文章编号：1002-0268（2003）01-0029-04

布劳斯曲线在高速环道几何设计中的应用

李运胜[2]，林本炎[2]
（1. 交通部公路科学研究所，北京 100088；2. 广东省交通咨询服务中心，广东 广州 510101）

摘要：首先简要介绍布劳斯曲线作为高速环道缓和曲线新形式的设计原理和设计方法，然后以布劳斯曲线的设计原理为基础，结合高速环道几何设计的特点，从平面形状、设计车速、圆曲线半径、缓和曲线长度等方面入手对如何选择高速环道的几何设计技术指标进行探讨，并提出各项技术指标的推荐值。最后，以椭圆型高速环道为例总结布劳斯曲线在高速环道几何设计中的具体应用。

关键词：布劳斯曲线；高速环道；几何线形；几何设计
中图分类号：U467.51 文献标识码：A

Application of Bloss Curve to Geometric Design of High-speed Loop

LI Yun-sheng[1]，*LIN Ben-yan*[2]
（1. Research Institute of Highway，Beijing 100088，China；
2. Guangdong Transportation Consulting Service Center，Guangdong Guangzhou 510101，China）

Abstract：This paper briefly presents the design principle and method of Bloss Curve as a new transition curve of high-speed loop. Then the paper discusses and studies how to determine the geometric design indexes of high-speed loop in terms of layout shape，neutral design speed，curve radius and transitional length based on the design principle and method of Bloss Curve and the characteristics of geometric design of high-speed loop. The paper also puts forward a set of recommended parameter values used to design high-speed loop. Finally，the paper gives an example and summarizes the Bloss curve's application in the geometric design of oval high-speed loop.

Key words：Bloss curve；High-speed loop；Geometric route；Geometric design

0 概述

高速环道是汽车试验场中专供汽车进行连续高速行驶试验的闭合循环跑道，其常用的几何设计方法有布劳斯曲线设计法和麦克康纳尔曲线设计法。

麦克康纳尔曲线设计法是美国福特（Ford）公司车辆实验部主任麦克康纳尔（W. A. McConnell）于1957年提出的以人体对运动的敏感度为准则进行道路几何设计的高速环道几何设计体系，并在欧美及日本等国得到了成功的应用。1970年代以来，我国道路工作者也曾对该方法在高速环道几何设计中的应用进行了较为深入的研究，并应用于我国各大汽车试验场高速环道的设计中，取得了成功。

布劳斯曲线则是最早由布劳斯（Bloss）于1936年提出的以符合汽车行驶重心轨迹特性为目标的缓和曲线形式，并于1983年由德国的皮特（Peter Schuhr）先生求得该缓和曲线数学模型的级数解[1]后形成的高速环道设计新方法。以此为基础，德国OBERMEYER设计咨询公司开发了一整套用于高速环道几何设计及曲面施工成型控制的软件，并先后于1990和1993年将其运用于奥迪（Audi AG）公司的汽车试验场和戴姆勒-奔驰公司汽车试验场高速环道的设计和施工中，取得了成功。

在以上两种高速环道几何设计方法中，我国道路设计工作者对麦克康纳尔曲线设计方法已经有所了解，但对布劳斯曲线的研究却少之又少。

本文将对布劳斯曲线及其在高速环道几何设计中的应用进行探讨。

收稿日期：2002-03-06
作者简介：李运胜（1957—），男，湖南汨罗人，副研究员，博士.

1　布劳斯曲线设计原理

众所周知，当采用回旋线作为缓和曲线时，在全缓和曲线内，其平曲线的曲率与弧长成正比（$k=1/r=l/A^2$），因此，在缓和曲线的起点和终点附近，其曲率变化率是不连续的（图 1）。为了弥补回旋线的这一缺陷，布劳斯以满足车辆行驶重心轨迹的特征为目标提出了一种新的过渡曲线形式，即布劳斯曲线。

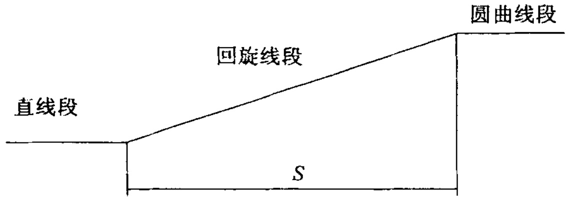

图 1　回旋线曲率图

为求得能满足车辆行驶重心轨迹的 3 个主要特征要求（即车辆行驶重心轨迹连续且光滑、重心行驶轨迹曲率连续、重心行驶轨迹曲率变化率连续）的最简单的曲线形式，布劳斯曲线先假设曲率 k 为弧长 l 的二次多项式，即

$$k=a+b\cdot l+c\cdot l^2 \tag{1}$$

其中，a，b，c 为待定系数。

k 对 l 求导，有

$$k'=\frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}l}=b+2\cdot c\cdot l \tag{2}$$

由于在缓和曲线起点处曲率应连续（当 $l=0$ 时，$k=0$），所以有 $a=0$。

又根据缓和曲线起点处曲率变化率应连续的条件（当 $l=0$ 时，$k'=0$），有 $b=0$，即有 $k=c\cdot l^2$。

由于在缓和曲线终点处曲率也应连续（即当 $l=S$ 时，$k=1/R$），所以

$$c=1/R\cdot S^2$$

但当 $l=S$ 时，$k'=\dfrac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}l}=b+2\cdot c\cdot l=\dfrac{2}{R\cdot S}\neq 0$。

由此可见，以上二次多项式在缓和曲线终点处曲率变化率不连续，无法满足车辆行驶重心轨迹特性的全部要求，原假设（1）不成立。

为此，布劳斯进一步假设

$$k=a+b\cdot l+c\cdot l^2+d\cdot l^3 \tag{3}$$

与前同理可得到 $a=0$；$b=0$。

$$\therefore\quad k=c\cdot l^2+d\cdot l^3 \tag{4}$$

k 对 l 求一阶导数，有

$$k'=\frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}l}=2\cdot c\cdot l+3\cdot d\cdot l^2 \tag{5}$$

令 $k'=0$，可得两个可能的曲率极值点分别为 $l=0$ 和 $l=-2c/3d$。

对 k 求二阶导数，有

$$k''=\frac{\mathrm{d}k^2}{\mathrm{d}^2 l}=2\cdot c\cdot+6\cdot d\cdot l \tag{6}$$

为判断 $l=0$ 和 $l=-\dfrac{2c}{3d}$ 是否为极值点及其极值为极大极小，将其分别代入上式有

$$\frac{\mathrm{d}k^2}{\mathrm{d}^2 l}=2\cdot c\quad (l=0)$$

$$\frac{\mathrm{d}k^2}{\mathrm{d}^2 l}=-2\cdot c\quad \left(l=-\frac{2c}{3d}\right)$$

假定 $c>0$ 时，则在 $l=0$ 处，$\dfrac{\mathrm{d}k^2}{\mathrm{d}^2 l}>0$。

由此可以判断：曲率 k 在 $l=0$ 处取得极小值。

同理，可以判断：曲率 k 在 $l=-2c/3d$ 处取得极大值。

又根据曲率 k 的物理意义，在缓圆点即 $l=S$ 处，R 为最小，k 为最大，同时 $\dfrac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}l}=0$，可知：$l=S$ 必为曲率 k 的极大值点，故此有

$$-\frac{2\cdot c}{3\cdot d}=S \qquad d=-\frac{2\cdot c}{3\cdot S}$$

利用缓圆点处曲率的边界条件 $l=S$ 时 $k=1/R$，有

$$k=c\cdot S^2+d\cdot S^3=c\cdot S^2-\frac{2\cdot c}{3\cdot S}\cdot S^3=\frac{1}{3}\cdot c\cdot S^2=\frac{1}{R} \tag{7}$$

因此，可求得待定系数 c 和 d 如下

$$\begin{cases} c=3/R\cdot S^2 \\ d=-3/R\cdot S^3 \end{cases} \tag{8}$$

由此可得满足车辆行驶轨迹特性的布劳斯曲线为

$$k=\frac{1}{r}=\frac{1}{R}\cdot\left[3\cdot\left(\frac{l}{S}\right)^2-2\cdot\left(\frac{l}{S}\right)^3\right] \tag{9}$$

式中，k 为缓和曲线上任意点的曲率；r 为缓和曲线上任意点的平曲线半径；R 为圆曲线半径；l 为计算点至缓和曲线起点的距离（弧长）；S 为缓和曲线的总长度。

显然，按照以上公式，布劳斯曲线起点处的曲率 $k=0$；布劳斯曲线终点处的曲率 $k=1/R$；且布劳斯曲线在起点 $l=0$ 和终点 $l=S$ 处有极值，这与车辆行驶重心轨迹特征及物理特性完全吻合，符合设计意图。

由于布劳斯曲线与回旋线同属于纯数学型的缓和曲线形式，所以其平面坐标计算公式的推导方法也与回旋线大致相同，推导过程如下。

以布劳斯曲线的起点（直缓点）为坐标原点，建

立如图 2 所示的 XOY 坐标系。

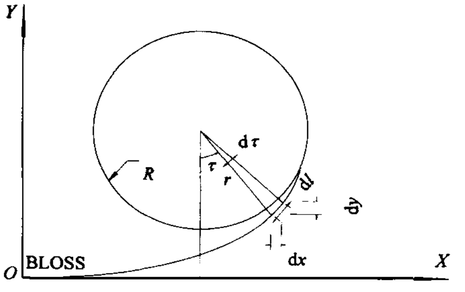

图 2　BLOSS 曲线平面坐标计算示意图

由图 2 可知　　$\mathrm{d}l = r \cdot \mathrm{d}\tau$　　(10)

$$\tau = \int \frac{1}{r}\mathrm{d}l = \int k\,\mathrm{d}l = \int \left(\frac{3}{RS^2} \cdot l^2 - \frac{2}{RS^3} \cdot l^3 \right) \mathrm{d}l = l^3 \cdot \left(\frac{1}{RS^2} - \frac{l}{2RS^3} \right) \tag{11}$$

$$\begin{cases} \mathrm{d}x = \cos\tau \cdot \mathrm{d}l \\ \mathrm{d}y = \sin\tau \cdot \mathrm{d}l \end{cases} \tag{12}$$

为计算缓和曲线上任意一点的坐标（x，y），先采用级数展开式来求 $\sin\tau$ 和 $\cos\tau$。

由
$$\begin{cases} \sin\tau = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)!} \cdot \tau^{2k-1} + R_{2n-1}(\tau) \\ \cos\tau = \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{(-1)^{k}}{(2k)!} \cdot \tau^{2k} + R_{2n}(\tau) \end{cases} \tag{13}$$

有
$$\begin{cases} \sin\tau = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)!} \cdot \alpha_{2k-1} \cdot l^{6k-3} + R_{2n-1}(\tau) \\ \cos\tau = \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{(-1)^{k}}{(2k)!} \cdot \alpha_{2k} + l^{6k} + R_{2n}(\tau) \end{cases} \tag{14}$$

其中，
$$\alpha_{2k-1} = \left(\frac{1}{RS^2} - \frac{l}{2RS^3} \right)^{2k-1} = \sum_{i=0}^{2k-1} C_{2k-1}^{i} \cdot \left(\frac{1}{RS^2} \right)^{2k-1-i} \cdot \left(-\frac{l}{2RS^3} \right)^{i}$$

$$\alpha_{2k} = \left(\frac{1}{RS^2} - \frac{l}{2RS^3} \right)^{2k} = \sum_{i=0}^{2k} C_{2k}^{i} \cdot \left(\frac{1}{RS^2} \right)^{2k-i} \cdot \left(-\frac{l}{2RS^3} \right)^{i}$$

$$R_{2n-1}(\tau) = \sin\left[\theta \cdot \tau + (2n+1)\theta \cdot \frac{\pi}{2} \right] \cdot \frac{\tau^{2n}}{(2n)!} \quad (0 \leq \theta \leq 1)$$

$$R_{2n}(\tau) = \cos\left[\theta \cdot \tau + (2n+1)\theta \cdot \frac{\pi}{2} \right] \cdot \frac{\tau^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad (0 \leq \theta \leq 1)$$

所以
$$\begin{cases} x = \int_0^l \cos\tau\,\mathrm{d}l = \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{(-1)^{k}}{(2k)!} \cdot b_{2k} \cdot l^{6k} + \int_0^l R_{2n}(\tau)\,\mathrm{d}l \\ y = \int_0^l \sin\tau\,\mathrm{d}l = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)!} \cdot b_{2k-1} \cdot l^{6k-3} + \int_0^l R_{2n-1}(\tau)\,\mathrm{d}l \end{cases} \tag{15}$$

经整理后，可得布劳斯曲线坐标计算公式如下

$$\begin{cases} x = \int_0^l \cos\tau\,\mathrm{d}l = \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{(-1)^{k}}{(2k)!} \cdot b_{2k} \cdot l^{6k} \\ y = \int_0^l \sin\tau\,\mathrm{d}l = \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)!} \cdot b_{2k-1} \cdot l^{6k-3} \end{cases} \tag{16}$$

其中，
$$b_{2k} = \sum_{i=0}^{2k} C_{2k}^{i} \cdot \left(\frac{1}{RS^2} \right)^{2k-i} \cdot \left(-\frac{1}{2RS^3} \right)^{i} \cdot \frac{l^{i+1}}{6k+i+1}$$

$$b_{2k-1} = \sum_{i=0}^{2k-1} C_{2k-1}^{i} \cdot \left(\frac{1}{RS^2} \right)^{2k-1-i} \cdot \left(-\frac{1}{2RS^3} \right)^{i} \cdot \frac{l^{i+1}}{6k+i-2}$$

余式为
$$\begin{cases} R_n(x) = (-1)^{n+1} \cdot \dfrac{1}{(2n+2)!} \cdot b_{2n+2} \cdot l^{6(n+1)} \\ R_n(y) = (-1)^{n} \cdot \dfrac{1}{(2n+1)!} \cdot b_{2n+1} \cdot l^{6n+3} \end{cases} \tag{17}$$

其中，
$$b_{2n+2} = \sum_{i=0}^{2n+2} C_{2n+2}^{i} \cdot \left(\frac{1}{RS^2} \right)^{2n+2-i} \cdot \left(-\frac{1}{2RS^3} \right)^{i} \cdot \frac{l^{i+1}}{6n+i+7}$$

$$b_{2n+1} = \sum_{i=0}^{2n+1} C_{2n+1}^{i} \cdot \left(\frac{1}{RS^2} \right)^{2n+1-i} \cdot \left(-\frac{1}{2RS^3} \right)^{i} \cdot \frac{l^{i+1}}{6n+i+4}$$

以上各式中，n，i，j，k 均为正整数。

2　布劳斯几何设计方法

2.1　平面形状

高速环道的平面形状与汽车试验场的场地条件及总体布置密切相关，其常用的平面形状有直线形、椭圆形、圆形、三角形、洋梨形、电话听筒形、8 字形、瓢形等。世界各国多年来建设和使用高速环道的经验表明，每种平面形状都各有其优缺点。

在实际选择高速环道平面形状时，一般首先要考虑满足其试验功能的要求，其次应按照因地制宜的原则，综合考虑各项试验设施的合理布置，并在满足试验功能及场地条件的情况下，优先考虑选用椭圆形。

2.2　设计车速

高速环道的设计车速是指其高速车道上的主设计平衡车速，即：汽车在高速环道弯道部分设计车道（一般为车速最高的最外侧车道）的中心线上行驶时，不利用轮胎与路面间的侧向摩擦力所达到的平衡车速。此时，车辆高速行驶中产生的离心力全部被高速环道横断面的横向超高所抵消，车辆不需要利用轮胎与路面之间的横向摩阻力就能自动保持平衡。

根据统计，当今世界各国汽车试验场高速环道设计车速一般在 120～250 km/h 之间，其中设计车速为 180 km/h 以下的高速环道大多修建于 1960 年代以前。

根据日本修建汽车试验场高速环道的经验，高速环道理想的设计车速一般为180～250km/h；美国汽车工程师协会（SAE）则推荐新建汽车试验场高速环道的设计车速应控制在225～240km/h之间；我国已建汽车试验场高速环道的设计车速则在120～190 km/h之间。借鉴欧美及日本等国的经验，本文建议今后我国新建高速环道的设计车速应提高至200 km/h。

2.3　圆曲线半径

一般地说，高速环道圆曲线的选择主要受占地条件、极限施工条件及行驶舒适条件的限制。

当车辆在高速环道弯道上行驶时，其离心力将全部由路面的横向超高来平衡，所以圆曲线半径越小，曲线部分路面的横向超高越大，路面施工难度越大，同时人体所承受的竖向运动和偏向运动越剧烈，行车舒适性越差；圆曲线半径越大，横向超高越小，越易于施工，行车舒适性也越好，但占地越多，工程造价越高。因此，在实际选择圆曲线半径时，往往力求在占地许可、施工可能及行驶舒适三者之间求得平衡；同时在场地和资金允许的情况下，尽量选取较大的圆曲线半径值，以得到最大的施工可能性和行驶舒适性。

2.4　缓和曲线长度

一般地，随着缓和曲线——布劳斯曲线长度的增加，高速环道的行驶舒适性可以得到较大的改善。

根据高速环道设计的成功经验，推荐布劳斯缓和曲线长度在以下范围内选取初值

$$L/3 \leq S \leq 2L/3$$

其中，S 为缓和曲线长度，m；L 为圆曲线长度，m。

3　布劳斯曲线设计

由于高速环道直线部分及圆曲线部分的设计比较简单[2]，此处仅以椭圆型高速环道为例，介绍布劳斯（缓和）曲线部分的设计。

根据前文所推导的布劳斯曲线级数解——平面坐标计算公式之（16），即可容易地求得布劳斯曲线设计线上各点的平面坐标。

布劳斯（缓和）曲线横断面设计要点如下：

（1）选定横断面曲线形式

高速环道布劳斯（缓和）曲线部分的横断面形式通常采取与圆曲线部分相同的曲线形式，即单曲线型、复合曲线型或积分曲线型。其中，单曲线型是指在路面宽度范围内弯道的横断面采用统一形式的简单抛物线方程（如二次抛物线）；复合曲线型则是指在路面宽度范围内采用由不同的曲线组合而成一条复合曲线的横断面形式，如我国二汽襄樊汽车试验场高速环道的设计就采用了这种复合曲线型的横断面曲线形式（1-2-3-1）；积分曲线型则是基于满足用户对横向车速分布要求而设计的一种新型曲线，由于其设计公式的推导过程中主要运用了积分法，故称该横断面曲线形式为积分曲线型。以上3种横断面曲线形式各有优劣，设计时宜结合用户要求具体选定。

（2）确定缓和曲线各设计站点的横断面布置

缓和曲线各设计站点的横断面布置是进行缓和曲线横断面设计的关键。一般地，当高速环道直线路段的路面宽度与圆曲线段的路面宽度不一致时，在缓和曲线段上就必须进行加宽设计。

（3）确定设计站点上横断面曲线方程

由于缓和曲线段上的横断面曲线形式与圆曲线部分相同，所以其横断面曲线方程的确定实际上就是根据各设计站点的平曲线半径、横断面布置及平衡速度横向分布等已知条件确定横断面的曲线方程。其设计方法同圆曲线部分的横断面设计。

（4）计算横断面各点的设计高程

根据设计和施工的要求，以一定的步长逐桩计算缓和曲线段上各站点的横断面设计高程。当布劳斯（缓和）曲线上各站点的平面坐标及横断面上各点的高程均确定以后，即可确定其空间三维曲面。至此，高速环道布劳斯曲线的几何设计全部完成。

4　结语

尽管布劳斯曲线已经在以德国为主的各国试车场高速环道中得到了成功的应用，但布劳斯曲线作为高速环道的缓和曲线形式还存在着诸多有待改进和完善之处：（1）布劳斯曲线作为一种纯数学型的缓和曲线形式，其几何设计方法中未考虑技术参数的选择对高速环道行驶舒适性的影响，因此，必然造成只凭既有高速环道设计经验确定其几何设计技术参数的局面，具有一定的盲目性；（2）高速环道特别是其弯道部分作为一个三维空间实体，其平纵横断面的设计应该视为一个相互联系相互结合的有机整体，但对此布劳斯几何设计方法并未进行深入分析和研究。

因此，在今后的工作中应进一步对布劳斯曲线开展更为深入、系统的研究，以促进我国高速环道几何设计水平的不断提高。

参考文献：

[1]　Peter Schuhr. Reihenentwicklungen zur Berechnung des Übergangsbogens von BLOSS [J]. Vermessungswesen und Raumordnung, 1983 (8).

[2]　李运胜. 高速环道几何设计技术研究 [J]. 公路交通科技, 1995 (2).