



# 机翼跨音速颤振特性的频域分析

贺顺, 杨智春\*, 谷迎松

西北工业大学航空学院, 西安 710072

\*联系人, E-mail: yangzc@nwpu.edu.cn

收稿日期: 2013-06-02; 接受日期: 2013-09-27

国家自然科学基金(批准号: 11072198, 11102162)、高等学校学科创新引智计划(编号: B07050)和西北工业大学基础研究基金(编号: NPU-FFR-JC 20120210)资助项目

**摘要** 从气动力影响系数矩阵的物理意义出发, 推导出以气动力时域计算为基础的跨音速气动力影响系数矩阵的计算公式. 通过求解非定常 Euler 方程, 获得机翼简谐振动下的跨音速气动力时间历程, 应用最小二乘法对模态气动力系数的时间历程进行曲线拟合, 得到跨音速气动力影响系数矩阵, 进而在频域内进行机翼的跨音速颤振特性分析. 采用该方法计算了 AGRAD 445.6 机翼随马赫数变化的颤振边界, 所得结果与文献的实验结果吻合良好, 验证了该方法的可行性和准确性.

**关键词** 气动弹性, 颤振, 跨音速流, 频域分析, 非定常流动

**PACS:** 05.45.-a, 45.50.Jf, 45.50.Pk, 95.55.Pe, 96.12.De

**doi:** 10.1360/132013-258

颤振是弹性升力面结构在气流中发生的一种动不稳定现象, 是飞行器气动弹性力学研究的主要问题之一. 大量研究表明: 在跨音速区随着马赫数的增加, 颤振临界速度会逐渐降低, 且在某个马赫数下达到最小, 而在越过跨音速区后颤振临界速度又将升高<sup>[1]</sup>, 即颤振边界会在跨音速区出现所谓的“凹坑”效应. 在工程颤振分析中, 对跨音速区的颤振临界速度计算通常采用压缩性修正系数法, 即用亚音速区计算的颤振速度除以一个压缩性修正系数来计及跨音速“凹坑”效应. 而压缩性修正系数则是通过具体的飞机跨音速颤振模型风洞试验获得或按经验值确定, 显然用这种修正方法很难获得准确的飞机跨音速颤振特性<sup>[2]</sup>.

颤振特性分析的途径包括频域方法和时域方法, 颤振分析的频域方法是建立在频域气动力计算基础上的. 首先假设机翼结构处于颤振临界状态, 即认为机翼结构做简谐运动, 然后通过求解频域颤振方程对应特征方程的特征根, 来获得颤振速度和颤振频率. 典型的频域颤振分析方法有  $V-g$  法和  $p-k$  法, 频域颤振分析方法具有物理意义清楚、计算量小的优点, 是工程颤振分析首选的有效方法. 颤振计算的时域分析方法则是采用机翼的时域气动力模型与结构动力学有限元模型进行耦合计算, 通过考察不同飞行速度下的机翼气动弹性响应的衰减特性来确定发生颤振的临界速度.

在进行亚音速颤振特性的计算分析时, 一般都

**引用格式:** 贺顺, 杨智春, 谷迎松. 机翼跨音速颤振特性的频域分析. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2014, 44: 285-292

He S, Yang Z C, Gu Y S. Frequency domain analysis for wing transonic flutter (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2014, 44: 285-292, doi: 10.1360/132013-258

采用基于偶极子格网法的频域简谐非定常气动力模型<sup>[3]</sup>. 而对于跨音速颤振问题, 由于没有相应的跨音速频域气动力计算方法, 经典的频域颤振求解方法不再适用. 随着计算流体力学技术的快速发展, 基于欧拉方程/N-S 方程以及结构动力学方程的时域颤振分析方法, 即所谓的 CFD/CSD 耦合求解方法<sup>[2,4-7]</sup>, 成为跨音速颤振求解的一种有效手段, 而且具有较高的准确度. 但这种方法在进行颤振分析时需计算出一系列速度下的机翼气动弹性响应, 再根据响应的衰减和发散情况来判定是否达到颤振临界状态, 计算量大, 耗时很长, 限制了它在工程颤振分析中的应用. 因此, 发展高精度、低耗时、适合工程应用的跨音速颤振特性频域计算方法是一件非常有意义的工作.

本文提出了一种机翼跨音速颤振频域计算方法. 首先使机翼按照其某阶模态做微幅简谐运动, 采用 CFD 方法计算出机翼的时域跨音速气动力, 再通过模态变换获得时域模态气动力系数, 进而计算出给定马赫数下的跨音速气动力影响系数矩阵, 从而可应用频域颤振分析方法求解出机翼的颤振速度及颤振频率. 通过对 AGRAD 445.6 标准机翼模型的跨音速颤振特性计算以及与文献实验结果比较, 验证了该方法的可行性和准确性.

## 1 跨音速颤振频域分析方法

### 1.1 颤振方程

忽略结构的阻尼, 机翼的气动弹性运动方程为

$$[M]\{\ddot{w}\} + [K]\{w\} = \{F\}. \quad (1)$$

式中,  $[M]$ 为质量阵,  $[K]$ 为刚度阵,  $\{F\}$ 为结点气动力向量,  $\{w\}$ 为结点位移向量.

记 $[\Phi]$ 为机翼结构按模态质量归一化后的前  $N$  阶模态矩阵, 根据模态叠加原理, 设 $\{w\}=[\Phi]\{q\}$ , 代入(1)式并将方程两边同时左乘 $[\Phi^T]$ , 利用固有模态正交性可得模态坐标系下的气动弹性运动方程

$$\{\ddot{q}\} + \text{diag}[\omega_i^2]\{q\} = \{Q\}. \quad (2)$$

式中,  $\omega_i$ 为结构第  $i$  阶固有频率;  $\{Q\}=[\Phi^T]\{F\}$ 为模态

气动力向量;  $\{q\} = \begin{Bmatrix} \vdots \\ q_n \\ \vdots \end{Bmatrix}$ 为模态坐标向量. 引入模态

气动力系数向量

$$\{C_Q\} = \frac{1}{2\rho V^2 b_r^2} \{Q\}. \quad (3)$$

式中,  $V$ 为无穷远来流速度;  $b_r$ 为参考长度, 取为翼根半弦长. 则方程(2)可以写为

$$\{\ddot{q}\} + \text{diag}[\omega_i^2]\{q\} = 2\rho V^2 b_r^2 \{C_Q\}. \quad (4)$$

为了在频域内对颤振方程(4)进行求解, 需要获得机翼的频域模态气动力, 这可通过气动力影响系数矩阵来计算. 而气动力影响系数矩阵是建立在如下物理意义基础上的: 当机翼结构作简谐运动时, 记为

$$\{q\} = \{q_0\}e^{i\omega t} = \begin{Bmatrix} \vdots \\ q_{n,0} \\ \vdots \end{Bmatrix} e^{i\omega t}. \quad (5)$$

相应的模态气动力系数也作简谐变化, 即模态气动力系数向量可表示为如下形式

$$\{C_Q\} = [AIC] \cdot \{q_0\}e^{i\omega t}. \quad (6)$$

频域的模态气动力系数幅值向量为

$$\{\bar{C}_Q\} = [AIC] \cdot \{q_0\}. \quad (7)$$

其中, 矩阵 $[AIC]$ 就是气动力影响系数矩阵, 它与马赫数和减缩频率  $k = \omega b_r / V$  有关, 其中  $\omega$  为机翼振动频率.

### 1.2 跨音速气动力影响系数矩阵

要获得跨音速颤振频域分析中所需的频域气动力, 显然不能从流场控制方程出发进行解析求解. 随着 CFD 技术的快速发展, 非定常气动力时域数值计算方法日趋成熟, 根据气动力影响系数矩阵的物理意义, 用时域数值计算方法获取气动力影响系数矩阵, 成为计算跨音速频域模态气动力系数的一种可行途径<sup>[8-10]</sup>. 这种采用 CFD 技术计算模态气动力影响系数的基本思想, 是将机翼及其周围流场看作一个以机翼的模态运动为输入、模态气动力系数为输出的气动力系统. 根据气动力影响系数矩阵的物理意义, 若机翼结构以第  $n$  阶模态作微幅正弦运动

$$q_n = q_{n,0} \sin \omega t. \quad (8)$$

其相应的模态气动力系数也应为同频的简谐时间函数

$$\begin{aligned} \{C_Q^n\} &= \{C_{Q,c}^n\} \cos \omega t + \{C_{Q,s}^n\} \sin \omega t \\ &= \{C_{Q,cs}^n \sin(\omega t + \varphi)\}. \end{aligned} \quad (9)$$

$C_{Q,c}^n$  和  $C_{Q,s}^n$  为待定系数,  $C_{Q,cs}^n = \sqrt{(C_{Q,c}^n)^2 + (C_{Q,s}^n)^2}$ ,  $\varphi = \arctan(C_{Q,c}^n / C_{Q,s}^n)$ .

比较式(8)和式(9)可知, 模态气动力系数与结构模态运动之间具有相位差 $\varphi$ . 将机翼结构的简谐运动表示为复指数形式  $q_n=q_{n,0}e^{i\omega t}$ , 则其引起的模态气动力系数可以表示为

$$\{C_Q^n\} = \{C_{Q,cs}^n e^{i(\omega t + \varphi)}\} = \left\{ \frac{C_{Q,cs}^n e^{i\varphi}}{q_{n,0}} \right\} q_{n,0} e^{i\omega t}. \quad (10)$$

尽管跨音速流场本质上是非线性的, 但是当机翼结构做微幅运动时, 整个气动力系统仍然可以看作是一个动态线性系统<sup>[8,11]</sup>. 因此, 由机翼结构各阶模态运动引起的总体模态气动力系数, 可以通过各阶模态引起的气动力系数叠加得到, 即

$$C_Q = \sum_{n=1}^N \{C_Q^n\}. \quad (11)$$

将式(10)代入式(11), 模态气动力系数可表示为

$$\begin{aligned} C_Q &= \left[ \dots \left\{ \frac{C_{Q,cs}^n e^{i\varphi}}{q_{n,0}} \right\} \dots \right] \begin{Bmatrix} \vdots \\ q_{n,0} \\ \vdots \end{Bmatrix} e^{i\omega t} \\ &= \left[ \dots \left\{ \frac{C_{Q,cs}^n e^{i\varphi}}{q_{n,0}} \right\} \dots \right] \cdot q_0 e^{i\omega t}. \end{aligned} \quad (12)$$

比较式(6)与式(12), 可以得到气动力影响系数矩阵

$$\begin{aligned} [AIC] &= \left[ \dots \left\{ \frac{C_{Q,cs}^n e^{i\varphi}}{q_{n,0}} \right\} \dots \right] \\ &= \left[ \dots \left\{ \frac{C_{Q,cs}^n}{q_{n,0}} + i \frac{C_{Q,c}^n}{q_{n,0}} \right\} \dots \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

由于气动力影响系数矩阵是在一个任意给定的马赫数下计算得到的, 因此从理论上讲, 上述方法可以计算任意马赫数下的气动力影响系数矩阵, 即这种方法实际上可以用来分析机翼的亚音速、跨音速和超音速颤振特性.

## 2 气动力影响系数矩阵的建立

为了便于跨音速颤振频域计算方法的工程应用, 本文在 ANSYS/CFX 软件平台上实现气动力影响系数矩阵的建立, 并应用于频域跨音速颤振求解. 计算过程如下:

(1) 使机翼结构模型按照其某阶模态作如式(8)

所示的正弦运动, 通过 ANSYS/CFX 软件平台的位移传递接口(保形方法<sup>[12]</sup>), 使流场边界也按照相应的规律运动; 同时利用有限体积法求解流场的非定常 Euler 方程, 并将计算得到的非定常气动力通过载荷传递接口(守恒方法<sup>[12]</sup>)转化为机翼模型有限元结点上的气动载荷.

(2) 这些结点的气动载荷即为式(1)中机翼结构的结点时域气动力 $\{F\}$ , 通过模态变换便可得到模态气动力系数.

(3) 应用最小二乘法对模态气动力系数的时程曲线进行拟合, 即可以确定出式(8)中的待定系数, 再按照式(13)计算出气动力影响系数.

在给定马赫数下, 对不同的减缩频率和机翼结构不同的模态运动, 重复(1)–(3)的计算步骤, 求解出若干个减缩频率下的气动力影响系数矩阵, 再采用常规的频域颤振计算方法如  $p$ - $k$  法, 在 MATLAB 软件平台上进行编程计算, 可以得出机翼的跨音速颤振特性.

## 3 跨音速颤振特性计算的算例验证

ARARD 445.6 标准机翼模型的颤振风洞实验是由美国国家航空航天局兰利研究中心在跨音速风洞中完成的. 在 5 组不同的实验模型中, 刚度较弱的 3<sup>#</sup> 机翼模型的实验数据已经成为国际公认的跨音速机翼颤振特性计算方法的考核标准.

该模型的平面形状及几何参数如图 1 所示, 翼型

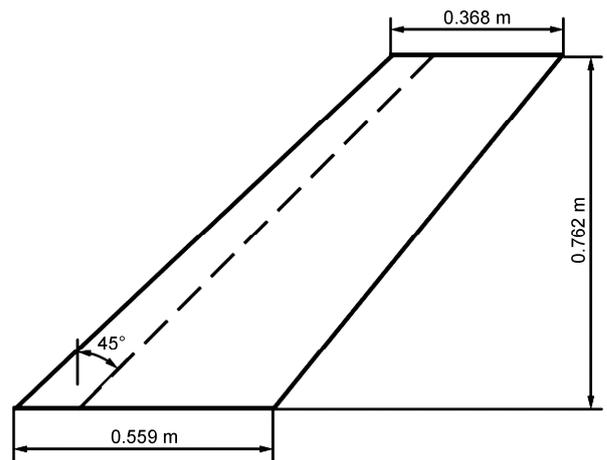


图 1 AGARD 445.6 机翼模型的几何参数  
Figure 1 Geometry of AGARD 445.6 wing model.

为 NACA65A004 对称翼型. 本文计算时所建立的机翼结构模型的前两阶模态(即参与机翼颤振耦合的危险模态)频率与实验测试结果<sup>[13]</sup>的对比如表 1 所示, 相应的模态振型如图 2 所示. 在跨音速颤振分析方法研究中, 通常引入无量纲的颤振速度  $V_f / (\omega_\alpha b_r \sqrt{\mu})$  和无量纲颤振频率  $\omega_f / \omega_\alpha$  作为检验指标. 其中  $\omega_\alpha$  为参考频率, 定义为计算模型的第一阶扭转频率;  $\mu = m / \rho U$  为质量比;  $\rho$  为当地空气密度;  $m = 1.693 \text{ kg}$  为机翼质量;  $U = 0.130 \text{ m}^3$  为机翼周围空气的有效体积,  $\rho U$  为机翼周围空气的有效质量.

根据 AGARD 445.6 机翼颤振风洞实验<sup>[13]</sup>的气体状态, 保证气体密度、温度和压强与实验的气体状态相同, 确定出进行气动力时域计算时各马赫数下对应的气体常数, 如表 2 所示.

表 1 AGARD 445.6 机翼结构固有频率比较  
Table 1 Comparison of natural frequencies for AGARD 445.6 wing

Mode	First bending (Hz)	First twisting (Hz)
Experiment <sup>[13]</sup>	9.60	38.10
Calculated	9.5992	38.1650
Error	0.0083%	0.1706%

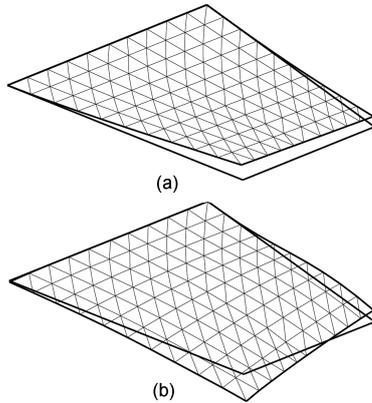


图 2 AGARD 445.6 机翼前两阶固有模态

(a) 一阶弯曲模态, (b) 一阶扭转模态

Figure 2 First two modes of AGARD 445.6 wing. (a) First bending mode, (b) first twisting mode.

表 2 计算气动力影响系数矩阵的气体常数

No.	Mach	Density (kg/m <sup>3</sup> )	Temperature (K)	Pressure (Pa)
1	0.678	0.2082	289.84	17318.9
2	0.901	0.0995	270.47	7721.2
3	0.960	0.0634	257.86	4691.3
4	1.072	0.0551	257.37	4073.3
5	1.141	0.0783	253.75	5705.0

### 3.1 零攻角颤振特性分析

文献[13]给出了 AGARD 445.6 机翼在零攻角状态的跨音速颤振风洞实验结果, 对该机翼零攻角下的跨音速颤振特性进行计算以验证本文方法的可行性和有效性. 为了与文献的实验结果在相同马赫数下进行对比, 首先计算马赫数不匹配的颤振解. 根据表 2 的气体常数, 用前文所述的跨音速频域颤振计算方法得到了 AGARD 445.6 机翼在实验马赫数下的无量纲颤振速度和无量纲颤振频率, 与文献[13]的实验结果以及文献[14,15]的 CFD/CSD 计算结果对比如图 3 所示.

下面以马赫数 0.678 的状态为例来说明用本文方法计算机翼跨音速颤振特性的过程. 首先, 根据表 2 的气体常数, 计算出若干个减缩频率下(这里分别取 0.05, 0.10 和 0.15)第一阶弯曲模态和第一阶扭转模态对应的时域气动力. 然后拟合出这几个减缩频率下的气动力影响系数矩阵. 最后, 采用  $p$ - $k$  法求解颤振方程, 得到机翼运动的衰减率随无量纲速度变化的曲线以及无量纲频率随无量纲速度变化曲线, 如图 4 所示. 从图中可以确定该马赫数下的无量纲的颤振速度和无量纲颤振频率分别为 0.409 和 0.469, 由图 4(b)可以明显看出两阶频率随速度增加而接近的趋势, 表明其为典型的一阶弯曲和一阶扭转模态耦合型颤振.

由图 3 的颤振边界可以看出, 该机翼在跨音速区的颤振速度明显低于亚音速区和超音速区的颤振速度, 的确出现了跨音速“凹坑”现象. 可以看出, 本文频域方法的计算结果与实验结果吻合较好, 且与文献[14,15]中 CFD/CSD 耦合时域计算的结果具有相同的精度. 而由于本文采用的是频域颤振求解方法, 因而比 CFD/CSD 耦合时域方法具有更高的计算效率和工程实用性.

与压缩性修正系数法相比, 本文方法能够较为准确地估计出飞行器外形等对其跨音速颤振特性的影响. 与 CFD/CSD 耦合时域计算观察气动弹性响应来判断发生颤振与否相比, 本文方法只需选择几个减缩频率进行 CFD 时域计算即可直接确定颤振临界速度, 其计算难度和计算量均较小.

### 3.2 攻角对跨音速颤振特性的影响

攻角对跨音速颤振特性的影响规律较为复杂, 它不仅与马赫数有关, 还与机翼(翼型)的具体构型有

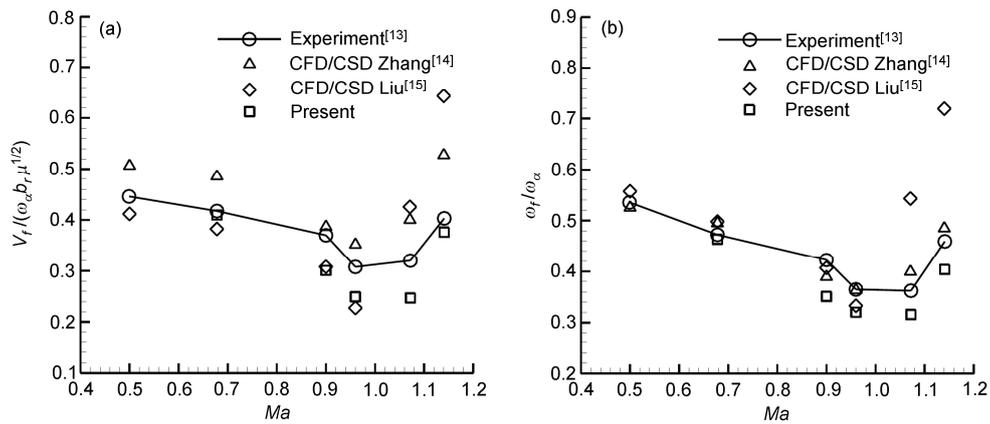


图3 AGARD 445.6 机翼的跨音速颤振边界

(a) 无量纲颤振速度, (b) 无量纲颤振频率

Figure 3 Transonic flutter boundary of AGARD 445.6 wing. (a) Flutter speed index, (b) flutter frequency.

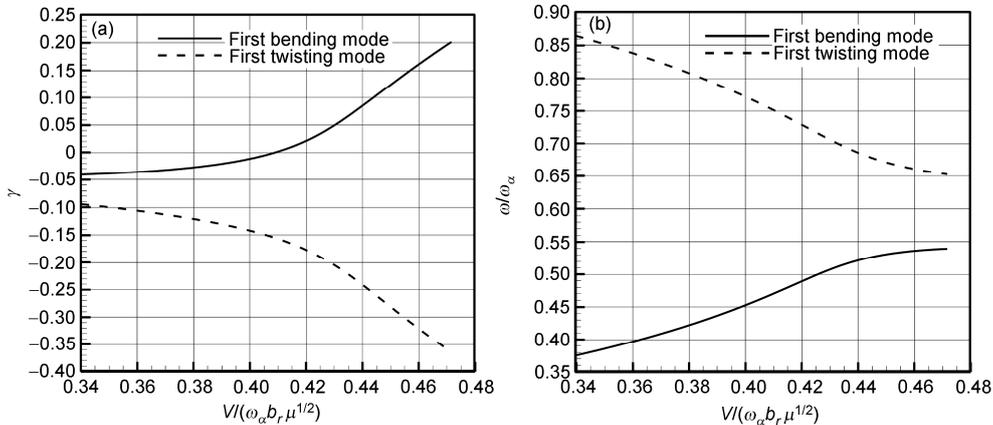


图4 马赫数 0.678 的 AGARD 445.6 机翼颤振特性

(a) 衰减率随无量纲速度变化曲线, (b) 无量纲频率随无量纲速度变化曲线

Figure 4 AGARD 445.6 wing flutter characteristics for Mach 0.678. (a) Decay factor over speed index, (b) frequency ratio over speed index.

关<sup>[16,17]</sup>. 本文通过在不同攻角下计算跨音速气动力影响系数的方式来计入攻角影响, 进行了不同攻角状态下机翼跨音速颤振特性的计算分析. 以跨音速凹坑内(马赫数 0.96)的颤振分析为例, 分别计算了  $-2^\circ$ ,  $-1^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $1^\circ$  和  $2^\circ$  攻角状态下的颤振特性, 其结果如表 3 所示. 从表中可以看出, 对于 AGARD 445.6 机翼, 在马赫数为 0.96 时, 攻角对颤振速度的影响比较平缓, 总体的趋势为随着攻角的增加, 颤振速度和颤振频率均略有增大.

### 3.3 静气动弹性变形的影响

跨音速颤振问题是一种由气动力非线性引起的

非线性颤振问题, 利用微幅运动来计算跨音速气动力影响系数的方法本质上可以考虑跨音速静态非线性的影响<sup>[8,11,14]</sup>. 静气动弹性变形对机翼表面的压强分布、激波位置等有一定的影响, 进而对跨音速颤振特性产生影响.

在某给定的攻角下, 应用 CFD/CSD 耦合的方法进行静气动弹性分析, 得到该攻角下的静气动弹性变形. 在静气动弹性变形构型下计算机翼结构的模态, 在静气动弹性变形后的气动外形上进行跨音速气动力影响系数的计算, 通过  $p-k$  法求解得到该攻角静气动弹性变形下的颤振特性.

本文仍然采用 ANSYS/CFX 进行 CFD/CSD 耦合

表 3 AGARD445.6 机翼在马赫数 0.96 的状态下颤振速度随攻角的变化

Table 3 Flutter speed versus angle of attack in Mach 0.96 for AGARD 445.6 wing

Angle of attack (°)	$V_f / (\omega_\alpha b_r \sqrt{\mu})$	$\omega_f / \omega_\alpha$	$V_f$ (m/s)
-2	0.244	0.314	233
-1	0.247	0.317	236
0	0.249	0.320	239
1	0.254	0.321	244
2	0.259	0.325	249

表 4 静气动弹性变形对跨音速颤振特性的影响

Table 4 The impact of static aeroelastic deformation on transonic flutter property

Angle of attack (°)	$V_f / (\omega_\alpha b_r \sqrt{\mu})$	$\omega_f / \omega_\alpha$	$V_f$ (m/s)
-2	0.248	0.317	238
-1	0.251	0.321	241
1	0.259	0.325	248
2	0.262	0.330	251

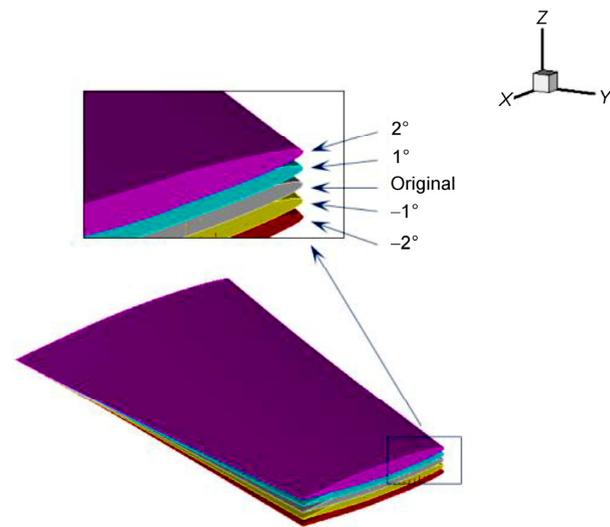


图 5 (网络版彩图)不同攻角下的静气动弹性变形(马赫数 0.96)

Figure 5 (Color online) Static aeroelastic deformation for different angle of attack (Ma 0.96).

的静气动弹性分析,其静气动弹性分析过程与文献[18]相似,不同之处在于文献[18]中在每次结构变形后采用重新划分网格的方法得到新的网格,而 ANSYS/CFX 是应用动网格技术得到新的网格.一般经过 4-5 次的静气动弹性耦合计算,即可迭代到静气动弹性平衡位置.

同样以马赫数 0.96 为例,计算 -2°, -1°, 1° 和 2° 攻角状态下的静气动弹性变形如图 5 所示.采用静气动弹性变形后的气动外形进行气动力影响系数的计算,进而得到颤振分析结果,如表 4 所示.从表中可以看出,与只考虑攻角影响的计算结果相比,考虑静气动弹性变形后的颤振速度和颤振频率随攻角增加而增大的趋势更加显著,说明静气动弹性变形具有增加气动外形攻角的效应.

### 3.4 马赫数匹配的颤振计算

为了考察用本文方法进行跨音速颤振特性计算的精度,本节计算了 AGARD 445.6 机翼在零攻角下马赫数匹配的颤振特性.在应用 CFD 技术进行跨音速气动力影响系数矩阵的计算时,除需要给定马赫数和减缩频率外,同时还需给出气体的温度和压强参数.实际颤振分析中气体的密度、温度和压强由飞行海拔高度决定,一般通过改变高度或者改变马赫数的方法来得到马赫数匹配的分析结果.

为了与文献的实验颤振结果进行数值上的比较,本文在马赫数匹配的颤振计算中,采用改变马赫数同时保证气体状态(密度、温度和压强)与其实验情况一致的方法来进行马赫数匹配的颤振计算.在实际计算时,在给定气体状态下对一系列马赫数进行跨音速气动力影响系数的计算,通过  $p-k$  法求解得到各个马赫数下的颤振速度,并绘制成颤振速度随马赫数变化的曲线,再找出该曲线与直线  $V=Ma \times a$  ( $a$  为当地音速)的交点.该交点即为在该气体状态下马赫数匹配的颤振速度,同时可求出对应马赫数匹配的颤振频率.

针对表 2 给出的 5 种实验气体状态,采用上述方法进行了 AGARD445.6 机翼在零度攻角下马赫数匹配的颤振计算.由于在计算过程中进行了马赫数匹配,因此可采用无量纲的颤振速度与颤振频率与文献[13]的实验结果进行对比,如表 5 所示.从表中结果对比可以看出在考虑马赫数匹配后,除了第四种气体状态(实验颤振马赫数 1.072)计算颤振速度与实验颤振速度相差稍大外,其余状态本文方法计算得到的颤振速度和颤振频率与实验结果都十分接近.

## 4 结论

本文从气动力影响系数矩阵的物理意义和跨音速气动力系统的动态线性假设出发,提出一种通过用常规的频域颤振计算来获得机翼的跨音速颤振特

表 5 AGARD 445.6 机翼的马赫数匹配颤振计算结果与实验颤振结果比较

Table 5 Comparison of flutter solution for AGARD 445.6 wing between matched-point analysis and experiments

No	$V_f$ (m/s)			$\omega_f$ (rad/s)		
	Experiment <sup>[13]</sup>	Present	Error	Experiment <sup>[13]</sup>	Present	Error
1	231.4	221.8	4.15%	113.0	114.4	1.24%
2	296.7	263.7	11.12%	101.1	93.8	7.22%
3	309.0	283.3	8.32%	87.3	84.7	2.98%
4	344.7	286.2	16.97%	86.7	81.2	6.34%
5	364.3	371.4	1.95%	109.9	106.8	2.82%

时域气动力计算来获得气动力影响系数矩阵, 再采性的方法, 并在商用流固耦合软件 ANSYS/CFX 和数值计算软件 MATLAB 计算平台上, 建立了完整的飞行器跨音速颤振特性的频域分析流程以 AGARD

445.6 机翼为例, 计算得到了该机翼随马赫数变化的跨音速颤振边界, 并与文献的风洞实验结果和 CFD/CSD 耦合时域方法计算结果进行了比较, 验证了本文的方法具有较高的精度。

这种基于 CFD 跨音速时域气动力计算的跨音速颤振频域分析方法, 提高了跨音速颤振工程分析的计算效率, 为跨音速颤振特性分析的工程应用提供了一个新的手段。

本文算例选取了机翼的前两阶模态作为颤振分析的参与模态, 每次颤振分析仅计算 2-3 个减缩频率下的跨音速气动力影响系数矩阵, 这使得算例颤振分析的计算量较小。但是, 增多参与模态的个数和减缩频率的个数将直接增加本文方法的计算量。

## 参考文献

- 1 Edwards J W, Thomas J L. Computational methods for unsteady transonic flows. AIAA-87-0107, 1987
- 2 Lu Z L, Guo T Q, Guan D. A study of calculation method for transonic flutter (in Chinese). Acta Aero ET Astron Sin, 2004, 25(3): 214-217 [陆志良, 郭同庆, 管德. 跨音速颤振计算方法研究. 航空学报, 2004, 25(3): 214-217]
- 3 管德. 飞机气动弹性手册. 北京: 航空工业出版社, 1994
- 4 Lu X C, Ye Z Y, Zhang C A. A coupled ANSYS/CFX method for the AGARD 445.6 wing flutter calculations (in Chinese). Comput Simul, 2010, 27(9): 88-91 [卢学成, 叶正寅, 张陈安. 基于 ANSYS/CFX 耦合的机翼颤振分析. 计算机仿真, 2010, 27(9): 88-91]
- 5 Zeng X A, Xu M, An X M, et al. Wing flutter analysis using CFD/CSD algorithm (in Chinese). J Northwestern Polytech Univ, 2008, 26(1): 79-82 [曾宪昂, 徐敏, 安效民, 等. 基于 CFD/CSD 耦合算法的机翼颤振分析. 西北工业大学学报, 2008, 26(1): 79-82]
- 6 Cui P, Hang J L. Prediction of flutter characteristics for a transport wing with wingtip devices. Aero Sci Technol, 2012, 23: 461-468
- 7 Zhao X, Zhu Y F, Zhang S J. Transonic wing flutter predictions by a loosely-coupled method. Comput Fluids, 2012, 58: 45-62
- 8 He S, Gu Y S, Yang Z C. Analysis of transonic limit cycle using aerodynamic describing function and superposition principle. AIAA-2013-1590, 2013
- 9 Lee-Rausch E M, Batina J T. Wing flutter boundary prediction using unsteady Euler aerodynamic method. J Aircraft, 1995, 32(2): 416-422
- 10 程芳. 机翼跨音速颤振的频域计算. 硕士学位论文. 南京: 南京航空航天大学, 2004
- 11 Dowell E H. A Modern Course in Aeroelasticity, 4th Revised and Enlarged Edition. New York: Kluwer Academic Publishers, 2004
- 12 Coupled-Field Analysis Guide, release 13.0. Canonsburg: ANSYS, Inc, 2010
- 13 Yates E C Jr, Land N S, Foughner J T Jr. Measured and calculated subsonic and transonic flutter characteristics of a 45° sweptback wing planform in air and in freon-12 in the Langley transonic dynamic tunnel. NASA TN D-1616. Washington: National Aeronautics and Space Administration, 1963
- 14 Zhang W W, Ye Z Y. Numerical simulation of aeroelasticity basing on identification technology of unsteady aerodynamic loads (in Chinese). Acta Aero ET Astron Sin, 2006, 27(4): 579-583 [张伟伟, 叶正寅. 基于非定常气动力辨识技术的气动弹性仿真数值模拟. 航空学报, 2006, 27(4): 579-583]
- 15 Liu F, Cai J, Zhu Y. Calculation of wing flutter by a coupled fluid-structure method. J Aircraft, 2001, 38(2): 334-342
- 16 Yates E C Jr, Wynne E C, Farmert M G. Measured and calculated effects of angle of attack on the transonic flutter of supercritical wing. AIAA-82-0647, 1982
- 17 Edwards J W, Bennett R M, Whitlow W Jr, et al. Time-marching transonic flutter solutions including angle-of-attack effects. J Aircraft, 1983, 20(11): 899-906
- 18 Huang W, Lu Z L, Guo T Q, et al. Numerical method of static aeroelastic correction and jig-shape design for large airliners. Sci China Tech, 2012, 55: 2447-2452

## Frequency domain analysis for wing transonic flutter

HE Shun, YANG ZhiChun\* & GU YingSong

*Northwester Polytechnical University, School of Aeronautics, Xi'an 710072, China*

In the time domain aerodynamics calculation, a new approach for flow field boundary controlling is suggested in the present study, in which the wing was forced to oscillate harmonically under small amplitude. The transonic aerodynamic force was computed by solving unsteady Euler equations, and then modal aerodynamic force was calculated using modal matrix. The least square method is used to fit the modal aerodynamic force coefficient time history. From the physical meaning of aerodynamic influence coefficient (AIC) matrix, the formulation of AIC matrix are derived according to time domain solution of modal aerodynamic force. Based on the transonic AIC matrix, wing transonic flutter characteristics can be obtained by frequency domain flutter solution. The transonic flutter characteristics of AGARD 445.6 wing are studied and the flutter boundary under different Mach numbers was presented. The results obtained by the present method are in good agreement with those obtained by experimental data of literatures.

**aeroelasticity, flutter, transonic flow, frequency domain analysis, unsteady flow**

**PACS:** 05.45.-a, 45.50.Jf, 45.50.Pk, 95.55.Pe, 96.12.De

**doi:** 10.1360/132013-258