SCIENTIA SINICA Physica, Mechanica & Astronomica

physcn.scichina.com



论 文

暗能量背景下黑洞的全息相变

伍世云1、李玲2*

- 1. 四川文理学院智能制造学院, 达州 635000;
- 2. 四川文理学院数学学院, 达州 635000
- * 联系人, E-mail: liling@163.com

收稿日期: 2016-10-21; 接受日期: 2016-11-14; 网络出版日期: 2017-01-24

摘要 在暗能量背景下, 研究了黑洞的热力学熵和纠缠熵的相结构. 分别讨论了黑洞的电荷和暗能量态参数对黑洞相结构的影响. 对于固定的暗能量态参数, 当电荷的值增大时, 黑洞热力学熵和纠缠熵的相结构与范德瓦尔斯相变的相结构完全类似, 即黑洞先后经历一阶相变、二阶相变, 最后达到稳定态. 对于固定的电荷, 当暗能量态参数增大时, 黑洞热力学熵和纠缠熵的相结构并不完全类似. 特别是, 纠缠熵随暗能量态参数的变化与热力学熵的变化趋势完全相反. 相同的是, 当暗能量态参数增大时, 在纠缠熵 - 温度平面和热力学熵 - 温度平面, 黑洞都经历一阶相变和二阶相变. 对于热力学熵和纠缠熵, 发现在一阶相变的不稳定区域, 麦克斯韦的等面积法则始终成立, 在二阶相变临界点附近, 热容的临界指数都是 2/3.

关键词 纠缠熵,相变,暗能量,黑洞

PACS: 11.25.Tq, 04.70.-s, 04.50.Kd

1 引言

自从霍金证实黑洞具有热辐射以来^[1],物理学家们已逐渐意识到黑洞也是一个热力学体系,和通常的热力学体系一样,在演化过程中,该系统也具有相变和临界行为.在涉及这一主题时,通常人们更多的是关注 AdS 时空的相变行为,其原因主要有二:一方面,由于 AdS 边界的存在,AdS 时空的相变与其他类型时空的相变相比更加丰富.另一方面,基于AdS/CFT对偶理论,人们可以利用一些非局域可观测量,从全息的角度来探测黑洞的相变行为,即全息相

变. 全息相变的研究不仅有助于更深刻地认识黑洞的本质, 还有助于认识共形场论中的一些相变行为. Hawking-Page 相变是 AdS 时空中最典型的相变 [2]. 这一相变标志黑洞从热辐射演化到一个史瓦西 AdS 黑洞, 从场论的角度来看, 这一相变可解释为夸克的禁闭与解禁相变 [3]. AdS 时空中的另一类相变是类范德瓦尔斯相变. 对于带电的 AdS 时空, 这种相变最初是在温度 - 熵平面中发现的 [4], 随后在电荷 - 化学势平面人们也观察到类似相变行为 [5]. 比较有趣的是在五维 Gauss Bonnet 引力中 [6], Gauss Bonnet 参数的变化也会引起类似的相变行为. 特别是最近把字

引用格式: 伍世云, 李玲. 暗能量背景下黑洞的全息相变. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2017, 47: 060502

Wu S Y, Li L. Holographic phase transition for a black hole in the background with dark energy (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2017, 47: 060502, doi: 10.1360/SSPMA2016-00445

© 2017《中国科学》杂志社 www.scichina.com

宙学常数当做热力学变量 P 后, 在 P-V 平面, 人们也观察到了范德瓦尔斯相变 [7.8].

以上提及的相变都是从热力学角度理解的. 近年来, 黑洞纠缠熵的研究受到越来越多物理学家的关注. 对这一主题的研究主要有两个动机, 一方面人们试图搞清楚黑洞熵的本质. 由于黑洞熵与视界面积而不是体积成正比, 黑洞熵与通常热力学体系熵的本质是不同的, 最近的研究表明黑洞熵可能起源于纠缠熵 [9]. 因此对纠缠熵的深刻研究有助于探索黑洞熵的本质. 另一方面, 纠缠熵是一个非局限量,通过纠缠熵能探测很多有趣的物理现象, 如全息超导 [10-13]、全息热化 [14-19]、量子信息 [20-22] 等.

在引力体系中研究纠缠熵已有 30 多年的历史, 自 Srednicki [23] 的工作后, 已有很多讨论纠缠熵的工 作[24], 其中的一种比较简单但物理上很重要的方法 是 Ryu 和 Takayanagi [25] 基于全息的思想提出的, 即 全息纠缠熵. 他们发现,对于具有补集B的区域A,其 纠缠熵可以通过其最小面的面积计算. 基于 Ryu 和 Takayanagi [25] 的工作, 目前已有很多研究全息纠缠 熵的工作,如非平衡态纠缠熵 [26]、纠缠热力学 [27] 等. 最近, 文献 [28] 通过全息纠缠熵探测了黑洞的相 变行为. 结果表明和通常的热力学熵类似, 在正则系 综或巨正则系综,纠缠熵也具有类似的范德瓦尔斯相 变. 对于二阶相变, 他们还得到了相变点附近通过纠 缠熵定义的类似的热容的临界指数, 结果表明这些 值和热力学熵得到的值完全一样. 鉴于这些有趣的 特征,这一工作立即被推广到了广延相空间[29],研 究表明纠缠熵不仅和温度 - 熵平面的相结构类似, 而 且和温度-压强空间的范德瓦尔斯相变也类似. 前不 久, Nguyen [30] 单独研究了纠缠熵的一阶相变并发现 纠缠熵和热力学熵一样, 都遵循麦克斯韦的等面积 法则. 与此同时, 文献 [31] 把这一工作推广到了黑膜, 他们发现和黑洞的相变一样, 在熵 - 温度平面, 对于 一阶相变, 纠缠熵和热力学熵都满足等面积法则. 文 献 [32-35] 进一步用两点关联函数和威尔逊环探测 了黑洞的相变, 结果表明, 和全息纠缠熵一样, 这两 个非局域可观测量也可以探测黑洞的相变.

自从发现宇宙加速膨胀后, 暗能量成为理论物理学家感兴趣的课题, Quintessence 暗能量 [36,37] 是其中一种主要模型. 本文拟在 Quintessence 暗能量背

景下通过全息纠缠熵来研究黑洞的相变,主要考虑暗能量的态参数和黑洞电荷对相结构的影响.首先,将从热力学的角度研究黑洞热力学熵的相结构,为了更精细地研究黑洞相变,还将在一阶相变过程中研究麦克斯韦的等面积法则,二阶相变过程中讨论热容的临界指数.在得到这些结果后,还将研究纠缠熵并讨论其相结构.对于同样的参数,主要关注纠缠熵的相结构是否与黑洞热力学熵的相结构完全类似.本文中,将令 $G=c=\hbar=1$.

2 黑洞热力学与范德瓦尔斯相变

考虑到暗能量的贡献后,爱因斯坦场方程可 写成

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} - \frac{(D-1)(D-2)}{2l^2} g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}^q, \tag{1}$$

其中 l 是 AdS 半径, D 是时空维度, $T_{\mu\nu}^q$ 是与暗能量相关的能动张量, 其非零分量有

$$T_t^{qt} = T_r^{qr} = -\rho_q,$$

$$T_{x_1}^{qx_1} = T_{x_2}^{qx_2} = \dots = T_{x_{(D-2)}}^{qx_{(D-2)}} = \frac{\rho_q}{D-2}[(D-1)w+1],$$
(2)

其中 ρ_q 是暗能量密度, w 是暗能量的态参数. 基于方程 (1) 和 (2), 对于 D=4, 可得到一个在暗能量背景下的静态的、球对称的 AdS 黑洞 [38]

$$ds^{2} = -f(r)dt^{2} + f^{-1}(r)dr^{2} + r^{2}(d\theta^{2} + \sin^{2}\theta d\varphi^{2}), \quad (3)$$

$$f(r) = -\frac{a}{r^{3w+1}} + \frac{r^2}{l^2} - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2} + 1,$$
 (4)

上式中 a 是与暗能量密度相关的归一化因子. 对于 Quintessence 暗能量 -1 < w < -1/3, 对于 Phantom 暗能量 w < -1. 在后面的计算中, 将令 l = 1.

基于黑洞霍金温度与表面引力的关系, 黑洞的温度可表示成

$$T = \frac{r_h^{-3(w+1)} \left(a(3r_h w + r_h) + 2r_h^{3w} \left(Mr_h - Q^2 + r_h^4 \right) \right)}{4\pi}, (5)$$

其中 r_h 是黑洞的视界, 满足关系 $f(r_h) = 0$. 根据 AdS/CFT 对偶, 这一温度可理解为边界所对偶的共形场温度. 此外, 基于方程 (4), 黑洞质量可表示成

$$M = \frac{1}{2}r_h^{-3w-1} \left(-ar_h + Q^2 r_h^{3w} + r_h^{3w+2} + r_h^{3w+4} \right), \tag{6}$$

把方程 (6) 代入方程 (5) 并利用熵与视界的关系 $S = \pi r_h^2$, 得到黑洞霍金温度与黑洞熵的表达式

$$T = -\frac{-3a\pi^{\frac{1}{2}(3w+2)}wS^{\frac{1}{2}(-3w-2)} + \frac{\pi^{3/2}Q^2}{S^{3/2}} - \frac{3\sqrt{S}}{\sqrt{\pi}} - \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{S}}}{4\pi}}{4\pi},$$
(7)

基于这一表达式,对于给定的参数 a, w, Q, 在 T-S 平面,就能得到温度与熵的相结构图.本文中,主要考虑暗能量态参数和电荷对黑洞相结构的影响,令 a=0.1.

为了不失一般性, 首先固定 w = -0.7 来讨论电荷 Q 对相结构的影响, 具体的相结构见图 1.

在图 1 中, 点线、虚线、实线分别对应 $Q = 0.8Q_c$, Q_c , $1.2Q_c$. 这里 $Q_c = 0.16798$ 表示临界电荷, 其值由方程

$$\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_{O} = \left(\frac{\partial^{2} T}{\partial S^{2}}\right)_{O} = 0 \tag{8}$$

决定. 很明显,这一相结构类似于范德瓦尔斯相变.也就是说,当黑洞电荷小于临界电荷时,在小的不稳定区域与大的稳定区域间有一个不稳定态,当黑洞温度高于某一临界温度 T_{*},小黑洞将跃迁到大的稳定黑洞,这一相变是一阶的;当黑洞电荷等于临界电荷时,原来的不稳定态被挤压成一条直线,此时黑洞热容发散,小的不稳定黑洞到大的稳定黑洞的跃迁是二阶的;当黑洞电荷大于临界荷时,黑洞始终处于稳定态.

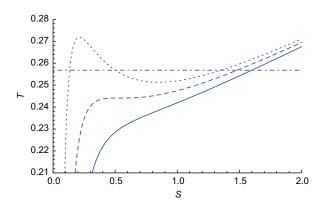


图 1 (网络版彩图)w = -0.7 时, 不同电荷对应的熵与温度的关系, 点虚线对应的温度表示一阶相变温度

Figure 1 (Color online) Relation between the entropy and temperature at w = -0.7. The temperature corresponding to the dotdashed line represents the first order phase transition temperature.

这一相结构图也可在 T-F 图中观察到, 见图 2, 其中 F = M - TS 是系统的亥姆霍兹自由能. 不难看出,图 1 中点线中的不稳定区域对应于图 2 中的燕尾结构,虚线中的不稳定区域对应于图 2 中的折点.图 2 中燕尾结构的交叉点对应的横坐标即是一阶相变温度 T_* ,折点对应的横坐标是二阶相变温度 T_c .

类似地, 也可以固定 Q 来讨论 w 对黑洞相结构的影响. 当 Q = 0.16 时, 基于关系

$$\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_{W} = \left(\frac{\partial^{2} T}{\partial S^{2}}\right)_{W} = 0,\tag{9}$$

得到 $w_c = -0.523259$. 不同 w 对应的相结构图见图 3, 其中, 点线、虚线、实线分别对应 $w = 1.7w_c$, w_c , $0.3w_c$.

很明显,图 3 在形式上与图 1 的相结构并不完全类似,但不难看出,当 $w < w_c$ 时,仍然存在一个不稳定区域;当 $w = w_c$ 时,仍然存在由原来的不稳定区域挤压形成的一条直线;当 $w > w_c$ 时,黑洞始终处于稳定态. 也就是说,仍然会发生一阶相变和二阶相变,其相变温度也可从 T-F 图中观察到,见图 4.

在得到了不同 w, Q 对应的相结构图和相变温度后, 将关注相变点附近的临界行为. 对于一阶相变, 主要研究麦克斯韦的等面积法则, 对于二阶相变, 主要研究热容的临界指数. 进行这一讨论的主要目的是为了把这些结果与下一部分通过纠缠熵得到的结果进行比较.

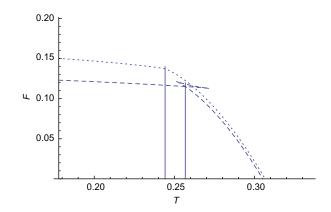


图 2 (网络版彩图) 自由能与温度间的关系. 虚线和点线分别对应 w = -0.7, $Q = 0.8Q_c$ 和 w = -0.7, $Q = Q_c$

Figure 2 (Color online) The relation between the free energy and temperature. The dashed line and dotted line correspond to w = -0.7, $Q = 0.8Q_c$ and w = -0.7, $Q = Q_c$, respectively.

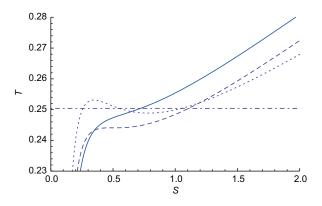


图 3 (网络版彩图) Q = 0.16 时, 不同暗能量态参数对应的熵与温度的关系, 点虚线对应的温度表示一阶相变温度

Figure 3 (Color online) Relation between the entropy and temperature at Q=0.16 for different state parameter of dark energy. The temperature corresponding to the dotdashed line represents the first order phase transition temperature.

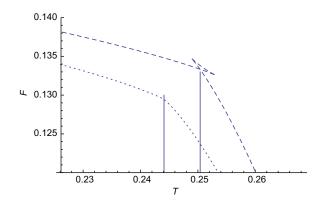


图 4 (网络版彩图) 自由能与温度间的关系. 虚线和点线分别对应 Q = 0.16, $w = 1.7w_c$ 和 Q = 0.16, $w = w_c$

Figure 4 (Color online) The relation between the free energy and temperature. The dashed line and dotted line correspond to Q = 0.16, $w = 1.7w_c$ and Q = 0.16, $w = w_c$, respectively.

麦克斯韦的等面积法则可表示成

$$A_L \equiv T_{\star}(S_3 - S_1) = \int_{S_1}^{S_3} (S, Q) dS \equiv A_R,$$
 (10)

其中, S_1 , S_3 是满足关系 $T(S,Q) = T_*$ 的最小与最大解. 在表 1 中, 给出了不同的 w, Q 所对应的结果. 不难看出, 在合理的精度范围内, 麦克斯韦的等面积法则是成立的. 也就是说, 在类范德瓦尔斯相变中, 等面积法则与引力系统的参数是无关的.

表 1 在 T-S 平面检验等面积法则

Table 1 Check of the equal area law in the T-S plane

参量	$w = -0.7, Q = 0.8Q_{\rm c}$	$Q = 0.16, w = 1.7w_{\rm c}$
T_{\star}	0.2568	0.2504
A_L	0.31289	0.19812
A_R	0.31285	0.19810

对于二阶相变, 主要关注在临界点附近热容的临界指数. 在临界点附近, 熵可表示成 $S = S_c + \delta$, 其中 δ 是一无穷小量, S_c 是与 T_c 所对应的临界熵. 在 δ 附近, 对温度进行级数展开, 始终能得到如下关系:

$$T - T_c = \zeta (S - S_c)^3,$$
 (11)

其中 γ 是常数. 利用热容的定义, 进一步得到 $C_Q = T(\partial S/\partial T)|_Q \sim (T-T_c)^{-2/3}$, 也就是说热容的临界指数是 2/3. 对方程 (11) 左右两边取对数, 得到

$$\log |T - T_c| = C + 3\log |S - S_c|,$$
 (12)

其中 $C = \log \zeta$ 是常数. 在下一部分中, 将检验在纠缠熵 - 温度平面内是否也有类似的临界行为.

3 纠缠熵的相结构

在引力系统中, 黑洞的彭罗斯图告诉我们, 整个时空有两个渐近平直区域, 闵氏空间的真空态, 可以写成此两个平直区域真空态的直积. 基于 AdS/CFT 对偶, Ryu 和 Takayanagi [25] 认为其中一个区域的纠缠熵, 假定为区域 A, 等于连接这一区域与其补集, 假定为区域 B 的最小面积

$$S_A = \frac{\text{Area}(\gamma)}{4},\tag{13}$$

 γ 是满足条件 $\partial \gamma = \partial A$ 的最小面, ∂A 是区域 A 的边界, Area(γ) 是最小面积. 根据方程 (3), 在 γ 面上的诱导度规可表示成

$$dS_2^2 = \left(\frac{(r')^2}{f(r)} + r^2\right) d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2,$$
 (14)

其中 $r' = dr/d\theta$, 进一步 Area(γ) 可表示成

Area
$$(\gamma) = \int_{\gamma} \sqrt{h} d\theta d\varphi = \int_{\gamma} r \sin \theta \sqrt{\frac{(r')^2}{f(r)}} + r^2 d\theta d\varphi,$$
(15)

其中,h 是诱导度规的行列式. 对于黑洞背景,在无穷远边界,其几何是一个球,其体积是有限的. 区域A 是边界有限体积球的一部分,其大小由选取的 θ_0 决定,其形状是由最小曲面决定. 本文中,将考虑 $\theta_0 = 0.1$. 在这种情况下,纠缠熵可表示成

$$S_A = \frac{\pi}{2} \int_0^{\theta_0} \Pi d\theta, \quad \Pi = r \sin \theta \sqrt{\frac{(r')^2}{f(r)} + r^2},$$
 (16)

把上式中的 Π 等同于拉格朗日量, 利用欧拉拉格朗日方程, 可以得到 $r(\theta)$ 的运动方程

$$0 = r'(\theta)^{2} [\sin \theta r(\theta)^{2} f'(r) - 2\cos \theta r'(\theta)]$$
$$-2r(\theta) f(r) [r(\theta)(\sin \theta r''(\theta) + \cos \theta r'(\theta))$$
$$-3\sin \theta r'(\theta)^{2}] + 4\sin(\theta) r(\theta)^{3} f(r)^{2}. \tag{17}$$

考虑到最小面的几何形状和其对称性,将采用 边界条件

$$r'(0) = 0, r(0) = r_0,$$
 (18)

数值求解 $r(\theta)$. 数值求解时,首先根据边界条件方程 (18) 和运动方程 (17) 构造一个关于 r_0 的插值函数 解. 然后用 FindRoot 命令找到插值函数满足选取的 边界 θ_0 所满足的 r_0 . 把得到的插值函数解代入到方程 (14), 就能得到纠缠熵. 考虑到在边界处纠缠熵是发散的, 为了得到更有物理意义的结果, 主要考虑重整化和正规化后的纠缠熵 $\delta S \equiv S - S_0$, 其中 S_0 是方程 (4) 中 M = Q = 0 时所对应的值. 事实上文献 [28]已经得到了球对称黑洞边界处 S_0 的解析结果

$$S_0 = \frac{\pi}{2} \left[\frac{1}{\varepsilon} (1 + \varepsilon^2)^{1/2} \sin \theta_0 - 1 \right], \tag{19}$$

其中 $\varepsilon = r(\theta_c)$, θ_c 是 θ 方向的紫外截断. θ_c 的取值规律是接近但不等于边界处的 θ_0 , 所以这个值是不确定的. 尽管不同的截断会影响纠缠熵的数值大小, 但不影响纠缠熵的变化规律, 不影响最终的结论, 本文中取 $\theta_c = 0.099$.

在得到纠缠熵的具体值后, 能画出纠缠熵与温度的依赖关系. 图 5 表示 w = -0.7 时不同电荷对应的相结构图. 图 6 表示 Q = 0.16 时不同暗能量态参数对应的相结构图. 在图 5 中, 点线、虚线、实线分

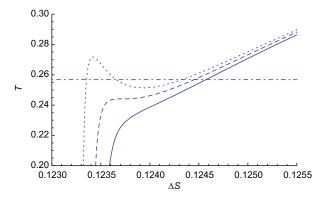


图 5 (网络版彩图) w = -0.7 时, 不同电荷对应的纠缠熵与温度的关系, 点虚线对应的温度表示一阶相变温度

Figure 5 (Color online) Relation between the entanglement entropy and temperature at w = -0.7. The temperature corresponding to the dot-dashed line represents the first order phase transition temperature.

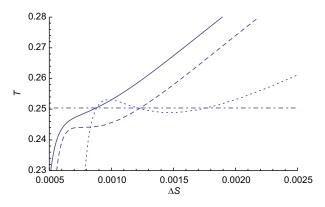


图 6 (网络版彩图) Q=0.16 时, 不同暗能量态参数对应的纠缠 熵与温度的关系, 点虚线对应的温度表示一阶相变温度

Figure 6 (Color online) Relation between the entanglement entropy and temperature at Q=0.16 for different state parameter of dark energy. The temperature corresponding to the dotdashed line represents the first order phase transition temperature.

别对应 $Q = 0.8Q_c$, Q_c , $1.2Q_c$, 图 6 中, 点线、虚线、实线分别对应 $w = 1.7w_c$, w_c , $0.3w_c$. 比较图 5 和 1, 不难看出,它们完全类似. 也就是说在这种情况下,纠缠熵和热力学熵都具有类似的范德瓦尔斯相变,随着电荷增大,纠缠熵增大. 比较图 6 和 3, 发现纠缠熵和热力学熵的相结构并不完全一样. 在这里,尽管和热力学熵一样,纠缠熵也具有一阶相变和二阶相变,但随w变化纠缠熵和热力学熵的变化规律相反. 图 3 中,当 w 增大, 热力学熵增大,图 6 中当 w 增大,纠缠熵反而减小. 但从图 3 和 6 中可以得到同样的结论,即

都存在一个临界参数 w_c , 当 $w < w_c$ 时, 都存在一个不稳定区域, 黑洞由小到大的过程中会产生一阶相变; 当 $w = w_c$ 时, 原来的不稳定态挤压形成一条直线, 黑洞由小到大的过程中会产生二阶相变; 当 $w > w_c$ 时, 黑洞始终处于稳定态.

对于图 5 和 6 中的一阶相变, 首先探讨其不稳定 区域是否和热力学熵一样都满足麦克斯韦的等面法 则. 对于全息纠缠熵, 等面积法则可定义为

$$\Sigma_L \equiv T_{\star}(\delta S_3 - \delta S_1) = \int_{\delta S_1}^{\delta S_3} (\delta S, Q) d\delta S \equiv \Sigma_R, \tag{20}$$

其中, δS_1 , δS_3 是满足关系 $T(\delta S,Q) = T_\star$ 的最小与最大解. 表 2 给出了不同的 w, Q 所对应的结果, 和黑洞熵的结果一样, 可以发现在合理的精度范围内, 麦克斯韦的等面积法则在这种情况下也是成立的.

也可以讨论图 5 和 6 中二阶相变的临界指数. 对于纠缠熵而言,如果存在一个类似于方程 (12) 的关系式,通过热容的定义,就能得到临界指数 2/3. 因此在这里,主要感兴趣的是 $\log |T-T_c|$ 和 $\log |\delta S-\delta S_c|$ 间的函数关系,其中 S_c 是满足关系式 $T(\delta S,Q)=T_c$ 的临界熵. 对于不同的 w,Q,在二阶相变的临界点附近选取一段数据,可画出 $\log |T-T_c|$ 和 $\log |\delta S-\delta S_c|$ 的关系,见图 7 和 8. 通过数据拟合后,这些曲线的函数关系可表示为

$$\log |T - T_{c}| = \begin{cases} 17.9748 + 2.90949 \log |\delta S - \delta S_{c}|, \\ \text{for } w = -0.7, Q = 0.16798, \\ 11.6815 + 3.04921 \log |\delta S - \delta S_{c}|, \\ \text{for } w = -0.523259, Q = 0.16. \end{cases}$$
(21)

很明显, 拟合后的方程与方程 (12) 类似, 即直线的斜率都在 3 左右. 也就是说, 在纠缠熵 - 温度平面, 对于二阶相变, 热容的临界指数也是 2/3, 这一结果与热力学熵得到的结果完全一致.

在本文中, 关于纠缠熵的所有讨论都是局限于 纠缠区域 $\theta_0 = 0.1$ 的情况, 在文献 [30–32] 中, 作者讨 论了不同 θ_0 对纠缠熵和其相结构的影响. 结果表明 不同 θ_0 会影响纠缠熵的值, 但不会影响纠缠熵的相 变规律. 本文中, 不再对此问题赘述.

表 2 在 T-δS 平面检验等面积法则

Table 2 Check of the equal area law in the T- δS plane

参量	$w = -0.7, Q = 0.8Q_{\rm c}$	$Q = 0.16, w = 1.7w_{\rm c}$
T_{\star}	0.2568	0.2504
Σ_L	0.0002490	0.0001363
Σ_R	0.0002492	0.0001358

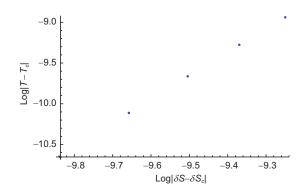


图 7 (网络版彩图) w = -0.7, Q = 0.16798 时 $\log |T - T_c|$ 与 $\log |\delta S - \delta S_c|$ 间的线性关系

Figure 7 (Color online) The linear relation between $\log |T-T_{\rm c}|$ and $\log |\delta S-\delta S_{\rm c}|$ at $w=-0.7,\,Q=0.16798.$

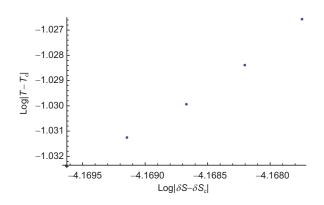


图 8 (网络版彩图) w = -0.523259, Q = 0.16 时 $\log |T - T_c|$ 与 $\log |\delta S - \delta S_c|$ 间的线性关系

Figure 8 (Color online) The linear relation between $\log |T - T_c|$ and $\log |\delta S - \delta S_c|$ at w = -0.523259, Q = 0.16.

4 结论

在含有暗能量的引力系统背景下, 研究了黑洞热力学熵和纠缠熵的相结构. 分别研究了黑洞电荷

和暗能量态参数对黑洞相结构的影响. 当固定暗能 量态参数时,对于热力学熵,发现黑洞相变具有和范 德瓦尔斯相变完全相同的相图. 也就是说, 当黑洞电 荷小于临界电荷时,在小黑洞和大黑洞间有一个不稳 定态. 小黑洞演化到大的稳定黑洞将经历一阶相变, 且一阶相变的不稳定区域满足麦克斯韦的等面积法 则. 当黑洞电荷等于临界电荷时, 不稳定态被挤压成 一条水平直线, 小黑洞演化到大黑洞将经历二阶相 变, 热容临界指数是 2/3. 当黑洞电荷大于临界电荷, 黑洞始终处于稳定态. 在选取一个球形的纠缠区域 后, 进一步计算了引力系统的纠缠熵. 在纠缠熵 - 温 度平面,再次讨论了黑洞的相结构,发现纠缠熵的相 结构和黑洞熵的相结构完全类似,纠缠熵随电荷的变 化趋势也与黑洞热力学熵完全一样. 发现在纠缠熵 -温度平面,对于一阶相变,麦克斯韦的等面积法则始 终成立, 对于二阶相变, 热容的临界指数也是 2/3. 这 些结果和以前的研究结果完全一致 [28-35].

在固定黑洞电荷后,也讨论了暗能量态参数对 黑洞相结构的影响.结果表明,在这种情况下,黑洞 相变和范德瓦尔斯相变的相图并不相同. 相同的是,在这种情况下也存在一个临界暗能量参数,当暗能量参数的值小于或者等于临界暗能量参数时,小黑洞演化到大的稳定黑洞将经历一阶相变或者二阶相变,且一阶相变的不稳定区域满足麦克斯韦的等面积法则,二阶相变点附近热容临界指数是 2/3. 同样,在纠缠熵 - 温度平面,也讨论了黑洞的相结构. 结果表明,纠缠熵的相结构和黑洞熵的相结构并不一样,特别是,纠缠熵随暗能量态参数的变化趋势也与黑洞热力学熵完全相反. 但在这种情况下当暗能量参数的值由小到大变化时,小黑洞演化到大的稳定黑洞也经历一阶相变和二阶相变,对于一阶相变,麦克斯韦的等面积法则始终成立,对于二阶相变,热容的临界指数也是 2/3.

我们的结果表明, 尽管热力学熵和纠缠熵有某些相似之处, 热力学熵可能起源于纠缠熵 ^[39], 但并不是在所有情况下, 纠缠熵都具有与热力学熵完全类似的性质, 弄清楚他们间的区别和联系值得我们进一步探索.

参考文献

- 1 Hawking S W. Particle creation by black holes. Commun Math Phys, 1975, 43: 199–220
- 2 Hawking S W, Page D N. Thermodynamics of black holes in anti-de sitter space. Commun Math Phys, 1983, 87: 577–588
- 3 Witten E. Anti-de sitter space, thermal phase transition, and confinement in gauge theories. Adv Theor Math Phys, 1998, 2: 505
- 4 Chamblin A, Emparan R, Johnson C V, et al. Charged AdS black holes and catastrophic holography. Phys Rev D, 1999, 60: 064018
- 5 Niu C, Tian Y, Wu X N. Critical phenomena and thermodynamic geometry of RN-AdS black holes. Phys Rev D, 2012, 85: 024017
- 6 Cai R G. Gauss-Bonnet black holes in AdS spaces. Phys Rev D, 2002, 65: 084014
- 7 Kastor D, Ray S, Traschen J. Enthalpy and the mechanics of AdS black holes. Class Quant Grav, 2009, 26: 195011
- 8 Kubiznak D, Mann R B. P-V criticality of charged AdS black holes. J High Energy Phys, 2012, 1207: 033
- 9 Frolov V P, Novikov I. Origin of the entropy of a black hole. Phys Rev D, 1993, 48: 4545-4551
- 10 Albash T, Johnson C V. Holographic studies of entanglement entropy in superconductors. J High Energy Phys, 2012, 1205: 079
- 11 Cai R G, He S, Li L, et al. Holographic entanglement entropy in insulator/superconductor transition. J High Energy Phys, 2012, 1207: 088
- 12 Cai R G, Li L, Li L F, et al. Entanglement entropy in holographic p-wave superconductor/insulator model. J High Energy Phys, 2013, 1306: 063
- 13 Li L F, Cai R G, Li L, et al. Entanglement entropy in a holographic p-wave superconductor model. Nucl Phys B, 2015, 894: 15–28
- 14 Balasubramanian V, Bernamonti A, De Boer J, et al. Thermalization of strongly coupled field theories. Phys Rev Lett, 2011, 106: 191601
- 15 Balasubramanian V, Bernamonti A, De Boer J, et al. Holographic thermalization. Phys Rev D, 2011, 84: 026010
- 16 Caceres E, Kundu A. Holographic thermalization with chemical potential. J High Energy Phys, 2012, 2012: 055
- 17 Zeng X X, Liu W B. Holographic thermalization in Gauss-Bonnet gravity. Phys Lett B, 2013, 726: 481–487
- 18 Zeng X X, Hu X Y, Gao Y J, et al. Holographic thermalization in the background with conformal anomaly corrected black (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2015, 45: 040001 [曾晓雄, 胡馨匀, 高雁军, 等. 共形反常修正背景下的全息热化. 中国科学: 物理学 力学天文学, 2015, 45: 040001]

- 19 Zeng X X, Hu X Y, Han Y W, et al. Effect of global monopole on holographic thermalization (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2015, 45: 080401 [曾晓雄, 胡馨匀, 韩亦文, 等. 整体单极子对全息热化的影响. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2015, 45: 080401]
- 20 Mukherjee D, Narayan K. AdS plane waves, entanglement and mutual information. Phys Rev D, 2014, 90: 026003
- 21 Stephan J M, Inglis S, Fendley P, et al. Geometric mutual information at classical critical points. Phys Rev Lett, 2014, 112: 127204
- 22 Fischler W, Kundu A, Kundu S. Holographic mutual information at finite temperature. Phys Rev D, 2013, 87: 126012
- 23 Srednicki M. Entropy and area. Phys Rev Lett, 1993, 71: 666-669
- 24 Das S, Shankaranarayanan S, Sur S. Black hole entropy from entanglement: A review. arXiv: 0806.0402
- 25 Ryu S, Takayanagi T. Aspects of holographic entanglement entropy. J High Energy Phys, 2006, 0608: 045
- 26 Hubeny V E, Rangamani M, Takayanagi T. Covariant holographic entanglement entropy proposal. J High Energy Phys, 2007, 0707: 062
- 27 Bhattacharya J, Nozaki M, Takayanagi T, et al. Thermodynamical property of entanglement entropy for exupcited states. Phys Rev Lett, 2013, 110: 091602
- 28 Johnson C V. Large N phase transitions, finite volume, and entanglement entropy. J High Energy PhyS, 2014, 1403: 047
- 29 Caceres E, Nguyen P H, Pedraza J F. Holographic entanglement entropy and the extended phase structure of STU black holes. J High Energy Phys, 2015, 1509: 184
- 30 Nguyen P H. An equal area law for the Van der Waals transition of holographic entanglement entropy. J High Energy Phys, 2015, 12: 139
- 31 Zeng X X, Zhang H B, Li L F. Phase transition of entanglement entropy in massive gravity. Phys Lett B, 2016, 03: 013
- 32 Zeng X X, Liu X M, Li L F. Phase structure of the born-infeld-anti-de sitter black holes probed by non-local observables. arXiv: 1601.01160
- 33 Zeng X X, Han Y W, Zhou J T. Holographic thermalization in the background with conformal anomaly corrected black holes (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2016, 46: 060401 [曾晓雄, 韩亦文, 周建庭. 带整体单极子黑洞背景下纠缠熵的相变. 中国科学: 物理学力学天文学, 2016, 46: 060401]
- 34 He S, Li L F, Zeng X X. Holographic Van der Waals-like phase transition in the Gauss-Bonnet gravity. arXiv: 1608.04208
- 35 Zeng X X, Li L F. Holographic phase transition probed by non-local observables. Adv High Energy Phys, 2016, 2016: 6153435
- 36 Wetterich C. Cosmology and the fate of dilatation symmetry. Nucl Phys B, 1988, 302: 668-696
- 37 Ratra B, Peebles P. Cosmological consequences of a rolling homogeneous scalar field. Phys Rev D, 1988, 37: 3406–3427
- 38 Kiselev V V. Quintessence and black holes. Class Quant Grav, 2003, 20: 1187-1198
- 39 Frolov V P, Novikov I. Origin of the entropy of a black hole. Phys Rev D, 1993, 48: 4545-45512

Holographic phase transition for a black hole in the background with dark energy

WU ShiYun¹ & LI Ling^{2*}

School of Intelligent Manufacturing, Sichuan University of Arts and Science, Dazhou 635000, China;
 School of Mathematics, Sichuan University of Arts and Science, Dazhou 635000, China

In the background with dark energy, we investigate the phase structure of thermodynamic entropy and entanglement entropy. We investigate respectively the effect of the charge and state parameters of the dark energy on the phase structure of the black hole. For a fixed state parameter of dark energy, as the value of the charge increases, the phase structures of the thermodynamical entropy and the entanglement entropy are similar as that of the Van der Waals phase transition. That is, the black hole undergoes the first order phase transition and second order phase transition successively and reaches to a stable state at last. For a fixed charge, as the state parameter of dark energy increases, the phase structures of the thermodynamical entropy is not similar to the entanglement entropy. Especially, the tendency of the change of entanglement entropy with respect to the state parameter is opposite to the thermodynamic entropy. The same is that the black hole undergoes the first order phase transition and second order phase transition successively as the state parameter of dark energy increases. For the thermodynamics entropy and entanglement entropy, we find Maxwell's equal area law holds for the unstable region of the first order phase transition, and the critical exponent of the heat capacity is 2/3 near the critical points of the second order phase transition.

entanglement entropy, phase transition, dark energy, black hole

PACS: 11.25.Tq, 04.70.-s, 04.50.Kd **doi:** 10.1360/SSPMA2016-00445