H型桥梁断面颤振后能量图谱

赵林^{1,3}, 胡传新^{2*}, 周志勇^{1,3}, 葛耀君^{1,3}

1. 同济大学土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092;

2. 武汉科技大学城市建设学院, 武汉 430065;

3. 同济大学桥梁结构抗风技术交通运输行业重点实验室, 上海 200092

* E-mail: chuanxinhoo@126.com

收稿日期: 2020-09-02; 接受日期: 2021-03-29; 网络版发表日期: 2021-04-27

国家重点研发计划(编号: 2018YFC0809600, 2018YFC0809604)和国家自然科学基金(批准号: 51678451)资助项目

摘要 利用同济大学自主研发的三自由度随机强迫振动装置, 实现了大扭转振幅下桥梁气动力高精度测量, 分析了自激力随折减风速和振幅变化的能量演变效应, 描述了可预测颤振分岔的能量图谱, 提出了一种基于能量演变的桥梁主梁断面颤振后研究策略. 以旧塔科马大桥H型主梁断面为例, 分析了颤振后形态及其机理, 并反演了旧塔科马大桥风毁失稳路径及其可能发展路径. 研究发现, 桥梁结构颤振响应取决于结构阻尼比、结构刚度及来流风速之间的竞争关系. 推荐研究策略可以精确量化主梁颤振及颤振后响应幅值、来流风速和阻尼比依赖关系, 并基于能量视角解释了桥梁颤振分岔失稳路径的发展模式, 澄清了气动力非线性和结构扭转阻尼比演变对旧塔科马大桥颤振后极限环振动形态的影响机制.

关键词 桥梁断面, 颤振后, 能量图谱, 超限振幅

1 引言

桥梁颤振后形态, 一般是指桥梁结构在颤振临界风速后的振动形态及结构力学性能. 极限环振动现象(LCO)是最为常见的颤振后非线性振动现象. 对于桥梁与流场耦合的复杂系统, 在颤振后状态下桥梁结构往往同时存在着结构非线性、气动力非线性以及阻尼非线性等复杂非线性因素, 虽然上述任意非线性因素均可导致极限环振动现象^[1~3], 但是一般难以区分不同非线性因素对极限环振动现象的贡献, 一般采用风洞试验方法建立合适的数学模型, 以充分考虑各种非线

性因素在桥梁颤振后状态中所产生的影响^[4]. 然而, 上述方法很难将气动力非线性与结构阻尼比变化引起的结构效应剥离开, 难以考察阻尼比变化对桥梁结构颤振后形态的影响, 也难以预测颤振后各种可能状态.

经典的Scanlan线性颤振理论忽视了自激力的非线性效应, 导致以颤振后极限环振动现象为代表的非线性振动现象无法解释. 有鉴于此, 很多学者提出了各种不同类型的桥梁断面非线性自激力模型, 如基于泰勒展开多项式型^[1,5~10]、基于准定常理论型^[11~13]和人工智能类型^[14~17]等. 然而, 不同学者提出非线性自激力模型或者适用于特定断面, 或者适用于特定条件,

引用格式: 赵林, 胡传新, 周志勇, 等. H型桥梁断面颤振后能量图谱. 中国科学: 技术科学, 2021, 51: 505–516

Zhao L, Hu C X, Zhou Z Y, et al. Post flutter energy map for H-shaped bridge girder (in Chinese). Sci Sin Tech, 2021, 51: 505–516, doi: [10.1360/SST-2020-0373](https://doi.org/10.1360/SST-2020-0373)

不具有普适性, 故其物理意义也不尽相同, 甚至相互矛盾。以目前广泛运用的基于泰勒展开多项式模型为例, 依据对气动力高次谐波拟合方法, 可分为以下两类: 第一类是王骑^[5]和唐煜^[1]建立的模型, 他们基于大振幅简谐振动强迫振动试验获取的自激力, 将其表达为基波与高次谐波线性叠加的形式, 多项式与气动力谐波分量一一对应。基波对应自激力线性项, 二次谐波分量对应多项式二次项, 三次谐波分量对应多项式三次项, 以此类推。基于气动力高次谐波分量不做功, 唐煜^[1]将Scanlan线性自激力模型中仅与气动外形和折减风速相关颤振导数扩展为气动力外形、折减风速和振幅的函数, 以考虑自激力非线性; 第二类是张朝贵^[6]、高广中^[7]和Náprstek等人^[8]建立的模型, 多项式与气动力谐波分量并非一一对应。如三次项对自激力基波及三次谐波分量均有贡献。从形式上来看, 他们采用非线性项拟合自激力高次谐波分量, 但本质上是利用非线性项来模拟自激力的振幅依赖性^[6,7]。这也是张朝贵^[6]和高广中^[7]提出的自激力模型气动参数不依赖于振幅的根本原因。尽管如此, 从气动力做功, 即能量的角度来看, 第一类多项式和第二类多项式依然等效^[4]。由此可见, 现行非线性自激力模型多采用以实测气动力的参数拟合驱动建模方式, 其物理意义尚待明确。故有必要从能量的角度出发, 深入揭示桥梁断面颤振后机制。

与全桥气弹模型试验相比, 节段模型由于设计制作方便和风致振动现象直观等优点被广泛应用于大跨度桥梁风致响应研究。节段模型试验中一般采用自由振动方法直接测量获取风致响应及相应气动力, 由弹簧系统悬挂并提供边界约束条件。当桥梁跨度增加时, 风致响应表现出大振幅和多模态耦合特性^[18]; 大攻角效应的影响更加显著^[19]; 在特异性风场中, 结构振动也表现出更加复杂的时变随机特性^[20]。这些新的变化趋势使得弹簧悬挂节段模型试验系统难以适用^[21], 强迫振动装置应运而生, 并被广泛运用于各类桥梁或钝体断面气动力特性及颤振后研究^[5,15,22-30]。除了能够模拟和再现大振幅、大攻角、多模态耦合和非稳态的结构振动外, 强迫振动装置还具有以下优点: 可试验的折减风速范围广、信号有效测试持续时间长、测试信号信噪比高等, 适合气动力作用机理和模式研究。特别是回避了自由振动试验中的附加攻角效应以及大振幅时自由振动弹性悬挂装置的刚度非线性和阻尼非线性效应^[4]。总之, 由于强迫振动装置上述固有优点, 被国内

外学者广泛运用于桥梁或钝体断面气动力特性及颤振后形态研究。

综上所述, 目前受限于对桥梁断面与气流之间复杂流固耦合机制的认识, 现行非线性自激力模型无法全面而正确地反映上述机制, 故无法对一些桥梁断面非线性振动现象做出合理解释。另外, 与自由振动及全桥气弹模型试验方法相比, 强迫振动方法具有可模拟大振幅等优点, 便于研究大振幅时桥梁断面气动力特性及颤振后形态。故有必要充分利用强迫振动装置上述优点, 回避现行非线性自激力模型及颤振后形态研究方法的固有缺陷, 从能量视角出发, 发展一种新的桥梁断面颤振后研究策略。

以旧塔科马大桥主梁(宽高比为5:1的H型断面)为例, 利用强迫振动装置强大功能, 描述颤振后状态自激力随结构运动做功的能量图谱, 提出一种基于能量演变效应的桥梁断面颤振后研究策略, 从能量角度揭示旧塔科马大桥颤振后机制。

2 试验装置及设置

2.1 随机强迫振动装置

随机强迫振动装置如图1所示, 强迫振动装置性能(本文采用样机)参数如表1所示。装置总重约1000 kg, 具有足够的刚度和质量以抑制工作时自身的附加振动。该装置包括测力传感器、节段模型、伺服电机、机架、底座和控制柜等构件。其中, 伺服电机包括4个直线电机和2个直驱电机, 分别独立控制4个平动自由度和2个扭转自由度。不同自由度有各自的限位轨道, 限位轨道在约束运行轨迹的同时限制了不同自由度的振幅。平动自由度由直线导轨导向和限位, 振幅为 ± 50 mm; 扭转运动由转轴约束, 振幅为 $\pm 360^\circ$ 。直线电机分为垂直运动电机和水平运动电机, 分别为竖直和水平方向的运动提供驱动力, 最大输出力为600 N。直驱电机为模型提供旋转动力, 最大输出力矩为18 N·m, 精度为0.0007°。由于6个自由度分别由独立电机控制, 须采取措施保证两侧对应自由度同步运行。该目标通过虚拟时间主轴实现。节段试验模型采用两端测力传感器支撑固定于运动驱动机构上。采用了同步控制技术, 并以平板型直线电机为驱动源, 以微米级光栅反馈控制, 实现多种振动行为的模拟, 避免了传统节段模型试验方法无法模拟实际结构多频耦合运

图 1 (网络版彩图)强迫振动装置三维示意图
Figure 1 (Color online) Schematic diagram of the forced motion apparatus.

表 1 强迫振动装置性能参数
Table 1 Performance parameters of the forced motion apparatus

指标	样机	整机
平动振幅	$\pm 50\text{ mm}$	$X: \pm 200\text{ mm};$ $Y: \pm 100\text{ mm}$
自由度耦合	$X, Y, RZ, X+Y, X+RZ, Y+RZ, X+Y+RZ$	
扭转振幅	360°	
振幅调节分辨率	连续可调	
频率调节分辨率	连续可调	
读入信号时间间隔	10 ms	
运动形式	驱动加载限值的随机位移运动	

动的不足, 便于分析真实运动条件下结构所承受气动力规律和特点. 该装置工作和适用范围详见文献[29].

强迫振动装置可在不同干扰条件下高精度运行, 即同一输入时程在不同干扰条件下的实际输出时程吻合度很高[29]. 干扰条件包括来流风速、模型质量和质量惯性矩等物理量的变化. 该装置采用闭环调节的方式实现位移的精准控制: 电机驱动模型以 10 ms 为时间间隔执行输入位移时程, 反馈编码器不断读取实际位移并与目标位移对比, 根据二者的差异实时调节电机出力值, 保证实际运行误差在允许范围内.

2.2 试验概况

以典型H型断面为研究对象, 断面尺寸如图2所示. 断面宽(B) 238 mm , 翼板高(D) 48 mm , 宽高比(B/D)约为 $5:1$, 模型长度(L)为 700 mm . 该断面为旧塔科马大桥简化主梁断面, 几何缩尺比约为 $1:50$. 需要注意的是, 采

图 2 (网络版彩图)断面尺寸(单位: mm)
Figure 2 (Color online) Geometrical sizes of the bridge girder (unit: mm).

用简化H型断面研究旧塔科马大桥主梁断面气动力特性及其风致振动机理为国际上广泛采用的一种通用做法[31~33]. 模型腹板采用3D打印方式形成蜂窝状结构形成整体刚度, 材料为光敏树脂, 两侧翼板采用轻质木板. 模型总质量 516 g .

试验采用2个六分量天平(美国ATI公司生产, 型号: SI-65-5)分别固定在模型的两端, 进行气动力测量, 天平性能参数如表2所示. 模型两端固定二维端板, 然后与天平相连接, 以避免三维绕流效应, 如图3所示. 试验采用日本Panasonic公司HL-C235CE-W型激光位移传感器, 测量范围为 $350 \pm 200\text{ mm}$, 分辨率为 $8\text{ }\mu\text{m}$, 线性度误差在 $\pm 0.04\%$ 以内. 侧向、竖向和扭转3个自由度的位移可以通过3个激光位移计(2个竖向位移计+1个水平位移计)的配合实现. 激光位移计标靶固定在模型端板外侧, 以减少激光位移装置及标靶对模型周围流场干扰.

采用同步采集设备实现天平力信号和位移信号同步, 采集仪型号为北京东方振动和噪声技术研究所生产的INV3062V同步采集仪, 设备内置并行采样数模转换芯片. 天平信号(共12个力信号)和位移信号(4个振动信号)在采集仪内经过数模转换芯片转换成电压信号. 所有通道的信号通过数模转换芯片实现同步. 数模转换芯片型号为ADS1278, 美国得克萨斯州仪器公司(Texas Instruments)生产. 在不考虑不同仪器内部结构差异引起的传输时间差时, 任意通道之间相位差 $0.056^\circ @ 10\text{ kHz}$, 即时间延迟约 15.6 ns . 试验采样频率

表 2 六分量天平性能参数
Table 2 Parameters of high-precision dynamic balance

分量	量程	最大误差(%)
$F_x\text{ (N)}$	± 65	0.1
$F_y\text{ (N)}$	± 65	0.1
$T_z\text{ (N}\cdot\text{m)}$	± 5	0.1

图3 (网络版彩图)天平及端板安装示意

Figure 3 (Color online) Schematic diagram of dynamic balances and end plates.

为512 Hz, 采样时间72 s.

试验在同济大学土木工程防灾国家重点实验室 TJ-3边界层风洞中进行. TJ-3边界层风洞为竖向布置的闭口回流式边界层风洞, 试验段长14 m、宽15 m、高2 m. 空风洞可控风速范围为1.0~17.6 m/s, 风速连续可调, 流场不均匀性指标 $\delta U/U \leq 1.9\%$, 紊流度 $I_u \leq 2.0\%$, 来流竖向倾角 $\Delta\alpha \leq \pm 2.0^\circ$, 水平偏角 $\Delta\beta \leq \pm 0.1^\circ$. 所有试验均在均匀流场进行. 由于气流经过强迫振动装置时, 由于设备端部段的存在, 会产生窄道加速效应. 故模型安装处风速大于来流风速, 二者之间比例关系采用眼镜蛇探头测得, 约为1.1. 风洞试验如图4所示.

试验参数如表3所示. 试验风速范围为2.0~15.0 m/s, 考虑到来流风速与模型处风速换算关系, 模型处风速范围2.2~16.5 m/s. 故雷诺数范围为 $3.54 \times 10^4 \sim 2.65 \times 10^5$. 雷诺数(Re)定义如下:

$$Re = UB / \nu, \quad (1)$$

式中, U 为模型处风速; ν 为运动黏性系数; B 为断面宽度.

指定断面做单自由度简谐扭转运动, 其运动位移时程可表达为以下形式:

$$\alpha(t) = \alpha_0 \sin(\omega_\alpha t + \varphi_0), \quad (2a)$$

$$\omega_\alpha = 2\pi f_0, \quad (2b)$$

式中, α_0 , f_0 , ω_α 和 φ_0 分别为振动信号幅值、频率、圆频率和初相位.

2.3 数据预处理

将模型两侧天平所测力信号进行叠加, 并进行低通滤波, 可获得作用于节段模型上的合力, 其包含如

图4 (网络版彩图)模型安装图

Figure 4 (Color online) Schematic diagram of the forced motion apparatus and measured model.

表3 试验参数

Table 3 Testing parameters

参数	数值
振幅 ($^\circ$)	3, 6, 9, 12, 15, 20, 25 30, 35, 40和45
自由度	单自由度扭转
运动形式	单频简谐
平均攻角 ($^\circ$)	0, 3和5
强迫振动频率 (Hz)	4.2和 2.1
来流风速 (m/s)	2.0~15.0 (增量为1)
雷诺数范围	$3.54 \times 10^4 \sim 2.65 \times 10^5$

下部分: 节段模型的重力、静风荷载、安装应力、惯性力和自激力等. 其中, 自激力分为零风速下的非风致附加自激力和有风条件下的风致自激力. 按照荷载类型可分为静荷载和动荷载两部分:

$$\mathbf{F}_{\text{total}} = \mathbf{F}_{\text{static}} + \mathbf{F}_{\text{dynamic}} \quad (3)$$

式中, $\mathbf{F}_{\text{total}}$ 为静荷载部分, 其包括节段模型系统的重力、安装应力和静风荷载; $\mathbf{F}_{\text{dynamic}}$ 为动荷载部分, 包括惯性力和节段模型所受自激力. 本文研究对象为自激力, 故首先消除静荷载的影响, 通过去除直流分量即可:

$$\mathbf{F}_{\text{dynamic}} = \mathbf{F}_{\text{total}} - E(\mathbf{F}_{\text{total}}), \quad (4)$$

式中, $E(\mathbf{F}_{\text{total}})$ 表示对 $\mathbf{F}_{\text{total}}$ 取均值. 得益于强迫振动装置的运行精度和稳定性, 详见文献[29], 本文采用有风和无风条件下对应荷载点对点相减的方法提取风致自激力 $\mathbf{F}_{\text{se}}$, 可表达为

$$\mathbf{F}_{\text{se}} = \mathbf{F}_{\text{total}}^{\text{wind}} - \mathbf{F}_{\text{total}}^{\text{nowind}}, \quad (5)$$

式中, $\mathbf{F}_{\text{total}}^{\text{wind}}$ 为有风时气动力动荷载部分, $\mathbf{F}_{\text{total}}^{\text{nowind}}$ 为对应无风时气动力动荷载部分.

图5对比了典型工况下断面有风时动荷载、无风时动荷载及风致自激力. 绝大部分工况下, 风致自激力与惯性力比值在20%~80%之间, 振幅和折减风速越大该比值越大. 试验可得到精度较高自激力.

3 潜在能量演变图谱

3.1 气动力特性

定义无量纲扭矩系数(扭转自激力) $C_{M_{\text{se}}}(t)$ 如下:

$$C_{M_{\text{se}}}(t) = \frac{M_{\text{se}}(t)}{\frac{1}{2}\rho U^2 B^2 L}, \quad (6)$$

式中, $M_{\text{se}}(t)$ 为扭转自激力时程, 由式(5)可得; ρ 为空气密度, 取 1.225 kg/m^3 .

图6对比了 0° 攻角典型折减风速下, 不同振幅时无量纲扭转自激力时程. 可知, 自激力时程与标准简谐信号有差异, 含有显著高次谐波成分. 进一步对自激力时程进行FFT变换得到归一化自激力幅值谱, 典型工况下自激力归一化幅值谱如图7所示. 可知, 当振幅较小时 (3° 振幅), 气动力除了基波及高次谐波成分外, 还含有模型尾部显著的Karman涡成分, 其对应斯托罗哈数约为0.56. 文献[34]中风洞试验对应的斯托罗哈数为0.60, 文献[35]的离散涡方法和风洞试验对应的斯托罗哈数分别为0.57和0.575, 本文对应的斯托罗哈数为0.57, 可知本文结果与其他学者结果较为接近. 当折减风速为26.4时, 气动力中含有的Karman涡成分幅值甚至大于自激力基波成分. 然而, 随着振幅增大, Karman涡成分幅值与自激力基波幅值之比迅速减小, Karman

图5 (网络版彩图) 典型工况下气动力时程(攻角为 0° , 风速为 6.6 m/s , 振幅为 3° , 振动频率 4.2 Hz)

Figure 5 (Color online) Time history of measured aerodynamic forces (angle of attack 0° , wind velocity 6.6 m/s , torsional amplitude 3° and vibration frequency 4.2 Hz).

图6 (网络版彩图) 自激力时程(0° 攻角, 折减风速为 6.6)

Figure 6 (Color online) Time history of self-excited forces (angle of attack 0° and reduced wind velocity 6.6).

图 7 (网络版彩图)典型工况自激力归一化幅值谱(0°攻角). (a) 折减风速为6.6, 振幅为3°; (b) 折减风速为26.4, 振幅为3°; (c) 折减风速为6.6, 振幅为15°; (d) 折减风速为26.4, 振幅为15°

Figure 7 (Color online) Normalized amplitude spectra of self-excited forces at typical cases (angle of attack 0°). (a) Reduced velocity of 6.6, amplitude of 3°; (b) reduced velocity of 26.4, amplitude of 3°; (c) reduced velocity of 6.6, amplitude of 15°; (d) reduced velocity of 26.4, amplitude of 15°.

涡成分不再显著.

自激气动力除了基波分量外, 往往还包含高次谐波分量. 大振幅时可忽略尾涡(Karman涡)对自激力影响, 故断面扭转自激力可以统一表示为以下形式:

$$M_{se}(t) = \sum_{i=1}^n A_i \sin(2\pi i f t + \varphi_i) + n(t), \quad (7)$$

式中, A_i 和 φ_i 分别为 i 阶谐波信号的幅值和初始相位; $n(t)$ 为噪声.

总之, 小振幅时, 尾涡(Karman涡)引起的气动力成分与自激力成分比值较大, 不可忽略其对自激力与相关风致振动影响. 当振幅增大时, 如15°振幅, 尾涡(Karman涡)引起的气动力成分与自激力成分比值较小, 忽略尾涡成分时, 自激力可表达为多阶谐波分量线性叠加.

3.2 能量图谱

1935年, Theodorsen^[36]从势流理论出发, 获得薄平板气动自激力解析表达式. 后来, Scanlan等人^[37]将其移植并推广应用到桥梁断面. 非定常气动自激力表达

为如下形式:

$$L_{se} = \frac{1}{2} \rho U^2 (2B) \left[K H_1^* \frac{\dot{h}}{U} + K H_2^* \frac{B \dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^* \alpha + K^2 H_4^* \frac{h}{B} \right], \quad (8a)$$

$$M_{se} = \frac{1}{2} \rho U^2 (2B^2) \left[K A_1^* \frac{\dot{h}}{U} + K A_2^* \frac{B \dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^* \alpha + K^2 A_4^* \frac{h}{B} \right], \quad (8b)$$

式中, L_{se} 和 M_{se} 分别表示单位长度的自激升力和扭矩. $K=B\omega_a/U$ 为折算频率; B 为主梁宽度; U 为来流风速; H_i^* , A_i^* ($i=1 \sim 4$)为折算频率 K 的函数, 称作颤振导数, 其依赖于桥梁断面气动外形和折减风速.

单个扭转振动周期内扭转自激力对扭转运动做功(W_α)表达为

$$W_\alpha = \int_0^T M_{se}(t) d\alpha, \quad (9)$$

式中, T 为扭转振动周期, $T=2\pi/\omega_a$. 故单个振动周期内气动扭矩对扭转运动做功等于气动扭矩迟滞环面积,

由式(8)和(9), 可表达为

$$W_a = \pi \rho B^4 \omega_a^2 \alpha_0^2 A_2^* \quad (10)$$

由上式可知, 单个振动周期内气动扭矩做功与振幅的平方成正比. 在这里, 颤振导数 A_2^* 其实代表了单个周期内气动力做功的总能量特征, 即“无量纲做功系数”. 由式(9)对单个周期内自激力积分可得 W_a , 再由式(10)可得颤振导数 A_2^* . 由式(7)和(9), 可得单个运动周期内自激气动力做功为

$$W_a = \alpha_0 A_1 \pi \sin(\varphi_1 - \varphi_0), \quad (11)$$

式中, A_1 和 φ_1 分别为自激力基波分量的幅值和初始相位; φ_0 为强迫振动位移初相. 可知, 当断面以单一频率简谐振动形式运动时, 在单个运动周期内, 仅有基频成分滞后部分对断面运动做功, 高频成分对断面做功总量为0.

为了比较不同振幅下自激力做功能量特性, 定义无量纲做功系数(W_{non})如下:

$$W_{\text{non}} = \frac{W_a}{\frac{1}{2} \rho U^2 B^2} \quad (12)$$

通过大量不同振幅和折减风速下的强迫振动风洞试验(工况见表3), 并基于式(12), 可得到反映单周期风致自激力做功系数与折减风速和振幅函数关系的等值线图, 即表征气动力做功效应的潜在能量演变图谱. 图8给出了0°攻角下自激力做功潜在能量演变图谱. 横坐标为折减风速; 纵坐标为扭转振幅, 图中数值为单周期

风致自激力做功系数, 三维显示如图9所示. 虚线为气动力做功为零对应等值线. 可知, 零阻尼比下临界风速(气动力做功为零对应折减风速)为振幅的非线性函数. 0°攻角下范围为3.0~4.4. 表4^[33,35,38]对比了不同文献结果, 可知本文结果与其他文献较为接近. 此外, 在折减风速小于4, 且振幅15°~25°范围内, 还存在正能量区(自激力做功为大于零). 需要指出的是, 能量图谱只是描述了结构在所有特定振幅范围和特定折减风速范围内的自激力能量特性, 犹如“能量分布地图”. 然而, 对于实际桥梁结构, 并非能量图谱中所有振幅和折减风速均会发生, 即非能量稳定的持续位移-响应发展路径. 故上述正能量区的物理意义需结合具体工程实践才能确定. 这也体现了强迫振动方法的优点, 即通过大量试验遍历所有可能的振幅及折减风速等变量, 从而获得能量图谱, 从宏观上更好预测结构处于自由振动能量稳定的最佳运动发展路径.

4 颤振后形态

由第2节可知, 本文风洞试验均在均匀流场中进行. 尽管旧塔科马大桥桥位处流场必然为紊流场, 但是Matsumoto等人^[39]研究发现对于采用的宽高比(B/D)约5:1的H型断面(旧塔科马大桥简化断面), 来流紊流特性对扭转颤振影响可忽略. 由此仍然采用均匀流场下气动参数探讨旧塔科马大桥失稳路径.

系统总扭转阻尼比 ζ , 由气动扭转阻尼比 ζ_a 和结构

图8 (网络版彩图) 0°攻角下能量图谱

Figure 8 (Color online) Energy map at 0° angle of attack.

图 9 (网络版彩图)0°攻角下能量图谱三维显示
Figure 9 (Color online) Three-dimensional energy spectra at 0° angle of attack.

扭转阻尼比 ζ_a 组成,即

$$\zeta = \zeta_a + \zeta_t, \quad (13)$$

其中, ζ_t 为气动扭转阻尼比, 定义为

$$\zeta_t = -\frac{\rho B^4}{2I} A_2^*. \quad (14)$$

表 5 临界风速对比($\zeta_a=0$)

Table 5 Comparison of flutter critical velocities ($\zeta_a=0$)

文献	振幅 (°)	临界风速
Larsen ^[33]	—	3.8~4.0
Billah等人 ^[38]	小振幅	约2.2
Larsen等人 ^[35]	3°~30°	3.7~4.5
本文	3°~45°	3.5~4.4

参考文献[38], 单位长度主梁断面质量惯性矩 I 取 1777730 kg m/m, B 取11.89 m. 当系统总扭转阻尼比 ζ 等于零时, 断面发生等幅振动. 结合图8, 式(10), (12)和(14), 可得气动扭转阻尼比 ζ_t 表达的另外一种形式能量图谱, 即0°攻角时气动扭转阻尼比 ζ_t 等值线, 如图10所示. 横坐标为折减风速; 纵坐标为扭转振幅, 图中数值为气动扭转阻尼比 ζ_t . 等值线代表特定气动扭转阻尼比 ζ_t 时, 扭转振幅随折减风速变化关系. 由式(13)可知, 当结构扭转阻尼比取气动扭转阻尼比 ζ_t 的负数时, 表示在该结构阻尼比下断面折减风速-振幅曲线, 如图10等值线所示.

结合旧塔科马大桥实测资料, 可推测其气动失稳

图 10 (网络版彩图)气动扭转阻尼比(ζ_t)等值线(0°攻角)
Figure 10 (Color online) Aerodynamic damping ratio in torsion (angle of attack 0°).

路径. 根据旧塔科马大桥风毁事故报告^[40], 大振幅扭转振动初期时频率为0.233 Hz, 坍塌前减至约0.2 Hz, 风速约为18.7 m/s, 故坍塌前折减风速约为7.9, 对应扭转振幅约35°. 参考文献^[41], 考虑实桥结构和振动三维特性, 二维节段与三维实桥扭转最大幅值振型修正系数取为 $4/\pi$, 则旧塔科马大桥风毁时对应二维振幅约为27°. 故旧塔科马大桥风毁点如C点所示. 同时, 可得坍塌时结构扭转阻尼比约为0.011~0.012.

假设结构大振幅扭转振动之前, 结构扭转阻尼比为0.005. 1940年11月7日, 旧塔科马大桥刚开始在风速约12 m/s时, 由于跨中吊杆松弛, 其振动形态突然由之前的竖向涡振转换为扭转振动, 此时折减风速约为4.3, 如A点所示. 之后, 在短时间内扭转振幅迅速增加, 如图10中A点到B点虚线表示. 最后, 当折减风速从4.3增至7.9直到旧塔科马大桥坍塌, 其振动形式表现为显著的自限幅振动, 如图10中B点到C点虚线所示. 当不考虑随着振幅增大, 桥面板裂缝引起结构扭转阻尼比增加时, 失稳路径将是从小于B点起始的气动扭转阻尼比 $\zeta_t = -0.005$ 等值线, 而非从B点到C点虚线. 此外, 气动扭转阻尼比 $\zeta_t = -0.005$ 等值线斜率明显小于从B点到C点的虚线斜率, 表明在旧塔科马大桥气动失稳过程中, 随着扭转振幅增大, 桥面板裂缝扩展及增多, 结构真实扭转阻尼比由之前的0.005增至坍塌前的0.011~0.012. 此外, 由气动扭转阻尼比 $\zeta_t = -0.005$ 等值线还可知, 不考虑结构阻尼比非线性时, 结构最大失稳折减风速约6.8, 明显小于旧塔科马大桥实际坍塌风速(折减风速约7.9). 即由于结构阻尼比随振幅变化, 促使旧塔科马大桥颤振后振动形态更“软”. 通过上述基于能量图谱的实际结构运动发展量化解读, 充分展示了风毁过程气动力非线性和结构阻尼比变化与颤振后结构响应效应之间关系, 首次澄清了系列因素, 特别是结构阻尼比变化, 对旧塔科马大桥颤振后极限环振动能量化贡献.

由图10可知, 在大振幅时(大于30°), 同一折减风速下, 对应多个稳定振幅, 为典型“分岔”现象. 考虑振幅的影响后, 可以把软颤振过程中多个稳定振幅的状态理解为多个总阻尼比为零的颤振临界状态. 然而, 当扭转气动阻尼比 ζ_t 和结构阻尼比 ζ_a 均随振幅非线性变化时, 会导致气动阻尼和结构阻尼处于动态平衡状态. 故断面在同一折减风速下, 可能会出现多个稳定振幅.

上面讨论了旧塔科马大桥失稳路径, 接下来讨论一下当旧塔科马大桥具有足够结构韧性时, 其结构响

应变化情况. 在旧塔科马大桥大振幅扭转振动过程中, 伴随着结构局部构件失效(如中央扣索夹松弛)及桥面板裂缝生成发展, 其结构刚度也发生变化, 主梁一阶反对称扭转频率由最初的0.233 Hz下降至坍塌前的0.20 Hz. 假设旧塔科马大桥具有足够结构韧性, 在折减风速为7.9时未发生坍塌, 来流风速保持不变, 即18.7 m/s. 由于此时结构有较大振幅, 必然伴随着桥面板裂缝生成发展, 以及其他构件破坏, 导致结构刚度降低(扭转频率降低, 折减风速增大)和结构扭转阻尼比增大. 当结构刚度降低(折减风速增大)速度快于结构扭转阻尼比增大速度时, 结构位移随折减风速增加而迅速增大, 如图10中C点到D点虚线所示; 当结构刚度降低(折减风速增大)速度慢于结构扭转阻尼比增大速度时, 结构位移随折减风速增加而迅速增大, 如图10中C点到E点虚线所示; 介于二者之间时, 表现为显著的所谓“软颤振”特性. 当然, 如果来流风速增加, 显然更加有利于结构发生从C点到D点路径; 如果来流风速降低, 显然更加有利于结构发生从C点到E点路径.

总之, 旧塔科马大桥风毁过程, 随着振幅增大, 结构真实扭转阻尼比产生变化. 采用能量图谱分析方法, 可将主梁颤振响应分为气动力效应和结构阻尼效应两部分, 便于研究结构阻尼比变化对桥梁颤振分岔的影响. 气动力非线性和结构扭转阻尼比变化对颤振后极限环振动有能量化贡献. 结构扭转阻尼比随振幅增加可极大改变结构失稳路径, 振动形态由“硬颤振”向“软颤振”转变, 从而提高结构抗风性能. 主梁颤振响应, 即颤振分岔路径, 取决于结构扭转阻尼比和结构刚度及来流风速之间的竞争关系. 结构扭转阻尼比增长速度大于结构刚度降低及来流风速增大速度时, 结构位移响应随折减风速增大而减小; 结构扭转阻尼比增长速度小于结构刚度降低及来流风速增大速度时, 结构位移响应随折减风速增大而增大.

5 结论

利用同济大学自主研发的三自由度随机强迫振动装置, 实现了大扭转振幅下气动力精确测量, 建立了考虑折减风速和振幅等变量的能量图谱, 提出了一种新的桥梁断面颤振后研究策略. 以旧塔科马大桥为例, 从能量视角揭示了旧塔科马大桥颤振后极限环振动及“分岔”现象等非线性振动机制, 并反演了旧塔科马大桥风

毁失稳路径及其可能发展路径, 主要研究结论如下.

(1) 利用随机强迫振动装置和相关测量设备, 可得到高精度自激力. 风致自激力与惯性力比值在20%~80%之间, 振幅和折减风速越大该比值越大. 小振幅(3°)时, 尾涡引起的气动力成分与自激力成分比值较大, 不可忽略其对自激力与相关风致振动影响. 当振幅增大时, 如 15° 振幅, 尾涡引起的气动力成分与自激力成分比值较小, 可忽略不计.

(2) 零阻尼比下临界风速(气动力做功为零对应折减风速)为振幅的非线性函数. 0° 攻角下范围为3.0~4.4.

(3) 采用能量图谱分析方法, 可将主梁颤振响应分为气动力效应和结构阻尼效应两部分, 便于研究结构阻尼比变化对桥梁颤振分岔的影响. 气动力非线性和

结构扭转阻尼比变化, 特别是后者, 对颤振后极限环振动有能量化贡献. 进一步研究发现, 主梁颤振后振动形态, 即颤振分岔路径, 取决于结构扭转阻尼比和结构刚度及来流风速之间的竞争关系. 当结构扭转阻尼比增长占优时, 结构位移响应随折减风速增大而减小; 当结构刚度降低及来流风速增大占优时, 结构位移响应随折减风速增大而减小.

本文结合旧塔科马大桥H型主梁断面, 建立了单自由度扭转振动下气动力做功效应的能量图谱, 以能量视角揭示了主梁结构潜在颤振后发展形态. 拟进一步拓展, 考虑多自由度耦合效应, 充分体现未来超大跨度桥梁侧弯、竖弯和扭转三自由度耦合过程能量转换效应.

致谢 强迫振动试验在同济大学刘圣源、陈翰林、邢源、于淼、吴凤英、孙强、唐峰、张坤等硕博研究生的通力协助下得以顺利实施, 在此深表谢忱.

参考文献

- 1 Tang Y. Nonlinear self-excited forces of streamlined box deck and nonlinear flutter response (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2015 [唐煜. 流线型箱梁断面非线性自激力与非线性颤振响应研究. 博士学位论文. 成都: 西南交通大学, 2015]
- 2 Arioli G, Gazzola F. Torsional instability in suspension bridges: The Tacoma Narrows Bridge case. *Commun Nonlinear Sci Numer Simul*, 2017, 42: 342–357
- 3 Arioli G, Gazzola F. A new mathematical explanation of what triggered the catastrophic torsional mode of the Tacoma Narrows Bridge. *Appl Math Model*, 2015, 39: 901–912
- 4 Hu C X. Flutter hysteresis effect and aerodynamic evolution mechanism of typical bridge sections (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Shanghai: Tongji University, 2020 [胡传新. 典型桥梁断面颤振迟滞效应和气动力演变机理. 博士学位论文. 上海: 同济大学, 2020]
- 5 Wang Q. Nonlinear self-excited aerodynamic forces and nonlinear aerodynamic stability of long span bridges (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2011 [王骑. 大跨度桥梁断面非线性自激气动力与非线性气动稳定性研究. 博士学位论文. 成都: 西南交通大学, 2011]
- 6 Zhang C G. “Soft” flutter and identification of nonlinear self-excited aerodynamic parameters of bridge girders (in Chinese). Dissertation for Master Degree. Shanghai: Tongji University, 2007 [张朝贵. 桥梁主梁“软”颤振及其非线性自激气动力参数识别. 硕士学位论文. 上海: 同济大学, 2007]
- 7 Gao G Z. Nonlinear behavior and mechanism of wind-induced self-excited vibration of long span bridges (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Shanghai: Tongji University, 2016. [高广中. 大跨度桥梁风致自激振动的非线性特性和机理研究. 博士学位论文. 上海: 同济大学, 2016]
- 8 Náprstek J, Pospíšil S, Hračov S. Analytical and experimental modelling of non-linear aeroelastic effects on prismatic bodies. *J Wind Eng Industrial AeroDyn*, 2007, 95: 1315–1328
- 9 Zhang M J, Xu F Y, Ying X Y. Experimental Investigations on the nonlinear torsional flutter of a bridge deck. *J Bridge Eng*, 2017, 22: 13
- 10 Gao G, Zhu L, Li J, et al. A novel two-degree-of-freedom model of nonlinear self-excited force for coupled flutter instability of bridge decks. *J Sound Vib*, 2020, 480: 115406

- 11 Xu X, Cao Z Y. Linear and nonlinear aerodynamic theory of interaction between flexible long structure and wind (in Chinese). *Appl Math Mech*, 2001, 22: 1299–1308 [徐旭, 曹志远. 柔长结构气固耦合的线性与非线性气动力理论. *应用数学和力学*, 2001, 22: 1299–1308]
- 12 Xu X, Cao Z Y. Stability analysis of nonlinear aerodynamic coupled torsional vibration (in Chinese). *J Nonlinear Dyn Sci Tech*, 1999, 6: 228–234 [徐旭, 曹志远. 气动耦合扭转非线性振动的稳定性分析. *非线性动力学学报*, 1999, 6: 228–234]
- 13 Diana G, Rocchi D, Argentini T, et al. Aerodynamic instability of a bridge deck section model: Linear and nonlinear approach to force modeling. *J Wind Eng Industrial AeroDyn*, 2010, 98: 363–374
- 14 Wu T, Kareem A. Modeling hysteretic nonlinear behavior of bridge aerodynamics via cellular automata nested neural network. *J Wind Eng Industrial AeroDyn*, 2011, 99: 378–388
- 15 Zhan Y Y. Aerodynamic characteristics of typical bluff cross sections and nonsteady-nonlinear-nonstationary models (in Chinese). Dissertation for Master Degree. Shanghai: Tongji University, 2018 [展艳艳. 典型钝体断面气动力特性及非定常非线性和非稳态模型. 硕士学位论文. 上海: 同济大学, 2018]
- 16 Li T, Wu T, Liu Z. Nonlinear unsteady bridge aerodynamics: Reduced-order modeling based on deep LSTM networks. *J Wind Eng Industrial AeroDyn*, 2020, 198: 104116
- 17 Li W, Laima S, Jin X, et al. A novel long short-term memory neural-network-based self-excited force model of limit cycle oscillations of nonlinear flutter for various aerodynamic configurations. *Nonlinear Dyn*, 2020, 100: 2071–2087
- 18 Jain A, Jones N P, Scanlan R H. Coupled aeroelastic and aerodynamic response analysis of long-span bridges. *J Wind Eng Industrial AeroDyn*, 1996, 60: 69–80
- 19 Ding Q, Lee P K K, Lo S H. Time domain buffeting analysis of suspension bridges subjected to turbulent wind with effective attack angle. *J Sound Vib*, 2000, 233: 311–327
- 20 Miyata T, Yamada H, Katsuchi H, et al. Full-scale measurement of Akashi-Kaikyo Bridge during typhoon. *J Wind Eng Indust Aerodyn*, 2001, 90: 1517–1527
- 21 Gao G, Zhu L. Nonlinearity of mechanical damping and stiffness of a spring-suspended sectional model system for wind tunnel tests. *J Sound Vib*, 2015, 355: 369–391
- 22 Matsumoto M, Shiraishi N, Shirato H, et al. Aerodynamic derivatives of coupled/hybrid flutter of fundamental structural sections. *J Wind Eng Indust Aerodyn*, 1993, 49: 575–584
- 23 Matsumoto M, Daito Y, Yoshizumi F, et al. Torsional flutter of bluff bodies. *J Wind Eng Industrial AeroDyn*, 1997, 69-71: 871–882
- 24 Chen Z Q, Yu X D. A new method for measured flutter self-excited forces of long-span bridges (in Chinese). *Chin Civil Eng J*, 2002, 35: 34–41 [陈政清, 于向东. 大跨桥梁颤振自激力的强迫振动法研究. *土木工程学报*, 2002, 35: 34–41]
- 25 Diana G, Resta F, Zasso A, et al. Forced motion and free motion aeroelastic tests on a new concept dynamometric section model of the Messina suspension bridge. *J Wind Eng Industrial AeroDyn*, 2004, 92: 441–462
- 26 Guo Z S. Three-degree-of-freedom forced vibration methods for identification of aerodynamic derivatives of bridge girders (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Shanghai: Tongji University, 2006 [郭震山. 桥梁断面气动导数识别的三自由度强迫振动法. 博士学位论文. 上海: 同济大学, 2006]
- 27 Niu H W, Chen Z Q. Three degrees of freedom forced vibration method for identifying eighteen flutter derivatives of bridge decks (in Chinese). *China Civil Eng J*, 2014, 47: 75–83 [牛华伟, 陈政清. 桥梁主梁断面18个颤振导数识别的三自由度强迫振动法. *土木工程学报*, 2014, 47: 75–83]
- 28 Niu H W. Research on aerodynamic derivative identification and flutter mechanism based on three degrees of freedom forced vibration methods (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Changsha: Hunan University, 2008 [牛华伟. 气动导数识别的三自由度强迫振动法及颤振机理研究. 博士学位论文. 长沙: 湖南大学, 2008]
- 29 Zhao L, Xie X, Zhan Y, et al. A novel forced motion apparatus with potential applications in structural engineering. *J Zhejiang Univ Sci A*, 2020, 21: 593–608
- 30 Zhan Y Y, Zhao S Y, Zhao L, et al. Aerodynamic effects under non-stationary motion of a typical box girder (in Chinese). In: Proceedings of the 18th National Conference on Structural Wind Engineering and the 4th National Wind Engineering Graduate Forum. Changsha, 2017 [展艳艳, 赵诗宇, 赵林, 等. 典型箱梁断面非平稳运动条件气动力效应. 见: 第十八届全国结构风工程学术会议暨第四届全国风工程研究生论坛. 长沙, 2017]
- 31 Matsumoto M. Vortex shedding of bluff bodies: A review. *J Fluids Struct*, 1999, 13: 791–811

- 32 Nakamura Y, Nakashima M. Vortex excitation of prisms with elongated rectangular, H and [vdash] cross-sections. *J Fluid Mech*, 1986, 163: 149–169
- 33 Larsen A. Aerodynamics of the Tacoma Narrows Bridge-60 years later. *Struct Eng Int*, 2000, 10: 243–248
- 34 Farquharson F B. Aerodynamic stability of suspension bridges. In: University of Washington, Engineering Experiment Station, Bulletin No. 116, pt. 1-5. Seattle: University of Washington Press, 1949–1954
- 35 Larsen A, Walther J H. Aeroelastic analysis of bridge girder sections based on discrete vortex simulations. *J Wind Eng Industrial AeroDyn*, 1997, 67-68: 253–265
- 36 Theodorsen T. General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter. In: National Advisory Committee for Aeronautics Collection. UNT Libraries Government Documents Department, 1934
- 37 Scanlan R H, Tomko J J. Airfoil and bridge deck flutter derivatives. *J Engng Mech Div*, 1971, 97: 1717–1737
- 38 Billah K Y, Scanlan R H. Resonance, Tacoma Narrows Bridge failure, and undergraduate physics textbooks. *Am J Phys*, 1991, 59: 118–124
- 39 Matsumoto M, Shirato H, Hirai S. Torsional flutter mechanism of 2-D H-shaped cylinders and effect of flow turbulence. *J Wind Eng Industrial AeroDyn*, 1992, 41: 687–698
- 40 Ammann O H, Von Karman T, Woodruff G B. The failure of the Tacoma Narrows Bridge. Report to the Federal Works Agency, 1941
- 41 Zhu L D. Mass simulation and amplitude conversion of bridge sectional model test for vortex-excited resonance (in Chinese). *Eng Mech*, 2005, 22: 204–208 [朱乐东. 桥梁涡激共振试验节段模型质量系统模拟与振幅修正方法. *工程力学*, 2005, 22: 204–208]

Post flutter energy map for H-shaped bridge girder

ZHAO Lin^{1,3}, HU ChuanXin², ZHOU ZhiYong^{1,3} & GE YaoJun^{1,3}

¹ State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

² School of Urban Construction, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430065, China;

³ Key Laboratory of Transport Industry of Wind Resistant Technology for Bridge Structures, Tongji University, Shanghai 200092, China

In this study, with the help of the three-degree-of-freedom random forced vibration device developed independently by Tongji University, high-precision measurement of bridge aerodynamic force under large torsional amplitude was realized, and a potential energy spectrum was established in consideration of the energy evolution and amplitude effect that varies with reduced velocity. As a result, a new research strategy for nonlinear flutter of bridge girders is proposed. Taking the Old Tacoma Narrows Bridge as an example, the mechanism of nonlinear vibration phenomena at post-flutter state was analyzed, and the wind-induced instability path of the bridge and its potential development path were deduced. The results show that flutter response can be divided into two components according to the energy spectrum. One component is related to the aerodynamic effect, and the other component is related to the mechanical damping ratio effect, which is helpful for studying the relationships between the mechanical damping ratio and bifurcation phenomena of bridge flutter. At the collapse of the Old Tacoma Narrows Bridge, both the aerodynamic nonlinearity and variations of the mechanical damping ratio with vibration amplitude have important contributions to the post-flutter behavior of the bridge in terms of energy effects. Variations of the mechanical damping ratio in torsion with amplitude greatly improve the flutter performance of the bridge. Thus, the development path of the structural displacement response depends on the competitive relationships among the structural torsional damping ratio, structural rigidity, and oncoming wind velocity.

bridge girder, post flutter, energy map, ultra-large amplitude

doi: [10.1360/SST-2020-0373](https://doi.org/10.1360/SST-2020-0373)