



## 论文

# 心理旋转和空间观点采择对估算和精算的不同影响及其神经基础

张丽<sup>1†</sup>, 张李斌<sup>2†</sup>, 涂欣颖<sup>1</sup>, 冯廷勇<sup>3\*</sup>

1. 中央财经大学社会与心理学院, 北京 100081

2. 北京师范大学认知神经科学与学习国家重点实验室, 北京 100875

3. 西南大学心理学部, 重庆 400715

† 同等贡献

\* 联系人, E-mail: fengty0@swu.edu.cn

收稿日期: 2024-12-29; 接受日期: 2025-06-08; 网络版发表日期: 2025-09-01

**摘要** 空间能力常被分为小尺度和大尺度空间能力, 两类能力的典型代表任务是心理旋转和空间观点采择. 虽然以往有研究关注两类空间能力对计算能力的影响, 不过其中绝大多数聚焦的是心理旋转对精算的作用, 心理旋转是否对估算有作用、空间观点采择是否对精算和估算有作用, 如果有作用其神经基础如何目前还没有明确的回答. 以173名大学生为被试, 进行结构像核磁扫描, 并邀请其完成心理旋转、空间观点采择、精算和估算任务. 行为结果表明心理旋转与估算能力的关系更密切, 而空间观点采择与精算能力的关系更密切. 结构像的结果表明, 额上回的灰质体积与心理旋转显著负相关, 并通过心理旋转影响估算能力; 而左侧顶下小叶的灰质体积与空间观点采择显著负相关, 并通过空间观点采择影响精算能力. 理论上, 这些结果支持小尺度和大尺度空间能力存在分离的观点, 并支持神经元再利用假说. 实践上, 为计算能力的精准干预提供方向.

**关键词** 心理旋转, 空间观点采择, 估算, 精算, 神经基础

计算能力是数学成就中的基本技能, 在科学和信息技术日益发展的当今社会, 关系个体的幸福安康和社会福祉. 它不仅影响个体的生存发展, 如健康、生活满意度、收入, 还影响国家的金融福祉和经济发展<sup>[1~3]</sup>. 计算能力包括估算和精算两类. 估算(approximate arithmetic)是指在无须精确计算的情况下, 个体通过运用估算策略, 结合观察、比较、判断、推理等认知过程, 得出大致计算结果的能力; 精算(exact arithmetic)则侧重于个体依据数字和数学运算符号, 遵循一

定的运算规则, 按照一定的演算步骤, 得出精确计算结果的能力<sup>[4]</sup>. 鉴于计算能力的重要性, 其影响因素的探讨长期以来都是数学认知领域的研究热点, 尤其是估算能力的影响因素近年来备受关注. 估算不像精算需要花费较多的时间和精力, 使用效率高, 在生活中的应用范围广. 然而, 传统教育相对重视精算, 估算能力的培养在2001年才被纳入数学课程标准. 相对于精算, 人们对估算能力的认识较为模糊, 还有待更多研究对其进行深入探讨<sup>[4]</sup>. 这将有助于全面地认识计算能力,

**引用格式:** 张丽, 张李斌, 涂欣颖, 等. 心理旋转和空间观点采择对估算和精算的不同影响及其神经基础. 中国科学: 生命科学, 2025, 55: 1914–1928  
Zhang L, Zhang L B, Tu X Y, et al. The differential effects of mental rotation and spatial perspective-taking on approximate and exact arithmetic, and their neural bases (in Chinese). Sci Sin Vitae, 2025, 55: 1914–1928, doi: 10.1360/SSV-2024-0372

为有效地提高计算能力、提升数学素养提供科学依据。

目前已有大量研究关注空间能力与计算能力的关系, 结果发现空间能力对计算能力有显著的预测作用<sup>[5~7]</sup>。空间能力是指个体对物体位置、形状、相互关系及移动路径的感知, 并能通过认知加工转化这些信息以识别、操作、构建和定位外部世界的能力<sup>[8]</sup>。基于解决空间问题时涉及的不同参考框架, 空间能力可分为小尺度和大尺度的两类<sup>[9~11]</sup>。小尺度空间能力指个体在心理层面表征、操作并转换可通过单一观察视角解析二维和三维空间图像的能力, 测量该能力的典型任务需要观察者采用非自我中心的参照框架, 比如心理旋转任务<sup>[12]</sup>。大尺度空间能力是指在大尺度环境中对空间信息进行认知加工, 其核心特征在于个体通过不断调整和改变观察视角整合实现空间关系的动态建构, 并且维持物体间拓扑关系的稳定性, 例如, 通过想象移动自身位置或切换观察角度来理解空间布局<sup>[13]</sup>, 测量该能力的典型任务需要观察者采用自我中心的参照框架<sup>[14]</sup>, 比如空间观点采择任务。

作为评估小尺度空间能力的典型任务, 心理旋转(mental rotation)是人们在心中对二维或三维物体进行旋转以实现空间认知和理解的过程, 这一过程使人们能够在脑海中操作物体, 改变其方向和姿态, 以便识别和比较不同视角下的物体特征<sup>[15,16]</sup>。作为评估大尺度空间能力的典型任务, 空间观点采择(spatial perspective taking)是一种从他人眼中看世界的能力, 通常分为一级观点采择和二级观点采择<sup>[17]</sup>。一级观点采择是理解从他人视角可以看到什么和不能看到什么的过程, 亦被称为视觉追踪; 二级观点采择是理解从他人视角看起来是什么样子的过程, 比如场景中的观察者和物体的关系是怎样的。本研究关注的是二级观点采择。

不管是心理旋转还是空间观点采择, 以往均有研究表明其对计算能力的重要作用。首先, 来自行为研究的证据表明两类空间能力对精算有预测作用<sup>[18~21]</sup>。例如, 研究发现心理旋转水平较高的小学一至五年级儿童在解决算术问题时采用更先进的计算策略<sup>[18]</sup>。Cheung等人<sup>[19]</sup>发现接受一周在线心理旋转训练的儿童比控制组儿童的计算表现更佳。还有研究以90名二至七年级儿童为研究对象发现从不同视角观察三维形状物体的视觉化能力与包含精算能力在内的数学能力之间显著相关<sup>[20]</sup>。有研究对1592名幼儿园、三年级和

六年级学生在一系列空间和数学任务上的表现进行测量, 结果发现空间观点采择与精算能力存在显著相关<sup>[21]</sup>。相对而言, 较少有研究关注两类空间能力对估算的影响, 并且结果还存在不一致。比如, 研究发现儿童5岁时的心理旋转能力可以预测其8岁时的估算表现<sup>[22]</sup>。然而, Gunderson和Hildebrand<sup>[5]</sup>对学前班至四年级学生进行为期两年的追踪研究, 结果发现心理旋转可以预测其精算能力, 无法预测估算能力。而关于空间观点采择和估算的关系, 目前尚没有看到相关研究。

除行为层面的研究, 神经生理层面亦有研究直接或间接表明两种空间能力和计算能力存在相关。直接的证据来自一项探究基本数量加工、代数和心理旋转关系的元分析研究<sup>[23]</sup>。该研究对83篇神经影像学文献进行分析发现, 心理旋转和代数能力均激活额中回。间接证据来自分别探讨计算和空间能力的研究均发现顶叶和额叶区域的激活。一方面, 以往有关心理旋转和空间观点采择的研究发现顶叶和额叶是两类任务的重要相关脑区<sup>[16,24~27]</sup>。例如, 有研究对32项神经影像学研究进行元分析, 结果表明执行心理旋转任务时顶叶和额叶皮层有激活<sup>[16]</sup>。Ang等人<sup>[26]</sup>的研究则表明判断两个物体左右时, 以第三方视角进行判断比以观察者视角进行判断涉及更多左侧额叶、前额叶以及运动脑区的激活。Arora等人<sup>[27]</sup>通过三项研究表明左侧顶下小叶与追踪视角的差异有关。另一方面, 相当多的研究发现顶叶和额叶是计算的关键脑区<sup>[28~31]</sup>。例如, 数量和计算的脑网络被认为<sup>[30]</sup>涉及额叶和顶叶脑区之间的协同相互作用, 这些脑区/网络沿着功能连续体而变化, 一端具有特定于数学领域的功能, 另一端具有一般领域的功能。在算术加工过程中, 这种脑区协作模式体现得尤为突出, 算术加工中的脑网络既涉及负责基本数量加工的顶叶区域, 又涉及负责学习和更广泛的信息处理等高级心理操作(如在脑海中暂时保存信息的工作记忆以及理解和操纵物体空间关系的视觉空间推理能力)的额叶区域。综上, 两类空间能力与计算能力的脑区均涉及顶叶和额叶揭示两者可能存在密切关系。

不过, 一些行为和神经基础的研究表明精算和估算可能存在分离<sup>[32~34]</sup>。这主要表现在精算比估算的难度更大, 并且两类任务的激活区域有差异。比如, 有研究发现精算更依赖语言, 会激活大脑左侧额下回区域, 而估算更依赖视空间, 会激活双侧顶叶区域<sup>[32]</sup>。然而, 亦有研究发现精算和估算并没有出现分离<sup>[35,36]</sup>。比如,

Kucian等人<sup>[35]</sup>以20名儿童和成人为研究对象, 结果表明虽然精算比估算难度更大, 但是不管是儿童还是成人, 精算和估算的激活区域并没有明显差异。据此看来, 精算和估算是否有分离还存在争议。类似地, 有研究发现心理旋转和空间观点采择存在分离<sup>[37~40]</sup>。例如, Tam等人<sup>[38]</sup>以109名中国二年级儿童为对象, 测量儿童在心理旋转、空间观点采择以及计算任务上的表现, 结果表明精算与空间观点采择而不是心理旋转显著相关。Frick<sup>[39]</sup>采用纵向研究设计探讨119名幼儿多种空间能力和数学能力的关系, 结果发现心理旋转而不是空间观点采择与计算能力更为相关。在一篇综述中, Gunia等人<sup>[40]</sup>系统比较空间观点采择和心理旋转的异同。通常心理旋转任务难于空间观点采择, 它在与视觉空间信息加工相关的顶上小叶、顶下小叶以及与执行控制相关的前额叶皮层有更强的激活, 而空间观点采择卷入具身过程相关的脑区以及处理自我与他人差异的脑区, 比如颞顶联合区、缘上回、辅助运动区等。

这一发现提示需进一步探讨心理旋转和空间观点采择与估算和精算的关系是否存在不同。目前还没有看到有研究关注这一问题。过往研究关注较多的是心理旋转和空间观点采择对精算的影响, 相对忽视两类空间能力对估算的影响。基于此, 本研究旨在比较心理旋转和空间观点对精算和估算的影响, 并进一步揭示其神经基础。这些问题的回答有重要的理论价值和实践意义。理论价值有两方面。其一, 有助于深入认识计算能力, 回答精算和估算是否存在分离这一重要的研究问题。如果心理旋转和观点采择对估算和精算的作用相同, 则说明两者不存在分离; 反之, 如果心理旋转或空间观点采择或者两者均与精算和估算的关系存在不同, 则说明两者存在分离。其二, 有助于澄清以往关于大尺度和小尺度空间能力是否分离的争议。关于两者的关系, 有研究认为两种能力存在部分分离<sup>[11]</sup>, 还有研究认为两种能力完全分离<sup>[10,41]</sup>。本研究中如果心理旋转和空间观点采择与估算和精算的关系不同, 则能反映以心理旋转为代表的小尺度空间能力和以空间观点采择为代表的大尺度空间能力至少部分分离的观点。而实践意义体现在如果发现影响精算和估算的空间能力是不同的, 则说明提升精算和估算能力的路径是不同的。

与以往研究相比, 本研究使用脑结构磁共振成像(magnetic resonance imaging, MRI)技术, 并首次基于

体素的形态学分析方法(voxel based morphometry, VBM)探讨两类空间能力与估算和精算相关的神经解剖学基础。关于空间能力和数学能力的神经基础, 以往有两个代表性的假说。共享神经加工假说<sup>[42]</sup>主张空间和数学的加工依赖相同的大脑区域, 并使用类似的神经计算, 通过共享的潜在神经基础联系在一起。神经元再利用假说<sup>[43,44]</sup>则基于进化视角, 提出数学可能会重新使用最初专门用于与物理世界互动的大脑神经资源, 比如选择或重新使用大脑更古老的、适应环境过程中进化而来的空间和感觉运动系统, 这些系统最初是服务于人类与空间中的工具、物体和位置的交互。本研究拟对这两个假说进行检验。如果计算能力和空间能力的相关脑区相同, 则能为共享神经加工假说提供支持; 如果空间能力的相关脑区能解释精算或估算能力, 则能够为神经元再利用假说提供支持。基于前述介绍的以往研究, 本研究假设心理旋转和空间观点采择均与估算和精算有显著相关, 而且两类空间能力和计算能力的相关脑区主要在顶叶和额叶。然而, 是心理旋转还是空间观点采择与估算或精算的关系更密切这一问题, 鉴于以往少有这方面的研究, 特别是以成人为研究对象的研究尚没有看到, 本研究难以做特别明确的假设。

目前较少有研究使用VBM分析技术探究成人计算能力或两种空间能力的神经解剖学特征。与大量的神经功能研究相比, 只有少数研究使用结构MRI来研究大脑形态的个体差异与数学能力的关系<sup>[45]</sup>, 而且这些研究主要关注计算障碍儿童或者典型发展儿童<sup>[46~48]</sup>。比如, 有研究发现计算障碍比对照组儿童的右侧顶内沟、前扣带回、左侧额下回和双侧额中回的灰质体积显著减少<sup>[46]</sup>。Wilkey等人<sup>[48]</sup>对三至八年级儿童的调查研究发现双侧海马结构的灰质体积和右侧额下回与儿童数学成绩存在显著正相关。概括来看, 以往研究很少关注成人而且没有区分精算和估算。不过, 结构MRI研究中发现的大脑区域与功能性神经影像学研究中报告的大脑区域往往存在重叠<sup>[45]</sup>。关于心理旋转和空间观点采择, 目前看到有一项基于VBM技术的研究<sup>[49]</sup>。该研究对移居到高海拔地区两年的士兵进行心理旋转测验, 结果发现被试的心理旋转测验得分低于控制组, 而且与额上回的灰质体积呈显著正相关。基于此, 本研究假设顶叶和额叶区域的灰质体积与计算和空间能力有关。

## 1 材料与方法

### 1.1 被试

采取方便取样的方法, 选取173名在校大学生为实验被试, 平均年龄为19.88岁( $SD=1.56$ ), 年龄范围为17~25岁, 其中男生55人, 女生118人, 文科专业65人, 理科专业98人. 因扫描头动过大(平动 $>2\text{ mm}$ , 转动 $>2^\circ$ )、数据缺失等原因删除3人, 用于VBM分析的被试共170人, 所有被试均智力正常, 均为右利手, 身心健康, 视力或矫正视力正常, 均自愿报名参加实验, 实验后会获得一定的研究报酬. 使用G-power软件对样本量进行检验, 当满足先验指定模型的中等统计效力( $\rho^2=0.15$ , type I error  $\alpha=0.05$ , Power  $1-\beta=0.95$ )时, 计算所需最小样本量为153人, 因此本研究样本量满足要求.

### 1.2 研究工具

心理旋转任务使用E-Prime 1.0心理学实验软件进行编制呈现, 实验材料为不同旋转角度的3D立方体图形. 如图1所示, 该测验首先给被试呈现指导语, 指导语之后给被试呈现一个三维物体, 要求被试判断该物体是由下方2个物体中哪个物体旋转而来<sup>[50]</sup>, “F”键表示该物体由左下方物体旋转而来, “J”键表示该物体由右下方物体旋转而来. 该测验按照旋转角度将测验分为40个简单试次和40个困难试次, 简单试次是指测验图形在空间上顺时针或逆时针旋转小于 $90^\circ$ 的试次, 困难试次是指测验图形在空间上顺时针或逆时针旋转大于 $90^\circ$ , 小于 $270^\circ$ 的试次. 本研究使用该任务所有试次的正确率作为小尺度空间能力的测量指标.

空间观点采择任务借鉴Kessler<sup>[51]</sup>的范式, 基于E-Prime 1.0进行编制. 如图2所示, 任务首先会给被试呈现提示词“书”或“花”, 然后呈现一张图片, 图片中有一个人, 左右两侧放着书或者花, 书和花的位置不固定. 测验要求被试根据前面的提示词, 判断书或者花是在人的左侧还是右侧, 左侧按“F”键, 右侧按“J”键, 该测验共108个试次. 本研究使用该任务所有试次的正确率作为大尺度空间能力的测量指标.

计算任务分为精算和估算两类, 两类均包括加减乘除四种运算. 精算任务采用Wei等人<sup>[52]</sup>的研究范式, 给定被试一个算式, 并要求被试在两个备择选项中选

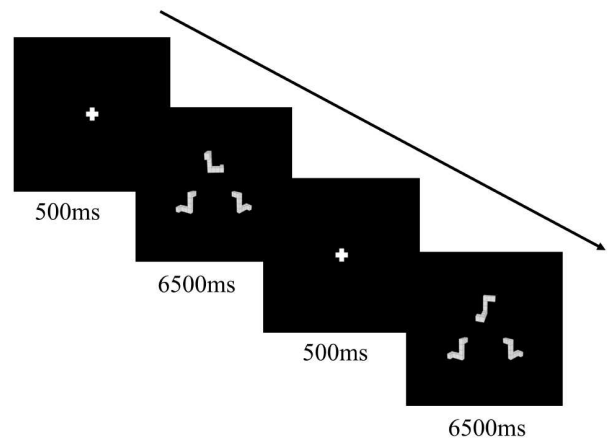


图1 心理旋转任务流程图

Figure 1 Flowchart of the mental rotation task

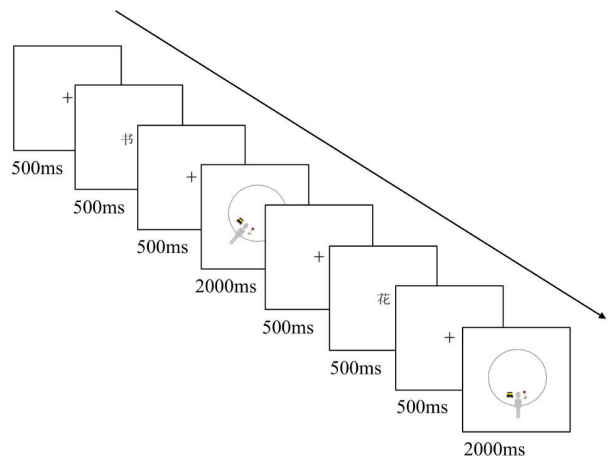


图2 空间观点采择任务流程图

Figure 2 Flowchart of the spatial perspective-taking task

择正确答案, 见图3. 两个备择选项位于屏幕左侧和右侧, 一个为正确选项, 一个为正确选项 $\pm 10$ . 左侧答案正确按“F”键, 右侧答案正确, 按“J”键. 加减乘除四种运算各包括24个试次, 共96个试次. 估算任务同样改编自以往研究<sup>[53]</sup>, 给定被试一个算式以及两个备择选项. 两个备择选项中, 一个为算式的近似值, 另外一个为近似值 $\pm 30$ 或者 $\pm 300$ . 当近似值答案为两位数时 $\pm 30$ , 当近似值为三位数时 $\pm 300$ . 同样, 左侧答案正确按“F”键, 右侧答案正确, 按“J”键. 加减乘除四种运算各包括24个试次, 共96个试次. 分别计算精算和估算所有试次的正确率, 作为被试精算和估算能力的指标.

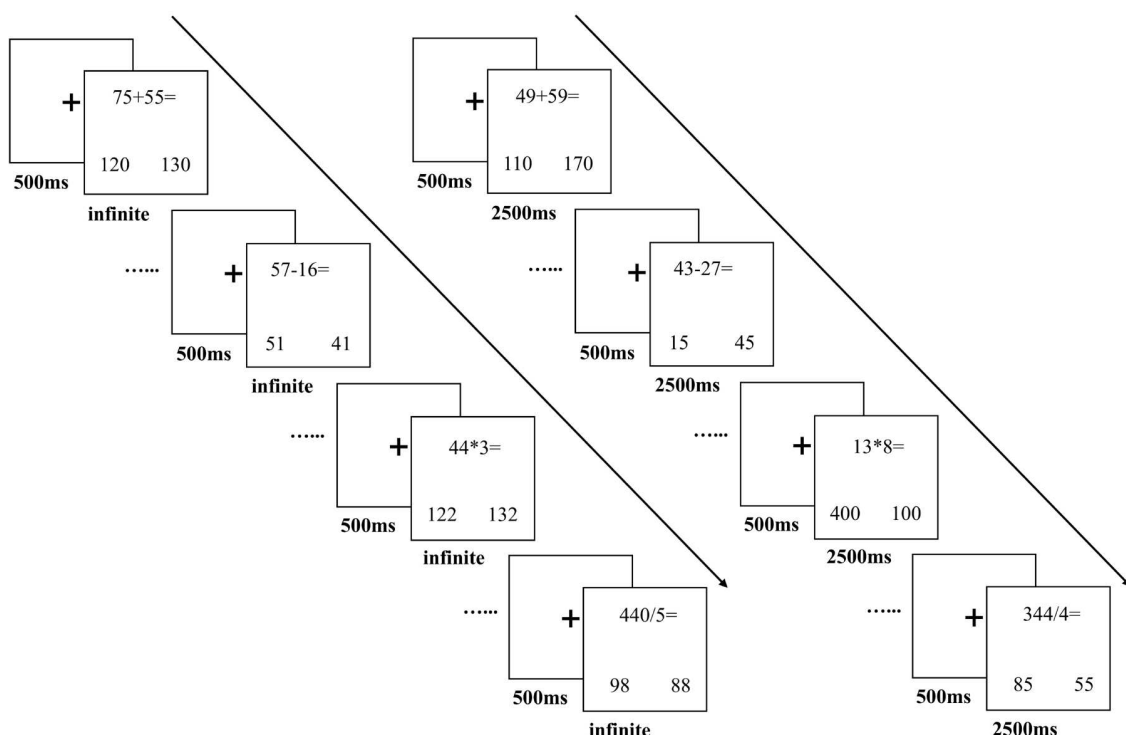


图3 计算任务流程图(左为精算任务, 右为估算任务)

Figure 3 Flowchart of the arithmetic task (left: exact arithmetic task, right: approximate arithmetic task)

### 1.3 研究过程

由于测验任务较多, 实验分两次进行. 第一次完成行为测验任务, 第二次完成结构像核磁扫描. 行为测验阶段, 经过统一培训的主试进行实验程序的启动和指导语的讲解. 任务施测顺序采取随机排列方式. 每项测验都有指导语和练习试次. 被试理解测验内容以后, 方可进行正式测验. 测验之间有适度的休息, 避免被试产生疲劳. 每次实验完成以后给予被试当次实验的被试费并预约剩余部分测验的时间.

### 1.4 数据分析

#### 1.4.1 描述性统计及回归分析

使用SPSS 26.0分析心理旋转、空间观点采择与精算、估算正确率之间的关系.

#### 1.4.2 MRI数据的采集及预处理

数据采集: 本研究静息态结构像扫描使用西南大学教育部认知和人格重点实验室的西门子3T核磁共振扫描仪(Siemens Magnetom Trio TIM, Germany). 为

获得高分辨率的T1加权像, 使用梯度回波脉冲序列 (gradient echo pulse sequence) 进行数据采集. 核磁扫描参数: 回波时间为3.39 ms, 脉冲序列重复时间为2530 ms, 偏转角为 $7^\circ$ , 视角域为 $256\text{ mm} \times 256\text{ mm}$ , 矩阵大小为 $256\text{ mm} \times 256\text{ mm}$ , 体素大小为 $1.33\text{ mm} \times 1.0\text{ mm} \times 1.0\text{ mm}$ , 扫描层数为128, 扫描层厚为1.33 mm, 扫描层间距为0 mm. 扫描过程中, 要求被试尽量保持头部不动.

预处理: 在matlab2014a软件上使用DPARSF软件包<sup>[54]</sup>进行静息态结构像预处理. 按照Ashburner<sup>[55]</sup>的建议, 结构像预处理包括如下步骤: (i) 检查所有T1加权像的伪迹和严重异常的图形, 以便后期能够更好地进行配准. (ii) 进行AC-PC点校正, 调整被试结构像的原点, 将图像AC点与MNI标准空间中原点(0,0,0)进行匹配, 并且调整AC点和PC点在一条线上. (iii) 所有的T1加权像被分割成灰质(gray matter), 白质(white matter), 脑脊液(cerebrospinal fluid)三部分<sup>[56]</sup>. (iv) 使用DARTEL(Diffeomorphic Anatomical Registration Through Exponentiated Lie Algebra)算法创建形变场

和组模板。(v) 依据生成的形变场和组模板把每个被试的灰质配置到标准MNI空间, 然后使用Jacobian进行调制。(vi) 最后为了降低信噪比, 进行标准化和进行高斯平滑(8 mm Gaussian FWHM).

#### 1.4.3 VBM数据处理

为定位空间和数学能力的相关脑区, 使用SPM12软件包(<http://www.fil.ion.ucl.ac.uk/spm/software/spm12/>)进行VBM分析. 按照先前的研究, 年龄和性别可能对大脑灰质体积产生影响<sup>[57,58]</sup>. 因此, 在进行多重回归分析时, 把年龄和性别作为协变量, 以控制年龄和性别的影响提高结论的可靠性. 同时, 由于每个被试的大脑体积不定, 使用“get\_totals”matlab脚本提取每个被试的全脑灰质体积作为协变量进行控制. 两类能力作为兴趣变量, 经过预处理的灰质图像作为因变量进行多重回归分析. 然后使用absolute threshold masking=0.2来排除白质和灰质的边缘效应, 并且使用高斯随机场校正(GRF)进行多重比较, 其中体素(voxel)水平阈值设为 $P<0.001$ , 团簇(cluster)水平阈值设为 $P<0.05$ . 最后, 将产生的SPM.MAT文件使用dpabi下的Viewer模块进行数据可视化.

#### 1.4.4 中介分析

为深入探究空间能力脑区与计算能力的关系, 采用SPSS的process插件进行中介分析. 首先, 将VBM分析的两种空间能力的结构脑区保存为二值型mask. 然后, 使用“get\_totals”脚本提取每个被试每种空间能力结构脑区的数值作为自变量, 以空间能力作为中介变量, 以计算能力作为因变量. 最后, 参照以往研究<sup>[59]</sup>提出的关于使用Bootstrap进行中介效应检验的方法进行中介分析, 样本量为5000, 中介效应在95%置信区间下不包含0表明存在显著的中介作用.

## 2 结果

### 2.1 空间能力和计算能力的相关分析

相关分析结果显示, 心理旋转正确率、空间观点采择正确率与精算正确率呈显著正相关( $r=0.23, 0.33, P_s<0.01$ ), 与估算正确率呈显著正相关( $r=0.21, 0.31, P_s<0.01$ ). 对空间能力与计算能力进行性别差异检验和文理科差异检验的结果发现, 心理旋转正确率存在

显著的性别效应( $t=3.14, P<0.01$ ), 精算正确率、估算正确率和心理旋转正确率均存在显著的文理科差异( $t=-2.95, -3.88, -3.70, P_s<0.01$ ). 见表1.

### 2.2 空间能力对计算能力的回归分析

为考察不同空间能力对计算能力的影响, 分别以精算正确率和估算正确率为因变量, 以性别、年龄和文理科为协变量, 以心理旋转正确率、空间观点采择测验正确率为自变量构建回归模型. 如表2结果显示, 在控制协变量之后, 空间观点采择正确率显著正向预测精算正确率( $\beta=0.30, t=4.12, P<0.001$ ), 心理旋转正确率显著正向预测估算正确率( $\beta=0.23, t=3.02, P=0.003$ ). 这一结果表明空间观点采择与精算能力密切相关, 心理旋转与估算能力密切相关.

### 2.3 空间能力和计算能力的结构脑区分析

为探究空间能力和计算能力的神经基础, 采用回归分析分别探究心理旋转、空间观点采择、估算和精算能力的结构脑区. 以被试年龄、性别、全脑灰质体积为协变量, 分别以心理旋转正确率、空间观点采择正确率、估算正确率和精算正确率为自变量, 以经过预处理的被试灰质结构像作为因变量进行多重回归分析. 高斯随机场校正(Gaussian random field, GRF)结果显示额上回区域(superior frontal gyrus,  $x=3, y=6, z=63$ ; cluster size=384,  $t=-3.25, P<0.01$ , GRF corrected)的灰质体积与心理旋转正确率呈显著负相关; 左侧顶下小叶(left inferior parietal lobule,  $x=-51, y=-55.5, z=22.5$ ; cluster size=232,  $t=-3.82, P<0.01$ , GRF corrected)区域灰质体积与空间观点采择正确率呈显著负相关, 而估算能力和精算能力未见经过多重校正的脑区, 结果见表3和图4.

### 2.4 中介作用分析

为深入探究空间能力的结构脑区、空间能力和计算能力的关系, 采用SPSS的process插件进行中介模型分析. 以性别、年龄和文理科为协变量, 以提取的每个被试心理旋转和空间观点采择分别对应的结构脑区额上回和顶下小叶灰质体积数值作为自变量, 以心理旋转正确率和空间观点采择正确率为中介变量, 分别以精算正确率和估算正确率为因变量构建中介模型, 见图5. 结果显示, 在路径顶下小叶-空间观点采择-精算

表 1 各变量之间的相关矩阵(*r*)及差异检验<sup>a)</sup>

Table 1 Correlation matrix (*r*) and difference tests among key variables<sup>a)</sup>

|                 | 1      | 2     | 3      | 4         | 5         | 6         | 7         |
|-----------------|--------|-------|--------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 1. 性别           | —      |       |        |           |           |           |           |
| 2. 年龄           | 0.04   | —     |        |           |           |           |           |
| 3. 文理科          | 0.07   | −0.14 | —      |           |           |           |           |
| 4. 精算           | 0.10   | −0.06 | 0.24** | —         |           |           |           |
| 5. 估算           | 0.02   | 0.05  | 0.30** | 0.17*     | —         |           |           |
| 6. 心理旋转         | 0.23** | −0.02 | 0.27** | 0.23**    | 0.31**    | —         |           |
| 7. 空间观点采择       | −0.08  | 0.04  | 0.11   | 0.33**    | 0.21**    | 0.20**    | —         |
| 男生(M±SD)        | —      | —     | —      | 0.93±0.04 | 0.89±0.06 | 0.74±0.12 | 0.91±0.07 |
| 女生(M±SD)        | —      | —     | —      | 0.93±0.04 | 0.89±0.05 | 0.67±0.12 | 0.92±0.06 |
| <i>t</i>        | —      | —     | —      | 1.19      | 0.15      | 3.14**    | −1.01     |
| Cohen' <i>d</i> | —      | —     | —      | 0.20      | 0.03      | 0.52      | 0.17      |
| 文科(M±SD)        | —      | —     | —      | 0.92±0.05 | 0.87±0.06 | 0.65±0.11 | 0.91±0.06 |
| 理科(M±SD)        | —      | —     | —      | 0.94±0.03 | 0.90±0.05 | 0.72±0.12 | 0.93±0.06 |
| <i>t</i>        | —      | —     | —      | −2.95**   | −3.88**   | −3.70**   | −1.47     |
| Cohen' <i>d</i> | —      | —     | —      | 0.51      | 0.63      | 0.59      | 0.24      |

a) \*,  $P<0.05$ ; \*\*,  $P<0.01$ .

表 2 空间能力对计算能力的回归分析<sup>a)</sup>

Table 2 Regression analysis of spatial ability on arithmetic ability<sup>a)</sup>

|           | 精算      |          | 估算      |          |
|-----------|---------|----------|---------|----------|
|           | $\beta$ | <i>t</i> | $\beta$ | <i>t</i> |
| 1. 性别     | 0.09    | 1.27     | −0.04   | −0.57    |
| 2. 年龄     | −0.06   | −0.80    | 0.07    | 1.01     |
| 3. 文理科    | 0.17    | 2.26*    | 0.25    | 3.31**   |
| 4. 心理旋转   | 0.10    | 1.31     | 0.23    | 3.02**   |
| 5. 空间观点采择 | 0.30    | 4.12**   | 0.14    | 1.88     |

a) \*,  $P<0.05$ ; \*\*,  $P<0.01$ .

表 3 与空间能力显著相关的结构脑区( $n=170$ , GRF corrected)

Table 3 Brain regions significantly associated with spatial ability ( $n=170$ , GRF corrected)

| 自变量    | 大脑脑区   | MNI      |          |          | Voxel | Peak <i>t</i> -value |
|--------|--------|----------|----------|----------|-------|----------------------|
|        |        | <i>x</i> | <i>y</i> | <i>z</i> |       |                      |
| 心理旋转   | 额上回    | 3        | 6        | 63       | 384   | −3.25                |
| 空间观点采择 | 左侧顶下小叶 | −51      | −55.5    | 22.5     | 232   | −3.82                |

(IPL-SPT-EC)上, 间接效应为−0.11, 95%CI (−0.18, −0.05), 表明空间观点采择在顶下小叶和精算之间起完全中介作用; 路径额上回-心理旋转-估算(SFG-3DMRT-AC)的间接效应为−0.07, 95%CI (−0.13, −0.02), 表明心理旋转在额上回脑区和估算之间起完

全中介作用, 见表4. 具体来说, 顶下小叶脑区可以通过空间观点采择影响精算能力, 额上回脑区可以通过心理旋转影响估算能力.

为深入检验空间观点采择和心理旋转在脑神经基础上的分离效应, 分别以额上回(SFG)为自变量、空间

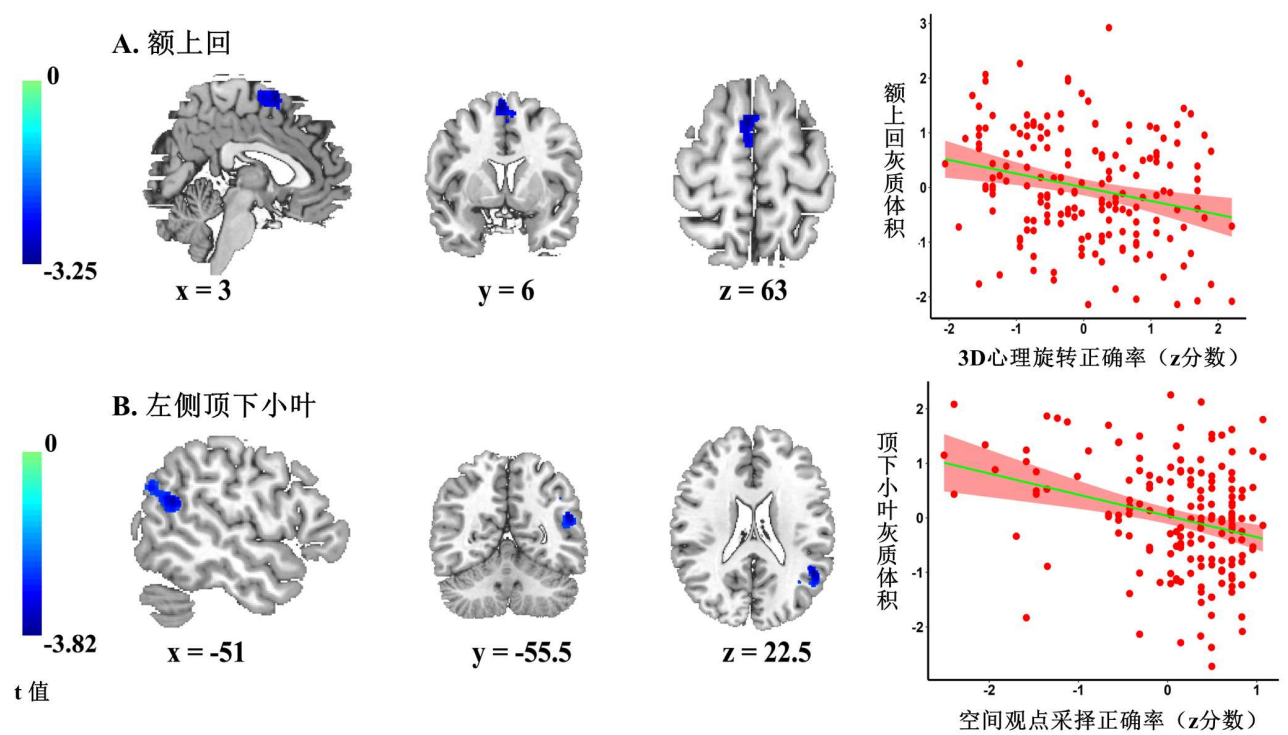


图 4 基于VBM分析空间能力相关脑区. 图A是与心理旋转正确率相关的结构态脑区, 图B是与空间观点采择测验正确率相关的结构态脑区. 右侧相关图仅做展示  
Figure 4 Brain regions associated with spatial ability based on VBM analysis. Figure A shows the structural brain regions associated with accuracy in mental rotation, while Figure B displays the structural brain regions related to accuracy in the spatial perspective-taking test. The scatter plots on the right are for illustrative purposes only.

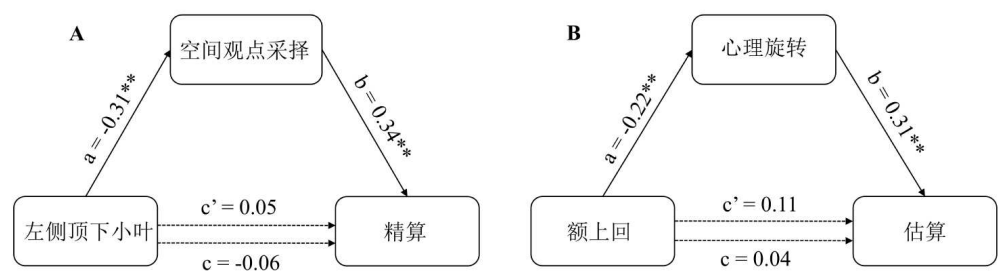


图 5 中介分析结果  
Figure 5 Mediation analysis results

表 4 间接效应量估计  
Table 4 Indirect effect size estimates

|                | 效应量   | Boot SE | Boot LLCI | Boot ULCI |
|----------------|-------|---------|-----------|-----------|
| 顶下小叶-空间观点采择-精算 | -0.11 | 0.03    | -0.18     | -0.05     |
| 额上回-心理旋转-估算    | -0.07 | 0.03    | -0.13     | -0.02     |

观点采择为中介变量、精算为因变量和以顶下小叶 (IPL)为自变量、心理旋转为中介变量、估算为因变

量构建两个中介模型. 结果显示, 从额上回-空间观点采择-精算的间接效应( $\beta=-0.02$ ,  $SE=0.02$ , 95%CI

( $-0.06, 0.01$ ))和从顶下小叶-心理旋转-估算( $\beta=-0.02$ ,  $SE=0.02$ ,  $95\%CI (-0.06, 0.03)$ )的间接效应均不显著, 表明二者的脑神经基础存在分离效应。

### 3 讨论

本研究发现不同空间能力与计算能力的关系不同。行为研究结果表明空间观点采择与精算能力的关系更密切, 而心理旋转与估算能力的关系更密切。结构像结果表明, 额上回的灰质体积与心理旋转显著负相关, 并通过心理旋转影响估算能力; 而左侧顶下小叶的灰质体积与空间观点采择显著负相关, 并通过空间观点采择影响精算能力。这是第一次发现不同空间能力对精算和估算的影响存在分离。

研究结果发现空间观点采择而不是心理旋转与精算有更紧密的关系, 心理旋转而不是空间观点采择与估算有更紧密的关系。该结果的一个可能原因是精算与空间观点采择类似——涉及更多的以自我中心的操作, 而估算与心理旋转类似——涉及更多的以客体为中心的操作。空间观点采择是以自我为中心编码物体的空间信息, 是以自己为参考框架, 而心理旋转主要以环境中的物体为中心编码物体的空间信息, 是以环境中的物体为参考框架<sup>[16,60]</sup>。

空间观点采择涉及自我中心的表征, 即需要个体在心理上将自己旋转到他人的位置上, 是一种自我旋转(self-rotation), 有具身性质<sup>[17,61-64]</sup>。比如, Kessler和Thomson<sup>[63]</sup>的研究发现被试不同的坐姿会影响空间观点采择任务的反应时, 空间观点采择任务涉及具身加工过程, 即被试想象自己的身体进行旋转, 直到与别人的位置重合, 以此来判断某个物体对别人而言是在左边还是右边。换句话说, 空间观点采择任务的执行是对身体运动的模拟, 是一种内源性的身体运动。而精算同样被发现涉及身体部位的运动, 尤其是手部的动作<sup>[65-67]</sup>。例如, Marghetis等人<sup>[67]</sup>让被试加上和减去个数, 并从计算机屏幕上方的左右两个选项中选择准确答案。过程中被试的手部运动被鼠标光标的x, y坐标连续记录下来。结果发现加法和减法过程中的手部动作系统性地分别向右和向左偏转, 就好像计算的同时手在抽象空间中沿着从左到右的心理数字线在运动。还有研究要求被试在数轴上用手指指出加法和减法问题的答案并记录手指的移动轨迹<sup>[68]</sup>。结果发现在

计算过程中, 被试首先指向较大的操作数, 然后慢慢移动到答案位置, 这里的速度与较小的操作数有关, 数字越大, 移动越慢。这种模式支持被试在加法或减法时手指沿着心理数字线在操作的观点。基于此, 空间观点采择与精算有密切关系便不难理解。这与之之前一项以中国儿童为对象的研究结果一致, 即精算与空间观点采择相关显著<sup>[38]</sup>。

不同的是, 估算过程可能更多卷入的是空间注意而不涉及身体运动, 甚至有可能是将符号(阿拉伯数字)形式转为非符号的视觉形式(点阵)再进行加工。有研究以荷兰幼儿园儿童为被试发现, 儿童的符号加法精算被符号数字线表征的准确性预测, 而符号加法估算被非符号数字线表征的准确性预测<sup>[69]</sup>。另一项以大学生为研究对象的研究同样发现精算被符号数量排序准确性预测, 而估算被非符号数量排序的准确性预测<sup>[70]</sup>。这意味着估算更依赖视觉空间形式, 这种形式更需要卷入空间注意。估算特别是非符号估算表现出系统性偏差, 即当个体对两组数量进行非符号加减法估算时倾向于高估加法结果而低估减法结果, 被称为运算动量效应<sup>[71]</sup>。该效应的主流解释空间注意转移假说<sup>[72,73]</sup>认为, 个体会先将运算中的第一个数字映射到心理数字线上, 随后根据运算符号, 注意焦点通过对应于第二个数字大小的距离, 而从当前位置转移到另一个新的位置, 这个位置在加法和乘法时趋向于更大的数, 即比正确位置偏右, 而在减法和除法时则趋向于小数, 即比正确位置偏左<sup>[74]</sup>。概括来看, 估算涉及心理数字线上对数量的视觉表征和空间移动。这与心理旋转的过程相似, 涉及物体的心理表征和旋转。与此一致, 有研究发现心理旋转对估算有显著影响<sup>[22]</sup>。至于有一项研究没有发现心理旋转与估算的关系, 这可能与使用的二维心理旋转任务有些相对简单有关<sup>[5]</sup>。值得说明的是, 精算和估算同样涉及心理数字线的表征, 不同的是精算对数字线的精确表征要求更高。精算中的第二个数字需要精准映射到心理数字线上, 甚至会调动手部动作来支持这一过程。还有一点是, 精算不涉及不同选项之间的比较。而估算不需要将第二个数字在心理数字线上进行精确表征, 而是映射到一个粗略的区间即可, 然后再比较不同选项谁在这个区间内或者更靠近这个区间。

本研究还发现额上回的灰质体积与心理旋转能力显著负相关, 即额上回的体积越小, 心理旋转能力越

强. 关于额上回, 以往大量研究发现这个区域与执行控制有关, 比如认知控制、情绪调节、对他人行为的预期等任务中都可以观察到这个区域的激活<sup>[75-77]</sup>. 结合这些发现, 本研究结果可能反映了额上回体积越小的个体, 其大脑的执行控制效率越高, 进而心理旋转能力越高. 这与一项功能成像研究的结果有一致之处<sup>[78]</sup>. 该研究表明两周的心理旋转能力训练后, 不管对男性还是女性, 他们的3D心理旋转表现都得以改善, 同时在执行3D心理旋转任务时额叶的大脑激活均下降. 目前从结构态分析心理旋转的研究非常有限, 最为相关的是一项来自中国士兵的研究<sup>[49]</sup>. 该研究对移居到高海拔地区两年的士兵进行心理旋转测验, 结果发现被试的心理旋转测验得分低于控制组, 而且与额上回的灰质体积呈显著正相关. 该结果与本研究的模式相反, 这可能与两个研究中被试群体的心理旋转技能水平处于不同阶段有关. Zhang等人<sup>[49]</sup>的研究中被试移居到氧气稀薄的高原地区两年, 他们的心理和行为整体还处于适应阶段, 其心理旋转能力比控制组要低, 说明其能力可能有受损. 有大量研究发现在学习和训练初期, 相关脑区的灰质会增加<sup>[79-81]</sup>, 这反映学习初始阶段较多认知资源的卷入以及能力的提升. 根据技能学习的两阶段观<sup>[81]</sup>, 首先是扩展阶段(expansion), 随着学习和训练的增加, 经验迅速增加, 灰质体积变大; 接下来是重正化阶段(renormalization), 随着技能达到较高的熟练度, 产生更有效的神经再连接, 灰质体积不断减少. 本研究中的被试为生活在非高原地区的大学生, 这些学生在心理旋转技能的发展上, 很可能多数处于重正化阶段, 因而表现出心理旋转能力越强, 额上回灰质体积越小的结果模式.

研究还发现顶下小叶的灰质体积与空间观点采择能力显著负相关, 即顶下小叶的体积越小, 空间观点采择能力越强. 关于顶下小叶, 以往有大量研究发现该区域与空间运动加工有关<sup>[82-84]</sup>. Chen等人<sup>[82]</sup>的研究发现该区域可以表征物体导向的动作, 而且可以进行抽象的物体导向动作表征, 促进个体对动作的理解和执行. Jäncke<sup>[83]</sup>的神经成像研究发现顶下小叶能够与触觉感知与运动计划相结合, 从而指导手部构建动作, 使得个体可以在三维空间中精确地操作物体. Patri等人<sup>[84]</sup>使用经颅磁刺激技术暂时性地抑制被试的顶下小叶皮层活动, 结果发现被试在判断他人行为意图的任务中表现显著下降. 综合前述的观点, 即空间观点采择涉及

具身的运动和旋转, 不难理解本研究会发现顶下小叶的体积与空间观点采择能力有关. 类似地, 这种负相关可能反映了顶下小叶的体积越小, 加工效率越高, 空间观点采择能力越高.

值得注意的是, 额上回的灰质体积会完全通过心理旋转能力影响估算, 顶下小叶的灰质体积完全通过空间观点采择影响精算. 该结果为文化再利用假说提供支持<sup>[44]</sup>. 根据该假说, 人类大脑在学习和使用文字和数字等符号系统时, 会“重用”已有的神经网络. 例如, 视觉处理区域可能被重用于文字识别, 而与物体识别相关的神经元可能会被用于识别字母或数字. 这时神经元的活动模式会发生变化, 不过这些变化反映人类在已有的神经网络基础上适应和整合新信息的能力. 这个假说也得到来自社会认知领域研究的支持<sup>[85,86]</sup>.

本研究结果发现额上回和顶下小叶的灰质体积分别与心理旋转和空间观点采择相关, 然而没有发现精算和估算的相关脑区. 该一结果没有为共享神经机制加工假说提供支持, 即没有看到空间能力和计算能力有共同的大脑区域. 一个可能的原因是结构成像技术在探讨计算能力个体差异时不够敏感. 从生物进化角度来说, 空间能力的发展要早于数学能力, 是一种更古老的认知能力, 在长期的进化中空间技能的使用和发展对人类的脑结构造成比数学能力更为深刻的影响. 尤其是本研究探究的是简单的计算能力, 或许并不容易探测到. 有类似本研究的结构像研究探讨说德语的健康年轻人简单运算和复杂运算等数学能力相关的脑区, 结果并未发现基本计算相关的脑区, 只有复杂运算与右侧中央沟的深度表现出相关<sup>[45]</sup>.

估算和精算与不同空间能力存在相关并且其神经基础不同, 这为精算和估算的分离提供支持. 以往没有发现两者分离的几项研究是直接比较两类计算的神经基础, 这可能未必能探测到两者的差异. 正如本研究中并没有发现精算和估算的相关脑区. 这启发未来需要通过多种方法比较精算和估算. 不过本研究与那些发现两者有分离的研究并不完全一致. Dehaene等人<sup>[32]</sup>认为估算而不是精算依赖空间, 这可能与其研究中的精算任务比较简单有关系, 其任务只是加法, 而且加数为1到9.

空间观点采择和心理旋转对精算和估算的不同影响还支持以往研究关于大尺度和小尺度空间能力存在

分离的观点。这与以往不少研究的观点一致<sup>[10,11,14]</sup>。Hegarty和Waller<sup>[14]</sup>最早观察到心理旋转和空间观点采择能力的差异,并指出这种差异源于两者参照框架的不同,前者是基于客体的转换,而后者是基于观察者自身的转换。Wang等人<sup>[10]</sup>对包含15项研究的文献进行元分析发现,两类空间能力表现出明显的异质性。Li等人<sup>[11]</sup>对103篇相关文献进行元分析,结果发现两类空间能力既拥有共同的激活区域,又拥有特异的激活区域,支持两者部分分离的观点。然而本研究并没有发现两者存在共同的神经基础,不过根据行为结果,两类能力存在显著相关( $r=20$ ),这意味着两者可能还存在关联的部分,毕竟都是涉及空间信息的加工和处理。

本研究通过结构态神经成像技术,发现空间能力和计算能力均出现分离,不同空间能力对不同计算能

力的影响不同,而且其神经基础不同。心理旋转对估算的影响更大,这种影响与额上回的体积有关,而空间观点采择对精算的影响更大,这种影响与顶下小叶的体积有关。理论上,本研究结果支持大尺度和小尺度空间能力部分分离的观点,支持神经元的文化再利用假说。实践上,本研究结果提示,提升空间观点采择能力可以精准改善精算能力,提升心理旋转能力可以精准改善估算能力,这对于计算能力的教育和临床干预提供思路 and 方向。需要说明的是,本研究只使用结构态探究空间能力和计算能力的关系,未来还需要在更多模态(如任务态、静息态)上进行分析,以便完整地揭示不同空间能力影响计算能力的认知神经机制。此外,本研究样本中女生偏多,未来研究有待选取更有代表性的和更大的样本来检验结果的稳定性。

## 参考文献

- 1 Bjälkebring P, Peters E, Luciano M. Money matters (especially if you are good at math): numeracy, verbal intelligence, education, and income in satisfaction judgments. *PLoS One*, 2021, 16: e0259331
- 2 Reyna V F, Nelson W L, Han P K, et al. How numeracy influences risk comprehension and medical decision making. *Psychol Bull*, 2009, 135: 943–973
- 3 Bruine de Bruin W, Slovic P, von Wagner C. Low numeracy is associated with poor financial well-being around the world. *PLoS One*, 2021, 16: e0260378
- 4 Dong Q, Zhang H C. Approximate and exact calculation ability: research findings in brain and cognitive sciences and their implications for mathematics education (in Chinese). *Educ Res*, 2002, 23: 46–51 [董奇, 张红川. 估算能力与精算能力: 脑与认知科学的研究成果及其对数学教育的启示. *教育研究*, 2002, 23: 46–51]
- 5 Gunderson E A, Hildebrand L. Relations among spatial skills, number line estimation, and exact and approximate calculation in young children. *J Exp Child Psychol*, 2021, 212: 105251
- 6 Xie F, Zhang L, Chen X, et al. Is spatial ability related to mathematical ability: a meta-analysis. *Educ Psychol Rev*, 2020, 32: 113–155
- 7 Zhang X, Koponen T, Räsänen P, et al. Linguistic and spatial skills predict early arithmetic development via counting sequence knowledge. *Child Dev*, 2014, 85: 1091–1107
- 8 Newcombe N S, Shipley T F. Thinking about spatial thinking: new typology, new assessments. In: Gero J S, ed. *Pollen: Studying Visual and Spatial Reasoning for Design Creativity*. Dordrecht: Springer Netherlands, 2024. 179–192
- 9 Jansen P. The dissociation of small- and large-scale spatial abilities in school-age children. *Percept Mot Skills*, 2009, 109: 357–361
- 10 Wang L, Cohen A S, Carr M. Spatial ability at two scales of representation: a meta-analysis. *Learn Individ Differ*, 2014, 36: 140–144
- 11 Li Y, Kong F, Ji M, et al. Shared and distinct neural bases of large- and small-scale spatial ability: a coordinate-based activation likelihood estimation meta-analysis. *Front Neurosci*, 2019, 12: 1021
- 12 Wang L, Carr M. Working memory and strategy use contribute to gender differences in spatial ability. *Educ Psychol*, 2014, 49: 261–282
- 13 Jiang Y V, Won B Y. Spatial scale, rather than nature of task or locomotion, modulates the spatial reference frame of attention. *J Exp Psychol Hum Percept Perform*, 2015, 41: 866–878
- 14 Kozhevnikov M, Hegarty M. A dissociation between object-manipulation spatial ability and spatial orientation ability. *Mem Cognit*, 2001, 29: 745–756
- 15 Corballis M C. Mental rotation and the right hemisphere. *Brain Lang*, 1997, 57: 100–121
- 16 Zacks J M. Neuroimaging studies of mental rotation: a meta-analysis and review. *J Cogn Neurosci*, 2008, 20: 1–19

- 17 Surtees A, Apperly I, Samson D. Similarities and differences in visual and spatial perspective-taking processes. [Cognition](#), 2013, 129: 426–438
- 18 Casey B M, Lombardi C M P, Pollock A, et al. Girls' spatial skills and arithmetic strategies in first grade as predictors of fifth-grade analytical math reasoning. [J Cognition Dev](#), 2017, 18: 530–555
- 19 Cheung C N, Sung J Y, Lourenco S F. Does training mental rotation transfer to gains in mathematical competence? Assessment of an at-home visuospatial intervention. [Psychol Res](#), 2020, 84: 2000–2017
- 20 Guay R B, McDaniel E D. The relationship between mathematics achievement and spatial abilities among elementary school children. [J Res Math Educ](#), 1977, 8: 211–215
- 21 Johnson T, Burgoyne A P, Mix K S, et al. Spatial and mathematics skills: similarities and differences related to age, SES, and gender. [Cognition](#), 2022, 218: 104918
- 22 Gunderson E A, Ramirez G, Beilock S L, et al. The relation between spatial skill and early number knowledge: the role of the linear number line. [Dev Psychol](#), 2012, 48: 1229–1241
- 23 Hawes Z, Sokolowski H M, Ononye C B, et al. Neural underpinnings of numerical and spatial cognition: an fMRI meta-analysis of brain regions associated with symbolic number, arithmetic, and mental rotation. [Neurosci Biobehav Rev](#), 2019, 103: 316–336
- 24 Podzebenko K, Egan G F, Watson J D G. Real and imaginary rotary motion processing: functional parcellation of the human parietal lobe revealed by fMRI. [J Cogn Neurosci](#), 2005, 17: 24–36
- 25 Tomasino B, Gremese M. Effects of stimulus type and strategy on mental rotation network: an activation likelihood estimation meta-analysis. [Front Hum Neurosci](#), 2016, 9: 693
- 26 Ang N, Brucker B, Rosenbaum D, et al. Exploring the neural basis and modulating factors of implicit altercentric spatial perspective-taking with fNIRS. [Sci Rep](#), 2023, 13: 20627
- 27 Arora A, Weiss B, Schurz M, et al. Left inferior-parietal lobe activity in perspective tasks: Identity statements. [Front Hum Neurosci](#), 2015, 9: 360
- 28 Kasali A. Generating plan layouts: a case study on visualization of implicit knowledge by “doctor architects”. [HERD](#), 2022, 15: 67–78
- 29 Arsalidou M, Taylor M J. Is  $2+2=4$ ? meta-analyses of brain areas needed for numbers and calculations. [Neuroimage](#), 2011, 54: 2382–2393
- 30 Vogel S E, De Smedt B. Developmental brain dynamics of numerical and arithmetic abilities. [NPJ Sci Learn](#), 2021, 6: 1
- 31 Nieder A. The calculating brain. [Physiol Rev](#), 2024, 105: 267–314
- 32 Dehaene S, Spelke E, Pinel P, et al. Sources of mathematical thinking: behavioral and brain-imaging evidence. [Science](#), 1999, 284: 970–974
- 33 Li M, Tan Y, Cui J, et al. The semantic network supports approximate computation. [Neuropsychology](#), 2019, 33: 842–854
- 34 Stanescu-Cosson R, Pinel P, van de Moortele P F, et al. Understanding dissociations in dyscalculia. [Brain](#), 2000, 123: 2240–2255
- 35 Kucian K, von Aster M, Loenneker T, et al. Development of neural networks for exact and approximate calculation: a fMRI study. [Dev Neuropsychol](#), 2008, 33: 447–473
- 36 Venkatraman V, Ansari D, Chee M W L. Neural correlates of symbolic and non-symbolic arithmetic. [Neuropsychologia](#), 2005, 43: 744–753
- 37 Zacks J M, Michelon P. Transformations of visuospatial images. [Behav Cogn Neurosci Rev](#), 2005, 4: 96–118
- 38 Tam Y P, Wong T T Y, Chan W W L. The relation between spatial skills and mathematical abilities: the mediating role of mental number line representation. [Contemp Educ Psychol](#), 2019, 56: 14–24
- 39 Frick A. Spatial transformation abilities and their relation to later mathematics performance. [Psychol Res](#), 2019, 83: 1465–1484
- 40 Gunia A, Moresku S, Vlček K. Brain mechanisms of visuospatial perspective-taking in relation to object mental rotation and the theory of mind. [Behav Brain Res](#), 2021, 407: 113247
- 41 Hegarty M, Waller D. A dissociation between mental rotation and perspective-taking spatial abilities. [Intelligence](#), 2004, 32: 175–191
- 42 Hawes Z, Ansari D. What explains the relationship between spatial and mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. [Psychon Bull Rev](#), 2020, 27: 465–482
- 43 Anderson M L. Neural reuse: a fundamental organizational principle of the brain. [Behav Brain Sci](#), 2010, 33: 245–266
- 44 Dehaene S, Cohen L. Cultural recycling of cortical maps. [Neuron](#), 2007, 56: 384–398
- 45 Heidekum A E, Vogel S E, Grabner R H. Associations between individual differences in mathematical competencies and surface anatomy of the adult brain. [Front Hum Neurosci](#), 2020, 14: 116
- 46 Rotzer S, Kucian K, Martin E, et al. Optimized voxel-based morphometry in children with developmental dyscalculia. [Neuroimage](#), 2008, 39: 417–422
- 47 Rykhlevskaia E. Neuroanatomical correlates of developmental dyscalculia: combined evidence from morphometry and tractography. [Front Hum](#)

- [Neurosci](#), 2009, 3: 51
- 48 Wilkey E D, Cutting L E, Price G R. Neuroanatomical correlates of performance in a state-wide test of math achievement. [Dev Sci](#), 2018, 21: e12545
- 49 Zhang J, Zhang H, Li J, et al. Adaptive modulation of adult brain gray and white matter to high altitude: structural MRI studies. [PLoS One](#), 2013, 8: e68621
- 50 O'Boyle M W, Cunningham R, Silk T J, et al. Mathematically gifted male adolescents activate a unique brain network during mental rotation. [Cogn Brain Res](#), 2005, 25: 583–587
- 51 Kessler K. The two forms of visuo-spatial perspective taking are differently embodied and subserve different spatial prepositions. [Front Psychol](#), 2010, 1: 213
- 52 Wei W, Lu H, Zhao H, et al. Gender differences in children's arithmetic performance are accounted for by gender differences in language abilities. [Psychol Sci](#), 2012, 23: 320–330
- 53 Kalaman D A, Lefevre J A. Working memory demands of exact and approximate addition. [Eur J Cogn Psychol](#), 2007, 19: 187–212
- 54 O'Boyle M W, Cunningham R, Silk T J, et al. Mathematically gifted male adolescents activate a unique brain network during mental rotation. [Cogn Brain Res](#), 2005, 25: 583–587
- 55 Ashburner J. A fast diffeomorphic image registration algorithm. [Neuroimage](#), 2007, 38: 95–113
- 56 Ashburner J, Friston K J. Unified segmentation. [Neuroimage](#), 2005, 26: 839–851
- 57 Good C D, Johnsrude I S, Ashburner J, et al. A voxel-based morphometric study of ageing in 465 normal adult human brains. [Neuroimage](#), 2001, 14: 21–36
- 58 Kulynych J J, Vldar K, Jones D W, et al. Gender differences in the normal lateralization of the supratemporal cortex: MRI Surface-rendering morphometry of Heschl's gyrus and the planum temporale. [Cereb Cortex](#), 1994, 4: 107–118
- 59 Preacher K J, Hayes A F. SPSS and SAS procedures for estimating indirect effects in simple mediation models. [Behav Res Methods Instrum Comput](#), 2004, 36: 717–731
- 60 Kozhevnikov M, Hegarty M. A dissociation between object manipulation spatial ability and spatial orientation ability. [Mem Cogn](#), 2001, 29: 745–756
- 61 Erle T M, Topolinski S. The grounded nature of psychological perspective-taking. [J Pers Soc Psychol](#), 2017, 112: 683–695
- 62 Michelon P, Zacks J M. Two kinds of visual perspective taking. [Percept Psycho](#), 2006, 68: 327–337
- 63 Kessler K, Thomson L A. The embodied nature of spatial perspective taking: embodied transformation versus sensorimotor interference. [Cognition](#), 2010, 114: 72–88
- 64 Xu Z Y, Zhang D, Su Y J. The rotation and reset of self-perspective representation in the process of spatial perspective taking (in Chinese). [Chin J Appl Psychol](#), 2014, 20: 9 [徐阵雁, 张达, 苏彦捷. 空间观点采择过程中自我视角表征的旋转和回位. [应用心理学](#), 2014, 20: 9]
- 65 Masson N, Letesson C, Pesenti M. Time course of overt attentional shifts in mental arithmetic: evidence from gaze metrics. [Q J Exp Psychol](#), 2018, 71: 1009–1019
- 66 Zhu R, You X, Gan S, et al. Spatial attention shifts in addition and subtraction arithmetic: evidence of eye movement. [Perception](#), 2019, 48: 835–849
- 67 Marghetis T, Núñez R, Bergen B K. Doing arithmetic by hand: hand movements during exact arithmetic reveal systematic, dynamic spatial processing. [Q J Exp Psychol](#), 2014, 67: 1579–1596
- 68 Pinheiro-Chagas P, Dotan D, Piazza M, et al. Finger tracking reveals the covert stages of mental arithmetic. [Open Mind](#), 2017, 1: 30–41
- 69 Xenidou-Dervou I, van der Schoot M, van Lieshout E C D M. Working memory and number line representations in single-digit addition: approximate versus exact, nonsymbolic versus symbolic. [Q J Exp Psychol](#), 2015, 68: 1148–1167
- 70 Waring S J, Penner-Wilger M. Estimation of importance: relative contributions of symbolic and non-symbolic number systems to exact and approximate calculation. [J Numer Cogn](#), 2017, 2: 202–219
- 71 McCrink K, Dehaene S, Dehaene-Lambertz G. Moving along the number line: operational momentum in nonsymbolic arithmetic. [Percept Psycho](#), 2007, 69: 1324–1333
- 72 Zhang W, Dong Q Y R, Gong L J, et al. The theoretical accounts and developmental predictors of operational momentum effect (in Chinese). [Adv Psychol Sci](#), 2022, 30: 2777–2788 [张雯, 董元易如, 龚丽娟, 等. 运算动量效应的理论解释及其发展性预测因素. [心理科学进展](#), 2022, 30: 2777–2788]

- 73 Prado J, Knops A. Spatial attention in mental arithmetic: a literature review and meta-analysis. *Psychon Bull Rev*, 2024, 31: 2036–2057
- 74 Katz C, Knops A, Motes M A. Operational momentum in multiplication and division? *PLoS One*, 2014, 9: e104777
- 75 Egner T, Hirsch J. The neural correlates and functional integration of cognitive control in a Stroop task. *Neuroimage*, 2005, 24: 539–547
- 76 Falquez R, Couto B, Ibanez A, et al. Detaching from the negative by reappraisal: the role of right superior frontal gyrus (BA9/32). *Front Behav Neurosci*, 2014, 8
- 77 Mou H, Liu L, Zhou T, et al. Action expectancy modulates activity in the mirror neuron system and mentalizing system. *Neuroimage*, 2024, 300: 120876
- 78 Neubauer A C, Bergner S, Schatz M. Two- vs. three-dimensional presentation of mental rotation tasks: sex differences and effects of training on performance and brain activation. *Intelligence*, 2010, 38: 529–539
- 79 Draganski B, Gaser C, Busch V, et al. Changes in grey matter induced by training. *Nature*, 2004, 427: 311–312
- 80 Zatorre R J, Fields R D, Johansen-Berg H. Plasticity in gray and white: neuroimaging changes in brain structure during learning. *Nat Neurosci*, 2012, 15: 528–536
- 81 Wenger E, Brozzoli C, Lindenberg U, et al. Expansion and renormalization of human brain structure during skill acquisition. *Trends Cogn Sci*, 2017, 21: 930–939
- 82 Chen Q, Garcea F E, Jacobs R A, et al. Abstract representations of object-directed action in the left inferior parietal lobule. *Cerebral Cortex*, 2018, 28: 2162–2174
- 83 Jäncke L. The role of the inferior parietal cortex in linking the tactile perception and manual construction of object shapes. *Cerebral Cortex*, 2001, 11: 114–121
- 84 Patri J F, Cavallo A, Pullar K, et al. Transient disruption of the inferior parietal lobule impairs the ability to attribute intention to action. *Curr Biol*, 2020, 30: 4594–4605.e7
- 85 Huth A G, de Heer W A, Griffiths T L, et al. Natural speech reveals the semantic maps that tile human cerebral cortex. *Nature*, 2016, 532: 453–458
- 86 Kubota E, Grill-Spector K, Nordt M. Rethinking cortical recycling in ventral temporal cortex. *Trends Cogn Sci*, 2024, 28: 8–17

# The differential effects of mental rotation and spatial perspective-taking on approximate and exact arithmetic, and their neural bases

ZHANG Li<sup>1†</sup>, ZHANG LiBin<sup>2†</sup>, TU XinYing<sup>1</sup> & FENG TingYong<sup>3\*</sup>

<sup>1</sup> School of Sociology and Psychology, Central University of Finance and Economics, Beijing 100081, China

<sup>2</sup> State Key Laboratory of Cognitive Neuroscience and Learning, Beijing Normal University, Beijing 100875, China

<sup>3</sup> Faculty of Psychology, Southwest University, Chongqing 400715, China

† Contributed equally to this work

\* Corresponding author, E-mail: [fengty0@swu.edu.cn](mailto:fengty0@swu.edu.cn)

Spatial abilities are typically categorized into small-scale and large-scale spatial abilities, with mental rotation and spatial perspective-taking representing these two types, respectively. While prior research has explored the impact of spatial abilities on arithmetic skills, most studies have concentrated on the relationship between mental rotation and exact arithmetic. The potential influence of mental rotation on approximate arithmetic, the role of spatial perspective-taking in both exact and approximate arithmetic, and the neural bases underlying these relationships remain unresolved. This study involved 173 university students who underwent structural MRI scanning and completed tasks assessing mental rotation, spatial perspective-taking, exact arithmetic, and approximate arithmetic. Behavioral results demonstrated that mental rotation was more strongly associated with approximate arithmetic, whereas spatial perspective-taking showed a closer connection to exact arithmetic. Structural imaging findings revealed that gray matter volume in the superior frontal gyrus was negatively correlated with mental rotation, which in turn influenced approximate arithmetic. Similarly, gray matter volume in the left inferior parietal lobule was negatively correlated with spatial perspective-taking, which mediated its effect on exact arithmetic. These results provide theoretical support for the dissociation between small-scale and large-scale spatial abilities and align with the neural reuse hypothesis. From a practical perspective, they offer guidance for the precise intervention in arithmetic skills development.

**mental rotation, spatial perspective-taking, approximate arithmetic, exact arithmetic, neural bases**

doi: [10.1360/SSV-2024-0372](https://doi.org/10.1360/SSV-2024-0372)