

一种基于基本矩阵的相机畸变差自动校正方法

李海滨 郝向阳

(信息工程大学测绘学院, 郑州 450052)

摘要 在计算机视觉的应用领域中, 为了提高图像量测和 3 维重建的精度, 必须对相机的畸变误差进行修正。为此提出了一种基于基本矩阵的相机径向畸变的自动校正方法, 该方法不需要预先获得场景的结构信息和相机的内部参数, 仅利用两张影像同名点集之间的内在几何关系, 即可求取相机的径向畸变系数, 进而可对这两幅图像的畸变误差进行自动校正。试验结果表明, 该方法是一种有效的畸变图像校正算法, 能够获得到满意的校正结果。

关键词 镜头畸变 对极几何 基本矩阵 畸变改正

中图分类号: P23 TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2008)11-2081-06

A New Approach to Automated Rectification of the Camera Radial Distortion Based on Fundamental Matrix

LI Hai-bin, HAO Xiang-yang

(Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, Zhengzhou 450052)

Abstract In the application fields of computer vision, camera non-linear distortion should be rectified in order to enhance the accuracy of the image measurement and 3D reconstruction. In this paper, a new approach to automated rectification of the camera radial distortion is proposed. The method makes use of a set of image point correspondences from two images to accomplish the estimation of the radial distortion from the estimation of fundamental matrix. Based on the intrinsic geometric relations between the two images, the distortion parameters and the fundamental matrix between the corrected images can be acquired automatically. Neither the camera intrinsic parameters nor knowledge about the scene structures is required in the process. Experimental results indicate that the algorithm proposed is effective and reliable.

Keywords len's Distortion, epipolar geometry, fundamental matrix, distortion rectification

1 引言

相机畸变校正是计算机视觉研究的一个重要课题, 更是完成如图像量测和 3 维重建等许多应用场合必不可少的步骤。空间物体表面某点的 3 维几何位置与其在图像中对应点之间的相互关系, 是由相机成像的几何模型决定。理想的成像模型是线性的, 但由于光学镜头的结构与理想的针孔模型存在着差异, 从而使得图像产生非线性畸变。而这种畸

变对基本矩阵的估计、相机标定的精度以及 3 维场景的重建带来极大的影响, 因此, 为了提高利用 2 维图像信息来计算 3 维信息的准确性, 必须对获取的图像进行畸变校正。

大家知道, 相机成像过程中的非线性畸变来源于多个方面, 包括 CCD 的制造误差、镜头中的镜片的曲面误差、镜头中各镜片间的轴向间距等。这些因素产生的非线性变形, 其综合效果用数学模型可表达为径向畸变、切向畸变和薄棱镜畸变 3 个部分。一般认为, 在短焦距光学镜头中, 由于径

收稿日期: 2006-11-24; 改回日期: 2007-05-11

第一作者简介: 李海滨 (1982 ~), 男。2007 年获信息工程大学测绘学院计算机视觉测量专业硕士学位, 现为海军海洋测绘研究所遥感室助理工程师。主要研究方向为数字摄影测量与遥感、侧扫声呐影像处理。E-mail: lihaibin1982@163.com

向畸变起主要作用,而离心畸变和薄棱镜畸变则影响较小,因此非线性畸变校正的主要目标应该是径向误差^[1-3]。

目前,已经提出来的相机非线性畸变的校正方法,按原理可分为基于控制对象的方法和模式法两大类。其中基于控制对象的方法,是利用控制对象(包括点、直线或其他特征对象)对目标的控制函数进行优化来实现对图像的非线性校正。此方法具有较高的精度,并且将畸变系数的求解独立于相机其他参数的求解,从而避免了相机内外参数的相互影响;模式法是基于摄像机姿态模型和光学特性模型来对摄像机非线性畸变进行校正的方法,此类算法运算过程较为简洁、实用性较强^[3]。但是这两类校正方法要预先获得场景的结构信息或者要知道相应的相机模型和特性,而对在未知环境、非标定相机拍摄等条件下(如侦查、情报等应用)获得的图像却不再适用。如今仅通过两张图像或多张图像之间的对应关系来进行相机畸变差自动校正的方法,因具有较强灵活性,已成为人们研究的一个重要方向。

本文基于两张图像的对应关系,提出了一种畸变自动校正的新方法——基于基本矩阵的相机畸变差自动校正方法。此方法是将畸变系数的求解独立于相机其他内外参数的求解,并且不必预先获得场景的结构信息,或设定专门的标定装置,仅通过两视图中匹配点集的对应几何关系,利用相机径向畸变对基本矩阵造成的影响,即可获得相机径向畸变系数 k_1 、 k_2 及两幅校正后图像的基本矩阵 F ,并用其对这两幅图像进行了自动校正处理。

2 基于基本矩阵进行畸变校正的基本原理

2.1 两视图几何关系

众所周知,两视图几何研究的是两幅视图之间内在的射影几何,即对极几何。它独立于景物结构,只依赖于摄像机的内部参数和相对姿态。基本矩阵 F 集中了对极几何的精华,它可将两幅影像的同名像点用公式 $\hat{x}^T F x = 0$ 联系起来^[4]。

2.1.1 对极几何

两张视图的关系可以通过对极几何进行表达。在对极几何中,3维空间点 X 在图像 I 、 $\hat{I}$ 上分别投影为匹配点 x 和 $\hat{x}$ (也称为同名点),两摄像机

的光心 C 和 $\hat{C}$ 的连线与图像 I 、 $\hat{I}$ 的交点 e 、 $\hat{e}$ 称为两图像平面的核点(epipole), e 、 $\hat{e}$ 也可以分别看作是 C 和 $\hat{C}$ 在图像 I 、 $\hat{I}$ 上的像点。射线 l_m 称为点 x 在图像 $\hat{I}$ 中的核线,射线 $\hat{l}_m$ 称为点 $\hat{x}$ 在图像 I 中的核线。

2.1.2 基本矩阵

基本矩阵 F 是对极几何的代数表示,其定义为:假设两幅图像由两个中心不重合的相机获得,则基本矩阵 F 对所有的对应点 $\hat{x} \leftrightarrow x$ 都满足

$$\hat{x}^T F x = 0 \quad (1)$$

其中, x 、 $\hat{x}$ 分别代表图像 I 、 $\hat{I}$ 中同名点的齐次坐标,可以表示为 $(x, y, 1)^T$ 、 $(\hat{x}, \hat{y}, 1)^T$ 。

基本矩阵 F 是秩为2,自由度为7的齐次矩阵。对于两幅图像,基本矩阵应满足行列式为零这一性质。

2.2 基本畸变校正模型

由于制造、安装、工艺等原因,镜头存在着各种畸变,其主要包括径向畸变、离心畸变和薄棱镜畸变。若用 (x_u, y_u) 表示由小孔模型计算出来的图像点坐标的理想值, (x, y) 是实际的图像点坐标, δ_x 与 δ_y 是非线性畸变值,它与像点在图像中的位置有关,则该非线性畸变值可用以下公式表达:

$$\begin{aligned} \delta_x(x, y) &= (k_1 x(x^2 + y^2) + k_2 x(x^2 + y^2)^2) + \\ &\quad (p_1(3x^2 + y^2) + 2p_2 xy) + s_1(x^2 + y^2) \\ \delta_y(x, y) &= (k_1 y(x^2 + y^2) + k_2 y(x^2 + y^2)^2) + \\ &\quad (p_2(x^2 + 3y^2) + 2p_1 xy) + s_2(x^2 + y^2) \\ \delta_x(x, y) &= x_u - x \\ \delta_y(x, y) &= y_u - y \end{aligned}$$

其中,第1项称为径向畸变,第2项称为离心畸变,第3项称为薄棱镜畸变,而 $k_1, k_2, p_1, p_2, s_1, s_2$ 分别为非线性畸变系数^[1,3,5,6]。

一般在应用中仅取第1项径向畸变,这部分的变形已能足够描述非线性畸变。文献[2]指出,由于在考虑非线性畸变时,相机定标需要使用非线性优化算法,而引入过多的非线性参数(如上述模型中的第2项和第3项)往往不仅不能提高精度,反而引起解的不稳定,因此通常采用下式进行像点坐标校正:

$$\begin{cases} x_u - x_c = (x - x_c)L(r, k_1, k_2) \\ y_u - y_c = (y - y_c)L(r, k_1, k_2) \end{cases} \quad (2)$$

其中,

$$L(r, k_1, k_2) = 1 + k_1 r^2 + k_2 r^4$$

$$r^2 = (x - x_c)^2 + (y - y_c)^2$$

而 (x_c, y_c) 则表示实际畸变图像的中心坐标^[2,7]。

3 基于基本矩阵的相机径向畸变自动校正方法

3.1 算法的基本思想

本文算法的基本思想是:首先通过匹配计算求取两幅影像的同名像点,然后利用由 Fischler 和 Bolles 提出的随机采样鲁棒估计算法(RANSAC 算法)求取基本矩阵,并根据基本矩阵将经匹配计算获得的同名像点分为内点和外点;由于所有内点都应满足(1)式所给出的约束条件,所以可将基本矩阵中的各元素和相机畸变参数作为未知量,再通过最小二乘平差方法来计算出径向畸变系数 k_1, k_2 以及校正后的基本矩阵 F 。本文算法具体的实现如图 1 所示。

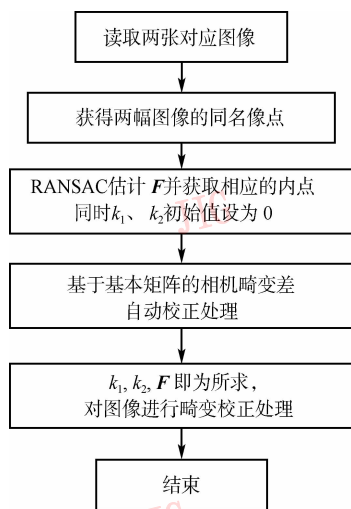


图 1 基本矩阵的相机径向畸变自动校正方法流程

Fig. 1 The course of automated rectification of the camera radial distortion

3.2 基于基本矩阵的相机畸变差自动校正处理

3.2.1 畸变图像与未畸变情况下基本矩阵的关系

设 $(x_u, \hat{x}_u)$ 为两幅未畸变图像的匹配点齐次坐标,根据对极几何关系,代入式(1)可得

$$\hat{x}_u^T F x_u = 0 \quad (3)$$

再将相机畸变校正模型代入,即可获得畸变图像与未畸变情况下基本矩阵 F 的对极公式,此公式如下:

$$[(\hat{x} - \hat{x}_c)^T L(\hat{r}, k_1, k_2)] F [(x - x_c) L(r, k_1, k_2)] = 0 \quad (4)$$

文献[8]对此公式进行了更深入的分析。其中 $x, x_c, \hat{x}, \hat{x}_c, r, \hat{r}$ 通过初始值的计算已获得,而在第 1 步中得到的基本矩阵 F 是存在畸变的,同时 k_1, k_2 的值未知。至此可以得出,本算法主要的工作即是对 F 进行修正和对 k_1, k_2 进行求取的过程。

3.2.2 参数平差求解

由以上已知与未知条件,以及基本矩阵 F 的自由度为 7 的性质,如果将式(4)表示为

$$g(f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7, k_1, k_2)$$

$$= [(\hat{x} - \hat{x}_c)^T L(\hat{r}, k_1, k_2)] F [(x - x_c) L(r, k_1, k_2)] \quad (5)$$

其中,基本矩阵 F 可表示为 $\begin{pmatrix} f_1 & f_2 & f_3 \\ f_4 & f_5 & f_6 \\ f_7 & f_8 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $g(f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7, k_1, k_2)$ 为非线性方程。

利用文献[9]介绍的将非线性误差方程转化为线性式的方法,即可将式(5)转化为如下线性形式:

$$v = g_0 + \sum_{i=1}^7 \left(\frac{\partial g}{\partial f_i} \right)_0 \Delta f_i + \left(\frac{\partial g}{\partial k_1} \right)_0 \Delta k_1 + \left(\frac{\partial g}{\partial k_2} \right)_0 \Delta k_2 - L \quad (6)$$

其中, g_0 为式(5)的为初始值; L 为实际测量值,由于初始值获取时对野点进行了去除,所以只要剩余的内点与 F 满足式(1),即可设实际测量的 L 值为 0;通常情况下,径向畸变系数 k_1, k_2 值较小,其初值可设为 0。利用文献[10]提供的参数平差原理进行平差处理,即可获得相应的误差,即 $(\Delta f_1, \Delta f_2, \Delta f_3, \Delta f_4, \Delta f_5, \Delta f_6, \Delta f_7, \Delta k_1, \Delta k_2)$ 。

3.2.3 基本矩阵的行列式为零

由基本矩阵秩为 2 这一性质可知,对畸变校正后的 F 同样要保证其行列式为 0,即满足 $\det(F + \Delta F) = 0$,由于 F 的初始值同时满足 $\det(F) = 0$,且 $(\Delta f_1, \Delta f_2, \Delta f_3, \Delta f_4, \Delta f_5, \Delta f_6, \Delta f_7)$ 的值变化较小,故可近似得出 $\det(\Delta F) = 0$,则

$$\Delta f_8 = \frac{\Delta f_1 \Delta f_5 + \Delta f_2 \Delta f_6 \Delta f_7 - \Delta f_3 \Delta f_5 \Delta f_7 - \Delta f_2 \Delta f_4 \Delta f_6 - \Delta f_3 \Delta f_4 \Delta f_7}{\Delta f_1 \Delta f_6 - \Delta f_3 \Delta f_4}$$

将所获得的误差进行修正,即可获得径向畸变系数及畸变校正后的基本矩阵。但此时获得的基本矩阵 F 可能还是存在一定误差,其行列式的值不能为 0。为了提高精度,可进行强迫约束处理,即在 Frobenius 范数下,用接近 F 的奇异矩阵 $\hat{F}$ 代替 F ,

文献[1]对此进行了说明。

按照上述算法,通过迭代计算即可获得 k_1, k_2 与 F 。经过大量实验证明,此方法收敛速度较快,一般进行 2~3 次迭代,即可获得较好的结果。

4 试验结果及分析

为验证本文算法的校正效果,利用两幅自拍图像进行了校正试验。实验图像采用 KODAK Z7590 数码相机拍摄,图像大小均为 $350 \times 263\text{pixels}$,两张实验图像如图 2 所示。



图 2 相机自动畸变校正测试的两张畸变图像
Fig.2 Two images using to test this new approach to automated rectification of the camera

试验时,利用 Harris 角点算法获取两张图像的兴趣点,并用 RANSAC 算法对其进行匹配即可得到:207 个同名像点(其中内点数为 133 个,外点数为 74 个(表 1 为部分内点坐标)),以及基本矩阵 F 。

$$F = \begin{bmatrix} 3.988e-7 & -3.246e-5 & 1.399e-3 \\ 3.512e-5 & -2.430e-7 & -1.596e-1 \\ -3.692e-3 & 1.595e-1 & 1 \end{bmatrix}$$

表 1 RANSAC 算法获得部分内点坐标(子像素级)

Tab.1 The coordinate of the inner points using RANSAC method (sub-pixel)

坐标	不同标号内点坐标							
	100	103	104	105	106	107	108	110
x	163.11	164.07	169.01	169.87	171.24	171.22	173.17	174.18
y	34.09	122.83	87.87	24.54	32.88	103.29	54.09	87.80
$\hat{x}$	172.03	174.36	178.99	215.44	217.23	181.28	219.89	184.05
$\hat{y}$	38.22	126.94	92.13	28.95	37.21	107.46	58.06	92.07

利用本文提出的算法进行畸变校正,经过 3 次迭代所求值即可稳定,其中包括 $k_1 = 6.452e-7, k_2 = -8.083e-12$,207 个同名像点中的内点数增加至 149 个,外点数变为 58 个(表 2 列出了校正后的部分内点坐标)以及校正后的基本矩阵 F 。

表 2 本文所提供算法畸变校正后的部分内点坐标(子像素级)

Tab.2 The coordinate of the inner points using this new approach (sub-pixel)

坐标	不同标号的内点坐标							
	100	101	102	103	104	105	106	107
x	165.21	164.62	165.67	166.23	171.16	172	173.38	173.38
y	35.184	53.503	71.346	124.46	89.439	25.487	33.963	104.91
$\hat{x}$	174.18	97.178	136.66	176.52	181.16	217.88	219.65	183.45
$\hat{y}$	39.378	58.397	76.119	128.56	93.714	29.894	38.276	109.08

$$F = \begin{bmatrix} 2.420e-7 & -1.504e-5 & -5.812e-4 \\ 1.889e-5 & 2.529e-6 & -1.449e-1 \\ -1.718e-3 & 1.438e-1 & 1 \end{bmatrix}$$

如图 2 所示,由图像边缘轮廓线可知,两张图像都产生了桶形畸变,经过校正后的图像如图 3 所示,由图 3 可见,校正效果良好。其中,在校正前后,右图的同名像点到相应核线的平均距离由 0.205 68pixels 减小至 0.160 43pixels,同时内点数增加了 16 个(如表 3 所示),由表 3 数据可知,这 16 个点位于图像边缘畸变较大处。为了证明 F 以及图像校正的准确性,如果在左边图像的边缘区域任选一点,则右图中与其匹配的点在相应的核线上(如图 3 所示,所有窗户的上沿在核线上)。

表 3 本文所提供算法较 RANSAC 算法增加了的 16 个内点坐标(子像素级)
Tab.3 The coordinate of the adding 16 inner points using this new approach (sub-pixel)

坐标	不同标号的内点坐标															
	1	24	28	29	69	74	89	94	99	101	102	109	124	134	145	166
x_1	7.03	49.83	50.96	50.88	120.39	125.58	149.32	154.17	163.01	162.50	163.54	173.87	197.52	213.11	232.69	266.09
y_1	167.19	16.86	23.18	63.33	225.26	17.12	12.15	12.11	17.12	52.18	69.87	68.73	232.22	24.52	214.13	168.15
x_2	97.85	21.84	60.32	60.94	131.86	134.57	158.35	163.19	96.81	95.53	134.61	107.42	209.03	185.43	243.71	276.87
y_2	172.23	23.72	28.89	69.34	229.94	22.15	17.06	16.93	22.20	57.26	74.66	73.88	236.26	28.74	218.09	172.01



图 3 本文提供方法畸变校正后的图像
Fig.3 The rectified images using the new approach

利用文献[10]所提供的基于直线的相机畸变校正方法对图 2 中左边的畸变图像进行校正,所求出的径向系数 $k_1 = 6.624 \times 10^{-7}$ (如图 4 所示),与采用本文提出的基于基本矩阵的相机畸变差自动校正方法相比,通过 3 次迭代获得的径向畸变系数 $k_1 = 6.452 \times 10^{-7}$ 结果相近。同时本文还获得了畸变系数 k_2 与畸变校正后的基本矩阵



图 4 基于直线方法畸变校正后的图像
Fig.4 The rectified images using the method of basing on line

及同名像点。
通过对实验结果进行分析发现:一方面,经过畸变校正后的内点数明显增加,并且经过畸变校正后,由外点变为内点的像点主要分布在畸变较大的区域,这是由于对未进行畸变校正的图像,其获取的同名像点坐标(特别是图像边缘的同名像点)不准确,从而使一些符合条件的匹配点也被去除所致,而本算法通过对所有初匹配点进行校正,则使边缘畸变较大的匹配点列入内点,并达到了提取所有内点和去除大部分外点的目的,同时,右图中的同名像点到相应核线的距离减小了;另一方面,本文的校正方法与基于直线的相机畸变校正方法获得的畸变系数相近。这表明本文提出的方法是正确、有效的。

5 结 论

本文针对二阶径向畸变的相机模型,提出了一种用于相机自动畸变校正的全新方法。该方法首先利用 RANSAC 作为搜索引擎,自动计算出基本矩阵

F , 并获得相应的匹配点; 然后利用本文所提出的算法进行迭代来获得 k_1, k_2 以及校正后的基本矩阵 F ; 最后对图像进行畸变校正处理。本方法既不需要专门的标定系统, 也不用了解空间场景的结构, 即不受未知环境、非标定相机拍摄等因素的影响, 而且在求解过程中, 可将畸变系数的求解独立于相机其他参数的求解, 从而避免了相机内外参数的相互影响, 这种仅通过两张图像或多张图像之间的对应关系进行相机畸变差自动校正的方法, 具有很强的适用性和广阔的应用前景。

参考文献 (References)

- 1 Ahmed Moumen, Farag Aly. Nonmetric calibration of camera lens distortion: Differential methods and robust estimation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, **14**(8): 1215 ~ 1230.
- 2 Jiang Da-zhi, Yu Qian, Wang Bing-yang, *et al.* Research and overview of imaging nonlinear distortion in computer vision [J]. Computer Engineering, 2001, **27**(12): 108 ~ 110. [姜大志, 郁倩, 王冰洋等. 计算机视觉成像的非线性畸变研究与综述 [J]. 计算机工程, 2001, **27**(12): 108 ~ 110.]
- 3 Weng Ju-yang, Cohen P, Herniou M. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence, 1992, **14**(10): 965 ~ 980.
- 4 Hartley Richard, Zisserman Andrew. Multiple View Geometry in Computer Vision [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2000.
- 5 Li Bo, Wang Xiao-tong, Xu Xiao-gang, *et al.* A linear three-step approach for camera calibration [J]. Journal of Image and Graphics, 2006, **11**(7): 928 ~ 932. [李博, 王孝通, 徐晓刚等. 摄像机线性三步定标方法研究 [J]. 中国图象图形学报, 2006, **11**(7): 928 ~ 932.]
- 6 Yang Bi-wu, Guo Xiao-song. Overview of non-linear distortion correction of camera lens [J]. Journal of Image and Graphics, 2005, **10**(3): 269 ~ 274. [杨必武, 郭晓松. 摄像机镜头非线性畸变校正方法综述 [J]. 中国图象图形学报, 2005, **10**(3): 269 ~ 274.]
- 7 Selim Benhimane, Ezio Malis. Self-calibration of the distortion of a zooming camera by matching points at different resolutions [A]. In: Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems [C], Sendai, Japan, 2004: 2307 ~ 2312.
- 8 Li Hong-dong, Hartley Richard. A non-iterative method for correcting lens distortion from nine-point correspondences [EB/OL]. <http://Users.rsise.anu.edu.au/~hongdong/LiOMnivis05.pdf>, 2005-10-2.
- 9 Fei Ye-tai. Error and Data Processing [M]. Beijing: Mechanical Industrial Press, 2000, 5. [费业泰. 误差理论与数据处理 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2000, 5.]
- 10 Chen jie. A Study of the 3D Reconstruction Based on Multiple View Geometry in Computer Vision [D]. Zhengzhou: Institute of Surveying and Mapping, 2006, 4. [陈杰. 基于计算机视觉多视图几何的三维重建研究 [D]. 郑州: 测绘学院, 2006 年 4 月.]