愈大。为减少离开中央子午线过远而引起的长度变形, 一般采用分带投影, 即使如此, 在投影带边缘的长度变形仍然较大, 如我国的 3 度带边长的变形达到 $1/3\,000$ 。

横轴圆柱投影在交通工程中, 使用起来常常很不方便。例如, 磁悬浮高速列车是一种新型的有导向轨的交通系统, 它是依靠列车与导向轨之间的电磁力将

列车悬浮于空中, 实现磁悬浮列车和导向轨之间无机械接触。由于磁悬浮高速列车是悬浮在轨道梁上高速运行的, 其对基础及轨道梁的施工要求精度很高, 施工控制网对投影变形的要求小于 $1/10$ 万。采用分带投影时, 带边缘距中央子午线要求小于 25km , 对于非南北方向的线路, 必定要划分很多投影带以减少投影差。如果采用斜轴圆柱投影, 将圆柱面与线路中心线相切进行投影, 就能有效解决投影改正的问题。

1 斜轴圆柱投影方法

1.1 斜轴圆柱投影条件

采用斜轴圆柱投影建立磁悬浮坐标系 (MKS) 时, 为了实现磁悬浮坐标系与国家坐标系统的转换, MKS 斜轴圆柱投影的参考椭球体及其定位应满足以下几个基本条件。

(1) 将地球当作半径一定的球体, 当圆球大地坐标的起始面与椭球面大地坐标一致时, 称为正轴圆球, 当以线路中线方向为子午线方向时称为斜轴圆球。

(2) 为了便于国家或地方坐标系统向磁悬浮坐标系统的换算, 斜轴圆柱正轴圆球定位时, 其正轴圆球 3 维坐标轴 Z 轴与国家坐标系的 3 维坐标 Z 轴重合, X 轴和 Y 轴则与国家坐标系的 3 维坐标的 X 轴和 Y 轴相平行。

(3) 通过 GPS 定位技术测量出代表线路走向点 (见图 1 中的 A 、 P_1 、 P_2 、 P_3 、 P_4 和 B) 的大地坐标和大地高, 以确定圆球的半径和斜轴投影的子午线方向。

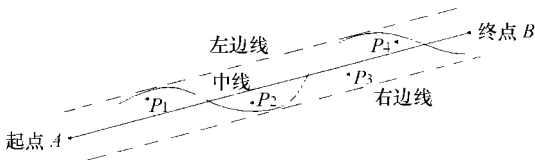


图 1 线路走向点示意图

1.2 斜轴圆柱投影方法

(1) 正轴圆球的选择与定位

首先, 计算沿线各点的空间 3 维坐标, 公式为

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N+H)\cos B\cos L \\ (N+H)\cos B\sin L \\ (N+H-Ne^2)\sin B \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中, $N = a / (1 - e^2 \sin^2 B)^{1/2}$ 。各点至参考椭球中心的距离为 $r = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$, 当沿线纬度差较大时, 各点至参考椭球中心的距离有很大差异, 如果正轴圆球中心与椭球中心重合、取各点 r 的平均值为半径时, 从图 2 可以看到, 在起点 A 和终点 B 处, 会造成两个曲面之间的差异, 也即高差变形会很大。

然后, 确定圆球中心及半径, 假设圆球中心 O' 位于椭球中心 O 下方 t , 沿线各点在以 O' 为原点的坐标系中的坐标为 $[X, Y, Z+t]^T$, 可建立方程

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + (Z+t)^2} \quad (3)$$

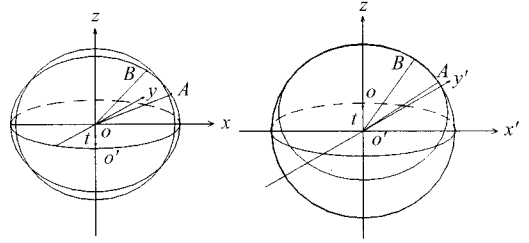


图 2 同轴圆球与椭球体的差异 图 3 磁悬浮圆球的确定

根据沿线两个以上点就可以通过最小二乘拟合的方法求 t 和 R 。设 t 和 R 的初始值为 t^0 和 R^0 , 沿线各点的半径近似值为 $R_i^0 = \sqrt{X^2 + Y^2 + (Z+t^0)^2}$, 列出误差方程式为

$$v_i = dR - \frac{(Z+t^0)}{R_i^0} \cdot dt + (R^0 - R_i^0) \quad (4)$$

并建立法方程式

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n \left(-\frac{Z+t^0}{R_i^0} \right) \\ \sum_{i=1}^n \left(-\frac{Z+t^0}{R_i^0} \right) & \sum_{i=1}^n \left(-\frac{Z+t^0}{R_i^0} \right)^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dR \\ dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n (R^0 - R_i^0) \\ \sum_{i=1}^n \left[-\frac{Z+t^0}{R_i^0} \cdot (R^0 - R_i^0) \right] \end{bmatrix} \quad (5)$$

可求得 t 和 R 的改正数 dt 和 dR , 进而求出 t 和 R 。

(2) 计算正轴圆球大地坐标

$$\begin{cases} \tan L = \frac{Y}{X} \\ \tan B = \frac{Z+t}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \\ H = \sqrt{X^2 + Y^2 + (Z+t)^2} - R \end{cases} \quad (6)$$

(3) 正轴圆球大地坐标向斜轴圆球大地坐标的转换

首先, 在球面上以 A 点为极点的球面坐标系, 计算出线路上各点 (B 及其他各点) 的极坐标 (α, Z) , 其公式可根据球面三角公式推得为

$$\begin{cases} \tan \alpha = \frac{\cos \alpha_0 \sin (\lambda - \lambda_0)}{\sin \varphi_0 \cos \varphi_0 - \cos \varphi_0 \sin \varphi_0 \cos (\lambda - \lambda_0)} \\ \cos Z = \sin \varphi_0 \sin \varphi_0 + \cos \varphi_0 \cos \varphi_0 \cos (\lambda - \lambda_0) \end{cases} \quad (7)$$

式中, (φ_0, λ_0) 为极点 A 点在正圆球上的经纬度; (φ, λ) 为所求点在正圆球上的经纬度; (α, Z) 为所求点的

极坐标。

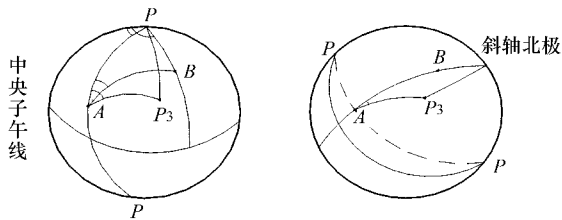


图 4 正轴圆球向球面极 图 5 球面极坐标向斜轴
坐标的计算 圆球的计算

其次,确定斜轴圆球以过 AB 的子午线为中央子午线,那么,沿线各点在斜轴圆球上以 A 为极点的极坐标为

$$\begin{cases} a' = a - a_B \\ Z' = Z \end{cases} \quad (8)$$

即角度 α 值减去 B 点的 α 坐标,而边长 Z 坐标不变。

最后,在斜轴圆球上,根据球面三角公式可得到由极坐标计算大地坐标的计算公式,为

$$\begin{cases} \sin \varphi = \sin \varphi_0 \cos Z + \cos \varphi_0 \sin Z \cos a \\ \tan(\lambda - \lambda_0) = \frac{\sin Z \sin a}{\cos \varphi_0 \cos Z - \sin \varphi_0 \sin Z \cos a} \end{cases} \quad (9)$$

式中, (φ_0, λ_0) 为极点 A 点在斜轴圆球上的大地坐标,当取 A 点为磁悬浮坐标系统的原点时,可均取为 0; (φ, λ) 为所求点在斜轴圆球上的大地坐标。

1.3 斜轴圆柱投影坐标正算公式

参考椭球面上,等角变换的条件是

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial \lambda} = -\frac{r}{M} \frac{\partial y}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial y}{\partial \lambda} = +\frac{r}{M} \frac{\partial x}{\partial \varphi} \end{cases} \quad (10)$$

当将地球当作圆球(半径为 R)时,其条件式为

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial \lambda} = -\frac{\partial y}{\partial \varphi} \cos \varphi \\ \frac{\partial y}{\partial \lambda} = +\frac{\partial x}{\partial \varphi} \cos \varphi \end{cases} \quad (11)$$

参考高斯投影正算公式,由于 x 是 λ 的偶函数, y 是 λ 的奇函数,可假设

$$\begin{cases} x = a_0 + a_2 \lambda^2 + a_4 \lambda^4 + a_6 \lambda^6 + \dots \\ y = a_1 \lambda + a_3 \lambda^3 + a_5 \lambda^5 + a_7 \lambda^7 + \dots \end{cases} \quad (12)$$

式中, $a_0, a_1, a_2 \dots$ 为只包含 φ 的函数

将(9)求偏导数,代入等角条件式(8)可得

$$\begin{cases} 2a_2 \lambda + 4a_4 \lambda^3 + 6a_6 \lambda^5 + \dots = \\ -\cos \varphi \left[\frac{\partial a_1}{\partial \varphi} \lambda + \frac{\partial a_3}{\partial \varphi} \lambda^3 + \frac{\partial a_5}{\partial \varphi} \lambda^5 + \dots \right] \\ a_1 + 3a_3 \lambda^2 + 5a_5 \lambda^4 + \dots = \\ +\cos \varphi \left[\frac{\partial a_0}{\partial \varphi} + \frac{\partial a_2}{\partial \varphi} \lambda^2 + \frac{\partial a_4}{\partial \varphi} \lambda^4 + \dots \right] \end{cases} \quad (13)$$

根据对应项系数相等,可列出

$$\begin{cases} a_1 = \cos \varphi \frac{\partial a_0}{\partial \varphi} \dots 3a_3 = \cos \varphi \frac{\partial a_2}{\partial \varphi} \dots 5a_5 = \cos \varphi \frac{\partial a_4}{\partial \varphi} \dots \\ 2a_2 = -\cos \varphi \frac{\partial a_1}{\partial \varphi} \dots 4a_4 = -\cos \varphi \frac{\partial a_3}{\partial \varphi} \dots 6a_6 = -\cos \varphi \frac{\partial a_5}{\partial \varphi} \dots \end{cases} \quad (14)$$

在 $\lambda=0$ 的特例情况下, $x = a_0 = R\varphi$, 代入(11)式可逐步求得

$$\begin{aligned} a_1 &= R \cos \varphi, a_2 = \frac{R}{4} \sin 2\varphi, \\ a_3 &= \frac{R}{12} (\cos \varphi + \cos 3\varphi), a_4 = \frac{R}{96} (4\sin 2\varphi + 3\sin \varphi), \\ a_5 &= \frac{R}{240} (2\cos \varphi + 5\cos 3\varphi + 3\cos 5\varphi), \\ a_6 &= \frac{R}{2880} (17\sin 2\varphi + 30\sin 4\varphi + 15\sin 6\varphi), \\ a_7 &= \frac{R}{20160} (17\cos \varphi + 77\cos 3\varphi + 105\cos 5\varphi + 45\cos 7\varphi) \end{aligned}$$

2 斜轴圆柱投影的应用

以 Visual Basic 6.0 为平台,作者编制了计算软件,从而实现了从常用坐标系向斜轴投影平面坐标的转换计算。

图 6 为某线路走向示意图,线路长 65.5km,呈西南~东北走向。采用 1980 年国家坐标系时,选取线路中间位置(经度 $121^\circ 03' 30''$)为中央子午线,起点 A 、终点 B 距中央子午线的横向坐标差达 32km,其投影差达到 1/7.9 万。

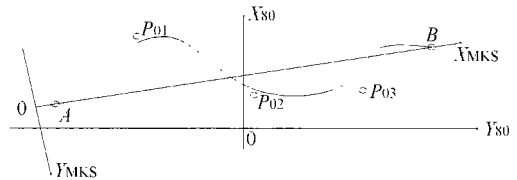


图 6 算例线路走向及坐标系

采用斜轴投影以后,其坐标系见图 6,离开中央子午线最远的 P_{01} 点距离为 12.3km,投影差为 1/54 万,远远小于磁悬浮工程的投影限差要求,沿线各点投影差比较见表 1。

3 结语

(1) 采用斜轴圆柱投影是解决长距离非南北走向交通工程(如铁路、高速公路、磁悬浮、大型桥梁、隧道等)投影误差的根本方法。

(2) 通过参考圆球的确定和定位可同时消除高差投影差和地图投影差。

(下转第 26 页)

背应力值除加筋层处发生突变外，其沿墙背的变化趋势与现场实测基本一致，且最大值产生于距挡墙10.84m，为143.57kPa。表明本文采用有限元模型是合理的，能够较好地模拟生态挡墙复杂结构体系的工作性状。

参考文献:

[1] 曾锡庭, 于志强. 土工格室及其应用 [J]. 中国港湾建设,

2001, 4 (2): 33—37.
[2] 何春光. 加筋土工程设计与施工 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2000.
[3] 顾慰慈. 挡土墙土压力计算 [M]. 北京: 中国建材工业出版社, 2001, 2
[4] 中华人民共和国交通部. 公路加筋土工程设计规范 (JTJ015-91) [S]. 北京: 人民交通出版社, 1999, 9.
[5] 梁乃兴, 张登良, 梅卫国. 沙漠筑路网格砂基层强度分析研究 [J]. 陕西: 西安公路交通大学学报 (增刊), 1995, 15: 6—9.

(上接第 22 页)

表 1 两种坐标系投影差比较

点号	1980 坐标系			斜轴 MSK 坐标系		
	X_{80}/m	Y_{80}/m	投影差	X_{MKS}/m	Y_{MKS}/m	投影差
起点 A	3474916.4382	467913.3486	1/7.9 万	0	20000	—
P_{01}	3490278.2509	481811.5497	1/48 万	16649.9943	7737.5850	1/54 万
P_{02}	3476999.0103	501804.8245	—	33565.4644	24703.7857	—
P_{03}	3478093.5442	520372.3964	1/48 万	51945.4000	27325.6833	1/153 万
终点 B	3487964.2536	532088.4082	1/7.9 万	65368.4884	20000	—
Y_{max}	32.0km		1/7.9 万	12.3km		1/54 万

参考文献:

[1] 胡毓钜, 龚剑文. 地图投影 [M]. 北京: 测绘出版社, 1992.
[2] 杨启和. 地图投影变换原理和方法 [M]. 北京: 解放军出版社, 1990.
[3] 龚沛曾, 陆慰民, 杨志强. Visual Basic 程序设计教程 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1998.

[4] 游祖吉, 樊功瑜. 测量平差教程 [M]. 北京: 测绘出版社, 1991.
[5] 徐绍铨, 张华海, 杨志强, 王泽民. GPS 测量原理及应用[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2001.
[6] 武汉测绘科技大学控制测量教研室, 同济大学大地测量教研室. 控制测量学 [M]. 北京: 测绘出版社, 1988.