



短周期行星轨道偏心率的维持: 应用于 GJ 436 行星系统

童霄, 周济林*

南京大学天文系, 南京 210093

* 联系人, E-mail: zhoujl@nju.edu.cn

收稿日期: 2008-12-11; 接受日期: 2008-12-26

国家自然科学基金(批准号: 10833001, 10778603)和国家基础研究发展规划(编号: 2007CB4800)资助项目

摘要 GJ 436b 是围绕主序恒星 GJ 436 运行的, 目前观测到的该系统唯一一颗行星. 该行星质量为 23.2 个地球质量, 轨道周期为 2.64 天, 轨道偏心率为 0.16. 参照气态巨行星的典型潮汐耗散因子, GJ 436b 轨道的圆化时标在 1 Ga(10 亿年)左右, 仅仅只有其主星年龄(> 3 Ga)的三分之一或者更少, 所以正常情况下它不可能保持在椭圆轨道上. 通常认为该行星偏心率是被一颗尚未观测到的行星(称第二行星)通过相互摄动所激发并长时间维持的. 本文从动力学角度研究了这种可能性, 考虑了第二行星几种可能的位置, 包括邻近或远处非共振轨道, 以及与 GJ 436b 处于平运动共振的轨道. 我们发现, 目前观测到的 GJ 436b 的高偏心率不可能由第二行星通过长期摄动或平运动轨道共振来维持. 事实上, 我们所研究的各种情况中, GJ 436b 的偏心率都会无一例外地在其主星演化年龄内衰减下来, 行星轨道也会慢慢向里迁移. 需要注意的是, 这些结论并没有排除存在第二行星的可能性, 只是它们不可能是维持 GJ 436b 高偏心率的原因.

关键词

天体力学

手段

理论分析和数值模拟

恒星

GJ 436

行星系统动力学

人类第一次观测到太阳系外行星是在 1992 年, Wolszczan 和 Frail^[1]在对一颗脉冲星 PSR1257 + 12 进行射电观测后, 分析并拟合其观测资料, 得出结论认为: 这颗脉冲星产生的射电异常并不是由另一颗恒星所导致的, 而是由一颗或者多颗围绕该脉冲星运行的行星所造成的, 并且给出了行星的质量与轨道根数. 1995 年 Mayor 和 Queloz^[2]在恒星 51 Peg 附近发现了第一颗类木行星. 该行星是一颗热木行星, 这类天体有着木星般大小的质量, 但是它们离主星的相对距离却很近(0.1AU 或者更近), 导致表面温度高达 ~1000 K^[3]. 这些发现揭开了行星科学研究的新篇章. 至今为止, 天文学家在 281 个行星系统里观测到 329 颗

行星(<http://exoplanet.eu/>). 随着各种技术的使用和探测精度的提高, 在主序星附近, 所能观测到的行星的质量下限已经到了 3.3 个地球质量($M_{\oplus}$), 这是在恒星 MOA-2007-BLG-192-L(质量为 $0.06 M_{\odot}$)附近观测到的一颗行星^[4].

在这些已经观测到的行星中, GJ 436b 是唯一围绕着 M 型恒星运行并拥有海王星大小、且观测到凌星现象(transit)的行星. 2004 年 Butler 等人^[5]利用 Doppler 观测技术发现该行星, 并给出了它的轨道根数. 随后, Maness 等人^[6]对该行星系统进行了后续观测, 得到了 GJ436b 更精确的轨道根数. Gillon 等人^[7]则在 2007 年用 Spitzer 空间望远镜首次得到了这颗行星的凌星信

号, 随后越来越多的人用凌星方法对该行星做了更详细的研究^[8~13], 这些观测与研究展示出 GJ 436b 是一颗有着 23.17 个地球质量和 4.22 个地球半径的行星 (如表 1 所示).

表 1 恒星 GJ 436 与其行星 GJ 436b 的轨道参数

参数	估值	参考文献
$M_*(M_\odot)$	$0.452^{+0.014}_{-0.012}$	[11]
$R_*(R_\odot)$	$0.464^{+0.009}_{-0.011}$	[11]
stellar age/Ga	6^{+4}_{-5}	[11]
$M_p(M_\oplus)$	23.17 ± 0.079	[11]
$R_p(R_\oplus)$	$4.22^{+0.09}_{-0.10}$	[11]
$M_p \sin i(M_J)$	0.0713 ± 0.006	[6]
$a(AU)$	0.0285	[6]
P/d	2.64385 ± 0.00009	[6]
e	0.16 ± 0.019	[6]

GJ 436b 让人非常感兴趣的一点是它离主星的距离极近(轨道周期仅 2.64 d), 但轨道偏心率却出乎意料地达到了 0.16. 参照气巨行星的典型潮汐耗散因子 ($Q' \sim 10^6$), 在潮汐的耗散作用下, 它的轨道圆化时标仅在 1 Ga 左右. 然而, 由于该行星系统主星的基准年龄为 6^{+4}_{-5} Ga^[11], 并且根据观测资料, 恒星 GJ 436 的旋转速度较低, 色球层活动和光度变化也不是特别强烈^[5], 这些都表明该恒星的年龄大于 3 Ga, 远远高于 GJ 436b 的轨道圆化时标, 因此这颗行星现在仍然处于高偏心率轨道的事实告诉我们, 要么是行星的潮汐耗散因子 $Q' > 6 \times 10^6$, 要么就是有其他机制维持其偏心率, 例如有人认为是一颗尚未观测到的行星 (称为第二行星) 对 GJ 436b 的摄动导致了现在这种出人预料的现象.

根据恒星 GJ 436 视向速度的长期变化趋势, Maness 等人^[6]提出, 一颗在长周期轨道运行的行星能让主星的视向速度产生这种变化. 他们推测这颗行星的轨道周期大约在 25 a, 质量约为 0.27 个木星质量 (M_J), 而轨道偏心率则为 0.2. 而 Ribas 等人^[14]在 2008 年初又提出, 这个系统所观测到的视向速度的变化, 可以用增加一颗与 GJ 436b 处于外 2:1 共振轨道的、拥有 5 个地球质量的行星来解释. 除了观测拟合之外, Mardling 等人^[15]则从动力学角度考察了处于 2:1 共振

轨道的第二颗行星存在时, 此行星系统的演化情况. 最近, Coughlin 等人^[16]宣称根据最新的凌星观测资料, GJ 436b 应该是受到了一颗质量不大于 $12M_\oplus$ 、轨道周期处于 12 d 的行星的摄动.

在我们的研究过程中, 用动力学方法考察了不同位置、不同质量的第二行星, 主要目的是找出能激发并维持 GJ 436b 高偏心率的第二行星的轨道根数.

1 行星系统的模型及其约束条件

假定一个行星系统, 其恒星质量为 M_* , 有两颗行星, 质量分别为 M_1 和 M_2 . 为了简化模型, 我们假设两颗行星的轨道是共面的, 这样就可以采用共面的一般三体问题模型. 两颗行星的轨道根数定义为 $a_i, e_i, \lambda_i, \varpi_i$, 分别表示行星 $i (i = 1, 2)$ 各自的半长径、偏心率、平经度和近拱点黄经, 下标 $i = 1$ 时代表的是在演化过程中距离恒星较近的内行星, 即 $a_1 < a_2$. 在我们所研究的这个系统, 一颗尚未观测到的第二行星不可能比 GJ 436b 更靠近主星, 且还能激发并维持 GJ 436b 的偏心率. 所以我们约定 M_1 表示 GJ 436b, M_2 表示 GJ 436c, 也就是第二行星. 假设初始 GJ 436b 就位于现在这个位置, 并沿着围绕主星的圆轨道运行, 处于不同位置拥有不同质量的第二行星在长期摄动或者平运动轨道共振两种机制下作用于 GJ 436b, 让其偏心率维持在我们现在的观测值 0.16 上. 我们期望的是找到满足上述条件的第二行星的质量与轨道根数.

本节考察了 3 个约束条件: (i) Doppler 观测技术, (ii) Hill 稳定性条件, (iii) 潮汐圆化时标, 来初步缩小这颗尚未观测到的第二行星质量与位置的范围.

1.1 Doppler 观测技术带来的限制条件

用视向速度来探测恒星运行轨迹的扰动是目前探测太阳系外行星最有效的办法. 根据行星 M_p 的轨道根数, 恒星由行星摄动产生的视向速度振幅 K 可以表示为^[17]

$$K = \left(\frac{2\pi G}{P} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_* + M_p)^{2/3}} \frac{1}{\sqrt{1-e^2}}, \quad (1)$$

其中 P 是行星的轨道周期. 一般 $M_p \ll M_*$, 所以等式(1)可以简写为

$$K \approx 3.0 \text{ m/s} \left(\frac{P}{10 \text{ days}} \right)^{-1/3} \left(\frac{M_p \sin i}{10 M_\oplus} \right) \left(\frac{M_*}{M_\odot} \right)^{-2/3} \frac{1}{\sqrt{1-e^2}}. \quad (2)$$

同时, Marcy和Butler^[17]认为由于行星自身光球层的扰动, Doppler观测方法的极限只能达到 3 m/s. 所以 GJ 436 由第二行星摄动产生的视向速度振幅必须在这个极限附近或者低于这个极限, 这样就满足它尚未被观测到这个条件, 因而第二行星的质量与轨道周期之间有如下的近似关系:

$$M_p \sin i \leq 5.9 M_\oplus \left(\frac{P}{10 \text{ days}} \right)^{1/3} (1-e^2)^{1/2}. \quad (3)$$

由表 1 里的数据, 根据视向速度观测得到的 $M_p \sin i$, 以及掩星观测得到的 M_p , 能够得到 $\sin i = 0.9784$. 于是可以在第二行星的周期-质量相空间里找出符合我们需要的范围, 如图 1 所示(点虚线的下侧).

1.2 Hill 稳定性条件

由于增加了一颗行星, 行星系统的动力学稳定性就是我们必须考虑的一个要素. 本文采用的是Hill稳定性条件, 它要求两颗行星在演化过程中其顺序不会发生变化, 即它们围绕主星运行的轨道相互之间不会发生穿越. 行星共面且没有发生共振的情况下, 拥有两颗行星的系统其Hill稳定性条件如下^[18]:

$$H \equiv -\frac{2M_T}{G^2 M^3} C^2 h > 1 + 3^{4/3} \frac{M_1 M_2}{M_*^{2/3} (M_1 + M_2)^{4/3}} + \dots, \quad (4)$$

其中 $M_T = M_1 + M_2 + M_*$, 为整个系统的总质量, $M = M_1 M_2 + M_2 M_* + M_* M_1$, 而 C 和 h 分别是行星系统总角动量和总能量. 展开不等式(4)里左边的 C 和 h , 因为 $M_1, M_2 \ll M_*$, 所以忽略掉 C 和 h 展开式里的行星与恒星质量之比的高阶项, 得到不等式(4)里左边的近似表达式:

$$H = \frac{1}{(M_1 + M_2)^3} \left[M_1 \sqrt{a_1(1-e_1^2)} + M_2 \sqrt{a_2(1-e_2^2)} \right]^2 \times \left[\frac{M_1}{a_1} + \frac{M_2}{a_2} \right] + \dots. \quad (5)$$

定义 $\mu_i = M_i / M_*$, $\gamma_i = \sqrt{a_i(1-e_i^2)}$, 则Hill稳定性条件(4)可以写为^[19]

$$(\mu_1 + \mu_2)^{-3} (\mu_1 \gamma_1 + \mu_2 \gamma_2)^2 \left(\frac{\mu_1}{a_1} + \frac{\mu_2}{a_2} \right) > 1 + 3^{4/3} \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2)^{-4/3}. \quad (6)$$

它的稳定范围同样画在图 1 上(标了“HS”的黑实线右侧).

1.3 潮汐圆化效应所带来的约束条件

一颗短周期行星对其主星的引力作用, 将会在该恒星表面形成两个相对的潮汐“鼓包”, 导致恒星能量的耗散, 以及角动量在恒星自转与行星公转之间交换. 同时, 行星也会受到恒星的引力作用产生“鼓包”

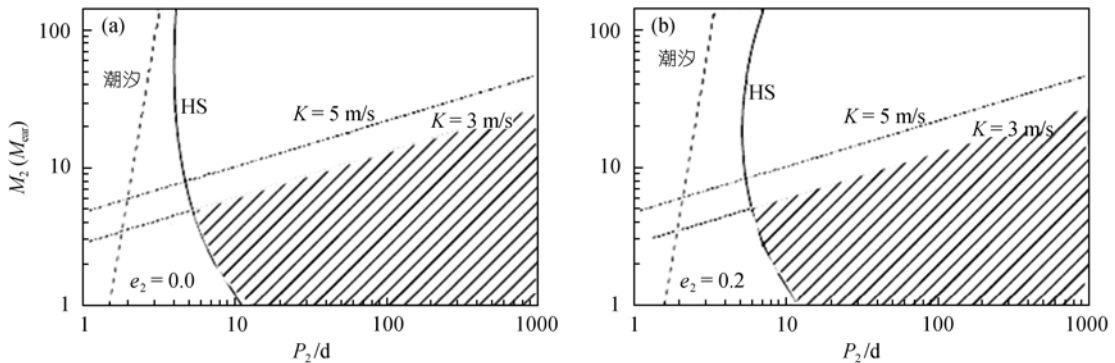


图 1 $e_2 = 0$ (a)和 $e_2 = 0.2$ (b)时, 在 P_2 - M_2 平面上第二行星可能存在的范围(阴影所示)

以下 3 个约束条件决定了此范围: (i) 视向速度 $K = 3 \text{ m/s}$ 和 5 m/s , 取 $\sin i = 0.9784$ (点虚线, 它们的下侧是目前不能观测到的区域, 也就是满足我们要求的区域); (ii) Hill 稳定性条件(标了“HS”的实线, 右侧是满足稳定性要求的); (iii) 潮汐圆化时标所要求的限制(虚线, $\tau_{\text{circ}} =$

6 Ga , 耗散因子 $Q'_2 = 10^6$, $\rho_2 = 3 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$), 右侧是满足要求的区域 $\tau_{\text{circ}} > 6 \text{ Ga}$

而耗散能量, 结果是该行星偏心率的下降与轨道的内迁^[20,21]. 理想情况下, 同时考虑恒星与行星之间的潮汐耗散, 偏心率的长期演化速率可以表示为^[22-24]

$$\dot{e} = g_p + g_*, \quad (7)$$

$$g_{p,*} = \left(\frac{81}{2} \frac{ne}{Q'_{p,*}} \right) \left(\frac{M_{*,p}}{M_{p,*}} \right) \left(\frac{R_{p,*}}{a} \right)^5 \times \left[-f_3(e) + \frac{11}{18} f_4(e) \left(\frac{\Omega_{p,*}}{n} \right) \right], \quad (8)$$

其中 g_p 与 g_* 分别来自行星和恒星, n 是行星的平均角速率, $M_{*,p}$, $Q'_{p,*}$, $R_{p,*}$, $\Omega_{p,*}$ 则是行星与恒星各自的质量、潮汐耗散因子、半径以及自旋速度. 下标“*”代表恒星的量, 下标“p”代表行星的量. (8)式里所用的以及接下来会用到的一些函数列出如下:

$$\begin{aligned} f_3(e) &= \left(1 + \frac{15}{4}e^2 + \frac{15}{8}e^4 + \frac{5}{64}e^6 \right) / (1-e^2)^{13/2}, \\ f_4(e) &= \left(1 + \frac{3}{2}e^2 + \frac{1}{8}e^4 \right) / (1-e^2)^5, \\ f_6(e) &= \left(1 + \frac{15}{7}e^2 + \frac{67}{14}e^4 + \frac{85}{32}e^6 + \frac{255}{448}e^8 + \frac{25}{1792}e^{10} \right) / \\ &\quad \left(1 + 3e^2 + \frac{3}{8}e^4 \right), \\ f_7(e) &= \left(1 + \frac{45}{14}e^2 + 8e^4 + \frac{685}{224}e^6 + \frac{255}{448}e^8 + \frac{25}{1792}e^{10} \right) / \\ &\quad \left(1 + 3e^2 + \frac{3}{8}e^4 \right). \end{aligned} \quad (9)$$

对于潮汐耗散因子 $Q'_p \leq 10^6$ 的短周期行星, 行星表面“鼓包”的耗散作用占据了主导地位^[25]. 忽略掉等式(7)里恒星的影响 g_* , 并假设行星与主星已经达到了同步状态($\Omega_p \sim n$), 在这种情况下, 行星偏心率会慢慢减小, 由潮汐耗散导致的轨道圆化时标($\tau_{\text{circ}} = e/\dot{e}$)有如下定义^[25]:

$$\tau_{\text{circ}} \approx 3.6 \frac{(1-e^2)^{13/2}}{f_7(e)} \left(\frac{Q'_p}{10^6} \right) \left(\frac{M_p}{M_J} \right) \left(\frac{M_*}{M_\odot} \right)^{2/3} \times \left(\frac{P}{1\text{day}} \right)^{13/3} \left(\frac{R_p}{R_J} \right)^{-5} \text{ Ma}. \quad (10)$$

并且与之相联系的椭圆轨道内迁时标($\tau_{\text{decay}} = a/\dot{a}$)是

$$\tau_{\text{decay}} = \frac{(1-e^2)f_7(e)}{2e^2f_6(e)} \tau_{\text{circ}}. \quad (11)$$

对于第二行星, 要求它的圆化时标大于恒星 GJ 436 的基准年龄, 此时该行星的可能存在范围画在图 1 中(虚线右侧). 可以看到, 在以上 3 种条件约束下的第二行星, P_2 - M_2 相空间上的可能范围标示为阴影区域, 在这个区域里随着 P_2 的增大, M_2 也同样增大. 在近距离轨道时, M_2 较小, 只有几个到十几个地球质量, $M_2 < M_1$; 当 P_2 增加时, M_2 也增加, 会出现 $M_2 > M_1$ 的情况. 同时我们也可以看到第二行星的位置不可能比 GJ 436b 更靠近主星.

而对于 GJ 436b, $Q' = 10^6$, 再使用表 1 的数据, 计算得到的圆化时标为 1.0 Ga(它的密度大约在 $1.5 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$, 所以圆化时标比图 1 中相对应位置的时间短很多), 只有恒星基准年龄的六分之一(6 Ga); 而它在现在这个位置的情况下, 轨道内迁的时标 $\tau_{\text{decay}} = 19 \text{ Ga}$, 在恒星年龄内, 内迁将达到~20%. 所以为解释为什么 GJ 436b 在现在这个位置附近还有这么高的偏心率, 我们就考虑在演化过程中有某种机制激发并维持了该行星的偏心率, 例如本文里要考察的第二行星长期摄动或者平运动轨道共振机制.

2 处于非共振轨道上的第二行星

两个处于非共振轨道的行星, 相互之间的长期摄动会导致它们的角动量交换, 进而改变它们的偏心率, 而半长径变化很小. 考虑了潮汐作用后, 只有当长期摄动周期(τ_{sec})远小于圆化时标(τ_{circ})时, 偏心率的激发才比较明显. 用关于 $\alpha = a_1/a_2$ 的 Legendre 展开式, Mardling 给出了在 $e_1 \ll 1$ 时长期摄动的周期(包含了相对论)^[26]:

$$\tau_{\text{sec}} = \frac{4}{3} P_1 \alpha^{-3} \left(\frac{M_2}{M_*} \right)^{-1} \varepsilon_2^3 \left[1 - \sqrt{\alpha} \varepsilon_2^{-1} \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + \gamma \varepsilon_2^3 \right]^{-1}, \quad (12)$$

其中 P_1 是内行星 M_1 的周期, $\varepsilon_2 = \sqrt{1-e_2^2}$ 与 $\gamma = 4\alpha^{-3}(n_1 a_1/c)^2 (M_*/M_2)$ 是相对论效应里第二行星对内行星近星点进动的扰动, n_1 是 M_1 的平均角速率, c 为光速. 对于 GJ 436 这个行星系统, 当第二行星处于

一个较近的轨道时, $\gamma \ll 1$ 并且 a 也比较适中, 所以长期摄动周期远小于 GJ 436b 的圆化时标 ($\tau_{\text{sec}} \ll \tau_{\text{circ}}$) 这个条件很容易满足. 如果在较远的距离, $\gamma \gg 1$, 则(12)式可以近似为 $\tau_{\text{sec}} \approx P_1/3/(n_1 a_1/c)^2 = 1.5 \times 10^4 \text{ a}$, 这表明长期摄动周期与第二行星的轨道根数几乎无关, 而且同样远小于 GJ 436b 的圆化时标.

在 M_2 的长期摄动下, 初始处于圆轨道上的 M_1 ($e_{10} = 0$) 在演化过程中能达到的最大偏心率为^[26]

$$e_{1\text{max}} = \frac{5}{2} \alpha e_2 \varepsilon_2^{-2} \left| 1 - \sqrt{\alpha \varepsilon_2^{-1} \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + \gamma \varepsilon_2^3} \right|^{-1}. \quad (13)$$

这个式子同样是在 $e_1 \ll 1$ 时成立的, 它可以给出理论上第二行星在不同质量、不同位置, 可以激发 $e_{1\text{max}}$ 到什么值.

(13)式展示了一个有趣的现象, 就是当 $M_2 < M_1$ 时, e_1 也可以被激发. 根据 $e_{1\text{max}}$ 的表达式, 我们注意到当 $M_2 < M_1$ 时, 由于 a 的变化, (13)式的分母有可能为零, 这意味着会出现 $e_{1\text{max}}$ 趋向无穷大的奇点. 事实上, 在 $e_{1\text{max}}$ 逐渐变大时, (13)式就因为 $e_1 \ll 1$ 的不成立而不再有效了, 此时我们可以借助数值模拟的办法来继续探索. 图 2(a)给出了当 $e_{20} = 0.2$ 时, 根据(13)式(关于 P_2 - M_2 的函数)得到的 GJ 436b 偏心率的最大值. 为了修正图 2(a)的结果, 我们进行了数值模拟, 得到了 M_1 从圆轨道开始 ($e_{10} = 0$), 在不同位置

不同质量的 M_2 ($e_{20} = 0.2$) 摄动作用下的 $e_{1\text{max}}$ 值. 图 2(b)显示了用数值模拟修正后的结果, (13)式里出现奇点时的位置也在图上用星号标了出来. 我们可以看到, 奇点出现的位置与数值模拟里能产生最大 $e_{1\text{max}}$ 的位置符合得较好, 证明了分析结果的有效性. 从图 2(b)中得到: 在 $e_{20} = 0.2$ 时, 有可能让 GJ 436b 的 $e_{1\text{max}} = 0.16$ 的第二行星质量范围是 $M_2 \geq 10M_{\oplus}$. 当然增大 e_{20} 可以让 M_2 的下限降低. 对于气巨星 ($M_2 > M_1$), 只有在其非常靠近主星时才有满足要求的区域.

2.1 第二行星位于近距离轨道

从图 1 可得, 第二行星轨道较近时, 所能取的行星质量也比较小, 在 $M_2 < M_1$ 的范围内. 所以研究近距离轨道时, 我们针对第二行星质量为 $5M_{\oplus}$ 和 $10M_{\oplus}$ 的两种情况, 利用三体模拟做了完整的研究, 在第二行星的 P_2 - e_2 相空间上得到了能让 $e_{1\text{max}} = 0.16$ 的可能区域, 结果如图 3(a)和(b)所示. 两张图的阴影区域就是我们需要的范围. 除数值模拟结果外, 阴影区域的范围同时还由第二节里的 3 个约束条件所决定(在 $M_2 = 10M_{\oplus}$ 时, 临界视向速度在 3 m/s 时没有可能范围, 考虑到 Doppler 观测很难达到 3 m/s 的极限精度, 我们把临界视向速度略微放宽到 5 m/s). 图 3(c)和(d)是第二行星位于可能区域的两个演化例子, 加上了潮汐作用(潮汐耗散因子 $Q'_1 = Q'_2 = 100$, 成比

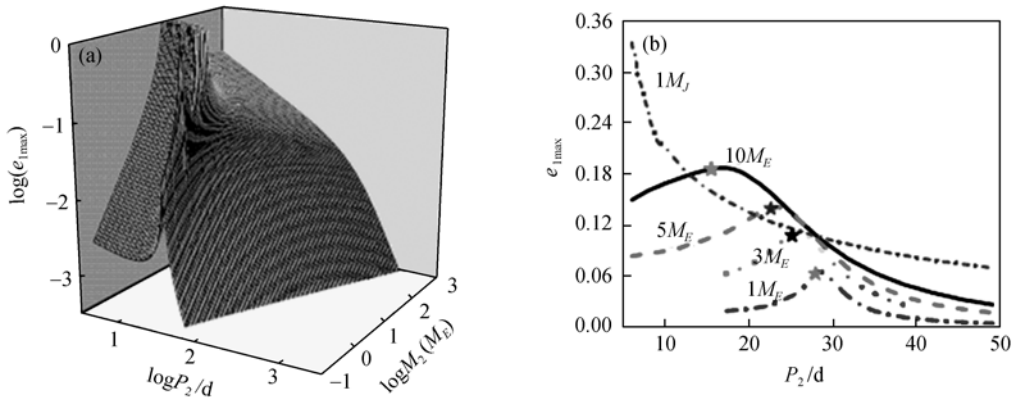


图 2 一个初始偏心率 $e_{20} = 0.2$ 的第二行星, 其所能激发 M_1 偏心率的最大值

(a) 从(13)式计算出的不同 P_2 - M_2 理论上所能激发的 $e_{1\text{max}}$; (b) 由一般三体问题数值模拟后所得到的 $e_{1\text{max}}$, 星号表示(13)式里的奇点出现的位置

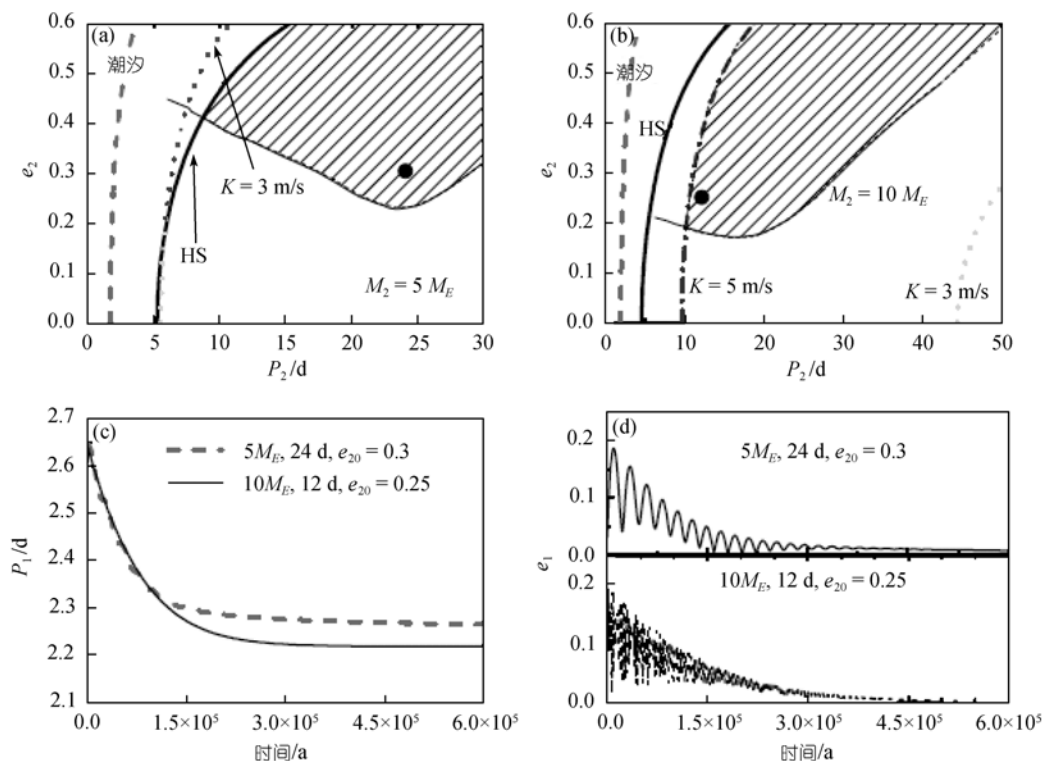


图 3 第二行星在近距离轨道能激发 GJ 436b 偏心率 $e_1 = 0.16$ 的允许范围

(a)和(b)分别表示第二行星 $5M_{\oplus}$ 和 $10M_{\oplus}$ 时; (c) 轨道周期 P_1 的变化; (d) 偏心率 e_1 的变化

例的演化时间为 6×10^5 yrs). 在长期摄动影响下, GJ 436b 的偏心率在一开始可以被激发起来, 但是仅仅过了 10^5 a 就被耗散至低于 0.16 了. 根据潮汐力与潮汐耗散因子 Q'_i ($i = 1, 2$) 的线性变化关系, 当这个行星系统的 $Q'_i = 10^6$ 时, $e_{1\max} \sim 0.16$ 只能维持到 1 Ga, 仍然不满足现在观测到的结果.

图 3(a)和(b)分别表示第二行星 $5M_{\oplus}$ 和 $10M_{\oplus}$ 时, 由一般三体模型模拟所得到的允许范围(阴影区域). 3 个约束条件($K = 3$ m/s 或 5 m/s; Hill 稳定性条件; $\tau_{\text{circ}} = 6$ Gyr, $Q'_2 = 10^6$ 和 $\rho_2 = 3 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ 时圆化时标限制)也同时决定了阴影区域的范围. 图 3(a)和(b)所标示的两个例子(实心圆)对 GJ 436b 摄动的演化结果分别在图 3(c)(轨道周期 P_1 的变化)和(d)(偏心率 e_1 的变化)中画出. 两个例子的初始参数见图标. 潮汐耗散因子均取 $Q'_2 = 100$, M_2 的密度取 $\rho_2 = 3 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$.

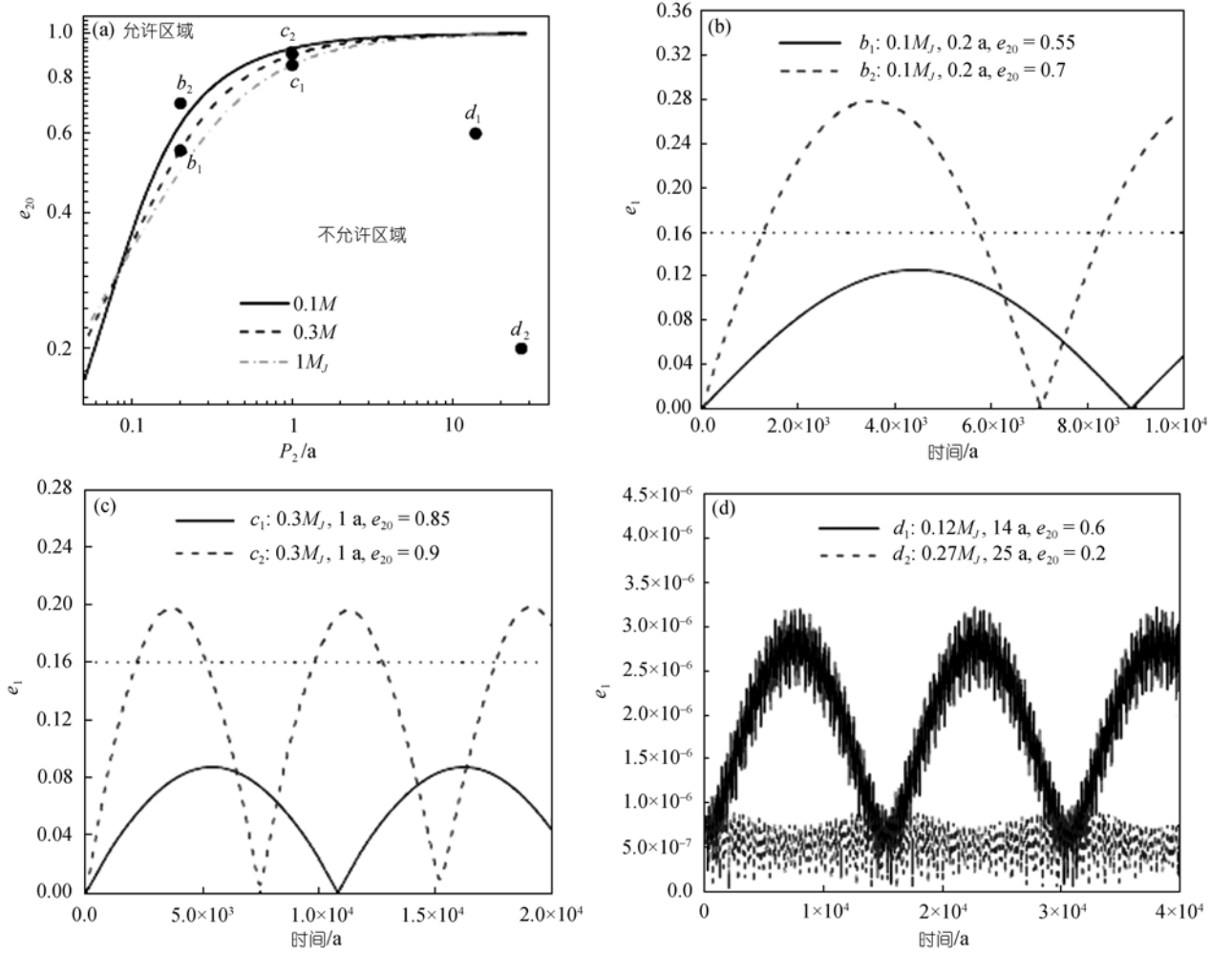
2.2 第二行星位于远距离轨道

当轨道较远时, 根据上面的结果, 质量小的第二

行星对于 GJ 436b 的摄动效应更加微弱, 偏心率激发更是不可能满足要求的, 所以, 当第二行星位于远距离轨道时, 我们主要研究大质量行星的情况, 也就是 $M_2 > M_1$. 此时, 根据(13)式的计算结果, M_2 的轨道要有极高的偏心率才可能让 $e_{1\max}$ 的值满足要求. 图 4(a)在 P_2 - e_2 平面画出了能让 $e_{1\max} = 0.16$ 的 P_2 和 e_2 的范围(3 条曲线的上方), 并同时用数值模拟来检验范围的可靠性, 如图 4(b)~(d). 在图 4(d)里模拟验证了 Maness 等人^[6]所提出的两个例子, 结果是两种情况下第二行星都不可能让 GJ 436b 的轨道偏心率 $e_{1\max}$ 达到 0.16. 从图 4(a)中可以发现在轨道周期大于 1 a 的位置, 就几乎不可能存在合适的第二行星可以靠长期摄动影响让 GJ 436b 达到 $e_{1\max} = 0.16$.

3 处于平运动共振轨道上的第二行星

对于一个有两颗行星的保守的共面系统, 行星的运动可以用 4 个自由度的不可积 Hamilton 系统来描


 图 4 第二行星在远距离轨道能激发 GJ 436b 偏心率 $e_{1\max} = 0.16$ 的允许范围

(a) 利用(13)式所得到的、在第二行星质量分别为 $M_2 = 0.1M_j, 0.3M_j, 1M_j$ 时, 要让 GJ 436b 的 $e_{1\max} = 0.16$ 所需 P_2 和 e_2 的区域, 3 条线的上方为满足要求的区域; (b)~(d) 用数值模拟来验证(a)中划分的区域的可靠性. 初值条件均在(a)中用实心圆标出. (d)验证 Maness 等人提出的两个可能情况, 发现均不可能让 GJ 436b 的轨道偏心率 $e_{1\max}$ 达到 0.16

述. 然而, 在 $(p+q)/p (q \neq 0)$ 平运动轨道共振附近, 用平均化方法, 系统的自由度可以从 4 个减少到 2 个^[27]. 就如我们接下来所要描述的一样, 要让 M_1 的轨道偏心率在演化过程中达到 0.16, 不同质量的第二行星所需要的初始偏心率的最小值可以由平均 Hamilton 函数近似推出.

采用下面的正则变量^[27,28]:

$$\begin{aligned} \lambda_1, J_1 &= L_1 + s(I_1 + I_2), \\ \lambda_2, J_2 &= L_2 - (1+s)(I_1 + I_2), \\ \sigma_1 &= (1+s)\lambda_2 - s\lambda_1 - \varpi_1, I_1 = L_1(1 - \sqrt{1 - e_1^2}), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\sigma_2 = (1+s)\lambda_2 - s\lambda_1 - \varpi_2, I_2 = L_2(1 - \sqrt{1 - e_2^2}),$$

其中 λ_i 和 ϖ_i 分别是 $M_i (i=1,2)$ 的平黄经和近拱点黄经. 同时,

$$\begin{aligned} s &= p/q, \quad L_i = M_i' \sqrt{\mu_i a_i} \quad (i=1,2), \\ \mu_i &= G(M_* + M_i), \quad M_i' = \frac{M_i M_*}{M_i + M_*}, \end{aligned} \quad (15)$$

G 为引力常数.

系统的 Hamilton 函数 H 可以描述为

$$H = H_0 + H_1, \quad (16)$$

右边第一项只与二体作用有关, 表达式为

$$H_0 = -\sum_{i=1}^2 \frac{\mu_i^2 M_i^3}{2L_i^2}. \quad (17)$$

而第二项则是第三体的摄动影响, 关于质量展开略去高阶项后为^[28]

$$H_1 = -G \frac{M_1 M_2}{\Delta} + \frac{M_1 M_2}{M_*} (\dot{x}_1 \dot{x}_2 + \dot{y}_1 \dot{y}_2 + \dot{z}_1 \dot{z}_2), \quad (18)$$

其中 $\Delta = (r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos S)^{1/2}$, 对于共面情况 $S = f_1 - f_2 + \varpi_1 - \varpi_2$, f_i 是 $m_i (i=1, 2)$ 轨道的真近点角. 按照上面的正则根数, Hamilton 函数(16)中的所有周期项都只包含 3 个相互独立的角变量 $\sigma_1, \sigma_2, \lambda_1 - \lambda_2$, 因此这个系统只有 3 个自由度^[27]. 由此可以得出与角变量 $\lambda_1 + \lambda_2$ 共轭的变量是一个运动积分, 即 $J_1 + J_2 = \text{const.}$ 对会合角 $Q = (\lambda_1 - \lambda_2)/q$ 进行平均化, 得到此系统的平均 Hamilton 函数:

$$\bar{H} = H_0 + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} H_1 dQ. \quad (19)$$

事实上, 上述平均 Hamilton 函数仅仅只能通过数值方法得到.

此时该平均化系统(19)有两个自由度, 并存在能量积分. 考虑所有的相位角 σ_1 和 σ_2 , 在 (e_1, e_2) 平面上找出全部的解是不现实的. 所以我们取一组相对

的平运动共振周期轨道, 其初值 σ_1 和 σ_2 取为 0 和 π . 图 5(a)画出了第二行星质量为 $10M_\oplus$ 时, 在 (e_1, e_2) 相空间上, Hamilton 函数(19)的能量曲线. 由于系统沿着等能量线运动, 所以我们可以从这个能量曲线图上得出满足激发要求的第二行星偏心率最小值 $e_{2\min}$. 同时还得到在不同 M_2 时, $e_{2\min}$ 的取值, 如图 5(b)所示, 3 种符号代表 3 种不同的共振结构下 $e_{2\min}$ 的取值情况. 从图 5(b)还可以拟合出一个满足 $e_{1\max} = 0.16$ 要求的 $e_{2\min}$ 与质量之间的函数关系式. 有趣的是, $e_{2\min}$ 与两颗行星质量之比 M_1/M_2 成正比关系:

$$e_{2\min} \approx 0.14 \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^{1/2}, \quad (20)$$

这个关系对 3 个主要的共振情况 2:1, 3:1 和 5:2 都近似成立, 并且与 M_1 的位置 a_1 无关.

上面这个函数关系可以从角动量守恒推出. 总角动量

$$J_1 + J_2 = L_1 \sqrt{1 - e_1^2} + L_2 \sqrt{1 - e_2^2} = \text{const.},$$

与 s 无关. 理想情况下, $e_{1\max}$ ($e_{2\min}$) 发生在 $e_2 = 0$ ($e_1 = 0$) 的时候, 由于角动量守恒, 则要求

$$L_{10} \sqrt{1 - e_{1\max}^2} + L_{20} = L_{10} + L_{20} \sqrt{1 - e_{2\min}^2},$$

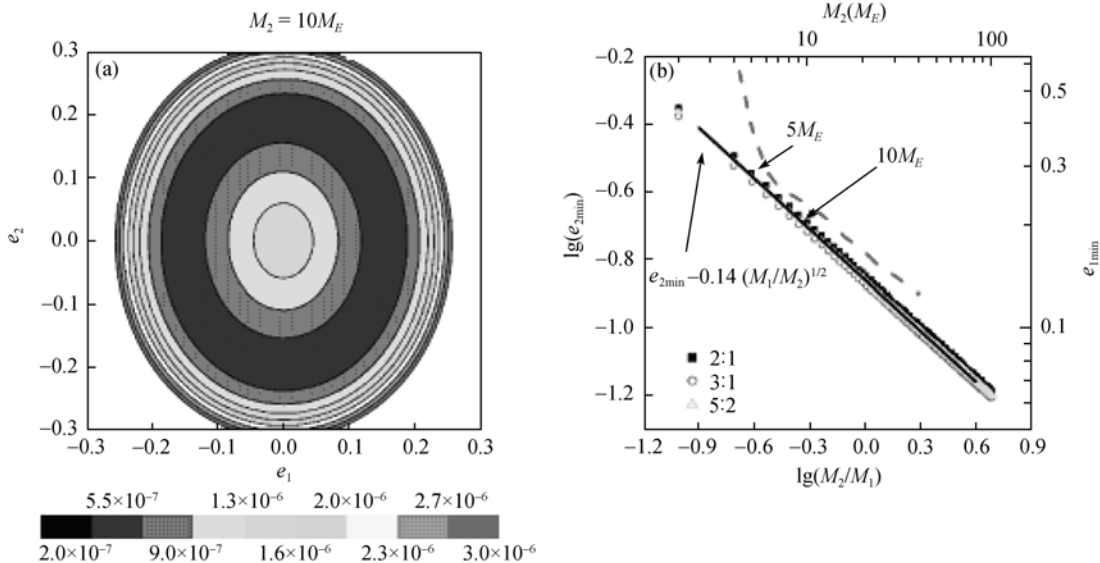


图 5 由等能量线得到的 $e_{2\min}$

(a) 第二行星质量为 $10M_\oplus$ 时, 行星系统的等能量线, e_i 小于 0 时对应 $\sigma_i = \pi (i=1, 2)$; (b) 2:1, 3:1 和 5:2 三种共振结构时, 根据等能量线所得到的、能使 $e_{1\max} = 0.16$ 的第二行星 M_2 偏心率的最小值; 虚线是 2:1 共振结构下数值模拟的结果

通过这个等式就能得到 $e_{2\min}$ 的近似表达式:

$$e_{2\min} = \sqrt{L_{10}/L_{20}} e_{1\max} \approx (M_1/M_2)^{1/2} (n_2/n_1)^{1/6} e_{1\max},$$

其中 L_{10} 和 L_{20} 是相对应的根数在共振中心的值. 上面的近似表达式表明 $e_{2\min}$ 受行星轨道平运动频率之比的影响很小. 对于 2:1 共振轨道, 当取 $e_{1\max} = 0.16$ 时, 表达式的形式就与(20)式完全一致.

在(20)式的推导中, 我们没有考虑一般三体模型中非常复杂的共振结构, 所以这仅仅是个近似关系. 真实情况下, $e_{1\max}$ ($e_{2\min}$) 可能不会发生在 $e_2 = 0$ ($e_1 = 0$) 的时候, 所以需要求助数值模拟方法来检验该关系式. 图 5(b)中的虚线画出了有相对论效应下三体模拟的修正结果, 理论和数值上的差异在 M_2 较小时非常明显.

Ribas等人^[14]提出了第二行星在共振轨道下的一个可能情况: 2:1 共振, $M_2 = 5M_\oplus$, $e_{20} = 0.2$ (偏心率低于我们刚得出的 $5M_\oplus$ 时 $e_{2\min}$ 的值, 如图 5(b)所示). 我们采用数值模拟来检验了他们的例子, 结果如图 6 所示. 我们计算了 $e_{20} = 0.2$ 与 $e_{20} = 0.4$ 两种情况, 发现均不能长期维持 GJ 436b 的偏心率在 0.16. 对于 $e_{20} = 0.2$, GJ 436b 根本不会因为受到第二行星的共振激发而达到 $e_{1\max} = 0.16$. 而对于 $e_{20} = 0.4$, 开始时 GJ 436b 可以被激发达到 $e_{1\max} = 0.16$, 但很快偏心率就在潮汐耗散的作用下逐渐变小. 在两个例子

里 GJ 436b 的轨道都有明显向里迁移现象.

不同质量的第二行星处于其他平运动轨道共振也是类似结果: 在平运动轨道共振作用下, 第二行星并不能让 GJ 436b 的轨道偏心率激发并长时间维持在 0.16.

4 结论

通常认为第二行星 M_2 对 GJ 436b 的摄动很可能是导致其高偏心率的因素. 本文全面研究了不同位置、不同根数的第二行星作用的结果, 主要分为以下 3 个情况.

(i) 第二行星在近距离轨道

当第二行星在近距离轨道时, 满足激发要求的 M_2 , P_2 , e_{20} 等参数取值范围比较广. 有趣的是, 第二行星的质量 M_2 较低时 ($M_2 < M_1$), 仍然可以有效地激发起 GJ 436b 的偏心率. 但是考虑潮汐作用后, 我们发现, 在 GJ 436b 现在所观测到的位置, 潮汐耗散导致轨道内迁的时标接近 20 Ga, 圆化时标则是仅有 1 Ga. 所以在主星 GJ 436 的年龄时间 (> 3 Ga) 里, GJ 436b 的轨道会向里缓慢地移动, 激发起来的偏心率会很快降下来. 据此推论, GJ436b 现在所拥有的 0.16 的偏心率不应该是由于临近轨道的第二行星所维持的. 另一方面, 我们并没有否定第二行星存在的可能性, 在近距离稳定轨道, 低质量的第二行星是有可能存

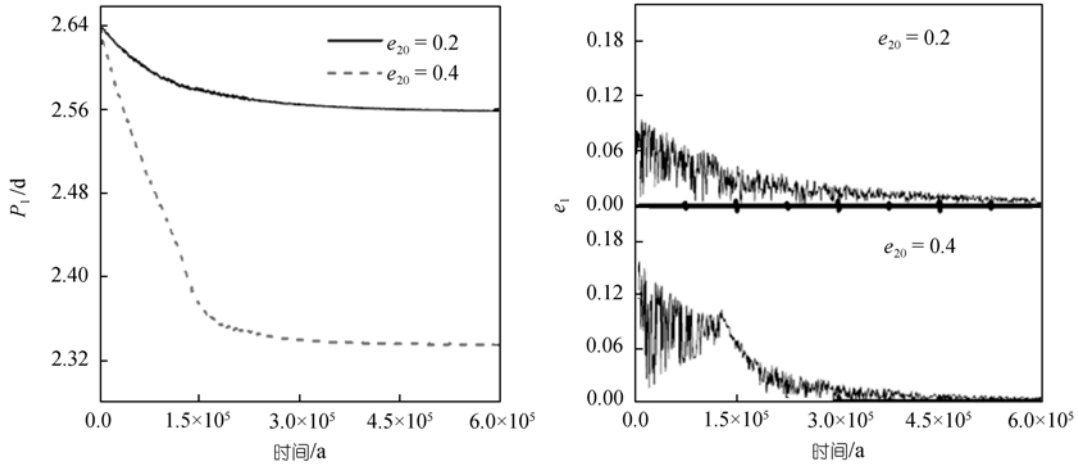


图 6 三体模拟 2:1 共振轨道时, 两个例子的演化过程

第二行星质量为 $5M_\oplus$, 密度 $\rho_2 = 3 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$, 潮汐耗散因子 $Q' = 100$, 初始偏心率为 0.2 和 0.4. 其中 $e_{20} = 0.2$ 是 Ribas 等人 2008 年所提出的一个例子, 根据模拟结果, 该行星不可能激发 GJ 436b 到高偏心率轨道

在的. 例如, Coughlin 等人根据最新的掩星资料得出 GJ 436b 受一个质量不大于 $12M_{\oplus}$ 、轨道周期 12 d 的第二行星所摄动^[16]. 然而, 即使这颗行星存在, 也不能把 GJ 436b 维持在高偏心率轨道上.

(ii) 第二行星在远距离轨道

与近距离轨道不同的是, 第二行星处于远距离轨道时, 只有在极其苛刻的条件下才有可能激发 GJ 436b 的偏心率($e_{20} \sim 1$), 且由于潮汐的作用, GJ 436b 的偏心率很快会降下去, 所以远距离轨道上的行星也不是 GJ 436b 高偏心率的原因. 不过第二行星在离主星很远的位置处(几个天文单位或者更远), 仍是有可能存在的. 例如 Maness 等人推测可能存在一颗质量约为 $0.27M_J$, 轨道周期在 25 a 处的气巨星^[6].

(iii) 第二行星在平运动共振轨道

如果考虑 GJ 436b 的潮汐耗散因子 $Q' \sim 10^6$, 处于平运动轨道共振的第二行星虽然可以激发起 GJ 436b 的偏心率, 但是该偏心率在恒星演化年龄内无

一例外的会慢慢降下去, 并且轨道也会逐渐向里迁, 脱离共振结构. 在这种情况下, 一直保持共振结构而激发维持 GJ 436b 的偏心率是不可能的. 当然, 如果我们认为 GJ 436b 有特别高的潮汐耗散因子($Q' > 6 \times 10^6$), 则它们的共振构型在主星 GJ 436 的年龄尺度上(> 3 Ga)还是有可能保持的. 例如 Rabas 等就提出在 GJ 436b 的 2:1 共振轨道, 有一颗质量为 $5M_{\oplus}$ 、偏心率在 0.2 左右的行星存在^[14]. 不过根据我们模拟的结果, 这颗行星即使能一直存在于 2:1 共振轨道中, 也没有足够的力量激发 GJ 436b 的偏心率到 0.16.

根据本文的研究, 我们认为: 无论第二行星处于什么位置, 行星 GJ 436b 现在所观测到的高偏心率, 都不可能是第二行星通过长期摄动或平运动轨道共振来提供并长时间维持的. 除非我们可以假设它的潮汐耗散因子特别高, 高到 $Q' > 6 \times 10^6$, 否则 GJ 436b 高偏心率轨道的维持仍是一个有挑战性的问题.

致谢 感谢 Gregory Laughlin 博士与我们有意义的讨论.

参考文献

- 1 Wolszczan A, Frail D A. A planetary system around the millisecond pulsar PSR1257+12. *Nature*, 1992, 355: 145—147 [\[DOI\]](#)
- 2 Mayor M, Queloz D. A Jupiter-mass companion to a Solar-type star. *Nature*, 1995, 378: 355—359 [\[DOI\]](#)
- 3 Udry S, Santos N C. Statistical properties of exoplanets. *Annu Rev Astron Astrophys*, 2007, 45: 397—439 [\[DOI\]](#)
- 4 Bennett D P, Bond I A, Udalski A, et al. A low-mass planet with a possible sub-stellar-mass host in microlensing event MOA-2007-BLG-192. *Astrophys J*, 2008, 684: 663—683 [\[DOI\]](#)
- 5 Butler R P, Vogt S S, Marcy G W, et al. A Neptune-mass planet orbiting the nearby M dwarf GJ 436. *Astrophys J*, 2004, 617: 580—588 [\[DOI\]](#)
- 6 Maness H L, Marcy G W, Ford E B, et al. The M dwarf GJ 436 and its Neptune-mass planet. *Publ Astron Soc Pac*, 2007, 119: 90—101 [\[DOI\]](#)
- 7 Gillon M, Demory B O, Barman T, et al. Accurate spitzer infrared radius measurement for the hot Neptune GJ 436b. *Astron Astrophys*, 2007, 471: L51—L54 [\[DOI\]](#)
- 8 Gillon M, Pont F, Demory B O, et al. Detection of transits of the nearby hot Neptune GJ 436b. *Astron Astrophys*, 2007, 472: L13—L16 [\[DOI\]](#)
- 9 Deming D, Harrington J, Laughlin G, et al. Spitzer transit and secondary eclipse photometry of GJ 436b. *Astrophys J*, 2007, 667: L199—L202 [\[DOI\]](#)
- 10 Demory B O, Gillon M, Barman T, et al. Characterization of the hot Neptune GJ 436b with spitzer and ground-based observations. *Astron Astrophys*, 2007, 475: 1125—1129 [\[DOI\]](#)
- 11 Torres G. The transiting exoplanet host star GJ 436: A test of stellar evolution models in the lower main sequence, and revised planetary parameters. *Astrophys J*, 2007, 671: L65—L68 [\[DOI\]](#)
- 12 Bean J L, Benedict G F, Charbonneau D, et al. A Hubble space telescope transit light curve for GJ 436b. *Astron Astrophys*, 2008, 486:

- 1039—1046[\[DOI\]](#)
- 13 Shporer A, Mazeh T, Winn J N, et al. Photometric follow-up observations of the transiting Neptune-mass planet GJ 436b. arXiv: 0805.3915
- 14 Ribas I, Font-Ribera A, Beaulieu J P. A $\sim 5M_{\oplus}$ super-earth orbiting GJ 436? The power of near-grazing transits. *Astrophys J*, 2008, 677: L59—L62[\[DOI\]](#)
- 15 Mardling R A. On the long-term tidal evolution of GJ 436b in the presence of a resonant companion. arXiv: 0805.1928
- 16 Coughlin J L, Stringfellow G S, Becker A C, et al. New observations and a possible detection of parameter variations in the transits of Gliese 436b. arXiv: 0809.1664
- 17 Marcy G W, Butler R P. Detection of extrasolar giant planets. *Annu Rev Astron Astrophys*, 1998, 36: 57—98[\[DOI\]](#)
- 18 Marchal C, Bozis G. Hill stability and distance curves for the general three-body problem. *Cele Mech*, 1982, 26: 311—333[\[DOI\]](#)
- 19 Gladman B. Dynamics of systems of two close planets. *Icarus*, 1993, 106: 247—263[\[DOI\]](#)
- 20 Goldreich P, Soter S. Q in the solar system. *Icarus*, 1966, 5: 375—389[\[DOI\]](#)
- 21 Murray C D, Dermott S F. *Solar System Dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999
- 22 Eggleton P P, Kiseleva L G, Hut P. The equilibrium tide model for tidal friction. *Astrophys J*, 1998, 499: 853—870[\[DOI\]](#)
- 23 Mardling R A, Lin D N C. Calculating the tidal, spin, and dynamical evolution of extrasolar planetary systems. *Astrophys J*, 2002, 573: 829—844[\[DOI\]](#)
- 24 Dobbs-Dixon I, Lin D N C, Mardling R A. Spin-orbit evolution of short-period planets. *Astrophys J*, 2004, 610: 464—476[\[DOI\]](#)
- 25 Zhou J L, Lin D N C. Migration and final location of hot super earths in the presence of gas giants. In: *Exoplanets: Detection, Formation and Dynamics, Proceedings of the International Astronomical Union, IAU Symposium*. Cambridge: Cambridge University Press, 2008, 249: 285—291
- 26 Mardling R A. Long-term tidal evolution of short-period planets with companions. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2007, 382: 1768—1790
- 27 Beauge C, Michtchenko T A. Modelling the high-eccentricity planetary three-body problem. Application to the GJ876 planetary system. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2003, 341: 760—770[\[DOI\]](#)
- 28 Laskar J. NATO Advanced Study Institute on Predictability, Stability, and Chaos in N-Body Dynamical Systems. In: Roy A E, ed. *New York: Plenum Press*, 1991. 93—114