

Lasalle 不等式的推广及其应用

1. 不等式的推广 在研究控制系统稳定性时经常用到 Lasalle 不等式。本文用 V 函数的方法推广了 Lasalle 不等式, 得到下面的结果:

定理 1 设 A 是 n 阶稳定方阵, $G > 0$ 是 n 阶对称方阵, B 是 $A^*B + BA = -G$ 的解, 则对任何 $n \times m$ 阶矩阵 b, c 都有不等式

$$(-1)^m \det \left[-c^* A^{-1} b - \left(Bb + \frac{1}{2} c \right)^* G^{-1} \left(Bb + \frac{1}{2} c \right) \right] \geq 0 \quad (1)$$

成立。

必须指出, Lasalle 不等式就是上面这个不等式当 $m = 1$ 时的特殊情形。

由定理 1 可以推出: 若

$$W = \begin{pmatrix} G & -\left(Bb + \frac{c}{2} \right) \\ -\left(Bb + \frac{c}{2} \right)^* & -c^* A^{-1} b \end{pmatrix},$$

则存在非异矩阵 K , 使 $K^* W K = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & F \end{pmatrix}$, 其中 E

是 n 阶单位方阵, $F = \text{diag}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m)$, $\varepsilon_i = 0$ 或 $\varepsilon_i = -1 (i = 1, 2, \dots, m)$ 。

2. 应用 我们研究带有 m 个执行机构的直接调节系统

$$\frac{dx}{dt} = Ax + b\varphi(\sigma) \quad (\sigma = c^* A^{-1} x). \quad (2)$$

取 $V(x) = x^* B x + \sum_{j=1}^m \int_0^{\sigma_j} \varphi_j(\lambda) d\lambda$, 计算得

$$\frac{dV}{dt} = \begin{pmatrix} \xi \\ x \end{pmatrix}^* W \begin{pmatrix} \xi \\ x \end{pmatrix}, \quad \xi = \varphi(\sigma). \quad (3)$$

Lefschetz 把 $m = 1$ 的结果推广到 $m \geq 2$ 的情形, 由保证 $\frac{dV}{dt} \leq 0$ 成立的充分条件得出 (2) 式的

零解是绝对稳定的充分条件 (参见: Solomon Lefschetz, Stability of Nonlinear Control Systems, 1965)。

我们指出, 这些条件并不能保证 $\frac{dV}{dt} \leq 0$ 。例如对系统: $\frac{dx_1}{dt} = -4x_1 - 2\varphi_1(\sigma_1) - 2\varphi_2(\sigma_2)$, $\frac{dx_2}{dt} = -4x_2 - \varphi_2(\sigma_2)$, $\sigma_1 = x_1$, $\sigma_2 = x_1 - x_2$; 取 $V(x) = x_1^2 + x_2^2 + \int_0^{\sigma_1} \varphi_1(\lambda) d\lambda + \int_0^{\sigma_2} \varphi_2(\lambda) d\lambda$ 。它们满足充分条件, 但是 $\frac{dV}{dt} \leq 0$ 不成立。

我们应用本文中的不等式 (1) 改正了 Lefschetz 的错误, 得到下面的结果:

定理 2 当且仅当 $\left(Bb + \frac{c}{2} \right)^* G^{-1} \left(Bb + \frac{c}{2} \right) = -c^* A^{-1} b$ 时, $\frac{dV}{dt}$ 是 (x, ξ) 的常负二次型。

推论 如果存在满足条件 $\left(Bb + \frac{c}{2} \right)^* G^{-1} \times \left(Bb + \frac{c}{2} \right) = -c^* A^{-1} b$ 的正定矩阵 G , 并且系统 (2) 只有一个零平衡位置, 则这个平衡位置是绝对稳定的。

件永先 赵素霞

(曲阜师范学院数学系, 山东)

金属塑性变形的双剪应力准则

材料在复杂应力状态下的屈服准则和强度理论, 是研究固体力学、材料强度和结构强度的一个重要基础。从 1864 年到 1913 年, 提出了两个重要的屈服准则, 即 Tresca 和 Mises 准则。此后, 对材料屈服基本准则的研究的进展不多。

在点的空间主应力状态中, 存在三个主剪应力

τ_{12} , τ_{13} 和 τ_{23} 。Tresca 准则只考虑最大剪应力 τ_{12} 对材料屈服的影响, 没有考虑中间主应力 σ_2 的影响 (也即中间主剪应力 τ_{12} 或 τ_{23} 的影响)。近年来的一些研究表明, 对一些材料的塑性变形, 除了最大剪应力 τ_{12} 影响剪切变形外, 其它剪应力也将促进主滑移系统产生剪切变形。

1961年作者在研究各向同性屈服函数的一般性质时,提出了一个新的双剪应力屈服准则(俞茂铨,各向同性屈服函数的一般性质,1961年西安交通大学科学论文)。双剪应力屈服准则认为应该计入另一个较大的主剪应力的影响,即当两个较大主剪应力之和达到某一极限值时,材料发生屈服,其数学表达式为

$$f = \tau_{13} + \tau_{12} = \sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) = c,$$

$$\text{当 } \sigma_2 \leq \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \text{ 时,} \quad (1)$$

$$f' = \tau_{13} + \tau_{23} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) - \sigma_3 = c,$$

$$\text{当 } \sigma_2 > \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \text{ 时,} \quad (1')$$

双剪应力屈服准则的一般表达式为

$$[(\tau_{13} + \tau_{12}) \pm c][(\tau_{23} + \tau_{31}) \pm c][(\tau_{31} + \tau_{32}) \pm c] = 0 \quad (2)$$

、这一准则与 Taylor 和 Quinney 对软钢的复合应力实验结果较为符合,与 Ivey 的铝合金的初始屈服面实验结果极为符合。可能作为一个新的各向同性屈服准则和强度理论。此外,也可用来说明晶体塑性变形的非 Schmid 效应。

近年来,由于对双剪应力准则研究的进一步深入以及其它相应学科的发展,双剪应力准则进一步推广到其它一些领域。“广义双剪应力强度理论”、“晶体和多晶体金属塑性变形的非 Schmid 效应和临界双剪应力准则”等文将陆续发表。

俞茂铨 何丽南
(西安交通大学力学系)

一些新的稀土与 HPMBP 络合物的合成

据文献(高等学校化学学报,1(1980),2:23)和我们用两相滴定法研究表明,用1-苯基-3-甲基-4-苯甲酰基-吡唑酮-5 (HPMBP = HA) 萃取稀土时,生成唯一的,组成为 $\text{RE}_3 \cdot \text{HA}$ 的萃合物。该文献还报道制备出十四种相应于上述组成的固体络合物。最近 Roy (Bull. Chem. Soc. Japan, 51(1978), 5:1525) 和 Okafor (J. Inorg. Nucl. Chem., 42, (1980), 1155) 公布用酒精和水混合溶剂法制备了八种组成为 RE_3 的络合物,但是经过我们多次重复他们的实验,证明他们制得的产物实际上还是 $\text{RE}_3 \cdot \text{HA}$, 而不是 RE_3 络合物,理由如下:(1)将产物干燥后测定 RE 和 HA 含量得出 RE:HA=1:4,符合于 $\text{RE}_3 \cdot \text{HA}$ 的组成。Okafor 没有分析稀土含量而仅仅根据碳氢分析结果来判定产物的组成是不可靠的,因为在 La_3 和 $\text{La}_3 \cdot \text{HA}$ 中 C 含量的相对差别只有 3.6%,而 La 含量的相对差别则为 22.3%。(2)在这类络合物的 X 射线衍射谱中未出

现 HA 的线条,说明在 $\text{RE}_3 \cdot \text{HA}$ 中不存在自由的 HA。(3)络合物的远红外光谱 RE—O 键振动频率与我们用新方法合成的真正的 RE_3 络合物比较完全不同,表明是两种不同的络合物。

本文提出一种新的简便而有效的合成 RE_3 络合物的方法如下:将 3mM HA 溶于热的氨水中至溶液的 pH~6,加入 1mM RECl_3 溶液,加热并搅拌,将沉淀抽滤,洗涤和干燥。产率可达99%。产品经组成分析符合于 RECl_3 , NMR 分析未发现产品中有 HA。我们合成了十五种 RE_3 和 Ce_3 络合物,并研究了它们的远红外谱、热谱和核磁共振谱等。

陈 滇 李声崇 吴瑾光
黎乐民 徐光宪
(北京大学化学系)
杨 频
(山西大学化学系,太原)

E-10-羟基-2-癸烯酸对急性辐射损伤的防护和治疗的研究*

我们从蜂王浆中分离出一种白色结晶,熔点为 58—59℃,该物质化学性质稳定,经光谱法(红外、核磁及质谱)及化学法测定结果为: E-10-羟基-2-

癸烯酸,将该酸进行抗辐射试验,发现该酸具有显著

* 李焯、黄少琼参加部分工作。