宇宙黑暗面 (3D 宇宙) 的限制和哈勃参量的观测数据 —— 哈勃参量宇宙学

张同杰^{①②*}, 马骢^①, 张聪^①, 张寒^①, 袁硕^①

① 北京师范大学天文系, 北京 100875;

② 北京大学高能物理研究中心, 北京 100871

* E-mail: tjzhang@bnu.edu.cn

收稿日期: 2011-09-07; 接受日期: 2011-10-25; 网络出版日期: 2011-11-25

国家自然科学基金 (批准号: 10473002) 和中央高校基本科研业务费专项基金资助项目

摘要 哈勃参量 ($H(z)$) 的数据观测对于人们能够更加清楚地认识宇宙学的“三朵乌云”——暗物质、暗能量、黑暗时代——很有助益, 因此近年来, 对哈勃参量的数据观测问题的研究持续升温, 这篇文章就是对这一问题的回顾和整理. 目前, 主要有三种独立的通过观测测量 $H(z)$ 的方法, 我们将之总结为年龄微分法、径向 BAO (重子声学震荡) 大小法和引力波标准汽笛法. 在这篇文章中, 我们首先介绍宇宙学中的基本概念, 如膨胀的宇宙中的时空坐标等, 随后将是对这三种方法的说明, 包括误差的来源等. 本文还会展示哈勃参量的观测数据在限制宇宙学模型和宇宙学参量方面的优势以及所起的巨大作用, 以及一些在数据应用过程中出现问题的讨论. 最后, 我们总结一些即将实施的可以大幅提高数据精度的观测计划.

关键词 哈勃参量, 年龄微分法, 径向 BAO 大小法, 宇宙学参量

PACS: 98.80.-k, 98.80.Es, 98.62.Sb

1 引言

从 1929 年美国天文学家哈勃 (Hubble E P) 那件具有开山意义的工作成果^[1] 问世以来, 宇宙的膨胀问题就以其巨大的魅力吸引了广大的天才科学家. 哈勃通过对观测得到的距离 - 红移 (以径向距离表述) 数据的整理归纳, 说明了河外星云 (早先对星系的叫法) 彼此远离的线性特征, 即哈勃定律

$$\dot{x} = Hx, \quad (1)$$

这里 H 是以哈勃命名的比例系数, x 是以我们的星系为起点的位置坐标.

哈勃定律的发现标志着定量化宇宙学时代的到来, 从此, 宇宙学的理论可以通过观测得到检验. 而后, 随着科技的进步, 天文学家可以捕捉到从更深更古老的宇宙中发出的光, 我们对整个膨胀的宇宙的认识也逐渐发展为统一的大爆炸——冷暗物质宇宙模型. 在这个模型中, 能量的主要形式由辐射逐渐转换为暗物质主导, 最初的爆炸遗迹体现在今天观测的微波背景辐射 (CMB) 的各向异性和大尺度结构 (LSS) 中. 这个模型的建立依靠了两个观测极端: 红移 $z = 1000$ 的 CMB 和红移 $z = 0$ 附近的 LSS. 而处在这两个极端之间的大部分时空区域, 特别是在再

引用格式: 张同杰, 马骢, 张聪, 等. 宇宙黑暗面 (3D 宇宙) 的限制和哈勃参量的观测数据 —— 哈勃参量宇宙学. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2011, 41: 1452-1468

Zhang T J, Ma C, Zhang C, et al. Constraints on the dark side of the universe (3D universe) and observational Hubble parameter data (in Chinese). Sci Sin Phys Mech Astron, 2011, 41: 1452-1468, doi: 10.1360/132011-974

电离时期之前的区域, 目前仍不为我们所知. 除此之外, 通过过去 20 年对宇宙的观测——特别是对 Ia 型超新星 (SNIa) 的观测——表明了目前宇宙的加速膨胀, 其膨胀动力很可能是源自暗能量, 而暗能量的物理特性目前还不为人们完全所知. 这项通过超新星发现宇宙加速膨胀的重大成果已获 2011 年度诺贝尔物理学奖.

因此, 我们说目前宇宙学的天空中存在着三朵乌云: 导致目前宇宙加速膨胀的神秘的暗能量 (Dark Energy)、对宇宙结构的形成起重要作用的暗物质 (Dark Matter) 以及目前还无法探测的黑暗时代 (Dark Age)^[2,3]. 我们称之为“3D 宇宙”, 而蕴含于其中的最深刻的物理我们还无从知晓.

面对宇宙中如此广袤的未知领域, 人类对于宇宙过去的任何探测都是具有极重要价值的. 最近, 以哈勃参量为载体对宇宙膨胀的直接测量, 获得了越来越多的关注. 作为一个检验宇宙学模型的标准, 哈勃参量可以帮助我们确定影响宇宙演化的重要宇宙学参数, 以及修正某些对于宇宙演化过程中的关键时刻的描述, 如宇宙膨胀由减速到加速的转折点等. 而且哈勃参量还可以在不同的红移下以不同的形式被探测到, 特别地, 在 LSS 中, 还可以通过对重子声学振荡 (BAO) 探测得到位于黑暗时代的哈勃参量数据.

这篇文章是对目前阶段哈勃观测参量数据 (Observational Hubble Parameter Data) 和它在宇宙学中应用的介绍. 在第 2 节, 我们简单回顾膨胀宇宙的宇宙学背景. 第 3 节中我们会介绍三种重要的哈勃参量的观测方法、原理及实现. 第 4 节, 我们会简述一下哈勃参量限制宇宙学模型的优势. 接着, 我们会在第 5 节简单介绍哈勃参量观测数据在宇宙学模型研究中的重要作用, 以及哈勃参量应用中出现的问题. 最后, 在第 6 节, 我们简单介绍一些能进一步提高哈勃参量测量精度的研究工作.

2 背景

在这一部分, 我们将回顾一些必须掌握的宇宙学的基本概念和背景, 以帮助我们更好地理解 and 描述哈勃观测数据及其含义.

2.1 时空、度规和坐标

Friedmann-Robertson-Walker (FRW) 度规描述了均匀, 各向同性, 平坦的宇宙时空结构.

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & & & \\ & a^2(t) & & \\ & & a^2(t) & \\ & & & a^2(t) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

其中尺度因子 a 的存在意味着时空并非绝对静止的. 实际上, 我们知道宇宙是膨胀的, a 随时间的流逝而增加.

利用度规 (2), 时空间隔的微元 $ds^2 = dx_\nu dx^\nu = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ 可以写作

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) dx^i dx^i. \quad (3)$$

这里, 我们利用了四维矢量 $x^\alpha = (ct, x^i)$ 其中包括空间维度的信息. 引入共动坐标的概念描述四维矢量的空间分量是有用的, 并且为了把度规扩展到非平坦的情形中去, 我们采用无量纲化的球坐标 $x^i = (r, \theta, \phi)$, 同时赋予尺度因子以距离量度的含义. 在这种约定下, 时空间隔可以写成

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right), \quad (4)$$

其中 k 取 $\{-1, 0, 1\}$ 中的一个. 参量 k 表征了空间曲率, $k=0$ 对应平坦宇宙.

我们可以通过引进参量

$$\chi = \int_0^r \frac{dr'}{\sqrt{1-kr'^2}} = \text{sinn}^{-1} r, \quad (5)$$

将式 (4) 进一步转化. 上式中函数 sinn 的定义如下:

$$\text{sinn} x = \begin{cases} \sin x & \text{for } k = 1, \\ x & \text{for } k = 0, \\ \sinh x & \text{for } k = -1. \end{cases} \quad (6)$$

于是式 (4) 可以转化为

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) [d\chi^2 + \text{sinn}^2 \chi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)]. \quad (7)$$

为了得到 χ 的物理意义, 考虑如下情景: 将我们置于坐标原点即 $r=0$ 处, 同时考虑沿视线方向的某

一远处存在一个随着宇宙的膨胀而逐渐远离我们的光子发射器, 其坐标径向分量为 $r = r_e$. 转动坐标系使发射光子的方向为 $\theta = 0, \phi = 0$, 于是对于上述沿视线方向的光子有

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \frac{dr^2}{1 - kr^2}, \quad (8)$$

设光子的发射时刻为 t_e , 接收时刻为 t_0 . 因为以光速运动的物质的世界线方程为 $ds^2 = 0$, 那么对于光子有

$$\int_{t_e}^{t_0} \frac{cdt}{a(t)} = \int_0^{r_e} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = \chi(r_e). \quad (9)$$

考虑式 (9) 左边的积分, $dx = cdt$ 是光子在时间间隔 dt 内传播的物理距离, $a(t)$ 是 t 时刻的尺度因子, 二者相除, 得到的就是在共动坐标系下测量的光在时间间隔 dt 内传播的距离, 称之为共动距离. 因此 χ 的物理意义可以理解为发射者和接收者之间的总的共动距离. 如果时空是平坦的, 共动距离就与径向坐标之差 $\Delta r = r_e - 0 = r_e$ 相同了.

有时候, 引入共形时间或者共动视界 η 作为四维坐标的时间因子是方便的, 共形时间被定义为

$$\eta(t) = \int_0^t \frac{dt'}{a(t')}, \quad (10)$$

这里积分是从“时间的起点”进行, 用 $c\eta$ 作为时间因子, 那么共动的四维坐标可以写成 $x^\alpha = (c\eta, \chi, \theta, \phi)$, FRW 度规可以化为如下形式:

$$g_{\mu\nu} = a^2(\eta) \begin{pmatrix} -1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \text{sinn}^2 \chi & \\ & & & \text{sinn}^2 \chi \text{sin}^2 \theta \end{pmatrix}. \quad (11)$$

2.2 膨胀、红移、哈勃参量

在引言里, 我们提到了 1929 年发现的哈勃定律. 哈勃最初的论文不仅对天体物理这门学科具有深远影响, 更重要的是, 它也影响了人类的宇宙观, 但是这里我们只提及其中两项具有划时代意义的观点.

在哈勃论文的最后, 他简单地讨论了 de Sitter 宇宙模型 (即认为宇宙的膨胀是由真空能量主导的宇宙学模型) 下的“光谱位移”现象 (即现在所称的红

移) 的可能机制. 他指出这一现象的两种来源: 一方面是“表观的原子振荡变缓”; 另一方面来源于“物质粒子散射的一般趋势”. 用今天的语言讲, 前者就是狭义相对论下的多普勒效应, 这是由星系本动造成的; 后者则是指广义相对论下的多普勒效应, 即宇宙学红移, 这与共动坐标自身的膨胀有关. 在本文的其余部分, 我们将会看到这两种因素是如何影响现代宇宙学以及它是如何在我们的观测图像中展现的.

哈勃同时指出他的线性定律可能是“有限的范围内的一阶近似”, 因此我们所在的真实的宇宙与 de Sitter 宇宙模型是存在差异的. 因为从纯粹的 de Sitter 宇宙模型中得出的哈勃常数 H 应该是一个与时间和空间位置均无关的常数, 这也正是我们现在的观点. 在现代的文献中, 我们经常以哈勃参量 H 来表征宇宙的相对膨胀速率:

$$H = \frac{\dot{a}}{a}, \quad (12)$$

同时, 哈勃参量的数值经常以 $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ 为单位. 而哈勃常数 H_0 现在则被用来指代目前哈勃参量的数值.

但是, 这个定义并没有明显地体现出哈勃参量与可观测量之间的关系. 因此, 我们必须对式 (12) 进行化简以使其与物理上的长度, 时间和红移等可观测量相联系.

首先, 我们注意到任意时刻 t 的宇宙学红移 z 与尺度因子 a 有关. 设某一距离我们遥远的观测源在 t_e 时刻发出的光子, 在 t_0 时刻被我们所接收. 于是观测到的该源发出光子的红移量 z 满足

$$1 + z = \frac{a(t_0)}{a(t_e)}. \quad (13)$$

考虑不同红移下多个光源光子的被一个观测者同时接收的情形, 并假设这些观测都是在理想的情况下实现的, 也就是均在严格相同的时刻 t_0 完成观测. 当然, 这很难实现, 但是我们假设现在时刻的尺度因子 $a(t_0)$ 的变化并不是太快, 那么在我们观测的这段时间 (如人类的一生或观测项目的过程中) 红移并不会因为时间的流逝而有显著变化. 但是如果一定要考虑 t_0 的变化, 那么根据 Sandage-Loeb 检验^[4,5] 我们就可以得到这段时间里红移的移动值. 最近, 稳定光源因宇宙膨胀产生的视星等的变化也被作为一种可行

的宇宙学检测方法提出^[6]. 但是就我们现在所了解, 目前还没有可以应用于这些方法的观测数据, 即使是针对它提出的观测方案, 也通常需要 10 年的时间才能得出有意义的结论^[7,8](但是, 我们必须强调“实时宇宙学”(Real-Time Cosmology) 近年来逐渐受人重视, 正像 Quercellini 等人在文献 [9] 中提到的). 但是本文中, 我们不打算将精力完全放在这些方法上, 因此我们忽略接收时间 t_0 的微小变化.

所以我们可以将 t_0 视作常数从而在 t_e 时刻对式 (13) 微分,

$$\frac{da(t_e)}{dt_e} = -\frac{a(t_0)}{(1+z)^2} \frac{dz}{dt_e} = -\frac{a(t_e)}{1+z} \frac{dz}{dt_e}. \quad (14)$$

两边同时除以 $a(t_e)$, 马上得到

$$H(z) = -\frac{1}{1+z} \frac{dz}{dt_e}. \quad (15)$$

在 3.1 节, 我们将会看到, 式 (15) 在观测消极演化星系 (Passively Evolving Galaxies) 确定哈勃参量的测量方面是如何发挥作用的.

另一种将哈勃参量与可观测数据相联系的方法是利用在式 (5) 中引入的共动距离 χ 的概念. 式 (9) 左右两边对时间求导, 我们得到

$$\frac{d\chi}{dt_e} = -\frac{c}{a(t_e)}. \quad (16)$$

从另一方面来说, 通过式 (14) 我们还可以得到另一个微商 dt_e/dz . 由此我们可以得到共动距离 χ 对红移的导数

$$\begin{aligned} \frac{d\chi}{dz} &= \frac{d\chi}{dt_e} \frac{dt_e}{dz} = \frac{c}{a(t_e)} \frac{a(t_e)}{(1+z)} \frac{dt_e}{da(t_e)} \\ &= \frac{ca(t_e)}{a(t_0)} \frac{dt_e}{da(t_e)} \\ &= \frac{c}{a(t_0)H}, \end{aligned} \quad (17)$$

也就是

$$\frac{d[a(t_0)\chi]}{dz} = \frac{c}{H(z)} \quad (18)$$

(关于这一方面更详尽的信息, 读者可参阅文献 [10,11], 但是注意其中定义的差异). 考虑一个具有一定大小的可观测天体, 它在沿着我们视线的方向上跨越了空间长度 $a(t_0)\Delta\chi$, 由此产生红移差为 Δz . 利用它我们也可以得到哈勃参量 $H(z)$ 的数值. 但我们如

何能找到这样的天体呢? 这种想法并不是利用某一实际存在的天体的长度, 而是通过探究宇宙空间中分散的星体并着重把握它的统计特征, 如由于 BAO 造成的宇宙密度场中两点相关函数的峰值. 这是另一种通过观测获得哈勃参量 $H(z)$ 的方法 ($a(t_0)\chi$ 可以看作是一种距离量. 它跟 Weinberg 在计算 LSS 功率谱强度时自然得出的物理量——结构距离 (Structure Distance)^[12] $d_S = a(t_0)r$ 的物理含义很接近, 通过式 (5), 我们可以看出, 如果空间是平坦的, 或者星体离我们不是太远, 结构距离跟 $a(t_0)\chi$ 是相同的).

在上面的论述中我们只考虑了沿视线方向放置的标准杆, 因此由此得到的哈勃参量的微分表达式只是故事的一部分. 继续考虑该观测体横向上的空间跨度, 我们将发现它与另一个重要的宇宙学观测量——角直径距离 $D_A(z) = a(z)r(z)$ 有密切联系. 在膨胀的宇宙中, 对应于遥远距离的源的视差张角为

$$\Delta\theta = \frac{a(z)}{D_A(z)} \Delta r_{\perp} = \frac{a(t_0)}{(1+z)D_A(z)} \Delta r_{\perp}, \quad (19)$$

其中 $\Delta r_{\perp}$ 是源横向空间跨度的共动距离^[13,14]. 自然地, 一旦知道了 BAO 的物理尺度并测量到 BAO 的信号, 对应的角直径距离就可以用来进行宇宙学模型的限制.

经典的宇宙学检验方法是 Alcock-Paczy (AP) 检验法, 这种检验法是利用哈勃参量 $H(z)$ 和角直径距离 D_A 的另一种关系来表述的. “AP 检验法”中可观测的量是 $A(z) = \Delta z / (z\Delta\theta)$, 它是通过观测一些具有球对称结构的展源得到的, 表达式中的 Δz 是某个观测源上距我们最近和最远的两点对应的红移差, $\Delta\theta$ 是角距离. 由式 (18) 和 (19), $A(z)$ 可以表示为

$$A(z) = \frac{\Delta z}{z\Delta\theta} = \frac{1+z}{z} D_A(z) H(z) \frac{\Delta\chi}{\Delta r_{\perp}}. \quad (20)$$

对于一个位置好的观测源, 它距离我们不能太远 (这样它复杂的空间几何构型才能被忽略), 于是可以得到 $\Delta\chi \approx \Delta r_{\parallel}$, $\Delta r_{\parallel}$ 是共动坐标视线方向分量之差. 进一步讲, 对一个近似球形的物体, $\Delta r_{\parallel} \approx \Delta r_{\perp}$ 成立, 于是可得到

$$A(z) = \frac{1+z}{z} D_A(z) H(z). \quad (21)$$

可以看出, 这种方法并不能对哈勃参量和角直径分别地进行限制, 只是能得到它们乘积. 在现代的文献

[15] 里, AP 检测法通常被理解为几何效应对观测源的统计分布的影响, 而不是某个具体天体 (参考文献 [16~18], 或者文献 [10,19], 但文献 [10,19] 在分析中考虑了 BAO 因素).

利用 BAO 尺度测量球状星系平均分布时, 还会得到另一种与哈勃参量和角直径都有关系的量^[20], 称为 D_V , 定义为

$$D_V(z) = \left[\frac{cz(1+z)^2 D_A^2(z)}{H(z)} \right]^{1/3}. \quad (22)$$

为了使 $D_V(z)$ 表达式中哈勃参量 $H(z)$ 和角直径 $D_A(z)$ 分离, 必须利用星系的二维分布并将相关函数分解为视线方向和横向方向两部分 (参考 3.1 节和文献 [21], 但文献 [21] 是另一种分解思路).

3 观测中得出哈勃参量

式 (15) 和 (18) 已经为我们构建了三种由观测得到哈勃参量 $H(z)$ 的基本方法 —— 年龄微分法、径向 BAO 大小法和引力波标准汽笛法, 而最先进的红移巡天项目如 SDSS^[22] 又为这三种方法的实现提供了可能. 在这一节, 我们再次探讨这三种方法及利用这三种方法得出的数据.

3.1 年龄微分法

如式 (15) 所示, 年龄微分法的关键是找到红移间隔为 Δz 的两个天体在发射相应光子时对应的宇宙的年龄差 Δt ^[22]. 而应用恒星演化理论 (该领域的研究已很透彻), 我们可以通过研究分析恒星光谱得到它们的年龄, 进而应用之以反映宇宙年龄, 这样我们的问题就可以通过分析光谱得以解决. 但是, 在宇宙学的尺度下, 一个一个地去观测恒星是不切实际的, 因为我们只能得到恒星的集团, 也就是星系的光谱. 但星系中可能包含不同的恒星族, 而不同星族的形成时期会显著不同, 因此辨别出那些恒星年龄相对统一的星系以及找到更符合的恒星形成模型就显得尤为重要.

为了得到数据, 证认“时钟”星系并观测其光谱的项目已经展开, 如 GDDS, VVDS, SDSS 等巡天计划^[23~25]. 除此之外, 通过 KeckI 望远镜对可观测星系团中的亮红星系 (LRG) 的观测, 一批高精度光谱

数据也已经被观测^[26]. 事实上, 在可以被观测的星系中, LRG 正是我们要倍加关注的焦点. LRG 是由均匀的恒星族组成的大质量星系. 这些高光度 LRG 占据着 SDSS 样本中的相当部分, 并且, 除了可以作为“星系钟”, LRG 还可以用来探测宇宙中的未知的物质分布 (虽然存在发光物质与暗物质质量的偏坦量). 因此, 利用 LRG, 我们可以使 BAO 的信息显示在发光物质密度的自相关函数中, 从而将之作为宇宙的标准量尺.

目前, 通过对这些星系的证认和光谱观测, 已经有人在中低红移下直接确定了哈勃参量的值. Jimenez 等人^[23] 利用年龄微分法, 在红移 0.09 下, 首次得到哈勃参量为 $H(z) = 69 \pm 12 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. 随后, Simon 等人^[27] 将成果扩充到了多于 8 组、最高红移达 $z \approx 1.8$ 的红移区间中. 后来, 这些数据集又被 Stern 等人^[25] 更新. 目前, SDSS 释放了其第 7 批观测数据^[28], 在第 5 节中, 我们会讨论这些数据如何应用在宇宙学模型的限制之中.

有人可能会疑惑, 既然年龄数据 (或回溯时间) 本身就可以用来检验宇宙学模型, 我们又为什么要花大力气去计算红移差对应年龄差呢? 诚然, 绝对年龄在宇宙学参量的判断中非常有效^[29~32], 但是, 大部分观测源的年龄测定都存在较高的系统误差, 而通过计算低红移差组内的年龄差, 绝对年龄的系统误差很有希望被消除^[33]. 当然, 考虑到数据分组过程导致的可计算总量的减少, 即使系统误差完美地消除了, 我们也不是没有损失的.

我们还假设了星系里的大部分恒星几乎是同时形成的^[34], 在这样的近似下, 当将测得的光谱去跟星族模型 (特别是在文献 [27,25] 中提到的单一星族模型) 拟合时, 由于恒星形成时间的不统一所带来的测量上的年龄偏差是微小的. 但是, 星系演化这一领域的最新研究又使得我们不得不重新考虑先前所做的假设. 比如, Crawford 等人^[35] 已通过数值模拟的方法得出单一星族 (SSP) 假设可能会导致系统误差, 这种误差会随红移变化而变化 (此时年龄微分法不能消除这种误差), 而利用这种考虑恒星形成时期不同的模型, 哈勃参量的误差的确可以被降低.

除了每个星系中星族的复杂性之外, 星系样本不纯一性也会引起哈勃参量的误差. 在文献 [35] 中, 为

了获得由更多的同种类恒星组成的星系以便我们以后的研究, 新的样本选择标准已经被提出.

3.2 径向 BAO 大小法

在 2.2 节提到天空中寻找的标准杆并不是实在的物体, 而是统计特征. 诚然, 对于遥远星体的物理大小, 我们通常知之甚少. 更糟糕的是就连表征星系大小的物理量 - 星系张角, 也因为星系的边缘的不清晰而只能模糊测量. 可以想象, 视线方向上的长度测量会带来更多的问题, 因为此时连张角对我们也毫无帮助. 因此, 确认一个统计上的标准杆是十分必要的.

在 LSS 的研究中, 相关函数可以简单方便地表征宇宙中物质的空间分布特征 (关于早期的星系研究中, 涉及这一问题的重要处理方法, 请参考文献 [36]; 关于 BAO 的其他的统计方法, 请参考文献 [37]). 两点自相关 (如密度场中的自相关) 函数 $\xi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ 是相关函数中应用最多的一个函数. 它度量了相同密度场中的位置对的相关性: 在两个相邻位置 $\mathbf{r}_1$ 和 $\mathbf{r}_2$ 附近的小体积元 dV_1 和 dV_2 内的找到两个星系的联合概率为

$$dP_{12} = n^2 [1 + \xi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)] dV_1 dV_2, \quad (23)$$

这里, n 是星系平均数密度. 如果我们相信, 从统计的意义上讲, 我们的宇宙是均匀的 (无论在宇宙的任何地方, 星系分离和聚合的可能性都是相差不大), 那么自相关函数就只是 $r = r_2 - r_1$ 的函数了. 如果我们进一步假设宇宙是各向同性的 (统计上), 则 r 的方向就不再重要了, 自相关系数就仅仅依赖于 r 的大小了. 事实上, 如果我们仅仅研究两点统计关系, 那么我们关于宇宙均匀的假设就太强了, 我们只需要假设系综的一、二阶矩的均匀即可. 这种系综叫做广义平稳系综 (WSS). 对广义平稳系综, 按著名的 Wiener-Khinchin 定理, 其功率谱和自相关函数互为傅里叶变换

$$P(k) = P(k) = \int \xi(r) e^{ik \cdot r} d^3 r, \\ \xi(r) = \xi(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int P(k) e^{-ik \cdot r} d^3 k \quad (24)$$

(这里我们把光谱强度写作与波矢 k 的方向无关的 $p(k)$, 这是在与前面提到的统计上的各向同性相同的

假设前提下得到的, 但是要注意下面关于红移畸变的讨论). 因此, 功率谱和自相关函数都可以作为统计工具来表征包含于 LSS 中的信息. 关于对得到 $p(k)$ 方法的改进和对功率谱重要性的强调参看文献 [38,39]. 另一方面, 因为 BAO 尺度可以通过自相关系数极大值点 (如波峰或突起处) 表现, 所以对 BAO 研究来说, 自相关函数应该是一种更简单的表达其结果和检验其意义的方式. 事实上, 自相关函数及其变化的估计, 也可以很方便地由一对分别在研究领域与随机场的的数据点得出 [40].

该系综真正的自相关系数是不可能完全知晓的, 这一点毋庸置疑, 因为我们只有唯一的随机场, 也就是我们居住的宇宙. 即便如此, 对自相关函数的估计仍有其意义, 因为在今天大范围, 好样本的研究中, 遍历性的假设是有效的, 在这种情况下, 我们就可以应用统计得到系综 (Underlying Ensemble) 的信息 [12].

因此, 如果某一随机过程导致物质的空间分布出现一些特征, 那么我们就可以通过对自相关系数的数字计算来反映这些特征, 否则, 这些特征就可能会被认为是随机分布而不为我们所知. 更进一步, 如果这个过程的机制和合理性完全被我们理解并在数学上建立了模型, 那么用这些特征进行参量的估计就是可能的了.

依靠 LSS 中的 BAO 印记是这种可能性得以实现的方式之一. BAO 的机制要追溯到复合时期之前的早期宇宙, 那时, 康普顿散射率要高于宇宙膨胀速率. 在这种极端的极限条件下, 紧紧耦合在一起的光子和重子可以被当作流体来处理, 在这种流体中, 声波由微扰而产生. 这种 BAO 对 CMB 造成的影响, 已经得到了广泛地理论研究 (参考早期 Peebles 和 Yu^[41] 的工作, Hu 和 Sugiyama^[42] 在傅里叶空间的有力的分析处理, Bashinsky 和 Bertschinger^[43] 在位置空间的处理, Hu 和 Dodelson^[44] 的整理), 并且这些理论研究所得到的结果, 都已经通过对 CMB 的观测 (如 WMAP) 所证实 [45~49]. 我们不会去详尽地讨论 CMB, 而主要关注 BAO 随后的影响, 也就是, BAO 被冻结而引起的在 LSS 中物质分布不均匀的印记.

BAO 在今天星系分布中的印记已经从理论上被预言了 (参考文献 [50,51], 注意这些文章中主要使用了 $P(k)$ 而非 $\xi(r)$) 这些印记最先由 Eisenstein 等

人 [52] 从 SDSS 数据的统计中发现. 在文献 [20] 中, 作者通过对 SDSS 和 2dF 数据的功率谱的分析, 实现了对 BAO 的测量, 并应用测量结果对宇宙学模型进行了一般检测. 文献 [10] 讨论了利用 LSS 中保留的 BAO 特征来探究哈勃参量 (也可参阅文献 [53 ~55]).

到目前为止, 利用 BAO 来确定哈勃参量的想法好像是简单直接的, 但事实上, 自相关函数却因受各种因素影响而产生畸变, 而这些影响必须考虑.

首先, 星系并不是绝对的共动体. 观测到的星系红移必然是宇宙膨胀和星系本动 (这一点哈勃曾考虑过, 参看 2.2 节) 的共同作用下的红移. 星系本动扭曲了所测红移区域内的相关性特征, 使相关函数各向异性 (参看文献 [56] 和 [57]). 因此, 各向同性的自相关函数就不再是好的度量函数了. 在文献里, 自相关函数通常被表示为径向 (视线方向) 方向上的坐标 π 和横向方向上的坐标 σ 的函数: $\xi = \xi(\sigma, \pi)$, 其中 $r = \sqrt{\sigma^2 + \pi^2}$. 观测到的 $\xi(\sigma, \pi)$ 将会是 $\xi(r)$ 和本动速度场的卷积.

其次, 随着观测距离的加深, 时空几何逐渐非平凡化, 从而也会关联性扭曲 [58]. 但这并不是我们接下来所要讨论的重点, 因为研究数据来自我们附近 ($z \approx 0$) 的宇宙空间, 并且对于哈勃参量的测量, 我们只会用到一些很小的红移间隔. 但是, 今后分析对深空的观测数据时, 就必须考虑时空几何扭曲.

当然还有一些其他的偏袒因素, 这些因素说明观测的表观并不能完全反应真实宇宙的整体物质分布 [59]. 在这些影响精度的因素中, 弱引力透镜效应很值得我们关注, 因为对径向方向上的自相关函数有巨大影响 [60,61].

利用 SDSS 观测数据中, $0.16 \leq z \leq 0.47$ 的 LRG 样本, Okumura 等人 [62] 已从 $\xi(\sigma, \pi)$ 中发现了 BAO 踪迹. 在他们的工作中, 忽略了弱引力透镜的放大效应带来的误差, 不过, 在这个红移区间内, 弱引力透镜效应对平均了的球对称的自相关函数 ξ_0 (也称为相关函数单极矩) 的影响倒是很小 [60]:

$$\xi_0(r) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \xi(\sigma, \pi) d\mu, \quad (25)$$

其中, $r = \sqrt{\sigma^2 + \pi^2}$, $\mu = \pi/r$. 通过文献 [62] 的讨论, BAO 的峰在单极相关函数中很明显地被探测到, 但

是 BAO 引起的相关函数的突起在各向异性的 $\xi(\sigma, \pi)$ 中却是比较弱的.

利用精度提高的 SDSS 第 6,7 次释放的 LRG 样本数据, 并通过构建弱引力透镜效应的误差值的模型, Gaztanaga 等人 [63] 完成了对红移区间 $z = 0.15 \sim 0.30$ 和 $z = 0.40 \sim 0.47$ 的径向 BAO 探测和哈勃参量 $H(z)$ 的测量 (参看图 1: BAO 探测的展示图). 因为这两个红移区间被完全分隔, 且相距较远, 所以这两个测量是彼此独立的 (早先的工作, 如文献 [20], 选择的样本

图 1 文献 [63] 利用了所有的 LRG 样本进行了径向 (π 向) BAO 探测. 这是 π 方向上相关函数的图像, 不要跟文献 [62] 中图 3 所示的单极相关函数的图像混淆. 比较实线和短虚线就可以看出弱引力透镜的影响, 从图中可以看出, 透镜效应使得波峰的位置移向了大尺度. 点划线 (蓝色) 为 1σ 分布, 是通过把基准距离红移关系应用于具有不同参数化方式的分析当中得到的, 而这种考虑仅仅会引入了基准模型带来的系统误差

Figure 1 Detection of radial (π -direction) BAO by ref. [63] in the full LRG sample. This is the correlation pattern along the π -direction, and should not be confused with the monopole pattern in Figure 3 of ref. [62]. The effect of weak lensing magnification can be seen by comparing the solid and short dashed curves, which shows that the magnification systematically moves the peak location towards the higher scales. The dash-dotted (blue) curve shows the 1σ range by allowing the fiducial distance-redshift relation used in the analysis to vary in a parameterized way, accounting for the systematic error introduced by the mere using of a fiducial model.

就是在空间上有交叠的, 导致不同红移处的 BAO 探测和哈勃参量的结果有相关性).

这些哈勃参量 $H(z)$ 的测量是第一次对径向 BAO 方法实际应用. 由于畸变的影响, 确认 BAO 波峰探测的可信度是必要的. 因为每一种畸变影响都要很小心的建立模型. 但是, 抽象出所有尺度内的所有畸变影响的模型太难了, 因此当这些畸变模型没有完全建立起来之前, 这些畸变就会带来 BAO 波峰测量的系统误差.

即便是这样, 径向 BAO 大小法仍有比年龄微分法更好的精密性. 实际上, 共动、本动的混合以及系统模型的不确定只为哈勃参量的测量带来 4% 的精度误差 [63]. 而且从直觉上, 我们也可以感觉到 BAO 方法的精度要好, 因为在 3.1 节中已经看到, 年龄微分法的系统误差主要来源于年龄的难以确定, 而这个误差可能会很大. 由于我们可以确定空间中各位置星系的数目, 也就是星系的位置分布, 而这要比确定一些模糊定义量 (如红星系中恒星从形成到现在的时间) 的精度高很多, 所以, 不难想到, BAO 法要比年龄微分法更精确.

在这种方法中, 分析中可能出现的一些不易被察觉的循环逻辑问题也会带来系统误差. 文献 [63] 中, 它利用了 Λ CDM 模型和参数将红移转化为了距离, 以精确测量在选择的红移间隔内的 BAO 尺度, r_{BAO} 由 WMAP 数据得到的: $r_{\text{WMAP}} = (153.3 \pm 2.0)$ Mpc (参看文献 [64]), 从而得到 $H_{\text{BAO}}(z)$:

$$\frac{H_{\text{BAO}}(z)}{r_{\text{BAO}}} = \frac{H_{\text{fid}}(z)}{r_{\text{WMAP}}}, \quad (26)$$

其中

$$H_{\text{fid}}(z) = H_0 \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + (1-\Omega_m)}, \quad (27)$$

$\Omega_m = 0.25$. 基准宇宙学模型的应用给所有的测量带来了偏差, 而且这是难以用模型描述的. 但是应用蒙特卡洛模拟可以分析出这个影响, 因此它 (引入基准宇宙学模型) 对系统不确定度的影响是可以估测的. 因此文献 [63] 的作者称测量结果与所引入的宇宙学模型无关, 从而可以作为一般的宇宙学检验. 读者可能还会提出文献 [20] 作为解决这个问题的另一个解决方法, 文献 [20] 是利用了样条函数对距离 - 红移关系进行了拟合, 这样, 这个结论就可以应用于更多的

模型中, 而不用重新分析要检测的每个模型中的功率谱.

径向 BAO 探测相关讨论的一点看法. 目前, 针对文献 [63] 中声称的径向 BAO 的探测和哈勃参量的测量出现了一些争辩. Miralda-Escudé [65] 反对这种方法以及对 BAO 探测的统计特征. Kazin 等人 [66] 分析了 SDSS DR7 中的 LRG 样本并得到了类似文献 [63] 的结论, 但是提供了另一种应用 χ^2 每自由度统计和 Bayesian 判据 [67] 的解释, 指出其 BAO 信号可能并非统计意义上显著的探测. 另一方面, Tian 等人 [68] 最近的工作表明 BAO 径向特征并不是偶然, 虽然其中应用了一些使重估结果变得有利的假设. 文献 [63] 的作者同样为他们自己的工作进行了辩护 [69]. 我们提及这些不同的观点和辩论只想提醒读者研究还在进行中. 然而, 我们相信, 即便现在有一些修正, 但利用 BAO 法测量哈勃参量是有意义和前景的, 而且随着一些即将进行的红移观测计划的实施 [66], 这些修正可以逐步完善对径向 BAO 和哈勃参量的测量结果.

3.3 引力波标准汽笛法

除了上述两种方法外, Bonvin 等人 [70,71] 从观测远距离 SNIa 这一工作中受到启发提出利用空基引力波测量哈勃参量 $H(z)$.

由于宇宙 LSS 物质的非均匀性, 对于遥远的观测源, 光度距离是红移和方向的函数, 即 $d_L = d_L(z, \mathbf{n})$, 其中 $\mathbf{n}$ 为观测源的方向. 将 $d_L(z, \mathbf{n})$ 球多极展开, 只精确到偶极矩 (光度距离的各向异性主要部分即观测者的本动造成的偶极矩项, 弱引力透镜造成的 $d_L(z, \mathbf{n})$ 展开式中更高的多极矩项很小):

$$d_L(z, \mathbf{n}) = d_L^{(0)}(z) + d_L^{(1)}(z) \cos \theta + \delta d_L(z, \mathbf{n}),$$

其中, $\cos \theta = \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_0 / |\mathbf{v}_0|$ ($\mathbf{v}_0$ 为观测者本动速度), 进而可以得到其中的偶极矩项:

$$d_L^{(1)}(z) = \frac{|\mathbf{v}_0| (1+z)^2}{H(z)}.$$

于是通过测量各向异性的光度距离中的偶极矩项就可以得到哈勃参量 $H(z)$ [72].

为了得到准确的哈勃参量, 足够数目的观测源是必须的. 文献 [72] 中指出, Bonvin 等人曾得出如

下结论, 为了使相对精度在百分之几以内, 通常需要 $10^5 \sim 10^6$ 个超新星数据. 这么庞大的数据量虽然对于超新星观测是不可能的, 但是对于计划实施的引力波探测 (如 DECIGO, BBO) 却有可能实现, 因为计划中他们可以探测到数以百万计的中子双星所发射的引力波. 另一方面, 这些双中子星分布于更深的宇宙中, 具有较高的红移, 因此说这种方法填补了高红移下哈勃参量的测量这一空白. 而且双中子星是很好的引力波探测源, 因此通过 DECIGO 和 BBO, 各向异性的光度距离 $d_L(z, \mathbf{n})$ 可以很准确地被测得, 从而我们可以得到较高精度的哈勃参量数据 (参考图 2: 估计了 DECIGO 数据如果获得并应用可达到的精度).

4 哈勃参量在限制宇宙学模型中的优势

我们知道, 目前非常流行的方法是标准光度距离方法, 即利用观测超新星的光度距离来约束暗能量及其状态方程等各种宇宙学参量 (见 2011 年度诺贝尔物理学奖). Maor 等人 [73] 2001 年的研究表明: 标准光度距离方法存在一些不确定性. (1) 光度距离通过一个积分建立了与宇宙学参量的依赖关系, 这个积分会抹去一些宇宙学参量尤其是随红移演化的暗能量及其状态方程的信息, 因此在数据拟合中会引入系统误差; (2) 由于这个积分的存在, 降低了其对宇宙学参量尤其是随红移演化的暗能量及其状态方程的敏感性, 最终消弱了光度距离区分不同演化历史的状态方程的能力.

上述 3 种方法的最终目的是获得哈勃参量的观测数据. 哈勃参量的优势在于, 它无需通过积分就可以直接与宇宙学参量建立联系: $H(z) = -(dz/dt)/(1+z) = H_0 E(z)$, 其中 dz/dt 是红移 z 对宇宙时间 t 的导数, $E(z)$ 是红移和宇宙学参量的函数. 总之, 与标准光度距离方法相比, 微分年龄方法关键优势在于: (1) 观测到的 dz/dt 更加敏感于暗能量及其状态方程; (2) 相关的精确测量可以利用地面望远镜进行; (3) 大大降低利用星系光谱测定年龄带来的系统误差.

5 观测得到的哈勃参量对宇宙学的限制

我们之所以付出努力去得到哈勃参量的数值, 最

终目的是要限制宇宙学模型. 文献 [23] 中由年龄的微分法得到的红移 $z \approx 0.09$ 下的哈勃参量 $H(z)$, 是为了用来限制暗能量的状态方程中的参量. 在文献 [27] 中, 慢滚标量场暗能量势的红移变化. 相同的数据点也应用在 Λ CDM 宇宙的研究中, 特别是在计算中微子的质量 m_ν , 相对论性中微子的有效数目 N_{rel} , 空间曲率 Ω_k 和暗能量状态方程的参量 ω 的限制中 [74]. 文献 [25] 中更新的哈勃参量的数据又被这些作者应用以改进早期研究中得出的结论.

特别需要提及的是, CMB 与哈勃参量观测的结合可以非常有效地限制 N_{rel} (参看文献 [75] 及图 3). 本文中, 我们不会再深入地讨论宇宙中微子这个话题, 因其本质上更接近基础物理. 但是, 我们需要指出一个有重要意义的结论, 即 $H(z)$ 数据与 CMB 数据及其他现在了解的宇宙学检验同时使用, 会为我们加深对中微子的一些与更早期宇宙相关的特性的认识提供更有价值的看法, 这与大爆炸核聚变 (BBN) 检验无关 [76,77]. 此外, BBN 限制的依据是测得的氦元素的元素丰度, 而早期核聚变带来的系统偏差会影响测量结

图 2 图中所画为利用基本的宇宙学参量得到的哈勃参量随红移的变化 (实线) 以及 1σ 误差棒. 误差棒是估计了如果获得观测时间为 1 年 (红色)、3 年 (绿色)、10 年 (蓝色) 的 DECIGO 数据并应用可达到的精度后画出的 [72], 显然, 精度会随着观测时间的延长而提高

Figure 2 The Hubble parameter calculated with our fiducial cosmological parameters (solid curve) and 1σ error bars estimated in the cases that we use all binaries observed during the observation time, 1 yr (red), 3 yr (green), and 10 yr (blue) (long observation time corresponds to the smaller error bar) [72].

图3 Stern 等人 [25] 用年龄微分法进行哈勃参量的测量, 并应用他们测量的哈勃参量限制了相对论性的中微子的有效数目 N_{rel} . 点线为由 5 年的 WMAP 数据 [78] 得到的, 短折线为由 WMAP 和 Riess 等人 [79] 确定的 H_0 得到的, 实线是由 WMAP, H_0 和 $H(z)$ 得到的. $H(z)$ 数据可以在 $1-\sigma$ 水平上重新限制中微子的有效数目为 $N_{\text{rel}} = 4 \pm 0.5$. 因 $H(z)$ 的引入而带来的中微子数目确定性的提高是显然的

Figure 3 Constraint on the effective number of relativistic neutrino species, N_{rel} , by stern et al. [25] using their $H(z)$ measurements by the differential age method. Dotted line plots the 5-year WMAP [78] likelihood dashed line plots the likelihood with WMAP and H_0 determined by Riess et al. [79], and the solid like the likelihood with WMAP, H_0 and $H(z)$ data. Adding $H(z)$ data helped refining the constraint to $N_{\text{rel}} = 4 \pm 0.5$ at $1-\sigma$ level.

果. 因此, 在系统不确定性存在的情况下, 哈勃参量数据是一项具有一致性的重要检验量 [75].

图 4 表明, 引入哈勃参量数据可以打破空间曲率与暗能量状态方程的简并. 在 Λ CDM 模型中, 暗能量和空间曲率都在当前宇宙演化中起主导作用. 因此, 把它们对宇宙膨胀的影响区分开是有的意义, 当然也是有挑战性的 [80,81]. 虽然, 其他结合弱引力透镜效应和 BAO 的检测可能在未来实现对曲率的单独测量, 但是就我们目前对哈勃参量的了解, 从打破暗能量——曲率简并 [74] 这层意义下讲, 它也同样是一个对其他检测有价值的补充.

由 BAO 大小法得到的数据数量少但精度很高, 因此在文献 [63] 中, 这些数据不但被用来验证宇宙的加速膨胀, 而且还被外推到 $z=0$, 这为独立地估计哈勃常数 H_0 提供了方法. 并且通过径向 Δz_{BAO} 的测量, 还可以对暗能量参数进行严格限制, 这一点已经

图4 Stern 等人 [25] 对空间曲率 Ω_k 和暗能量状态方程参数 w 进行了联合限制. 黑色等高线所围的大块不规则区域只是由 5 年的 WMAP 数据得到的. 蓝色等高线是加入哈勃常数 H_0 后得到的. 全黑部分是后来又加入 $H(z)$ 数据得到的. $H(z)$ 数据的加入在打破 Ω_k 和 w 之间的简并方面起到了很大作用

Figure 4 Joint constraint on the energy density corresponding to the spatial curvature, Ω_k , and the dark energy equation of state parameter, w , by Stern et al. [25]. The large, irregular regions bounded by dark contours were from 5-year WMAP alone. The blue contours were obtained by adding H_0 constraints. Filled regions were obtained by further adding $H(z)$ data. The application of $H(z)$ data helps with breaking the degeneracy between Ω_k and w .

被证实 [82].

在上述被提及的文章里, 通过哈勃参量的限制得到的宇宙学参量与由其他宇宙学检测得到的, 如 CMB 各向异性, 是相吻合的. 在这种意义下讲, 哈勃参量数据是有效的, 独立的宇宙学检测. 特别地, 它的有效性体现在它可以打破曲率和暗能量参数的简并上.

我们将最新的数据总结在了表 1 中. 在图 5 中, 我们做出了红移与哈勃参量关系的图像. 为了更好地分析这些数据, 我们还做出了空间平坦的 Λ CDM 模型下的数据图像, 其中取 $\Omega_m = 0.25, \Omega_\Lambda = 0.75$, and $H_0 = 72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

除了上述提及的作者, 哈勃参量的观测数据还广泛应用于其他的不同宇宙学模型的检验中. 最早一批应用者包括 Yi 和 Zhang [83] 还有 Samushia 和 Ratra [84], 他们把哈勃参量的结果应用暗能量的研究中. 在文献 [83] 中, 仅利用哈勃参量数据就达到了限制全息暗能量宇宙模型的目的, 特别是对 c 参量这一

表 1 已得到的哈勃参量数据

Table 1 The set of available observational $H(z)$ data

z	$H(z) \pm 1\sigma$ error ^{a)}	Ref.	Remarks
0.09	69 ± 12	[24,26]	—
0.17	83 ± 8	[26]	—
0.24	$79.69 \pm 2.65^b)$	[64]	In the redshift slice 0.15 ~ 0.30
0.27	77 ± 14	[26]	—
0.4	95 ± 17	[26]	—
0.43	$86.45 \pm 3.68^b)$	[64]	In the redshift slice 0.40 ~ 0.47
0.48	97 ± 62	[26]	—
0.88	90 ± 40	[26]	—
0.9	117 ± 23	[26]	—
1.3	168 ± 17	[26]	—
1.43	177 ± 18	[26]	—
1.53	140 ± 14	[26]	—
1.75	202 ± 40	[26]	—

a) $H(z)$ 单位为 $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$

b) 包含了统计不确定度和系统不确定度, $\sigma = \sqrt{\sigma_{\text{sta}}^2 + \sigma_{\text{sys}}^2}$

决定宇宙膨胀的动力历程参量的限制 (图 6). 相同的数据组还被用来研究模型化的引力理论, 像文献 [85] 中提及的 $f(R)$ 引力. 文献 [25] 和 [63] 中更新的哈勃参量数据被用来对更特殊的暗能量模型中的参数进行限制, 例如文献 [86,87].

除了对参数的限制, 哈勃参量的观测数据在无参数的, 非模型化的宇宙学检验中同样可用. 例如, Sahni 等人 [88] 使用的 Om 统计, 其定义为

$$Om(z) = \frac{h^2(z) - 1}{(1+z)^3 - 1}, \quad (28)$$

这里, h 是无量纲的哈勃参数, $h = H(z)/H_0$. 这个统计法对暗能量常数 Λ 的零位检验很有帮助, 而 Λ 是一个比状态方程中暗能量参数更有说服力的参数. 另一项通过引入 $H(z)$ 数据对 Λ 进行检测的结果由 Zunkel 和 Clarkson 等人 [89] 加入距离信息后给出. 但是, 上述两篇文章中使用的哈勃参量都不是通过本文中讨论的独立观测的方法得到的, 而是利用 SNIa 的光度距离导出的. 类似的方式, 哈勃参量和距离的测量也可以检验宇宙空间的平坦度甚至是大尺度均匀和各向

图 5 (a) 为现有的, 根据年龄微分法和径向 BAO 大小法得到的 $H(z)$ 数据 (参见表 1), 实线是在 $\Omega_m=0.25, \Omega_\Lambda=0.75, H_0=72 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ 的假定下根据 Λ CDM 模型得到的. (b) 为同一组数据与理论模型 Λ CDM 得到的 H_{fid} 之间的残差

Figure 5 (a) The available $H(z)$ data from both differential age method and radial BAO size method (see Table 1). The solid curve plots the theoretical Hubble parameter from the Λ CDM model with $\Omega_m = 0.25, \Omega_\Lambda = 0.75,$ and $H_0 = 72 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$. (b) The same data, but the residuals with respect to the theoretical model H_{fid} are plotted.

同性的哥白尼原理, 这个原理是基于不同模型下的 FRW 度规 (2) 的数学形式的. 在文献 [90] 中, 真实的观测验证了本文中提及的哈勃参量数据在这些检验中的应用是有意义的这一说法.

6 未来的展望

目前为止, 已得到的哈勃参量数据被认为是理解

图 6 Yi 和 Zhang^[83] 用 $H(z)$ 对全息暗能量模型给出的参数进行了限制. 这一工作只应用了文献 [21] 中由年龄得到的 $H(z)$ 数据. 图中点画线, 实线和虚线分别标记了 68.3%, 95.4%, 和 99.7% 的置信度区间. 图中可见, 尽管参数 c 与 Ω_m 存在一些简并, 但是 $H(z)$ 数据倾向于支持 $c < 1$ 的模型

Figure 6 Parameter constraints for the holographic dark energy model in the Ω_m - c plane, by Yi and Zhang [83]. The constraints were obtained using age-determined $H(z)$ data in ref. [27] alone. The dash-dotted, solid, and dotted contours marks the 68.3%, 95.4%, and 99.7% confidence regions, respectively. Although some degeneracy exists, it is evident that the data favor models with $c < 1$.

我们宇宙膨胀动力和暗能量本质的有效工具. 但是, 这些数据并没有覆盖全部的红移. 目前的测量只能达到 $z = 1.75$, 这样的范围对广袤的宇宙来讲只是九牛一毛, 何况其中还包含了一些由年龄微分法得到的高误差数据. 另一方面, 更多高精度 $H(z)$ 数据不仅可以帮助我们限制宇宙学参量, 还能使我们更好地理解 $H(z)$ 数据和其他宇宙学检验之间的可能存在的^{不一致} (图 7). 这种不一致是重要的, 因为这种不一致反映了数据的系统误差. 而在理解这种不一致的过程中, 我们会对那些还没有很好模型化的“系统影响”有更深刻的认识.

在此节, 我们会介绍宇宙学观测的几个方向和它们在哈勃参量测量中的意义.

6.1 年龄微分法的发展图景

如果今后数据集可以覆盖更大的红移范围, 那么年龄微分法结果中相对较大的不确定就可以部分

消除. 最近, 利用数值模拟我们估计到, 如果增加 60 组独立的观测性哈勃参量数据并覆盖 $0 \leq z \leq 2$ 的红移区间, $H(z)$ 数据集就可以起到比通常的 SNIa 数据集更好的参数限制作用^[91]. 为了达到这一效果, 未来的观测必须提供更多的 LRG 样本. 根据文献 [27], ATC (Atacama Cosmology Telescope) 可以根据 Sunyaev-Zel'dovich 效应来确定出更多的 LRG. 对这些新找出的星系进行光谱测量和年龄测定后将之应用于年龄微分法, 又可以产出大约 1000 个 $H(z)$ 数据. 这就意

图 7 分别应用 $H(z)$ 数据和 SNIa 数据对空间平坦的 XCDM 模型 (类似 Λ CDM 模型, 只是后者中暗能量状态方程中的参数 ω 为 -1 , 而前者任意) 通过 χ^2 拟合进行模拟, 我们会得到 $H(z)$ 数据和 SNIa 数据之间可能存在不一致, SNIa 数据更倾向于 $\omega < -1$, 而 CMB, 径向 BAO 数据和观测得到的 $H(z)$ 数据 (OHD) 则与 Λ CDM 模型 ($\omega = -1$) 相一致. 这里用到的 OHD 是文献 [27] 中有年龄微分法得到的数据, SNIa 来自文献 [92]. RBAO 图像是应用文献 [63] 中的 Δz_{BAO} 得到的. 置信度区间分别为 68.3%, 95.4% 和 99.7%. 该图最初来自文献 [93] 中图 4

Figure 7 Possible tension between $H(z)$ and type Ia supernovae data depicted in the χ^2 fitting results for the spatially flat XCDM model (similar to Λ CDM, except that the dark energy equation of state parameter ω is set free instead of being fixed at $\omega = -1$). The SN data favor a phantom dark energy with $\omega < -1$ while other data, including observational $H(z)$ (OHD), are consistent with Λ CDM ($\omega = -1$). The OHD used in this figure were the measurements in ref. [27] using the differential age method, and the SN data were from ref. [92]. The RBAO contours were found using the Δz_{BAO} data in ref. [63]. Confidence regions are 68.3%, 95.4%, and 99.7%, respectively. This figure first appeared in Figure 4 of ref. [93].

味着, 年龄微分法得到的哈勃参量数据的精度有望大幅提高。

事实上, 由于在分析由年龄微分法得到的 $H(z)$ 数据的误差模型时考虑了现实因素, 因此我们低估了其精度提高的可能性。在文献 [35] 中, 如果恒星形成的实际机制可以为我们所知, 在 $z \approx 0.42$ 的实际观测中, $H(z)$ 的相对误差可以达到 3% 以内。这样其水平就可以与径向 BAO 大小法相媲美了, 我们希望在近几年可以实现这一水平。

6.2 径向 BAO 大小法的发展图景

径向 BAO 大小法已经被证实有较高的 $H(z)$ 测量精度。但是, 高精度的得到要以时间的大量投入为代价, 因为在这一方法中, 我们必须对大量的星系进行光谱拍摄以得到红移。然而幸运的是, 在低红移区间, 利用测光红移代替光谱红移, 是一个有足够保证的好方法 [94~96]。因为测光红移对于光谱红移, 前者更便宜快速并可以探测更暗的源。

就在本文完成前, WiggleZ 项目释放了第一批数据 [97]。随着数据的释放, 我们可以对径向 BAO 信号做进一步详细检查 [66]。径向 BAO 大小法的独特性在于它可以让我们在更大的范围内重新认识宇宙膨胀。不同于仅仅局限于有限红移范围内的年龄微分法, 利用 BAO 信号, 我们可以探测至任何只要有物质分布 (无论其形式如何) 的区域。尽管目前径向 BAO 大小法的完成都局限在 $z \approx 0$ 的红移区段, 但是, 未来的红移观测计划, 如计划中的 SDSSIII (参见 SDSS 的官方网站), 就可以通过测量高红移超新星的 Lyman- α 线吸收谱, 在高达 $z \approx 2.5$ 处测得 $H(z)$ 数据 (参看文献 [98]), 这是一个关于高红移下 $H(z)$ 和 BAO 测量及其

对暗能量和数值模拟之意义的讨论 [99,100]。最近, 随着 Eucild 卫星计划 [101,102] 的活跃, 一些决定 $H(z)$ 和其他参数的空间红移巡天探测正在逐渐开展 [103]。最后, 21 cm 背景观测 (Observational Program of the 21 cm Background) 将进一步拓展我们对更高红移区段 (靠近再电离时期) 以及黑暗时代的 $H(z)$ 的了解 [104~106]。

值得指出的是, 之前通过 LSS 来分析和测定 $H(z)$ 的工作几乎都仅仅对 BAO 的特征做了关注。但是, Shoji 等人 [107] 说明, 假如非线性效应可以很好地控制的话, 那么精确的 $H(z)$ 和 $D_A(z)$ 的估计应是利用整个星系功率谱而非单独的 BAO 特征。我们希望今后的红移巡天, 以及对非线性区域红移空间变形理解上的进步, 可以更好地实现他们的想法。

7 总结

本文中, 我们回顾了目前 $H(z)$ 参量数据测量的情况。我们讲明了年龄微分法、径向 BAO 大小法和引力波标准汽笛法这三种重要独立的 $H(z)$ 测量的方法。这三种方法都是近年来成功得出的, 具有不同精度和不同红移覆盖范围的哈勃参量测量的方法。最新的数据在表 1 中列出。这些数据对研究膨胀的宇宙有很大的价值。对宇宙学家来说, 无论是应用哈勃参量自身去限制还是与其他不同物理本性的数据共同作用, 哈勃参量都可以说有很广泛的应用, 如检测宇宙学模型, 限制重要宇宙学参量。但是, 应用哈勃参量数据同样会出现一些问题。虽然有这些问题的存在, 但是我们还是认为 $H(z)$ 数据有无限的可能性, 因为未来的研究会显著地提高 $H(z)$ 数据的质量, 从而指引我们进入从未被发掘的宇宙空间。

致谢 “21 世纪第二个十年的宇宙学” 研讨会会议组委会的邀请和资助。

参考文献

- 1 Hubble E P. A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. Proc Natl Acad Sci USA, 1929, 15: 168–173
- 2 Riess A G, Filippenko A V, Challis P, et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. Astron J, 1998, 116(3): 1009–1038
- 3 Perlmutter S, Aldering G, Goldhaber G, et al. Measurements of Ω and Λ from 42 high-redshift supernovae. Astrophys J, 1999, 517(2): 565–586
- 4 Sandage A. The change of redshift and apparent luminosity of galaxies due to the deceleration of selected expanding universes. Astrophys J, 1962,

136: 319–333

- 5 Loeb A. Direct measurement of cosmological parameters from the cosmic deceleration of extragalactic objects. *Astrophys J*, 1998, 499(2): L111–L114
- 6 Qi S, Lu T. Possible direct measurement of the expansion rate of the universe. arXiv: 1001.3975
- 7 Corasaniti P S, Huterer D, Melchiorri A. Exploring the dark energy redshift desert with the Sandage-Loeb test. *Phys Rev D*, 2007, 75(6): 062001
- 8 Zhang J, Zhang L, Zhang X. Sandage-Loeb test for the new agegraphic and Ricci dark energy models. *Phys Lett B*, 2010, 691(1): 11–17
- 9 Quercellini C, Amendola L, Balbi A, et al. Real-time cosmology. arXiv: 1011.2646 [astro-ph.CO]
- 10 Seo H J, Eisenstein D J. Probing dark energy with baryonic acoustic oscillations from future large galaxy redshift surveys. *Astrophys J*, 2003, 598(2): 720–740
- 11 Bernstein G. Metric tests for curvature from weak lensing and baryon acoustic oscillations. *Astrophys J*, 2006, 637(2): 598–607
- 12 Weinberg S. *Cosmology*. New York: Oxford University Press, 2008. Chapter 8
- 13 Weinberg S. *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*. New York: John Wiley & Sons, 1972
- 14 Hogg D W. Distance measures in cosmology. arXiv: astro-ph/9905116
- 15 Alcock C, Paczyński B. An evolution free test for non-zero cosmological constant. *Nature*, 1979, 281(5730): 358–359
- 16 Matsubara T, Suto Y. Cosmological redshift distortion of correlation functions as a probe of the density parameter and the cosmological constant. *Astrophys J*, 1996, 470(1): L1–L5
- 17 Ballinger W E, Peacock J A, Heavens A F. Measuring the cosmological constant with redshift surveys. *Mon Not R Astron Soc*, 1996, 282(3): 877–888
- 18 Matsubara T, Szalay A S. Apparent clustering of intermediate-redshift galaxies as a probe of dark energy. *Phys Rev Lett*, 2003, 90(2): 021302
- 19 Matsubara T. Correlation function in deep redshift space as a cosmological probe. *Astrophys J*, 2004, 615(2): 573–585
- 20 Percival W J, Cole S, Eisenstein D J, et al. Measuring the baryon acoustic oscillation scale using the sloan digital sky survey and 2dF galaxy redshift survey. *Mon Not R Astron Soc*, 2007, 381(3): 1053–1066
- 21 Padmanabhan N, White M. Constraining anisotropic baryon oscillations. *Phys Rev D*, 2008, 77(12): 123540
- 22 Jimenez R, Loeb A. Constraining cosmological parameters based on relative galaxy ages. *Astrophys J*, 2002, 573(1): 37–42
- 23 Jimenez R, Verde L, Treu T, et al. Constraints on the equation of state of dark energy and the Hubble constant from stellar ages and the cosmic microwave background. *Astrophys J*, 2003, 593(2): 622–629
- 24 McCarthy P J, Borgne D L E, Crampton D, et al. Evolved galaxies at $z > 1.5$ from the gemini deep deep survey: The formation epoch of massive stellar systems. *Astrophys J*, 2004, 614(1): L9–L12
- 25 Stern D, Jimenez R, Verde L, et al. Cosmic chronometers: Constraining the equation of state of dark energy. I. $H(z)$ measurements. *J Cosmol Astropart Phys*, 2010, 2010(2): 008
- 26 Stern D, Jimenez R, Verde L, et al. Cosmic chronometers: Constraining the equation of state of dark energy. II. A spectroscopic catalog of red galaxies in galaxy clusters. *Astrophys J Suppl Ser*, 2010, 188(1): 280–289
- 27 Simon J, Verde L, Jimenez R. Constraints on the redshift dependence of the dark energy potential. *Phys Rev D*, 2005, 71(12): 123001
- 28 Carson D P, Nichol R C. The age-redshift relation for luminous red galaxies in the Sloan Digital Sky Survey. *Mon Not R Astron Soc*, 2010, 408(1): 213–233
- 29 Stockton A, Kellogg M, Ridgway S E. The nature of the stellar continuum in the radio galaxy 3C 65. *Astrophys J*, 1995, 443(2): L69–L72
- 30 Dunlop J, Peacock J, Spinrad H, et al. A 3.5-Gyr-old galaxy at redshift 1.55. *Nature*, 1996, 381(6583): 581–584
- 31 Spinrad H, Dey A, Stern D, et al. LBDS 53W091: An old, red galaxy at $z = 1.552$. *Astrophys J*, 1997, 484(2): 581–601
- 32 Alcaniz J S, Lima J A S. Dark energy and the epoch of galaxy formation. *Astrophys J*, 2001, 550(2): L133–L136
- 33 Jimenez R, MacDonald J, Dunlop J S, et al. Synthetic stellar populations: Single stellar populations, stellar interior models and primordial protogalaxies. *Mon Not R Astron Soc*, 2004, 349(1): 240–254
- 34 Jimenez R, Friaca A C S, Dunlop J S, et al. Premature dismissal of high-redshift elliptical galaxies. *Mon Not R Astron Soc*, 1999, 305(1): L16–L20
- 35 Crawford S M, Ratsimbazafy A L, Cress C M, et al. Luminous red galaxies in simulations: Cosmic chronometers? *Mon Not R Astron Soc*, 2010, 406(4): 2569–2577
- 36 Peebles P J E. Statistical analysis of catalogs of extragalactic objects. I. Theory. *Astrophys J*, 1973, 185: 413–440
- 37 Xu X, White M, Padmanabhan N, et al. A new statistic for analyzing baryon acoustic oscillations. *Astrophys J*, 2010, 718(2): 1224–1234
- 38 Feldman H A, Kaiser N, Peacock J A. Powerspectrum analysis of three-dimensional redshift surveys. *Astrophys J*, 1994, 426(1): 23–37
- 39 Percival W J, Verde L, Peacock J A. Fourier analysis of luminosity-dependent galaxy clustering. *Mon Not R Astron Soc*, 2004, 347(2): 645–653
- 40 Landy S D, Szalay A S. Bias and variance of angular correlation functions. *Astrophys J*, 1993, 412(1): 64–71
- 41 Peebles P J E, Yu J T. Primeval adiabatic perturbation in an expanding universe. *Astrophys J*, 1970, 162: 815–836
- 42 Hu W, Sugiyama N. Anisotropies in the cosmic microwave background: An analytic approach. *Astrophys J*, 1995, 444(2): 489–506
- 43 Bashinsky S, Bertschinger E. Dynamics of cosmological perturbations in position space. *Phys Rev D*, 2002, 65(12): 123008
- 44 Hu W, Dodelson S. Cosmic microwave background anisotropies. *Ann Rev Astron Astrophys*, 2002, 40: 171–216

- 45 Hinshaw G, Spergel D N, Verde L, et al. First-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: The angular power spectrum. *Astrophys J Suppl Ser*, 2003, 148(1): 135–159
- 46 Page L, Nolta M R, Barnes C, et al. First-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Interpretation of the TT and TE angular power spectrum peaks. *Astrophys J Suppl Ser*, 2003, 148(1): 233–241
- 47 Hinshaw G, Nolta M R, Bennett C L, et al. Three-year Wilkinson Microwave Anisotropyprobe (WMAP) observations: Temperature analysis. *Astrophys J Suppl Ser*, 2007, 170(2): 288–334
- 48 Nolta M R, Dunkley J, Hill R S, et al. Five-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe observations: Angular power spectra. *Astrophys J Suppl Ser*, 2009, 180(2): 296–305
- 49 Larson D, Dunkley J, Hinshaw G, et al. Seven-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Power spectra and WMAP-derived parameters. *Astrophys J Suppl Ser*, 2011, in press
- 50 Goldberg D M, Strauss M A. Determination of the baryon density from large-scale galaxy redshift surveys. *Astrophys J*, 1998, 495(1): 29–43
- 51 Meiksin A, White M, Peacock J A. Baryonic signatures in large-scale structure. *Mon Not R Astron Soc*, 1999, 304(4): 851–864
- 52 Eisenstein D J, Zehavi I, Hogg D W, et al. Detection of the baryon acoustic peak in the large-scale correlation function of SDSS luminous red galaxies. *Astrophys J*, 2005, 633(2): 560–574
- 53 Blake C, Glazebrook K. Probing dark energy using baryonic oscillations in the galaxy power spectrum as a cosmological ruler. *Astrophys J*, 2003, 594(2): 665–673
- 54 Seo H J, Eisenstein D J. Baryonic acoustic oscillations in simulated galaxy redshift surveys. *Astrophys J*, 2005, 633(2): 575–588
- 55 Seo H J, Eisenstein D J. Improved forecasts for the baryon acoustic oscillations and cosmological distance scale. *Astrophys J*, 2007, 665(1): 14–24
- 56 Davis M, Peebles P J E. A survey of galaxy redshifts. V. The two-point position and velocity correlations. *Astrophys J*, 1983, 267: 465–482
- 57 Kaiser N. Clustering in real space and in redshift space. *Mon Not R Astron Soc*, 1987, 227: 1–21
- 58 Magira H, Jing Y P, Suto Y. Cosmological redshiftspace distortion on clustering of high-redshift objects: Correction for nonlinear effects in the power spectrum and tests with N -body simulations. *Astrophys J*, 2000, 528(1): 30–50
- 59 Kaiser N. On the spatial correlations of Abell clusters. *Astrophys J*, 1984, 284: L9–L12
- 60 Hui L, Gaztanaga E, LoVerde M. Anisotropic magnification distortion of the 3D galaxy correlation. I. Real space. *Phys Rev D*, 2007, 76(10): 103502
- 61 Hui L, Gaztanaga E, LoVerde M. Anisotropic magnification distortion of the 3D galaxy correlation. II. Fourier and redshift space. *Phys Rev D*, 2008, 77(6): 063526
- 62 Okumura T, Matsubara T, Eisenstein D J, et al. Largescale anisotropic correlation function of SPSS luminous red galaxies. *Astrophys J*, 2008, 676(2): 889–898
- 63 Gaztanaga E, Cabre A, Hui L. Clustering of luminous red galaxies. IV. Baryon acoustic peak in the line-of-sight direction and a direct measurement of $H(z)$. *Mon Not R Astron Soc*, 2009, 399(3): 1663–1680
- 64 Komatsu E, Dunkley J, Nolta M R, et al. Five-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe observations: Cosmological interpretation. *Astrophys J Suppl Ser*, 2009, 180(2): 330–376
- 65 Miralda-Escudé J. Comment on the claimed radial BAO detection by Gaztanaga et al. arXiv: 0901.1219
- 66 Kazin E A, Blanton M R, Scoccamarro R, et al. Regarding the line-of-sight baryonic acoustic feature in the Sloan Digital Sky Survey and baryon Oscillation Spectroscopic Survey luminous red galaxy samples. *Astrophys J*, 2010, 719(2): 1032–1044
- 67 Liddle A R. Statistical methods for cosmological parameter selection and estimation. *Ann Rev Nucl Part Sci*, 2009, 59: 95–114
- 68 Tian H J, Neyrinck M C, Budavari T, et al. Redshift-space enhancement of line-of-sight baryon acoustic oscillations in the SDSS main-galaxy sample. *Astrophys J*, submitted
- 69 Cabre A, Gaztanaga E. Have baryonic acoustic oscillations in the galaxy distribution really been measured? *Mon Not R Astron Soc*, submitted
- 70 Bonvin C, Durrer R, Gasparini A. Fluctuations of the luminosity distance. *Phys Rev D*, 2006, 73: 023523
- 71 Bonvin C, Durrer R, Kunz M. Dipole of the luminosity distance: A direct measure of $H(z)$. *Phys Rev Lett*, 2006, 96: 191302
- 72 Nishizawa A, Taruya A, Saito S. Tracing the redshift evolution of Hubble parameter with gravitational-wave standard sirens. *Phys Rev D*, 2011, 83: 084045
- 73 Maor I, Brustein R, Steinhardt P J. Limitations in using luminosity distance to determine the equation of state of the universe. *Phys Rev Lett*, 2001, 86: 6–9
- 74 Figueroa D G, Verde L, Jimenez R. Improved cosmological parameter constraints from CMB and $H(z)$ data. *J Cosmol Astropart Phys*, 2008, 2008(10): 038
- 75 Reid B A, Verde L, Jimenez R, et al. Robust neutrino constraints by combining low redshift observations with the CMB. *J Cosmol Astropart Phys*, 2010, 2010(1): 003
- 76 Izotov Y I, Thuan T X, Stasinska G. The primordial abundance of 4He : A self-consistent empirical analysis of systematic effects in a large sample of low-metallicity H II regions. *Astrophys J*, 2007, 662(1): 15–38
- 77 Iocco F, Mangano G, Miele G, et al. Primordial nucleosynthesis: From precision cosmology to fundamental physics. *Phys Rep*, 2009, 472(1-6): 1–76

- 78 Dunkley J, Komatsu E, Nolte M R, et al. Five-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe observations: Likelihoods and parameters from the WMAP data. *Astrophys J Suppl Ser*, 2009, 180(2): 306–329
- 79 Riess A G, Macri L, Casertano S, et al. A redetermination of the hubble constant with the hubble space telescope from a differential distance ladder. *Astrophys J*, 2009, 699(1): 539–563
- 80 Clarkson C, Cortes M, Bassett B. Dynamical dark energy or simply cosmic curvature? *J Cosmol Astropart Phys*, 2007, 2007(8): 011
- 81 Vardanyan M, Trotta R, Silk J. How flat can you get? A model comparison perspective on the curvature of the universe. *Mon Not R Astron Soc*, 2009, 397(1): 431–444
- 82 Gaztanaga E, Miquel R, Sanchez E. First cosmological constraints on dark energy from the radial baryon acoustic scale. *Phys Rev Lett*, 2009, 103(9): 091302
- 83 Yi Z L, Zhang T J. Constraints on holographic dark energy models using the differential ages of passively evolving galaxies. *Mod Phys Lett A*, 2007, 22(1): 41–53
- 84 Samushia L, Ratra B. Cosmological constraints from Hubble parameter versus redshift data. *Astrophys J*, 2006, 650(1): L5–L8
- 85 Carvalho F C, Santos E M, Alcaniz J S, et al. Cosmological constraints from the Hubble parameter on $f(R)$ cosmologies. *J Cosmol Astropart Phys*, 2008, 2008(9): 008
- 86 Xu L, Wang Y. Observational constraints to ricci dark energy model by using: SN, BAO, OHD, fgas data sets. *J Cosmol Astropart Phys*, 2010, 2010(6): 002
- 87 Duran I, Pavon D, Zimdahl W. Observational constraints on a holographic, interacting dark energy model. *J Cosmol Astropart Phys*, 2010, 2010(7): 018
- 88 Sahni V, Shafieloo A, Starobinsky A A. Two new diagnostics of dark energy. *Phys Rev D*, 2008, 78(10): 103502
- 89 Zunckel C, Clarkson C. Consistency tests for the cosmological constant. *Phys Rev Lett*, 2008, 101(18): 181301
- 90 Shafieloo A, Clarkson C. Model independent tests of the standard cosmological model. *Phys Rev D*, 2010, 81(8): 083537
- 91 Ma C, Zhang T J. Power of observational Hubble parameter data: A figure of merit exploration. *Astrophys J*, 2011, in press
- 92 Riess A G, Sirogler L G, Tonry J, et al. Type Ia supernova discoveries at $z > 1$ from the hubble space telescope: Evidence for past deceleration and constraints on dark energy evolution. *Astrophys J*, 2004, 607(2): 665–687
- 93 Zhai Z X, Wan H Y, Zhang T J. Cosmological constraints from radial baryon acoustic oscillation measurements and observational Hubble data. *Phys Lett B*, 2010, 689(1): 8–13
- 94 Bentez N, Gaztanaga E, Miquel R, et al. Measuring baryon acoustic oscillations along the line of sight with photometric redshifts: The PAU survey. *Astrophys J*, 2009, 691: 241–260
- 95 Arnalte-Mur P, Fernandez-Soto A, Martinez V J, et al. Recovering the real-space correlation function from photometric redshift surveys. *Mon Not R Astron Soc*, 2009, 394(3): 1631–1639
- 96 Roig D, Verde L, Miralda-Escude J, et al. Photo-z optimization for measurements of the BAO radial scale. *J Cosmol Astropart Phys*, 2009, 2009(4): 008
- 97 Drinkwater M J, Jurek R J, Blake C, et al. The WiggleZ Dark Energy Survey: Survey design and first data release. *Mon Not R Astron Soc*, 2010, 401(3): 1429–1452
- 98 McDonald P, Eisenstein D J. Dark energy and curvature from a future baryonic acoustic oscillation survey using the Lyman- α forest. *Phys Rev D*, 2007, 76(6): 063009
- 99 Norman M L, Paschos P, Harkness R. Baryon acoustic oscillations in the Lyman alpha forest. *J Phys: Conf Ser*, 2009, 180(1): 012021
- 100 White M, Pope A, Carlson J, et al. Particle mesh simulations of the Ly α Forest and the signature of baryon acoustic oscillations in the intergalactic medium. *Astrophys J*, 2010, 713(1): 383–393
- 101 Cimatti A, Robberto M, Baugh C, et al. SPACE: The spectroscopic all-sky cosmic explorer. *Exp Astron*, 2009, 23(1): 39–66
- 102 Euclid Science Study Team. Euclid assessment study report for the ESA Cosmic Visions. arXiv: 0912.0914v1 [astro-ph.CO]
- 103 Wang Y, Percival W, Cimatti A, et al. Designing a spacebased galaxy redshift survey to probe dark energy. *Mon Not R Astron Soc*, 2010, 409(2): 737–749
- 104 Barkana R, Loeb A. Probing the epoch of early baryonic infall through 21-cm fluctuations. *Mon Not R Astron Soc*, 2005, 363: L36–L40
- 105 Mao X C, Wu X P. Signatures of the baryon acoustic oscillations on 21 cm emission background. *Astrophys J*, 2008, 673(2): L107–L110
- 106 Seo H J, Dodelson S, Marriner J, et al. A ground based 21 cm baryon acoustic oscillation survey. *Astrophys J*, 2010, 721(1): 164–173
- 107 Shoji M, Jeong D, Komatsu E. Extracting angular diameter distance and expansion rate of the universe from two-dimensional galaxy power spectrum at high redshifts: Baryon acoustic oscillation fitting versus full modeling. *Astrophys J*, 2009, 693: 1404–1416

Constraints on the dark side of the universe (3D universe) and observational Hubble parameter data

ZHANG TongJie^{1,2*}, MA Cong¹, ZHANG Cong¹, ZHANG Han¹ & YUAN Shuo¹

¹ *Department of Astronomy, Beijing Normal University, Beijing 100875, China;*

² *Center for High Energy Physics, Peking University, Beijing 100871, China*

This paper is a review on the observational Hubble parameter data that have gained increasing attention in recent years for their illuminating power on the dark side of the universe — the dark matter, dark energy, and the dark age. Currently, there are three major methods of independent observational $H(z)$ measurement, which we summarize as the “differential age method”, the “radial BAO size method” and the “gravitational-wave standard sirens method”. Starting with fundamental cosmological notions such as the spacetime coordinates in an expanding universe, we present the basic principles behind the three methods. We further review the two methods in greater detail, including the source of errors. We show how the observational $H(z)$ data presents itself as a useful tool in the study of cosmological models and parameter constraint, and we also discuss several issues associated with their applications. Finally, we point the reader to a future prospect of upcoming observation programs that will lead to some major improvements in the quality of observational $H(z)$ data.

OHD, differential age method, radial BAO size method, cosmology parameter

PACS: 98.80.-k, 98.80.Es, 98.62.Sb

doi: 10.1360/132011-974